

УДК 539.12.01

КОМПЛЕКСНЫЕ ПОЛЮСА РЕДЖЕ

Б. Р. Десай,

Физический факультет Калифорнийского
Университета в Риверсайде

В. А. Царев

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР

В работе дан обзор современного состояния модели комплексных полюсов Редже. Обсуждены различные динамические модели и некоторые общие соображения, приводящие к комплексным полюсам Редже. Рассмотрены особенности модели комплексных полюсов и приведено сравнение полученных на ее основе предсказаний с экспериментальными данными.

The present-day situation with complex Regge pole model is reviewed. Dynamical models and some general arguments which lead to complex poles are discussed. Particuly features of the complex Regge pole model are considered a comparison with experimental data is given.

ВВЕДЕНИЕ

В течение последних десяти лет центральную роль в физике высоких энергий играют концепции, основанные на аналитическом продолжении амплитуды рассеяния в комплексную плоскость углового момента. Перенесение на релятивизм идей, развитых Редже [1] первоначально для потенциального рассеяния, оказалось чрезвычайно плодотворным и привело к созданию теоретической схемы, классифицирующей частицы по траекториям Редже и устанавливающей фундаментальную связь этих траекторий с асимптотическим поведением амплитуд в перекрестном канале. Дальнейшее развитие теории Редже привело к формулировке таких важнейших понятий, как максимальная аналитичность второй степени и дуальность, лежащих в основе современных попыток построения самосогласованной теории сильных взаимодействий. Одновременно теория Редже оказалась весьма удобной основой для феноменологического описания непрерывно накапливающихся экспериментальных данных. Широкое сравнение с экспериментом и многочисленные теоретические исследования привели к значительному развитию и прояснению различных

аспектов теории Редже. Тем не менее до сих пор остается нерешенным целый ряд вопросов, имеющих важное значение как для самой теории, так и для ее феноменологических приложений. Настоящий обзор посвящен обсуждению одного из таких вопросов: вещественны или комплексны полюсы Редже в области рассеяния перекрестного канала, где они определяют асимптотику амплитуды?

В основе распространенного убеждения в вещественности полюсов (ниже для краткости будем говорить лишь о траектории, имея в виду, что аналогичные аргументы относятся и к вычету) при $t < t_0$ (t_0 — низший порог в t -канале) лежит известное свойство $\alpha(t)$ не наследовать от парциальной амплитуды левосторонних особенностей. Как известно, траектория Редже * $j = \alpha(t)$ является полюсной поверхностью продолженной парциальной амплитуды $T(j, t)$ с определенной сигнатурой или эквивалентно ее асимптотической части $\tilde{T}(j, t)$, получающейся из $T(j, t)$ заменой в представлении Грибова — Фруассара

$$T(j, t) = \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} Q_j \left(1 + \frac{2s}{t - 4m^2} \right) A(s, t) ds \quad (1)$$

s_0 на некоторое $S_0 \gg s_0$. Функция $A(s, t)$ — комбинация абсорбтивных частей в s - и u -каналах. Соответственно этому парциальная амплитуда T имеет как правосторонние сингулярности по t при $t \geq t_0$, так и левосторонние (при $t \leq t_L = -s_0 + 4m^2$) от совпадения s - и u -особенностей с точками ветвления $z = \pm 1$ функции Лежандра второго рода $Q_j(z)$. Выбирая в уравнении

$$[\tilde{T}(j, t)]^{-1} = 0, \quad j = \alpha(t),$$

определяющем положение полюса, достаточно большое значение S_0 , можно отодвинуть левосторонний разрез сколь угодно далеко — к $-\infty$. Это означает, что среди сингулярностей $\alpha(t)$, возникающих благодаря сингулярностям $\tilde{T}(j, t)$, не содержатся левосторонние точки ветвления парциальной амплитуды $T(j, t)$, т. е. $\alpha(t)$ реальна при $t < t_0$.

Существует, однако, возможность для возникновения левосторонних особенностей у $\alpha(t)$, не связанных непосредственно с особенностями парциальной амплитуды. Чтобы увидеть это, предположим, что $T^{-1}(j, t)$ регулярна в окрестности точки α_0, t_0 , принадлежащей поверхности $j = \alpha(t)$, причем $\alpha_0 = \alpha(t_0)$. Разлагая T^{-1} в ряд Тейлора около α_0, t_0 , получим:

$$T^{-1}(j, t) = a[\alpha(t) - \alpha_0] + b(t - t_0) + c[\alpha(t) - \alpha_0]^2 + \dots \quad (2)$$

* Поскольку в большинстве случаев спин частиц для нас не существен, для обозначения углового момента будем использовать как j , так и l .

Если $a \equiv \partial [T(j, t)]^{-1} / \partial j \neq 0$, то отсюда следует, что

$$\alpha(t) = \alpha_0 - (b/a)(t - t_0) + \dots,$$

т. е. $\alpha(t)$ регулярна вблизи t_0 . Если, однако, $a = 0$, а $c \neq 0$, то

$$\alpha(t) = \alpha_0 \pm (-b/c)^{1/2} (t - t_0) + \dots \equiv \alpha_{\pm}(t), \quad (3)$$

так что имеются две траектории, пересекающиеся при $t = t_0$, и t_0 — точка ветвления $\alpha(t)$ *, несмотря на то что $T(j, t)$ регулярна в этой точке [2].

Например, если вблизи t_0 , α_0

$$T(j, t) = \beta_+(t) / [j - \alpha_+(t)] + \beta_-(t) / [j - \alpha_-(t)] + \dots$$

и $\beta_+(t_0) = \beta_-(t_0)$, то $T(j, t)$ не зависит от знака корня в (3) и, следовательно, не имеет при $t = t_0$ точки ветвления.

В общем случае пересечения n траекторий

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n a_k (t - t_0)^{k/n}$$

и все траектории — ветви многозначной функции $\alpha(t)$, что обеспечивает регулярность $T(j, t)$ в точке α_0 , t_0 . Это свойство пересекающихся траекторий хорошо известно, однако принято считать, что столкновение полюсов и связанное с ним возникновение левосторонних особенностей $\alpha(t)$, если и не запрещено вовсе, тем не менее маловероятно, по крайней мере для ведущих полюсов. Поэтому возможность существования при $t < t_0$ комплексных полюсов Редже (КПР) обычно отвергается в пользу более простого с теоретической и практической точек зрения предположения о реальности $\alpha(t)$ при $t < t_0$.

Как увидим ниже, серьезных оснований для этого нет. Наоборот, исходя из некоторых общих свойств парциальных амплитуд, а также анализа ряда потенциальных и релятивистских моделей, можно прийти к выводу, что наличие левосторонних особенностей у $\alpha(t)$ — скорее правило, нежели исключение. Особенно веские аргументы для этого имеются в релятивистской теории, где существование полюсов означает также присутствие разрывов, «сопровождаящих» полюса и сталкивающихся с ними. Условие унитарности в t -канале в этом случае неминуемо приводит к комплексным полюсам. И следовательно, результаты, полученные в предположении вещественности полюсов Редже, должны быть пересмотрены. Некоторые следствия, вытекающие из гипотезы существования КПР, рассмотрены ниже.

* Пересечение траекторий не обязательно приводит к появлению точки ветвления $\alpha(t)$. Так, если $b = 0$ в (2), то точка ветвления может отсутствовать.

1. МОДЕЛИ, ПРИВОДЯЩИЕ К КНР

Рассмотрение моделей, в которых возникают комплексные полюса Редже, начнем с потенциального рассеяния. Изучение потенциальной теории служит одним из основных источников физической интуиции относительно полюсов Редже. Важное достоинство потенциальной теории — строгая обоснованность полученных в ней результатов, а также возможность нахождения с помощью численных методов полного решения задачи даже в тех случаях, когда не удастся использовать аналитические методы. Не касаясь хорошо известных свойств потенциального рассеяния, сосредоточим свое внимание на явлении столкновения полюсов в области отрицательных энергий, которая в релятивистском случае определяет асимптотическое поведение в перекрестном канале.

Рассеяние на потенциале Юкавы. Потенциал Юкавы принято считать наиболее реалистичным нерелятивистским пределом ядерных сил. Рассмотрим случай слабой связи [3], когда константы g_s в выражении

$$V(r) = \sum_s g_s \exp(-\mu_s r)/r$$

малы. В случае рассеяния на центральном потенциале парциальная S -матрица однозначно определяется функцией Юста $f(l, k)$:

$$S(l, k) = f_+(l, k)/f_+(l, k \exp(i\pi)) \equiv f_+(l, k)/f_-(l, k),$$

которая в свою очередь может быть выражена с помощью точной радиальной волновой функции $\psi(l, k, r)$:

$$f_{\pm}(l, k, r) = 1 - \frac{i\pi}{2} \cdot \frac{(k/2)^{l+1/2}}{\Gamma(l+3/2)} \int_0^{\infty} 2mV(r) \sqrt{r} H_{l+1/2}^{(1)}(kr) \psi(l, k, r) dr, \quad (1.1)$$

где $H_{l+1/2}^{(1)}$ и $H_{l+1/2}^{(2)}$ — функции Ханкеля. В пределе слабой связи выражение для $f_-(l, k)$ можно получить подстановкой в (1.1) волновой функции, удовлетворяющей свободному уравнению Шредингера. Тогда

$$f_-(l, k) = 1 - \sum_s mg_s \exp(-i\pi l) / \cos \pi l \left(\frac{1}{ik} \right) Q_l \left(1 + \frac{\mu_s^2}{2k^2} \right) + \sum_s \frac{mg_s}{k} \frac{1}{\cos \pi l} R_l \left(\frac{\mu_s^2}{2k^2} \right), \quad (1.2)$$

где

$$Q_l(1 + \mu^2/2k^2) = \pi k \int_0^{\infty} \exp(-\mu x) J_{l+1/2}^2(kx) dx;$$

$$R_l(1 + \mu^2/2k^2) = \pi k \int_0^{\infty} \exp(-\mu x) J_{l+1/2} J_{-l-1/2}(kx) dx$$

и $J_{l+1/2}(x)$ — функции Бесселя.

Учитывая свойства функций Q_l и R_l , легко убедиться, что при $k^2 < 0$ уравнение для траектории Редже

$$f_-(l = \alpha(k^2), k) = 0 \quad (1.3)$$

имеет действительные коэффициенты и, следовательно, при $k^2 < 0$ полюса либо вещественны, либо комплексно сопряжены. При больших отрицательных k^2 (1.3) может быть удовлетворено лишь вследствие компенсации малого множителя gm/k величиной Q_l вблизи полюса, возникающего при целых отрицательных $l = -n - 1$ (вычет полюса равен полиному Лежандра P_n). Вблизи полюса (1.2) приобретает вид:

$$\frac{gm}{ik} \frac{P_n(1 + \mu^2/2k^2)}{l + n + 1} = 1, \quad (1.4)$$

т. е.

$$l_n = -n - 1 + \frac{gm}{ik} P_n(1 + \mu^2/2k^2).$$

Таким образом, при $k^2 \rightarrow -\infty$ все полюса расположены в отрицательных целых точках. С ростом k^2 они движутся по вещественной оси, колеблясь около целых точек. После прохождения точки $k^2 = -\mu^2/4$ полюса движутся монотонно. При $g > 0$ (отталкивание) полюса с четными n идут налево, а с нечетными — направо и, таким образом, четные полюса сближаются и затем сталкиваются со своими левыми «соседями». При $g < 0$ (притяжение) направление движения меняется так, что четные полюса сближаются и сталкиваются со своими правыми «соседями». Чтобы яснее увидеть, как происходит столкновение, проследим, например, за траекториями, выходящими при $g > 0$ из точек -2 и -1 . Оставляя в выражении для $f_-(l, k)$ в области $-2 \leq l \leq -1$ лишь полюса Q_l , соответствующие этим значениям l , и член, не зависящий от g , получим квадратное уравнение для l , решая которое, найдем:

$$l(k^2) = -b/2 \pm (b^2 - 4c)^{1/2}/2, \quad (1.5)$$

где

$$b = -2mg/ik - mg\mu^2/2ik^3 + 3; \quad c = -3mg/ik - mg\mu^2/2ik^3 + 2.$$

Видно, что уравнение (1.5) описывает две траектории, имеющие в качестве своих предельных (при $k^2 \rightarrow -\infty$) точек -1 и -2 . При уменьшении $|k^2|$ возможно обращение в нуль дискриминанта уравнения (1.5), что приводит к столкновению полюсов, уходящих затем в комплексную плоскость l в виде сопряженной пары. При дальнейшем уменьшении $|k^2|$ ($k^2 \rightarrow 0$) все полюса двигаются к точке $l = -1/2$. Таким образом, в случае отталкивания на физическом листе сталкиваются все полюса. При переходе к притяжению имеет место та же картина, за исключением того, что точка столкновения крайнего правого полюса уходит на второй лист в плоскости k^2 .

Поведение полюсов при увеличении силы потенциала может быть найдено аналитически в следующем порядке теории возмущений [3] либо с помощью численных методов [4]. При этом оказывается, что в основном картина расположения полюсов сохраняется. Происходит лишь переход (в случае притяжения) на нефизический лист точек столкновения некоторого конечного числа траекторий, и при достаточно большом значении g появляются связанные состояния.

Таким образом, при любом значении константы связи в случае отталкивания получаем бесконечное число траекторий, сталкивающихся на физическом листе, а в случае притяжения — еще конечное число траекторий, имеющих точки столкновения на нефизическом листе k^2 , часть из которых дает связанные состояния.

Подобное столкновение полюсов было найдено для различных суперпозиций и модификаций потенциалов Юкавы, а также некоторых других типов короткодействующих потенциалов [5].

Кулоновское рассеяние. Другим классическим примером столкновения полюсов Редже является кулоновское рассеяние [6]. Релятивистское волновое уравнение, описывающее рассеяние релятивистской скалярной частицы на статическом кулоновском потенциале, имеет вид:

$$\frac{E^2 - m^2}{2m} \Phi(x) = \left[\frac{p^2}{2m} + \frac{l(l+1) + g^2}{2mr^2} + \frac{g}{r} \right] \Phi(x), \quad (1.6)$$

где $g = -e^2 < 0$ соответствует отталкиванию. Сравнивая его с обычным уравнением Шредингера для кулоновского поля

$$E\psi(x) = \left[\frac{p^2}{2m} + \frac{l(l+1)}{2mr^2} + \frac{g}{r} \right] \psi(x),$$

можно заключить, что D -функция парциальной волны ($T(j, t) \equiv N(j, t)/D(j, t)$) для релятивистского рассеяния может быть получена из нерелятивистской D -функции заменой $E \rightarrow v \equiv (E^2 - m^2)/2m$ и $l \rightarrow \sqrt{(l + 1/2)^2 + g^2} - 1/2$. Отсюда немедленно следует, что в точке $l = -1/2$ происходит столкновение

траекторий, поскольку

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial l} D \{[(l+1/2)^2 + g^2]^{1/2} - 1/2, \nu\} = \\ & = D' \frac{\partial}{\partial l} \{[(l+1/2)^2 + g^2]^{1/2} - 1/2\} = D' \frac{(l+1/2)}{[(l+1/2)^2 + g^2]^{1/2}}, \quad (1.7) \end{aligned}$$

что демонстрирует наличие двойного корня при $l = -1/2$. Это видно непосредственно и из точного решения уравнения (1.6), приводящего к траектории:

$$\alpha_n(E) = \left[\left(\frac{-ig}{(E^2 - m^2)^{1/2}} - n + 1/2 \right)^2 - g^2 \right]^{1/2} - 1/2,$$

которая, кроме обычного правостороннего разреза по ν от нуля до ∞ , имеет еще левосторонний с точками ветвления

$$\nu_{\pm} = -(g^2 m^2 / 2) (n - 1/2 \pm g)^{-2}.$$

Сделаем два замечания, которые следует иметь в виду в дальнейшем. Во-первых, как видно из (1.7), амплитуда рассеяния кроме полюсов имеет еще фиксированные точки ветвления в l -плоскости при $l = -1/2 \pm ig$, которые взаимно связаны с точками ветвления по траектории $\alpha(\nu)$. Во-вторых, важно подчеркнуть, что дополнительные левосторонние сингулярности возникают исключительно как следствие модификации центробежного члена в волновом уравнении на малых расстояниях (т. е. поведения потенциала вблизи начала координат) и не связаны с дальнедействующим характером кулоновского поля, т. е. могут присутствовать также в адронных взаимодействиях. Полученные результаты выходят за рамки рассмотренной здесь ограниченной задачи и фактически являются общим следствием масштабной инвариантности на малых расстояниях, поскольку любой потенциал, обладающий масштабной инвариантностью на малых расстояниях, должен вести себя как центробежный член, т. е. $\sim r^{-2}$ [7]. В связи с кулоновским потенциалом упомянем еще случай рассеяния релятивистской векторной частицы. В простейшем пределе фиксированного источника $\mathbf{A} = 0$, $A^0 = -e/r$ волновое уравнение имеет вид

$$\frac{E^2 - m^2}{2m} \Phi(x) = \left[\frac{p^2}{2m} + \frac{l(l+1) - e^4}{2m^2} - \frac{E}{m} \cdot \frac{e^2}{r} \right] \Phi(x)$$

и приводит к траекториям

$$\alpha_n(\nu) = -\frac{1}{2} + \left\{ e^4 + \left[i \frac{e^2 E}{(E^2 - m^2)^{1/2}} - n + 1/2 \right]^2 \right\}^{1/2},$$

имеющим кроме правосторонней также левосторонние (вещественные и комплексные) точки ветвления. Из приведенного выше рассмотрения двух наиболее важных типов потенциала можно заклю-

чить, что столкновение траекторий — довольно общее свойство потенциального рассеяния. Можно думать, что это свойство сохраняет силу и в релятивистской теории, в которой различные обмены создают комбинацию «потенциалов» отталкивания и притяжения.

Как было выяснено выше, столкновение траекторий в потенциальном рассеянии возможно лишь при $\text{Re } l \leq -1/2$. Если предположить, что это ограничение сохраняет силу и в релятивистском случае, то это означает, что столкновение таких траекторий, как ρ , f , A_2 и т. п., будет происходить лишь при достаточно большом переданном импульсе. Однако, если частицы, связанные с траекторией, обладают спином, столкновение возможно и при $j > -1/2$. Так, если траектория — связанное состояние $N\bar{N}$, то точка ветвления может возникать при значениях j вплоть до $j = 1/2$ (в спиновом состоянии с $l = j - 1$), т. е. вблизи $t = 0$ для рассматриваемых траекторий.

Перейдем теперь к релятивистским моделям. Как уже говорилось, в релятивистской теории амплитуда наряду с полюсами Редже содержит также точки ветвления, возникающие от одновременного обмена несколькими полюсами. Если наряду с обменом реджеоном α происходит обмен помероном α_P , то разрез, возникающий в этом случае, сталкивается с полюсом при $t \leq 0$ ($\alpha_P(0) \leq 1$) [8]. Явление, происходящее при таком столкновении, было рассмотрено Каусом и Закарайзеном [9].

Модель Закарайзена — Кауса. Эта модель по сути дела обобщает результаты, полученные в потенциальной теории (столкновение полюсов), на случай столкновения полюса и разреза. В основе модели лежит представление разреза в виде суперпозиции полюсов $\alpha_j^0(t)$. При этом предполагается, что столкновение исходной траектории $\alpha_0(t)$ с каждой из $\alpha_j^0(t)$ приводит к возникновению КПР. Например, столкновение $\alpha_0(t)$ и $\alpha_1^0(t)$ можно описать с помощью D -функции следующего вида:

$$\begin{aligned} D(j, t) &= d[j - \alpha_0(t)][j - \alpha_1^0(t)] - c^2(t) = [j - \alpha(t)][j - \alpha_1(t)] = \\ &= \det \begin{vmatrix} j - \alpha_0(t) & c(t) \\ c(t) & d[j - \alpha_1^0(t)] \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (1.8)$$

где $\alpha_0(t)$ и $\alpha_1^0(t)$ могут рассматриваться как невозмущенные траектории, связанные функцией $c(t)$. Такая связь модифицирует траектории, превращая их в следующие:

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \{\alpha_0(t) + \alpha_1^0(t) + \sqrt{\Delta(t)}\}/2; \\ \alpha_1(t) &= \{\alpha_0(t) + \alpha_1^0(t) - \sqrt{\Delta(t)}\}/2. \end{aligned}$$

Здесь $\Delta(t)$ — дискриминант:

$$\Delta(t) = [\alpha_0(t) - \alpha_1^0(t)]^2 - (4/d)c^2(t).$$

Траектории $\alpha(t)$ и $\alpha_1(t)$ имеют точку ветвления при $t = t_0$, где t_0 — корень уравнения $\Delta(t) = 0$.

Выражение (1.8) допускает простое обобщение на случай столкновения $\alpha_0(t)$ с набором траекторий $\alpha_i^0(t)$. Так, если α_0 связана со всеми α_i^0 , но α_i^0 не связаны между собой, то

$$D(j, t) = \det \begin{vmatrix} j - \alpha_0 & c_1 & c_2 & \dots \\ c_1 & d_1(j - \alpha_1^0) & 0 & \dots \\ c_2 & 0 & d_2(j - \alpha_2^0) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{vmatrix}.$$

Вычисляя детерминант, легко убедиться, что нули D -функции соответствуют корням уравнения

$$\bar{D}(j, t) = j - \alpha_0(t) + \sum \frac{C_i(t)}{j - \alpha_i^0(t)} = 0,$$

где $C_i(t) = -c_i^2(t)/d_i(t)$.

Предположим, что траектории α_i^0 — параллельные и равноотстоящие: $\alpha_i^0(t) = \alpha_c(t) - (i - 1)\varepsilon$. Легко видеть, что при некотором заданном t и $\varepsilon \rightarrow 0$ два из трех решений, соответствующих

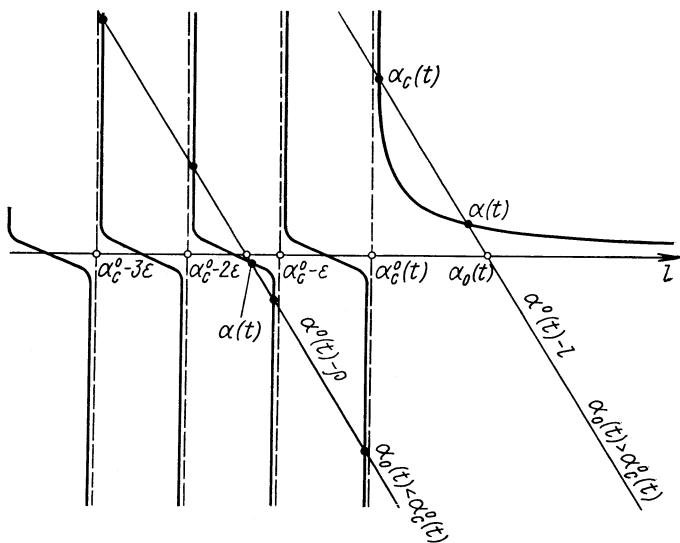


Рис. 1. Графическое изображение решения уравнения для полюсов в модели Закарайзена — Кауса [9].

пересечению $l - \alpha_0(t)$ и каждого из i -полюсов, содержащихся в выражении для \bar{D} , сближаются, сталкиваются и уходят в комплексную плоскость в виде сопряженной пары (рис. 1). К случаю

столкновения α_0 с разрезом можно теперь перейти, полагая $\varepsilon \rightarrow 0$. Тогда

$$\bar{D} = j - \alpha_0 - \int_{-\infty}^{\alpha_c} \frac{C(t, j')}{j' - j} dj',$$

и в зависимости от свойств функции $C(t, j)$ комплексные полюса после столкновения будут расположены на физическом или нефизическом листе комплексной плоскости j с разрезом от $-\infty$ до $\alpha_c(t)$. Точно так же может быть описано столкновение полюса с комплексным разрезом [10].

Квазиполусная модель. В большинстве моделей, описывающих столкновение полюса α_0 и разреза α_c , либо вообще не интересуются «генетической» связью α_c с α_0 , рассматривая разрез как некую самостоятельную сущность, либо полагают, что α_c возникает при перерасеянии, т. е. как результат итерирования условия унитарности в s -канале. В отличие от этого, в квазиполусной модели (КПМ) [11] в некотором условном смысле (например, до той степени, до которой допустимо отдельно учитывать требование унитарности в s - и t -каналах) можно интерпретировать возникновение КПП как свойство, присущее уже самому характеру обмена в t -канале.

Амплитуда рассеяния в КПМ строится суммированием резонансных обменов в t -канале:

$$T(s, t) = \sum_j R(j, t) P_j(\cos \theta). \quad (1.9)$$

Как первое приближение предполагается линейная связь спинов j и квадратов масс M^2 резонансов, дающих вклад в (1.9):

$$M^2(j) = (j - \alpha_0)/\alpha'. \quad (1.10)$$

Унитарность в t -канале учитывается добавлением в пропагаторе резонанса члена, связанного с шириной Γ :

$$D(j, t) = M^2 - t + MF(j, t), \quad (1.11)$$

где $\text{Im } F(j, M^2) = -\Gamma_j$. Функция $F(j, t)$ имеет унитарный разрез по t от низшего порога t_0 до ∞ . Из унитарности следует, что вблизи порога

$$\text{Im } F(j, t) = -\gamma(t) (t - t_0)^{j+1/2}$$

и $\text{Im } F \leq 0$ при всех $t \geq t_0$. Требование асимптотической линейности резонансного спектра (1.10) означает, кроме того, что $F(j, t) \leq t^{1/2}$ при $t \gg t_0$. Простейшей моделью $F(j, t)$ может служить функция $\gamma \sqrt{t_0 - t}$. Выражение (1.11) соответствует обычно принятой записи в релятивистских переменных пропагатора резонанса типа Брейта — Вигнера вблизи положения резо-

нанса. В КПМ предполагается, что форма (1.11) имеет место также при $t \lesssim 0$.

Как видно из (1.10) и (1.11), парциальная амплитуда в комплексной плоскости j имеет фиксированную точку ветвления при $j = \alpha_0$ и пару полюсов, положение которых описывается выражением

$$\alpha_{\pm}(t) \cong \alpha_0 + r_{\pm}^2 = \alpha_0 + \alpha't - \sqrt{\alpha'} F(j_0, t) r_{\pm}/2;$$

$$r_{\pm}(t) = \sqrt{\alpha'} \{ -F(j_0, t) \pm \sqrt{F^2(j_0, t) + 4t} \} / 2,$$

где $j_0 \equiv \alpha_0 + \alpha't_0$. Движение полюсов α_{\pm} существенно ограничено требованием унитарности и аналитичности. При $t < t_0$

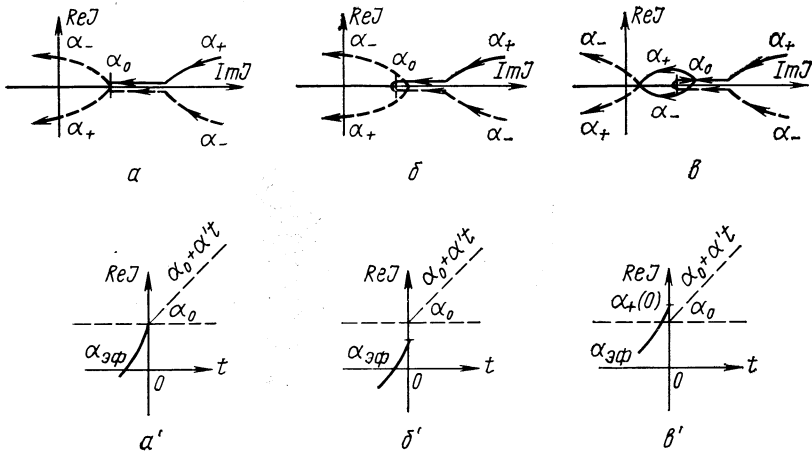


Рис. 2. Траектории $\alpha_{\pm}(t)$ и эффективная траектория $\alpha_{\text{эф}}(t)$ в квазиполусной модели [11].

$a - \alpha_{\pm}$ для $F(0)=0$; $b - \alpha_{\pm}$ для $F(0) > 0$; $v - \alpha_{\pm}$ для $F(0) < 0$; $a' - \alpha_{\text{эф}}$ для $F(0) = 0$; $b' - \alpha_{\text{эф}}$ для $F(0) > 0$; $v' - \alpha_{\text{эф}}$ для $F(0) < 0$.

полюса α_{\pm} комплексны, причем α_+ лежит на первом листе j -плоскости (и, следовательно, сопоставляется семейству резонансов (1.10)), а α_- — на втором. При $t \rightarrow t_0$ оба полюса переходят на реальную ось и при дальнейшем уменьшении t приближаются (каждый по своему листу) к точке ветвления α_0 . При достаточно больших по величине отрицательных t оба полюса располагаются на втором листе. Поведение вблизи $t = 0$ (рис. 2, a, b, v) зависит от значения $F(j_0, 0)$, произвольного в данной модели. Если $F(j_0, 0) = 0$, при $t = 0$ оба полюса «салятся» на точку ветвления $j = \alpha_0$ и при $t < 0$ образуют комплексную пару на втором листе. (Заметим, что мандельштамовские ветвления, связанные с α_{\pm} , также уходят при этом на второй лист.) Если $F(j_0, 0) > 0$, то при $t = 0$ с точкой ветвления совпадает полюс α_+ , который

при $t < 0$ уходит на второй лист, где при некотором $t = t_1$ сталкивается с α_- и образует с ним комплексно-сопряженную пару. Наконец, если $F(j_0, 0) < 0$, то при $t = 0$ с α_0 совпадает α_- . При $t < 0$ этот полюс выходит на первый лист и при $t = t_1$ сталкивается с α_+ . В области $t' < t < t_1$ эта пара располагается на первом листе, а затем при $t = t'$ переходит на второй лист.

Учитывая расположение особенностей парциальной амплитуды, можно произвести суммирование в (1.9) методом Зоммерфельда — Ватсона. Например, для случая полюсов на втором листе получим при больших s

$$T(s, t) = - \int_{-\infty}^{\alpha_0} \left(\frac{-1}{i} \right) \frac{\exp(-i\pi j/2) s^j \Delta(j, t) \sqrt{j - \alpha_0}}{(j - \alpha_+)(j - \alpha_-)},$$

где $\Delta(j, t)$ аналитична по j вблизи $j = \alpha_0$. При малых t $\text{Im } \alpha$ мало, полюса α_{\pm} расположены близко к реальной оси и определяют поведение интеграла. При изменении t полюса смещаются и вслед за ними движется пик в подынтегральной функции, что приводит к имитации эффекта движущегося полюса на первом листе. С ростом $\text{Im } \alpha$ эффект полюсов ослабляется. С увеличением s влияние α_{\pm} также становится менее существенным, поскольку основной вклад в интеграл вносит область j вблизи α_0 . Разлагая Δ в ряд по степеням j в окрестности $j = \alpha_0$, получаем

$$T(s, t) = \sum_k N_k T_k,$$

где

$$T_k(s, t) = \left(\frac{-1}{i} \right) \exp(\alpha_0 \lambda) (r_+ - r_-)^{-1} \{B_k(r_+) - B_k(r_-)\};$$

$$B_k(r) = r^{2k+1} \exp(r^2 \lambda) [\pm \pi - (-1)^k \Gamma(k + 3/2) \gamma(-k - 1/2), (\pm r)^2 \lambda].$$

Здесь $\lambda \equiv \ln s - i\pi/2$, $\gamma(k, x)$ — неполная γ -функция (верхний знак соответствует случаю, когда полюса расположены на первом листе, а нижний — на втором). В точке, где происходит столкновение полюсов, возникает полюс второго порядка (см. ниже). Если точка столкновения совпадает с α_0 , то разрез «экранирует» полюса и возникает простой полюс.

При малых t и s , таких, что $r_{\pm}^2 \ln s < 1$, амплитуду можно приближенно представить в виде некоторого «эффективного» полюсного члена

$$T_0(s, t) \sim \pi \left(\frac{-1}{i} \right) \exp(\lambda \alpha_{\Phi})$$

с траекторией

$$\alpha_{\Phi} = \alpha_0 + \alpha' t = -2 \sqrt{\frac{\alpha'}{\pi \lambda}} F(j_0, t). \quad (1.12)$$

Поведение α_{Φ} для различных вариантов КПМ изображено на рис. 2, a' , b' , e' .

Интересно отметить, что ряд свойств, обнаруженных в КПМ, может быть получен и из совершенно иных соображений. Так, уже упоминалось, что наличие фиксированного разреза квадратно-корневого типа — общее свойство теорий, обладающих масштабной инвариантностью на малых расстояниях. Подобный разрез появляется и в унитарных мультипериферических моделях [12]. Другой особенностью КПМ является эффективная траектория (1.12), зависящая от s . Близкое выражение $a - b \sqrt{t/\ln s}$ возникает также при суммировании бесконечного числа мандельштамовских точек ветвления [13].

Мультипериферические модели. В последнее время рядом авторов были предприняты попытки построения самосогласованной схемы сильных взаимодействий («бутстрап») на основе мультипериферического подхода [14]. Возникающие при этом решения содержат комплексные полюса Редже.

В различных вариантах мультипериферических моделей, предполагающих факторизацию, амплитуда рождения n -частиц может быть записана в виде:

$$T_{2 \rightarrow n}(p_1 + p_2 \rightarrow q_1 + \dots + q_n) = T_0(s_{12}, t_1) X(s/s_2 \bar{s}_2, t_2) \times \\ \times T_0(s_{34}, t_3) \dots T(s_{n-1, n}, t_{n-1}). \quad (1.13)$$

Здесь $s_{i, i+1} = (q_i + q_{i+1})^2$; $s_i = (q_1 + \dots + q_i)^2$, $\bar{s}_i = (q_{i+1} + \dots + q_n)^2$ и $t_i = (p_1 - q_1 - \dots - q_i)^2$. Хорошо известным примером подобных моделей является мультипериферическая модель Амати — Фубини — Стангелини [15], в которой $T_0 = T_{2 \rightarrow 2}$ и $X = (t - \mu_\pi^2)^{-1}$ — мезонный пропагатор.

Рассмотрим здесь случай дифракционного рассеяния, когда амплитуда при высоких энергиях определяется главным образом ее абсорбтивной частью $A(s, t)$. Подставляя (1.13) в условие унитарности s -канала

$$A(s, t) = \frac{1}{2} \sum_{n=2} \left\{ \prod_{i=1} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega_i} (2\pi)^4 \delta^4 \left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n q_j \right) \right\} \times \\ \times T_{2 \rightarrow n}(p_1 + p_2 \rightarrow q_1 + \dots + q_n) T_{2 \rightarrow n}^*(p'_1 + p'_2 \rightarrow q_1 + \dots + q_n)$$

и выделяя член, соответствующий $n = 2$, получим следующее интегральное уравнение для $A(s, t)$:

$$A(s, t) = A_0(s, t) + \frac{1}{s} \int ds_1 \int ds_2 \theta(V \bar{s} - V \bar{s}_1 - V \bar{s}_2) \times \\ \times A_0(s_1, t) K \left(\frac{s}{s_1 s_2}, t \right) A_2(s_2, t), \quad (1.14)$$

где ядро

$$K(s, t) = (2\pi)^{-4} \int \int \frac{\theta(-\lambda) dt_1 dt_2}{\sqrt{-\lambda(t, t_1, t_2)}} X(s, t_1) X^*(s, t_2);$$

$$\lambda(t, t_1, t_2) = t^2 + t_1^2 + t_2^2 - tt_1 - tt_2 - t_1 t_2$$

и

$$A_0(s, t) = \frac{1}{2} \int d\Phi_2 T X_0 T_0^*$$

абсорбтивная часть, соответствующая двухчастичному промежуточному состоянию. Уравнение (1.14) можно решить с помощью преобразования Меллина

$$A(s, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{C-i\infty}^{C+i\infty} dj s^j A(j, t),$$

которое дает

$$A(j, t) = A_0(j, t) / [1 - A_0(j, t) K(j, t)], \quad (1.15)$$

где функция $A_0(j, t)$ содержит разрез типа Амати — Фубини — Стангелини с точкой ветвления при $j = \alpha_c(t)$, генерированный полюсами Редже. Разлагая оставшуюся часть A_0 и K в окрестности $j = \alpha_c$, получаем

$$D(j, t) \sim j - \alpha_0(t) - A_{\text{cut}}(j, t) K(j, t),$$

где $\alpha_0(t)$ можно интерпретировать как «невозмущенный» полюс Редже, который в пренебрежении разрезом определяет поведение амплитуды. Наличие разреза означает, что решение уравнения $D(j, t) = 0$ будет в общем случае комплексным при $t \approx 0$. Во всех видах мультипериферических и мультиреджеонных моделей разрез имеет логарифмический характер, так что уравнение для полюсов сводится к следующему:

$$\alpha(t) = \alpha_0(t) + \beta_0(t) \ln(\alpha(t) - \alpha_c(t)). \quad (1.16)$$

Это уравнение имеет одно действительное решение, соответствующее реальному полюсу на физическом листе с $\alpha > \alpha_c$, и пары комплексно-сопряженных корней на всех листах с $\alpha_n = (\alpha_{-n})^*$ (n — номер листа).

Усиленные диаграммы. Как было показано В. Н. Грибовым и др. [16], существование комплексных полюсов Редже может быть связано с так называемыми усиленными диаграммами и трехреджеонными вершинами. Усиленные диаграммы возникают при учете многочастичных промежуточных состояний в амплитудах рассеяния реджеонов на частицах, определяющих вклады многореджеонных обменов. Так, в случае ветвления, определяемого

реджеонами α и P , амплитуда N на диаграмме рис. 3, *a* может быть выражена скачком на правом разрезе спиральной амплитуды, описывающей рассеяние реджеонов на частице: $a + \alpha \rightarrow b + P$. При больших энергиях в этой амплитуде, как и в обычных адронных амплитудах, существенны многочастичные промежуточные состояния, которые приводят к появлению α -полюса. Таким образом, приходим к «усиленным» диаграммам (см. рис. 3, *б*). Как показано в работе [16], в случае, когда трехреджеонная вершина $g_{\alpha\alpha P}(0) \neq 0$ («нестабильный» реджеон α), при $t < 0$ возникает пара комплексно-сопряженных полюсов:

$$\alpha(t) = \alpha(0) + bt \pm ig_{\alpha\alpha P} \sqrt{-t}.$$

При переходе к $t > 0$ один из полюсов уходит под разрез, а другой идет направо по вещественной оси.

Условие унитарности. Выше были рассмотрены различные динамические модели, в которых возникают комплексные полюса Редже. В заключение этого раздела приведем аргументы в пользу КИР, которые носят наиболее общий характер. Эти аргументы основаны на условии унитарности в t -канале и предположении о наличии в амплитуде полюсов и разрезов в j -плоскости [17]. Поскольку упругая область t -канала (обычно $4\mu_\pi^2 \leq t \leq 9\mu_\pi^2$) расположена в непосредственной близости к области рассеяния в s -канале (обычно $t \leq 0$), то следует ожидать, что упругая унитарность играет важную роль в рассеянии при высоких энергиях.

Унитарность в t -канале позволяет записать матрицу рассеяния $S(j, t)$ в следующем виде:

$$S(j, t) = D(j, -k)/D(j, k),$$

где $t = 4(k^2 + m^2)$. Поэтому предположение о наличии разреза по j у $S(j, t)$ эквивалентно аналогичному предположению для D -функции [в общем случае для обеих $D(j, -k)$ и $D(j, k)$]. Это означает, что функция $D(j, k)$ комплексна при $j \leq \alpha_c$ (α_c — точка ветвления, разрез проводим влево от α_c) и, следовательно, уравнение для полюсов Редже

$$D(j, k) = 0$$

должно иметь комплексные корни. Вещественная аналитичность означает, что корни эти комплексно-сопряженные. Поясним ска-

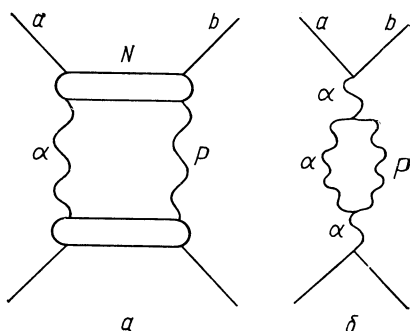


Рис. 3. Возникновение «усиленной» диаграммы (*б*) при учете α -полюса в амплитуде N , определяющей вклад $\alpha - P$ -ветвления (*а*) [16].

занное следующим примером. Пусть в качестве первого приближения выбрана парциальная амплитуда, содержащая (подобно абсорбтивной модели) сумму вкладов полюса и разреза:

$$T_0(s, t) = \beta_0/(j - \alpha_0) + T_{\text{cut}}. \quad (1.17)$$

Выражение (1.17), которое в общем случае не удовлетворяет условию унитарности в t -канале, можно сделать совместным с этим условием, например, с помощью метода K -матрицы.

Унитаризованная амплитуда в этом случае будет иметь вид:

$$T(j, t) = T_0(j, t)/[1 - i\rho T_0(j, t)],$$

где ρ — элемент фазового объема и при $t \lesssim 0$ $-i\rho \simeq 1$, так что

$$T(j, t) \simeq T_0(j, t)/[1 + T_0(j, t)]. \quad (1.18)$$

Подставляя (1.17) в (1.18), получаем следующее уравнение для полюсов

$$D(j, t) = j - \alpha_0 + \beta_0 + (j - \alpha_0) T_{\text{cut}} = 0. \quad (1.19)$$

Поскольку при $j < \alpha_c$ функция T_{cut} комплексна, уравнение (1.19) будет иметь комплексные решения. Интересно отметить, что уравнения (1.18) и (1.15) имеют одинаковую структуру и в предположении наличия у T_0 разреза в j -плоскости оба приводят к комплексным полюсам. При этом одно из них — следствие s -канальной унитарности (в мультипериферическом приближении), а другое — t -канальной. Таким образом, можно заключить, что КПП — общее следствие наличия у амплитуды полюсов и разрезов в j -плоскости и условия унитарности. В частности, в абсорбтивной модели $T_{\text{cut}} \sim \beta_c \ln(j - \alpha_c)$ и (1.12) приводит к уравнению

$$j - \alpha_0 + \beta_0 + (j - \alpha_0) \beta_c \ln(j - \alpha_c) = 0, \quad (1.20)$$

аналогичному уравнению (1.16). Как и (1.16), оно имеет одно действительное решение при $j > \alpha_c$ и бесконечно много комплексно-сопряженных пар на всех листах. Учитывая следующую из феноменологии малость β_c , легко найти приближенное выражение для положения ближайших полюсов, лежащих на физическом листе [18]:

$$\alpha_{\pm} \simeq \alpha_0 - \beta_0 - \beta_0 \beta_c [\ln(\alpha_c - \beta_0 - \alpha_0) \pm i\pi].$$

2. ПАРЦИАЛЬНАЯ АМПЛИТУДА В t -КАНАЛЕ

Аргументы, приведенные в предыдущем разделе, как нам кажется, достаточно ясно демонстрируют разумность и правомочность гипотезы, согласно которой асимптотика амплитуды рассеяния определяется комплексными полюсами Редже. Теперь сделаем следующий шаг и сформулируем эту гипотезу в виде, пригодном

для сравнения с экспериментом. Задача состоит в том, чтобы не предполагая какого-либо конкретного динамического механизма, построить амплитуду, которая отражала бы общие свойства КПР и в то же время была достаточно простой и удобной для феноменологических приложений*.

Модель парциальной амплитуды. Будем исходить из предположения, что структура сингулярностей в комплексной плоскости углового момента парциальной амплитуды t -канала играет определяющую роль в асимптотическом поведении амплитуды рассеяния в s -канале. Основываясь на приведенных выше соображениях, можно заключить, что D -функция парциальной амплитуды наследует сингулярную структуру амплитуды и, в частности, содержит разрезы в j -плоскости. Будем предполагать для простоты, что разрез имеет квадратно-корневой характер с точкой ветвления при $j = \alpha_c$. Тогда можно разложить D - и N -функции в ряд по степеням $(j - \alpha_c)^{1/2}$:

$$D(j, t) = d_0 + d_1 \sqrt{j - \alpha_c} + d_2 (j - \alpha_c) + \dots;$$

$$N(j, t) = n_0 + n_1 \sqrt{j - \alpha_c} + n_2 (j - \alpha_c) + \dots,$$

где в духе теории эффективного радиуса, которая хорошо работает в k -плоскости, удерживаем только члены вплоть до квадратичного. Тогда парциальная амплитуда может быть записана в следующем виде**:

$$T(j, t) = \frac{N(j, t)}{D(j, t)} = \frac{F_1 + F_2(j - \alpha_c) + G_1 \sqrt{j - \alpha_c}}{j - \alpha_0 + \varepsilon \sqrt{j - \alpha_c}}. \quad (2.1)$$

Амплитуда (2.1) имеет пару полюсов при $j = \alpha_{1,2}$, где

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\alpha_k - \alpha_c} &= -\varepsilon/2 \pm \sqrt{C(t - t_0)}; \\ \alpha_k &= \alpha_0 + \varepsilon^2/2 \pm \varepsilon \sqrt{C(t - t_0)}, \quad k = 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

и t_0 — точка столкновения полюсов, определяемая уравнением

$$\varepsilon^2/4 + \alpha_0 - \alpha_c = C(t - t_0); \quad C > 0.$$

Здесь, как обычно, предполагаем, что $\alpha'_c < \alpha'_0$ и α_0, α_c линейны по t . Как видно из (2.2), при $t \gg t_0$ полюса расположены на различных листах: один на физическом ($\text{Re} \sqrt{j - \alpha_c} > 0$), другой на нефизическом. После столкновения при $t = t_0$ полюса становятся комплексно-сопряженными и лежат при $t < t_0$ на физиче-

* Содержание этой главы основано, главным образом, на результатах работы [19]. Ссылки на другие работы даны в тексте.

** Для краткости будем опускать значки и факторы, связанные с сигнатурой.

ском листе, если $\varepsilon < 0$, или на нефизическом, если $\varepsilon > 0$. Для удобства в дальнейшем будем обозначать $\alpha_+(\alpha_-)$ тот полюс на физическом или нефизическом листе, который при $t < t_0$ имеет $\text{Im } \alpha > 0$ ($\text{Im } \alpha < 0$). Ниже для определенности рассмотрим случай, когда при $t < t_0$ α_{\pm} лежат на нефизическом листе ($\varepsilon > 0$). В конце раздела покажем, к чему приводит переход полюсов на физический лист.

С помощью преобразования Меллина можно теперь построить амплитуду $T(s, t)$, соответствующую парциальной амплитуде (2.1):

$$T(s, t) = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_+(t) s^{\alpha_+} - \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \times \\ \times \left[g_1 + \frac{i}{\sqrt{C(t_0-t)}} \left(f_1 - \frac{\varepsilon g_1}{2} \right) \right] \frac{1}{\sqrt{\ln s}} \Phi_+(s, t) s^{\alpha_+} + \\ + (\text{компл. сопряж.}) \equiv a_+(s, t) s^{\alpha_+} + a_-(s, t) s^{\alpha_-}. \quad (2.3)$$

Здесь

$$\bar{\gamma}_+(t) = (f_1 - \varepsilon g_1) - i g_1 \sqrt{C(t_0-t)} - \frac{i\varepsilon}{2\sqrt{C(t_0-t)}} \left(f_1 - \frac{\varepsilon g_1}{2} \right); \quad (2.4)$$

$$f_1 = F_1 + F_2 [C(t-t_0) - \varepsilon^2/4];$$

$$g_1 = G_1 - \varepsilon F_2;$$

$$\Phi_+(s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha_c - \alpha_+)^n (\ln s)^n}{(n-1/2) n!}. \quad (2.5)$$

Важно отметить, что амплитуда (2.3) зависит от s главным образом через $s^{\alpha_{\pm}}$. Другими словами, выражение (2.3) можно рассматривать как вклад комплексных полюсов Редже, но с вычтетами, зависящими от $\ln s$. К этому вопросу вернемся несколько позже, а сейчас заметим, что в амплитуде $T(j, t)$ можно выделить две различные части. Одну, связанную с $f_1/(j - \alpha_0 + \varepsilon \sqrt{j - \alpha_c})$, будем называть членом «полюсного типа», другую, связанную с $g_1 \sqrt{j - \alpha_c}/(j - \alpha_0 + \varepsilon \sqrt{j - \alpha_c})$, назовем членом «типа разреза». Выражения для соответствующих частей $T(s, t)$ можно получить, полагая в (2.3) $g_1 = 0$ или $f_1 = 0$. При этом член полюсного типа при $\varepsilon \rightarrow 0$ переходит в обычный (реальный) полюс Редже:

$$T(s, t) \rightarrow f_1 s^{\alpha_0}; \quad T(j, t) \rightarrow f_1 / (j - \alpha_0).$$

Член типа разреза сводится к виду:

$$T(s, t) \rightarrow - (g_1/2\sqrt{\pi}) (1/\sqrt{\ln s}) \Phi_+(\alpha_+ \rightarrow \alpha_0, s, t) s^{\alpha_0};$$

$$T(j, t) \rightarrow g_1 \sqrt{j - \alpha_c} / (j - \alpha_0).$$

Следует, конечно, иметь в виду, что предел $\varepsilon \rightarrow 0$ при фиксированном g_1 имеет лишь математический смысл. Физически g_1 связано с ε условием унитарности так, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ $g_1 \rightarrow 0$.

Полюсное приближение. Оценим теперь, какова степень отклонения s -зависимости $T(s, t)$ от $s^{\alpha \pm}$. Для этого, основываясь на результатах сравнения с опытом, выберем некоторые типичные

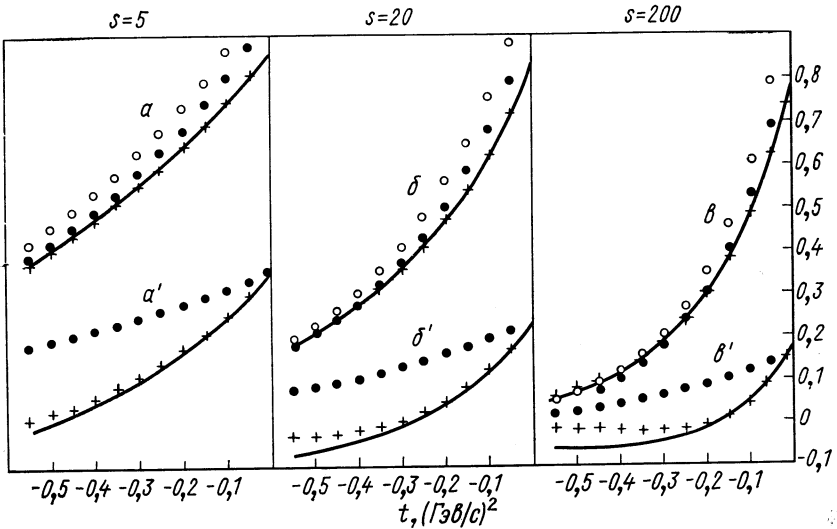


Рис. 4. Полюсное приближение [19]. Сплошной линией изображено точное значение амплитуды полюсного типа $T_{\text{пол}}(s, t)$ при $s = 5$ (а), 20 (б) и 200 (в); \circ обозначает вклад CP , \bullet — $CP + \Sigma_0$, $+$ — $CP + \Sigma_0 + \Sigma_1$. Аналогичные величины для члена типа разреза изображены на рис. а', б' и в'.

значения параметров. Будем полагать $t_0 = 0$, $\varepsilon = 0,1$, $C = 1$ и $\alpha_c = 0$. Рассмотрим вначале член полюсного типа, который перепишем в виде:

$$T_{\text{пол}}(s, t) = CP + \Sigma_0 + \Sigma_1 + \Sigma_2 + \dots \tag{2.6}$$

Здесь CP обозначает часть (2.3), ведущую себя подобно вкладу комплексной пары полюсов с вычетами, не зависящими от s :

$$(1/2) f_1 (1 - i\varepsilon/2 \sqrt{-t}) s^{\alpha+} + (\text{компл. сопряж.}),$$

а Σ_i — это i -й член в сумме, связанной с $\Phi(s, t)$ и определяющей остальную часть $T_{\text{пол}}(s, t)$.

На рис. 4, а, б, в сплошной линией изображена точная величина $T_{\text{пол}}(s, t)$ при $f_1 = 1$ (фактор $s^{\bar{\alpha}}$ выделен, $\bar{a} = a + \varepsilon^2/4$) для $s = 5; 20$ и 200 и $-0,5 \leq t \leq 0$. Видно, что значения CP

довольно близки к точной величине вплоть до $s = 200$. Добавление Σ_0 и Σ_1 делает совпадение практически полным. Таким образом, при умеренных s достаточно хорошим приближением является учет лишь двух первых членов Σ_0 и Σ_1 . Это связано с малостью $a - \alpha_{\pm} \sim \varepsilon$, поскольку разложение ведется по степеням $\varepsilon \ln s$ с дополнительным фактором $n!$. Рис. 4, a' , b' , c' иллюстрирует то же самое для члена типа разреза. Можно заключить поэтому, что приближение, состоящее в учете лишь нескольких первых членов (при $s \leq 200$ — двух) в сумме (2.6), — достаточно хорошее для членов типа полюса и разреза. Следовательно, для полной амплитуды получаем «полюсное» приближение с вычетами, слабо (через $\ln s$) зависящими от энергии

$$T(s, t) \simeq CP + \Sigma_0 + \Sigma_1.$$

Важно подчеркнуть, что аргументы, приведенные выше при выводе полюсного приближения, фактически не связаны с конкретным видом парциальной амплитуды (2.1) и применимы в общем случае, когда амплитуда имеет КПП и разрез

$$T(j, t) = \frac{f(j, t)}{(j - \alpha)(j - \alpha^*)}$$

(здесь $f(j, t)$ содержит разрез по j , который, по предположению, расположен вдоль реальной оси от $-\infty$ до α_c). Преобразование Меллина в этом случае приводит к следующему выражению для амплитуды:

$$T(s, t) = \bar{\beta}s^\alpha + \bar{\beta}^*s^{\alpha^*} + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\alpha_c} \frac{\text{Im} f(j, t) s^j}{(j - \alpha)(j - \alpha^*)} dj, \quad (2.3a)$$

где $\beta = 0$, если полюса расположены на нефизическом листе. Переписывая знаменатель подынтегрального выражения в виде

$$D(j, t) = (j - \text{Re } \alpha)^2 + (\text{Im } \alpha)^2,$$

легко убедиться, что при малых $\text{Im } \alpha$ подынтегральная функция имеет пик (типа брейт-вигнеровского), положение которого определяется величиной $\text{Re } \alpha(t)$. Предполагая, что $\text{Im} f(j, t)$ меняется достаточно медленно по сравнению с $D(j, t)$, и вынося $\text{Im} f(j, t)$ за знак интеграла, приходим к полюсному приближению [20]:

$$T(s, t) = \bar{\beta}s^\alpha + \frac{\text{Im} f(\alpha, t)}{2i\pi \text{Im } \alpha} \text{Ei}[(\alpha_c - \alpha) \ln s] + \bar{\beta}^*s^{\alpha^*} - \frac{\text{Im} f(\alpha^*, t)}{2i\pi \text{Im } \alpha} \text{Ei}[(\alpha_c - \alpha^*) \ln s] = \beta s^\alpha + \beta^* s^{\alpha^*} \quad (2.3b)$$

[функция $\text{Ei}(x)$ может быть выражена в виде ряда по степеням x аналогично (2.5)].

Тем самым показано, что s -зависимость определяется главным образом факторами $s^{\alpha_{\pm}}$ даже в присутствии разреза. Это важный аргумент в пользу разумности феноменологического анализа, проводимого в последние годы на основе модели КНР с не зависящими от s вычетами. Важно заметить, что включение дополнительных членов с $\ln s$ не вносит в амплитуду новых неизвестных параметров.

Рассмотренное выше полюсное приближение имеет место лишь при достаточно малых значениях $(\alpha - \alpha_c) \ln s$. С ростом s в сумме (2.6) становятся важными высшие члены. Это эквивалентно тому, что при больших s в интеграле Меллина основной вклад дает область $j \approx \alpha_0$ и поведение амплитуды имеет вид*:

$$T(s, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[\frac{\epsilon f_1 - g_1(\epsilon^2/4 - t)}{(\epsilon^2/4 + t)^2 - \epsilon^2 t} \right] \frac{s^{\alpha_c}}{(\ln s)^{3/2}}. \quad (2.7)$$

Как показывают оценки [19], это «асимптотическое» выражение совершенно непригодно для аппроксимации точной амплитуды $T(s, t)$ при умеренных $s \leq 200$. Из (2.5) можно установить, что асимптотическая форма (2.7) начинает работать, если $|\alpha_c - \alpha_+| \ln s/n \gtrsim 1$, где n достаточно велико. Если $n = 5$, то при $t = 0$ и $\epsilon = 0,1$ это дает $\ln s \gtrsim 2000$, а при $t = -0,5 \ln s \gtrsim 10$, т. е. значения s , при которых применима асимптотическая форма, выходят за пределы доступных в настоящее время «ускорительных» энергий.

Кратные полюса. Рассмотрим теперь поведение амплитуды в точке столкновения полюсов. В зависимости от поведения вычета при $t \rightarrow t_0$ здесь возможны различные явления. Если вычет $\beta(t)$ при $t \rightarrow t_0$ остается конечным ($\neq 0$), то в точке столкновения имеется полюс первого порядка: $\beta(t_0)/(j - \alpha(t_0))$. Такое поведение возникает, например, в (2.1), если при $t \rightarrow t_0$ $F_1 \rightarrow \text{const}$, а F_2, G и $\epsilon \rightarrow 0$. Тогда $T(j, t_0) \sim F_1(t_0)(j - \alpha_0)^{-1}$. Если, однако, вычет расходится при $t \rightarrow t_0$ как $(\text{Im } \alpha)^{-1}$, например $\beta(t) = h(t)/i \text{Im } \alpha(t)$, $\text{Im } \alpha(t_0) = 0$, $h(t_0) \neq 0$, то в точке столкновения возникает полюс второго порядка:

$$\beta/(j - \alpha) + \beta^*/(j - \alpha^*) \rightarrow 2h(t_0)/(j - \alpha(t_0))^2.$$

Как видно из (2.4), как раз такая ситуация имеет место в общем случае для рассматриваемой модели парциальной волны. Чтобы

* Напомним, что рассматриваем сейчас случай, когда полюса расположены на нефизическом листе. В других случаях полюса могут садиться на точку ветвления, что приводит к снижению степени логарифма в знаменателе (2.7) до $1/2$ или до нуля [11]. Если полюса выходят на физический лист и имеют $\text{Re } \alpha > \alpha_c$, они определяют асимптотическое поведение амплитуды.

янее увидеть возникновение двойного полюса, перепишем выражение (2.1) в следующем виде:

$$T(j, t) \sim [(V\sqrt{j-\alpha_c} - r_+) (V\sqrt{j-\alpha_c} - r_-)]^{-1},$$

где

$$r_{\pm} = \varepsilon/2 \mp V\sqrt{C(t-t_0)}.$$

Если $\varepsilon(t_0) = 0$, то при $t = t_0$

$$T(j, t_0) \sim (j - \alpha_c(t_0))^{-1},$$

т. е. амплитуда имеет простой полюс. Если, однако, $\varepsilon(t_0) \neq 0$, то при $t = t_0$

$$T(j, t_0) \sim [V\sqrt{j-\alpha_c} - \varepsilon^2/4]^{-2}$$

и при $j \rightarrow \alpha(t_0) \equiv \alpha_c + \varepsilon^2/4$ в точке столкновения возникает полюс второго порядка $(j - \alpha(t_0))^{-2}$.

В общем случае при столкновении n простых полюсов возможен полюс n -го порядка. Применение кратных полюсов для описания дифракционного рассеяния [21, 22] и перезарядки мезонов [22] рассмотрено ниже в разд. 3. Сейчас отметим только, что наличие кратного полюса в точке столкновения означает, что имеет место своеобразное явление, когда при всех $t \neq t_0$ амплитуда ведет себя как $s^{\alpha(t)}$, тогда как при $t = t_0$ $s^{\alpha(t_0)} (\ln s)^{n-1}$.

Полюс на реальной оси. Предположим, что при $t \leq 0$ полюс α_0 расположен на реальной оси. (Такая ситуация имеет место, например, в модели Карлитца — Кизингера [23], которая фактически игнорирует условие унитарности в t -канале.) Это означает, что в (2.1) $\varepsilon = 0$, однако $f_1 \neq 0$ и $g_1 \neq 0$. Тогда амплитуда $T(j, t)$ может быть записана следующим образом:

$$(f_1 + g_1 V\sqrt{j-\alpha_c})/(j-\alpha_0) = f_1/(j-\alpha_0) + g_1 V\sqrt{j-\alpha_c}/(j-\alpha_0), \quad (2.8)$$

и, следовательно:

$$T(s, t) = f_1 s^{\alpha_0} - \frac{g_1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\ln s}} \Phi(\alpha_+ = \alpha_0, s, t) s^{\alpha_0}. \quad (2.9)$$

Здесь, точно так же как в случае комплексных полюсов, при умеренных энергиях в разложении Φ важны лишь первые члены. Таким образом, и при реальных α_0 степенная зависимость $T(s, t)$ определяется главным образом фактором s^{α_0} .

Интересно сравнить (2.9) с амплитудой в абсорбтивной модели. В этом случае в отличие от (2.8) вклады полюса и разреза входят независимо в виде

$$T(j, t) = f_1/(j-\alpha_0) + \bar{g}_1 V\sqrt{j-\alpha_c},$$

что соответствует амплитуде

$$T(s, t) = f_1 s^{\alpha_0} - \frac{\bar{g}_1}{2\sqrt{\pi}} \frac{s^{\alpha_c}}{(\ln s)^{3/2}}, \quad (2.10)$$

аналогичной асимптотической форме (2.7). Как видно, основное отличие (2.9) от (2.10) связано с показателем степени s последнего члена: s^{α_0} вместо s^{α_c} . Заметим, что при $t = 0$ (2.9) сводится к выражению:

$$T(s, t) = f_1 s^{\alpha_0} + (g_1/\sqrt{\pi}) (s^{\alpha_0}/\sqrt{\ln s}),$$

т. е. вместо $(\ln s)^{3/2}$ получаем $(\ln s)^{1/2}$ как результат ужесточения разреза полюсами, сающимися в точку ветвления [11].

Нули амплитуды и сила разреза. Для дальнейшего обсуждения удобно сделать упрощения, которые позволят выделить наиболее существенные моменты. Будем пренебрегать логарифмическими членами и положим везде, кроме выражений для α_{\pm} , $\varepsilon = 0$. Рассмотрим опять полюса, лежащие на нефизическом листе ($\varepsilon > 0$), и пусть $t_0 = 0$, $C = 1$. Тогда

$$T(s, t) \sim (F_1 + F_2 t) s^{\operatorname{Re} \alpha} \cos(\operatorname{Im} \alpha \ln s) + G_1 \sqrt{-t} s^{\operatorname{Re} \alpha} \sin(\operatorname{Im} \alpha \ln s).$$

При малых $\operatorname{Im} \alpha$ (и $\operatorname{Im} \alpha \ln s$) нули $T(s, t)$ определяются с хорошей точностью условием

$$F_1(t) + F_2(t) \cdot t = 0.$$

Малые члены $\sim (G_1 \cdot \varepsilon \ln s) t$ вносят в положение нулей смещение, логарифмически зависящее от s .

Будем предполагать по-прежнему ε малой величиной. Тогда сила разреза проявляется в величине отношения F_2/F_1 и G_1/F_1 . Удобно использовать факторизованную форму:

$$N(j, t) = (\beta_1 + \beta'_1 \sqrt{j - \alpha_c} + \dots) (\beta_2 + \beta'_2 \sqrt{j - \alpha_c} + \dots),$$

которая более подробно рассмотрена ниже.

В зависимости от силы разреза можно различать следующие возможности:

1. «Слабый разрез» соответствует $\beta'_i \ll \beta_i$ так, что $F_2 \ll F_1$, $G_1 \ll F_1$ и, следовательно, $g_1 \ll f_1$. Это означает преобладание членов полюсного типа, которые, как уже говорилось, весьма близки к обычным полюсам Редже. Нули в этом случае определяются фактором $[\Gamma(\alpha(t))]^{-1}$. Такая ситуация, как известно, имеет место для амплитуд с переворотом спина.

2. Сильный разрез. $\beta'_i \sim \beta_i$ ($i = 1, 2$) так, что $F_1 \sim F_2 \sim G$ и $f_1 \sim g_1$. В этом случае нули должны быть значительно смещены по сравнению с полюсным случаем, как это имеет место для амплитуд без переворота спина.

3. Сверхсильный разрез. $\beta'_i \gg \beta_i$, и, следовательно, $F_1 \ll F_2$, $G_1 \ll F_1$. В этом случае опять приходим к полюсной ситуации, но с $N(j, t) \sim F_2(j - \alpha_c)$. Нули еще более смещаются по сравнению с полюсным случаем. Итак, общая закономерность, очевидно, состоит в том, что чем сильнее разрез, тем более смещаются нули по сравнению с полюсным случаем.

Полюса на физическом листе. До сих пор рассматривался случай с полюсами, расположенными на нефизическом листе ($\varepsilon > 0$). Все полученные выше результаты легко перенести на случай полюсов на физическом листе ($\varepsilon < 0$). Для этого достаточно заметить, что вычисления, подобные приведенным выше, дают при $\varepsilon < 0$ для вычета в полюса α_+ выражение

$$\hat{\gamma}_+ = (f_1 - \varepsilon g_1) + i g_1 \sqrt{C(t_0 - t)} + \frac{i\varepsilon}{2\sqrt{C(t_0 - t)}} \left(f_1 - \frac{\varepsilon g_1}{2} \right) \quad (2.11)$$

и

$$T(s, t) = \frac{1}{2} \hat{\gamma}_+(t) s^{\alpha_+} - \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \times \\ \times \left[g_1 - \frac{i}{\sqrt{C(t_0 - t)}} \left(f_1 - \frac{\varepsilon g_1}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{\ln s}} \Phi_+(s, t) s^{\alpha_+} + (\text{компл. сопряж.}) \right]$$

Сравнивая (2.11) с (2.3), (2.4) и учитывая, что теперь знак ε отрицателен, убеждаемся, что $T(s, t)$ в случае полюсов на физическом листе является просто комплексно-сопряженным по отношению к $T(s, t)$ для нефизических полюсов.

Область $t > t_0$. Выше интересовались главным образом областью рассеяния s -канала, т. е. областью, где $t < 0$. Рассмотрим теперь продолжение в область выше порога в t -канале. Как и раньше, положим $t_0 = 0$, $C = 1$, $\alpha_c = a$. Тогда

$$\sqrt{\alpha_h - \alpha_c} = -\varepsilon/2 \pm \sqrt{t}.$$

Если $\varepsilon > 0$, то при $t < 0$ полюса расположены на нефизическом листе. При $t > 0$ полюс $\alpha_2 (= \alpha_+)$ по-прежнему будет находиться на нефизическом листе, а $\alpha_1 (= \alpha_-)$ перейдет с нефизического листа на физический. Вычет γ_1 в полюсе α_- при $t > 0$ имеет вид

$$\hat{\gamma}_1 = (f_1 - \varepsilon g_1) + g_1 \sqrt{t} - (\varepsilon/2 \sqrt{t}) (f_1 - \varepsilon g_1/2). \quad (2.12)$$

Если $\varepsilon < 0$, полюса α_{\pm} лежат при $t < 0$ на физическом листе. При $t > 0$ $\alpha_1 (= \alpha_+)$ остается на физическом листе, а $\alpha_2 (= \alpha_-)$ уходит на нефизический. Вычет в полюсе α_+ , лежащем на физическом листе, дается тем же выражением (2.12), в котором теперь, однако, $\varepsilon < 0$. Чтобы увидеть более ясно связь амплитуд в областях $t \leq 0$ и $t > 0$, удобно, как и раньше, рассмотреть упрощенный случай, когда всюду, кроме α_{\pm} , пренебрегается величиной ε

и игнорируется зависимость вычетов от $\ln s$. Тогда при $t \leq 0$

$$T(s, t) \sim (f_1 \pm ig_1 \sqrt{-t}) s^{\alpha_+ / 2} + (f_1 \mp g_1 \sqrt{-t}) s^{\alpha_- / 2}.$$

Здесь верхние знаки соответствуют $\varepsilon < 0$, т. е. полюсам на физическом листе, а нижние — $\varepsilon > 0$, т. е. полюсам на нефизическом листе. Для ширины резонансов в области $t > 0$ имеем:

$$\text{ширина резонанса} \approx \begin{cases} \gamma_-(t) \sim f_1 + g_1 \sqrt{t}, & \varepsilon > 0; \\ \hat{\gamma}_+(t) \sim f_1 + g_1 \sqrt{t}, & \varepsilon < 0, \end{cases}$$

т. е. выражение для ширины не зависит от того, были ли полюса при $t < 0$ на физическом или нефизическом листе, тогда как вычеты для этих случаев при $t < 0$ имеют противоположные фазы.

Таким образом, из сопоставления данных в области резонансов ($t > 0$) и в области рассеяния ($t < 0$) возникает принципиальная возможность определения листа, на котором расположены полюса. Например, если из резонансных данных найдено, что f_1 и g_1 одного знака, а из данных при больших s и $t < 0$ определена отрицательная фаза вычета, это означает, что полюса при $t \leq 0$ лежат на нефизическом листе.

Факторизация. Как уже отмечалось выше, одна из возможностей для записи функции $N(j, t)$ состоит в использовании факторизованной формы. Хотя предположение о факторизации $N(j, t)$ довольно произвольное, оно удобно, поскольку автоматически обеспечивает факторизацию вычетов. (Факторизация возникает, например, в усиленных диаграммах и в полюсном приближении КПМ). Здесь обсудим следствия, которые вытекают из этого предположения.

При $j = \alpha_+$ факторизованную форму $N(j, t)$ удобно записать в виде

$$\begin{aligned} & (\beta_1 + \beta'_1 \sqrt{\alpha_+ - \alpha_c}) (\beta_2 + \beta'_2 \sqrt{\alpha_+ - \alpha_c}) = \\ & = [|\gamma_1| \exp(i\Phi_1)] [|\gamma_2| \exp(i\Phi_2)] = |\gamma_1| |\gamma_2| \exp[i(\Phi_1 + \Phi_2)], \end{aligned}$$

где γ_i, Φ_i — функции только t . Индексы 1, 2 соответствуют вершинам 1 и 2. Аналогично вычет

$$\bar{\gamma}_+ = |\gamma_1| |\gamma_2| \exp[i(\Phi_1 + \Phi_2)] / [1 + \varepsilon / (2 \sqrt{\alpha_+ - \alpha_c})].$$

Знаменатель здесь не зависит от вершин и, следовательно, может быть внесен в числитель, после чего вычет принимает явно факторизованную форму: $|\bar{\gamma}_1| |\bar{\gamma}_2| \exp[i(\bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2)]$. Полная амплитуда

$$T(s, t) = \frac{1}{2} \bar{\gamma}_+(t) \left[1 - \frac{\Phi_+(s, t)}{2 \sqrt{\pi \ln s (\alpha_+ - \alpha_c)}} \right] s^{\alpha_+} + (\text{компл. сопряж.}).$$

Выражение в скобках содержит лишь траекторию и не зависит от вершин и потому может быть также внесено в факторизованную функцию $\bar{\gamma}_+(t)$. Тогда

$$T(s, t) = \frac{1}{2} r_1 r_2 \exp [i (\theta_1 + \theta_2)] s^{\alpha_+} + \frac{1}{2} r_1 r_2 \exp [-i (\theta_1 + \theta_2)] s^{\alpha_-}, \quad (2.13)$$

где теперь r_i и θ_i — функции t и s . Таким образом, каждое из слагаемых в (2.13) имеет факторизованную форму. Следствия такого вида факторизации рассмотрены в следующем разделе.

Модель, рассмотренная в этом разделе, несмотря на специфический характер сделанных предположений, отражает наиболее важные черты, свойственные КПП, и может служить основой для феноменологического анализа. В следующем разделе сравниваются предсказания модели КПП с экспериментом.

3. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

В этом разделе проведено сравнение модели КПП с экспериментом. При этом основное внимание сосредоточено на тех особенностях модели, которые позволяют преодолеть трудности, возникающие в традиционной модели Редже при описании экспериментальных данных.

Наша интуиция относительно комплексных полюсов основывается главным образом на результатах, полученных в конкретных моделях, которые, как мы видели, приводят к различному характеру и положению сингулярностей. Поскольку в настоящее время не можем с уверенностью выбрать из этих моделей какую-то одну, наиболее реалистическую, задача состоит в том, чтобы строить феноменологический анализ на основе, учитывающей наиболее общие свойства амплитуды и в минимальной степени связанной с выбором модели.

В предыдущем разделе выяснили, что влияние разрезов, вне зависимости от конкретного поведения скачка, может быть эффективно учтено с помощью комплексной пары полюсов Редже, причем это заключение не зависит от того, лежат ли полюса на физическом листе или нет. Именно это полюсное приближение (в котором, как правило, также пренебрегают зависимостью вычетов от $\ln s$) обычно и выбирается в качестве основы при анализе экспериментальных данных. В буквальном смысле оно означает, что единственными (или ведущими, существенными в данной области s и t) особенностями парциальной амплитуды являются пары комплексно-сопряженных полюсов на физическом листе j -плоскости. В частном случае такая ситуация действительно может иметь место и тогда выражение (3.1) будет точным (по крайней мере в асимптотической области). Степень пригодности и область применимости полюсного приближения в общем случае при наличии разрезов трудно

определить заранее, поскольку они зависят от величин параметров модели (в частности, от $\text{Im } \alpha(t)$), которые в свою очередь должны быть определены из эксперимента. Как уже говорилось выше, оценки, основанные на типичных величинах $\text{Re } \alpha$ и $\text{Im } \alpha$, найденных из сравнения с опытом, дают для границы области применимости $S_{\text{макс}}$ величину порядка нескольких сот $\Gamma z e^2$. Граница применимости по t также зависит от конкретных свойств $\alpha(t)$ и скачка на разрезе и уменьшается с ростом s , по мере того как область существенных j в интеграле (2.3а) стягивается к $j = \alpha_c$. Интервал t вблизи нуля, где, по предположению, происходит столкновение особенностей, требует, вообще говоря, особого рассмотрения.

Приведем теперь различные формы записи полюсного приближения с учетом сигнатурного фактора:

$$\left. \begin{aligned} T(s, t) &= \bar{\beta}^{\pm} \frac{\mp 1 - \exp(-i\pi\alpha)}{\sin \pi\alpha} (s/s_0)^{\alpha} + \\ &+ (\bar{\beta}^{\pm})^* \frac{\mp 1 - \exp(-i\pi\alpha^*)}{\sin \pi\alpha^*} (s/s_0)^{\alpha^*}; \\ T(s, t) &= \left(\frac{1}{i} \right) \{ \beta^{\pm} \exp(-i\pi\alpha/2) (s/s_0)^{\alpha} + \\ &+ (\beta^{\pm})^* \exp(-i\pi\alpha^*/2) (s/s_0)^{\alpha^*} \}; \\ T(s, t) &= \gamma \left(\frac{1}{i} \right) \left(\frac{-is}{s_1} \right)^{\text{Re } \alpha} \exp(i\varphi) F(\text{Im } \alpha, \ln s/s_1). \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \bar{\beta}^{\pm} &= \mp \beta^{\pm} \left\{ \begin{array}{l} \sin \pi\alpha/2, \\ \cos \pi\alpha/2; \end{array} \right\} \\ F &= 2 \text{ch}^2(\pi \text{Im } \alpha/2) - \sin^2(\text{Im } \alpha \ln s/s_1); \\ \varphi &= \text{arctg} \left(\text{th } \frac{\pi}{2} \text{Im } \alpha \cdot \text{tg } \text{Im } \alpha \ln s/s_1 \right) \end{aligned} \right\}$$

и шкальный фактор s_1 выбран таким образом, что $\text{Im } \alpha \ln(s_0/s_1) = \arg \beta$ и вычит $\bar{\gamma} = |\beta| (s_1/s_0)^{\text{Re } \alpha}$ — действительные величины. Как и в обычной модели Редже, траектории и вычеты полюсов — неизвестные функции t , которые находятся из сравнения с экспериментом. Для уменьшения произвола, содержащегося в (3.4), часто используются различные дополнительные предположения (экстраполяция $\text{Re } \alpha(t)$ в область частиц, факторизация, обменное вырождение, симметрии для вершин и т. п.), аналогичные тем, которые используются для реальных полюсов.

КПР и правила сумм. Существенные ограничения на модель могут быть получены также с помощью правил сумм, которые име-

ют в данном случае следующий вид [24—27]:

$$\int_0^N v^n \operatorname{Im} T^\pm(v, t) dv = 2 \operatorname{Re} \left\{ \bar{\beta}^\pm \frac{N^{\alpha+n+1}}{\alpha+n+1} \right\}$$

конечноэнергетические правила сумм;

$$\int_0^N \frac{\operatorname{Re}}{\operatorname{Im}} (gF^\pm) dv = 2 \operatorname{Re} \left\{ \beta^\pm N^\alpha \times \right. \\ \left. \times \left[C \frac{\sin \frac{\pi}{2} (\alpha + \delta + 1)}{\alpha + \delta + 1} + C^* \frac{\sin \frac{\pi}{2} (\alpha + \delta^* + 1)}{\alpha + \delta^* + 1} \right] \right\}; \\ g = \frac{C}{N} \left(\frac{v}{N} \right)^\delta \exp(-i\pi\delta/2) + \frac{C^*}{N} \left(\frac{v}{N} \right)^{\delta^*} \exp(-i\pi\delta^*/2)$$

моментнонепрерывные правила сумм.

Здесь C и δ комплексные. При $C = 1/2$ и δ действительном

$$\int_0^N \frac{\operatorname{Re}}{\operatorname{Im}} [F^\pm v^\delta \exp(-i\pi\delta/2)] dv = 2 \operatorname{Re} \left\{ \beta^\pm N^{\alpha+\delta+1} \frac{\sin \frac{\pi}{2} (\alpha + \delta + 1)}{\alpha + \delta + 1} \right\} = \\ = \frac{2|\beta| N^{\operatorname{Re} \alpha + \delta + 1}}{\sqrt{(\operatorname{Re} \alpha + \delta + 1)^2 + (\operatorname{Im} \alpha)^2}} \times \\ \times \left[\sin^2 \frac{\pi}{2} (\operatorname{Re} \alpha + \delta + 1) + \operatorname{sh}^2 \left(\frac{\pi}{2} \operatorname{Im} \alpha \right) \right]^{1/2} \cos \psi; \\ \psi = \Phi_\beta + \operatorname{Im} \alpha \ln N + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{th} \left(\frac{\pi}{2} \operatorname{Im} \alpha \right)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (\operatorname{Re} \alpha + \delta + 1)} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \alpha}{\operatorname{Re} \alpha + \delta + 1}.$$

Заметим, что условие обращения в нуль при $\delta = \delta_1$ и δ_2 правой части правил сумм приводит к уравнению

$$\frac{\operatorname{Im} \alpha (\delta_2 - \delta_1)}{(\operatorname{Re} \alpha + \delta_2 + 1) (\operatorname{Re} \alpha + \delta + 1) + (\operatorname{Im} \alpha)^2} = \\ = \frac{\operatorname{th} \frac{\pi}{2} \operatorname{Im} \alpha \left[\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (\operatorname{Re} \alpha + \delta_1 + 1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (\operatorname{Re} \alpha + \delta_2 + 1) \right]}{\operatorname{th}^2 \left(\frac{\pi}{2} \operatorname{Im} \alpha \right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (\operatorname{Re} \alpha + \delta_2 + 1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (\operatorname{Re} \alpha + \delta_1 + 1)},$$

которое может быть использовано для нахождения величины $\operatorname{Im} \alpha$ по нулям δ_i [24, 25]. В тех случаях, когда фазовый анализ при

низких энергиях ($E \lesssim 2-5 \Gamma_{\text{э}}$) позволяет вычислить левые части, правила сумм, как и в случае реальных полюсов, дают возможность определить траектории и вычеты комплексных полюсов непосредственно из низкоэнергетических данных. Принципиальное отличие состоит в том, что при этом одновременно с вкладом полюсов учитывается также вклад разрезов [28]. Здесь важно отметить, что применение правил сумм к обычным моделям *, учитывающим разрезы, встречает существенные трудности. В этом случае правила сумм содержат различные свертки с $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ под знаком интеграла. [Напомним (см. разд. 2), что простое асимптотическое представление для вклада разреза $s^\alpha (\ln s)^{-\nu}$ непригодно в области умеренных энергий.] В качестве примера приведем правила сумм для модели многократного рассеяния (для простоты учтем лишь двойное рассеяние [30]):

$$\int_0^N dv v^n \operatorname{Im} T_{fi}(v, t) \sim \sum_j \beta_j \frac{N^{\alpha_j+n+1}}{\alpha_j+n+1} + (16\pi^2)^{-1} \int_0^N \frac{v^n dv}{k(v) \sqrt{s v}} \times \\ \times \int d^2 q' \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_n R_{fn}(v, -|\mathbf{q}'|^2) R_{ni}(v, -|\mathbf{q}-\mathbf{q}'|^2) \right\}, \quad (3.2)$$

где

$$R_{fi}(v, t) = \sum_{(i \rightarrow f)} \beta_j(t) \left\{ i - \operatorname{ctg} \left[\frac{1}{2} - \left(\alpha_j + \frac{1}{2}(1 - \sigma_j) \right) \right] \right\} v^{\alpha_j(t)};$$

σ_j — сигнатура и $t = -|\mathbf{q}|^2$. Поскольку не ясно, какая часть резонансов дуальна полюсам, а какая — разрезам, из уравнения (3.2) уже невозможно определить функции $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ прямо «по точкам», как в случае полюсов. Вместо простой связи получаем зацепленную систему уравнений, включающую различные каналы. В случае модели (3.1) этих трудностей нет и амплитуда, описывающая область высоких энергий, может быть построена из данных по области низких энергий. Точность такого описания, разумеется, зависит от точности низкоэнергетических данных и области, где они известны. Как показывают расчеты [24, 31, 32], существующие в настоящее время опытные данные в ряде случаев позволяют получить таким способом удовлетворительное описание области высоких энергий. (Ссылки на экспериментальные данные, использованные в настоящем обзоре, можно найти в оригинальных работах по КНР, приведенных в списке литературы.)

* Здесь не обсуждаем других трудностей, связанных с этими моделями, которые были обнаружены при сопоставлении их с экспериментальными данными [29].

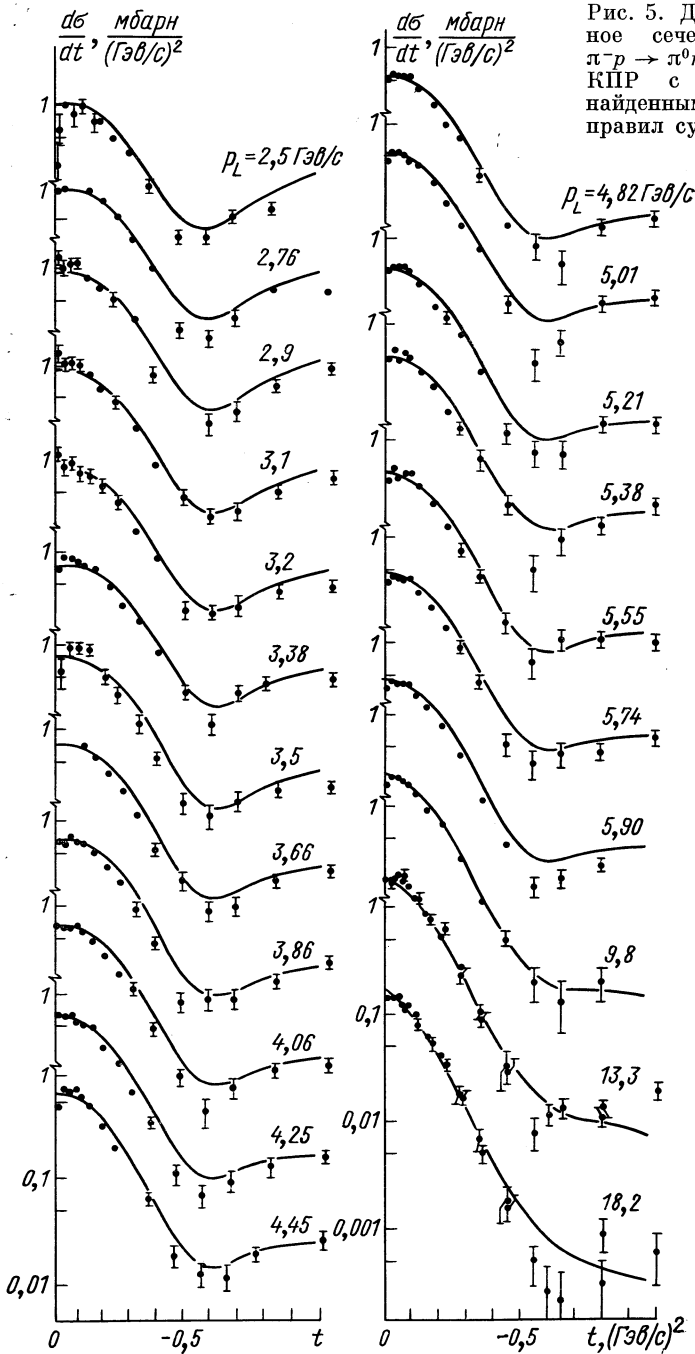


Рис. 5. Дифференциальное сечение процесса $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$ в модели КИР с параметрами, найденными с помощью правил сумм [24].

На рис. 5 и 6, взятых из работ [24] и [32], изображены дифференциальные сечения реакций $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$ и $\pi^-p \rightarrow \eta n$, построенные с помощью полюсного приближения (3.1) для вкладов ρ - и A_2 -полюсов, в котором все параметры были найдены из правил сумм.

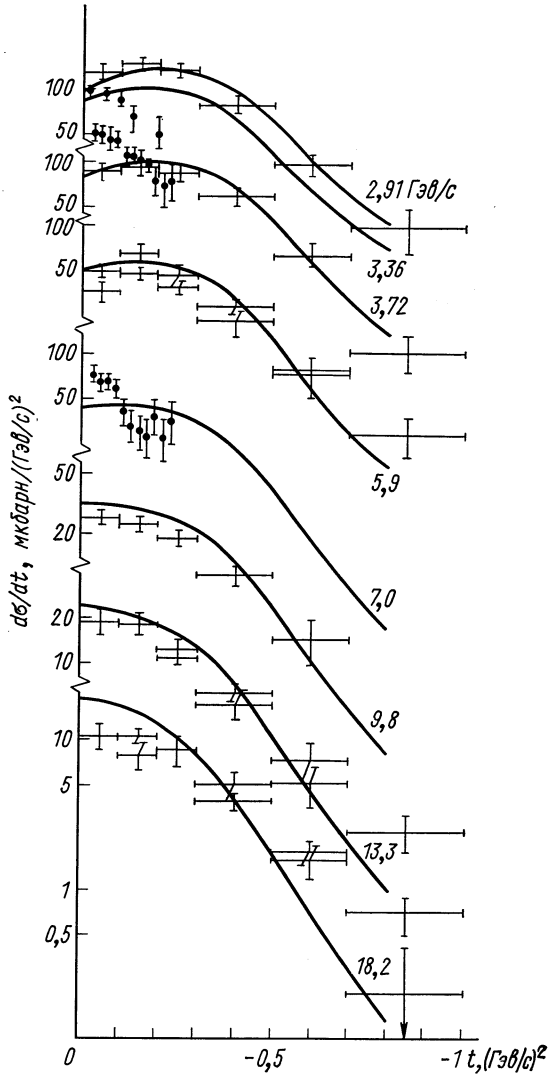


Рис. 6. Дифференциальное сечение процесса $\pi^-p \rightarrow \eta n$ в модели КИР с параметрами, найденными с помощью правил сумм [32].

Видно, что имеет место хорошее согласие с экспериментом. Рис. 7 изображает поляризацию в реакцию $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$, вычисленную тем же способом [28] (кривая 1). Согласие с данными здесь не столь очевидное, тем не менее ясно видно, что основные качественные черты

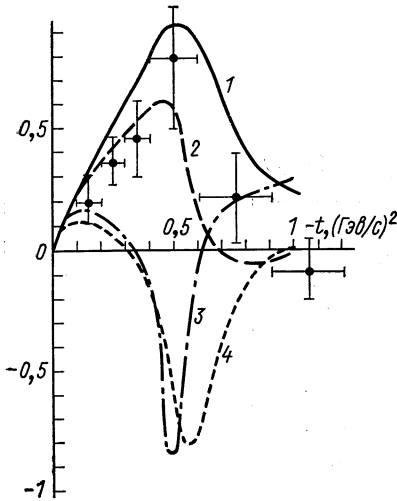


Рис. 7. Поляризация в реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$.

экспериментальных данных отражены. Для сравнения на том же рисунке приведены результаты расчетов, основанных на моделях «слабых» и «сильных» разрезов (кривые 3 и 4), которые, как легко видеть, находятся в противоречии с экспериментальными данными. Описание, основанное на правилах сумм, может быть улучшено последующей подгонкой к данным при высоких энергиях. Так, кривая 2 на рис. 7 получена [27] в результате совместного использования правил сумм (т. е. низкоэнергетических данных) и данных при высоких энергиях.

Полусное приближение в сочетании с правилами сумм использовалось также при анализе процессов фоторождения π^+ -мезонов [33] и комптоновского рассеяния на нуклонах [34]. В последнем

случае наличие дополнительных степеней свободы, связанных с комплексностью полюсов, дает возможность для хорошего описания экспериментальных данных (рис. 8) и одновременно насыщения правил сумм с фиксированным полюсом при различных величинах его вычета или даже без введения фиксированного полюса* (в случае, если он по каким-либо причинам запрещен). Точно также удастся устранить противоречие при переходе от реальных к виртуальным фотонам и согласовать знаки и величины вычетов фиксированного полюса при $q^2 = 0$ и $q^2 \neq 0$.

Комплексные полюса и дуально-абсорбтивная модель. При феноменологическом описании бинарных реакций принято выделять две основные компоненты амплитуды рассеяния. Одна из них,

* Правила сумм в предположении, что асимптотика определяется реальными полюсами P , f и A_2 требуют присутствия в амплитуде комптон-эффекта ($q^2 = 0$) фиксированного полюса с $\alpha = 0$ и вычетом ≈ -3 мкбарн·Гэв [35]. Для виртуального комптон-эффекта ($q^2 \neq 0$) в тех же предположениях правила сумм приводят к противоположному знаку вычета фиксированного полюса [36]. В то же время существуют аргументы в пользу независимости вычета от величины q^2 [37].

связанная с дифракционным рассеянием, рассмотрена в конце этого раздела. Другую, недифракционную часть, рассмотрим сейчас. Покажем, что полюсное приближение простым и экономным способом описывает все основные черты недифракционной части

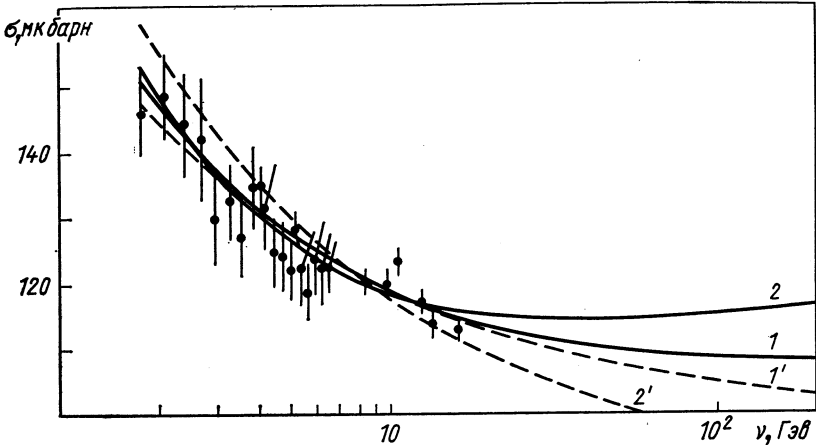


Рис. 8. Полное сечение фотопоглощения $\sigma_{tot}(\gamma p)$ в модели КНР [34] с $\text{Im } \alpha_f(0) = 0,3$ и вычетом фиксированного полюса $C_0 = -3$ (1) и $C_0 = 0$ (2).

Кривые 1' и 2' соответствуют тем же значениям C_0 в случае реальных полюсов.

амплитуды, обнаруженные на опыте. Эти черты были систематизированы Харари [38] на основе дуальности и «абсорбтивной картины» рассеяния в виде следующих простых ограничений, которым должны удовлетворять * недифракционные амплитуды, связанные с векторными и тензорными обменами:

$$\left. \begin{aligned} \text{Im } T_{\Delta\lambda} &\sim s^{\alpha_0} J_{\Delta\lambda}(R\sqrt{-t}); \\ \text{Re } T_{\Delta\lambda}^{\pm} &\sim s^{\alpha_0} \begin{pmatrix} -\text{ctg } \pi\alpha_0/2 \\ \text{tg } \pi\alpha_0/2 \end{pmatrix} J_{\lambda}(R\sqrt{-t}). \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Здесь $\Delta\lambda = 0,1$ — изменение спиральности в s -канале, $J_{\Delta\lambda}(x)$ — функция Бесселя и $R \approx 1$ ферми — радиус сильных взаимодействий. Как показывает анализ [29], традиционные модели «слабых» и «сильных» разрезов не удовлетворяют этим требованиям. Наоборот, модель КНР может быть легко с ними согласована [28]. Чтобы показать это, удобно воспользоваться реджезованными s -канальными спиральными амплитудами $T_{\Delta\lambda}$ [39]. В соответствии

* Речь идет, конечно, об отражении основных качественных черт функций Бесселя, в особенности первых нулей, минимумов и максимумов в области малых $|t|$.

с обычной параметризацией вычетов $\bar{\beta} = C \exp(Dt)$ в полюсном приближении будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} T_{\Delta\lambda} &\sim (\sqrt{-t})^{\Delta\lambda} \operatorname{Re}(\bar{\beta}v^\alpha) = \\ &= (\sqrt{-t})^{\Delta\lambda} |C| v^{\operatorname{Re} \alpha} \exp(t \operatorname{Re} D) \times \\ &\times \cos(\arg C + \operatorname{Im} \alpha \ln v + t \operatorname{Im} D); \\ \operatorname{Re} T_1^\pm &\sim \sqrt{-t} \operatorname{Re} \left\{ \begin{pmatrix} -\operatorname{ctg} \pi\alpha/2 \\ \operatorname{tg} \pi\alpha/2 \end{pmatrix} \bar{\beta}v^\alpha \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Наличие падающей с t экспоненты и косинуса, зависящего от t , позволяет воспроизвести характерные для функций Бесселя затухающие осцилляции*. Параметры $\arg C$ и $\operatorname{Im} D$ можно фиксировать, исходя из первых нулей функций J_0 и J_1 : $t_0 = 0,23$, $t'_0 = -1,22$, $t_1 = -0,59$ и $t'_1 = -1,97$. Выбирая $\operatorname{Im} D_0 \sim \pi$, $\arg C_0 \sim \pi/2$, $\operatorname{Im} D_1 \sim 3\pi/4$ и $\arg C_1 \sim -\pi/3$, можно удовлетворить условиям (3.3) (рис. 9). Интересно заметить, что амплитуды, полученные для реакции $\pi^- p \sim \pi^0 n$ с помощью полюсного приближения и правил сумм [24, 28], хорошо воспроизводят свойства (3.3) (рис. 10).

Связь КИР с дуально-абсорбтивной моделью можно получить и другим способом [40]. Рассмотрим $\Delta\lambda = 0$ и предположим, что радиус в (3.3) имеет малую логарифмическую добавку $R = R_0 \pm \pm R_1 \ln s$ ($R_0 \gg R_1$). С помощью интегрального представления функций Бесселя, можно переписать (3.3) в следующем виде:

$$\operatorname{Im} T_0 = \frac{s^\alpha}{\pi} \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} \times$$

$$\times [\exp(-i R_0 \sqrt{-t} u) \exp(\mp i R_1 \sqrt{-t} \ln su) + \text{компл. сопряж.}]. \quad (3.5)$$

Учитывая малость R_1 , вынесем при некотором $R_0 u = \bar{R}_0$ вторую экспоненту, меняющуюся медленно по сравнению с первой, и приведем к виду (3.1), где

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \operatorname{Re} \alpha; \quad \pm \bar{R}_0 \sqrt{-t} = \operatorname{Im} \alpha; \\ \beta &= [J_0(R \sqrt{-t}) \pm i H_0(R_0 \sqrt{-t})]/2, \end{aligned}$$

т. е. $\operatorname{Im} \beta$ оказалась выраженной через функцию Струве $H_0(x)$.

* Возможна и другая параметризация, явно учитывающая особенность $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ в точке столкновения (например, $D \sqrt{-t}$) и приводящая к аналогичному поведению $T_{\Delta\lambda}$.

Учесть малость R_1 можно и несколько иначе, а именно, разлагая $J_0 [(R_0 \pm R_1 \ln s) \sqrt{-t}]$ в окрестности $R_0 \sqrt{-t}$ и сравнивая с (3.1) в пределе $\pm R_1 \sqrt{-t} = \text{Im } \alpha \rightarrow 0$. Тогда получим

$$\text{Re } \beta = J_0 (R_0 \sqrt{-t}); \quad \text{Im } \beta = \pm J_1 (R_0 \sqrt{-t}),$$

т. е.

$$\varphi = \pm \text{arctg } \frac{J_0 (R_0 \sqrt{-t})}{J_1 (R_0 \sqrt{-t})}.$$

Связь КНР с функциями Бесселя рассмотрена также в работе [40а].

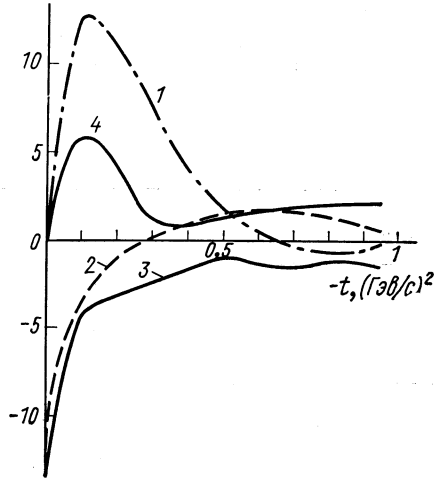
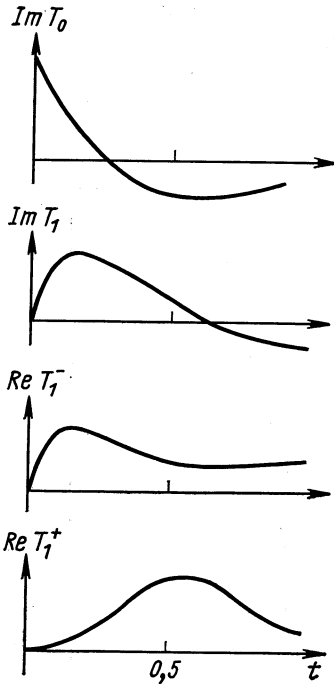


Рис. 10. Амплитуды процесса $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ при $p_\pi = 6 \text{ ГэВ}/c$ [28]:
1 — $\text{Im } T_1$; 2 — $\text{Im } T_0$; 3 — $\text{Re } T_0$; 4 — $\text{Re } T_1$

Рис. 9. Характерное поведение амплитуд в модели КНР.

Реальная часть траектории. Обычно в феноменологических приложениях модели Редже предполагается, что траектория $\alpha(t)$ линейна в области $t \leq 0$. Существенной чертой модели комплексных полюсов является учет мнимой части траектории. Предполагая, что $\alpha(t)$ при больших t растет не быстрее t , можно написать следующее дисперсионное соотношение для $\alpha(t)$:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{t_1} + \int_{t_0}^{\infty} \frac{\text{Im } \alpha(t') dt'}{t'^2 (t' - t)}, \quad (3.6)$$

из которого видно, что $\text{Re } \alpha(t)$ имеет, вообще говоря, кривизну, связанную с вкладом интеграла. Однако легко привести примеры траекторий $\alpha(t)$ с нужными аналитическими свойствами, имеющихся при $t < 0$ линейную реальную часть. Так, для

$$\alpha(t) = a + bt + C\sqrt{t(t_0 - t)}$$

$\text{Im } \alpha(t) \neq 0$ при $t < 0$ и $t > t_0$ и в то же время $\text{Re } \alpha(t)$ линейна в этих же областях.

Как показывает сравнение с опытом, $\text{Im } \alpha(t)$ мало ($\sim 0,1 \div 0,3$). Поэтому можно ожидать, что вклад интеграла в (3.6) не велик и $\text{Re } \alpha(t)$ с хорошей точностью — линейная функция t . При этом в большинстве случаев согласие с экспериментом получается при значениях $\text{Re } \alpha(t)$ близких к «старым» значениям траекторий, полученным в модели с реальными полюсами (см. таблицу).

Т а б л и ц а

Процесс	Обмен	Траектории	Литература
---------	-------	------------	------------

Зарядовый обмен

$\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$	ρ	$\alpha_\rho = \alpha_0(t) \equiv 0,55 + t + \frac{i}{2} \sqrt{t(t - 4\mu^2\pi)}$	[24]
		$0,56 + 1,09t + i 0,065 \sqrt{-t}$	[27]
		$0,57 + 0,91t + i 0,26 \sqrt{-t}$	[42]
		$\alpha_\rho(0) = 0,4 + i 0,3$	[46]
		$\left. \begin{matrix} (a) 0,53 + 1,02t + i 0,2 \sqrt{-t} \\ (б) 0,50 + 0,95t + i 0,088 \end{matrix} \right\}$	[64]
$\pi^- p \rightarrow \eta n$	A_2	$\alpha_{A_2} = \alpha_0(t)$	[32]
$\left. \begin{matrix} K^- p \rightarrow \bar{K}^0 n \\ K_n^+ \rightarrow K^0 p \end{matrix} \right\}$	$\rho \pm A_2$	$0,48 + 0,8t + i 0,39 \sqrt{-t}$	[42]
		$\alpha_\rho = \alpha_{A_2} = \alpha_0(t)$	[41]
		$\left. \begin{matrix} \alpha_\rho = 0,57 + 0,91t + i 0,26 \sqrt{-t} \\ \alpha_{A_2} = 0,48 + 0,8t + i 0,39 \sqrt{-t} \end{matrix} \right\}$	[42]
		$\alpha_\rho = 0,57 + 0,96t + i \frac{0,274}{1,14 - t}$	[65]

Гиперзарядовый обмен

$\left. \begin{matrix} K^- p \rightarrow \pi^- \Sigma^+ \\ \pi^+ p \rightarrow K^+ \Sigma^+ \\ K^- n \rightarrow \pi^- \Lambda \\ \pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda \end{matrix} \right\}$	K^*, K^{**}	$\alpha_{K^*} = \alpha_{K^{**}} = \left\{ \begin{matrix} (a) 0,4 + t + i 0,6 \sqrt{-t} \\ (б) 0,4 + t + i 0,2(1 - 2t) \end{matrix} \right.$	[49]
			[50]

Продолжение таблицы

Процесс	Обмен	Траектории	Литература
<i>Барионный обмен</i>			
$\pi^\pm p \rightarrow p\pi^\pm$	N_α, Δ_δ	—	[9]
$\pi^- p \rightarrow n\pi_0$		$\alpha_{1,2} = \alpha_0 + 2\beta^2 \pm 2\beta(\beta^2 + \alpha_0 - \alpha_c)^{1/2}$ $\alpha_0 = a + bW; \beta = dW$ $a \quad b, \Gamma_{\pi p}^{-1} \quad d, \Gamma_{\pi n}^{-1} \quad \alpha_c$ $N_\alpha \quad -0,41 \quad -0,04 \quad 0,56 \quad -0,45$ $\Delta_\delta \quad 0,08 \quad 0,04 \quad 0,46 \quad 0,14$	[51]
<i>Упругие процессы</i>			
$\pi^\pm p \rightarrow \pi^\pm p$	$P + f + \rho$	$\alpha_P = 1 + 0,3t$ $\alpha_f = 0,55 + 0,86t + i0,3$ $\alpha_\rho = \alpha_0(t)$ $\alpha_P = 1 + 0,18t$ (a) $\alpha_f = 0,52 + 0,96t + i0,2\sqrt{-t}$ $\alpha_\rho = 0,57 + 0,90t + i0,16\sqrt{-t}$ $\alpha_P = 1 + 0,03t + i0,13\sqrt{-t}$ (б) $\alpha_f = 0,50 + 0,91t + i0,13\sqrt{-t}$ $\alpha_\rho = 0,57 + 0,88t + i0,16\sqrt{-t}$	[31]
$pp \rightarrow pp$	$P + \text{вторичные}$	$\text{Im } \alpha_f(0) = 0,44$ (a) $\alpha_P(0) = 1 \quad \alpha_{\bar{P}}(0) = 1 + i0,66$ (б) $\text{Im } \alpha_{\bar{P}}(0) = 0$ (двойной плюс)	[68]
$K^\pm p \rightarrow K^\pm p$	$P + \text{вторичные}$	$\alpha_0 \text{ вторичн.} = 0,5$ $\alpha_P(0) = 1$ $\text{Im } \alpha_\omega(0) = \text{Im } \alpha_f(0) = 0,44$	[21]
$K_\perp^0 p \rightarrow K_\perp^0 p$	ρ, ω	$\text{Im } \alpha_\omega(0) = 0,44$	[22]
<i>Электромагнитные процессы</i>			
$\gamma p \rightarrow \pi^0 p$	ρ, ω	$\alpha_\rho = \alpha_0(t); \alpha_\omega = 0,55 + t + i0,3$ $\text{Im } \alpha_\omega \sim 0,3$	[67]
$\gamma p \rightarrow \eta p$	ρ, ω	$\alpha_\rho = \alpha_0(t)$ $\text{Im } \alpha_\rho = 0,3$	[45]
$\gamma N \rightarrow \pi^\pm N$	π, ρ, A_2	$\alpha_\pi = -0,022 + t + i0,5$ $\alpha_\rho = \alpha_{A_2} = \alpha_0(t)$ (a) $\alpha_\pi = -0,025 + 1,25t + i1,04$ $\alpha_{A_2} = 0,56 + t$ (б) $\alpha_\pi = -0,02 + t + i1,03$ $\alpha_{A_2} = 0,25 + t$	[48]
$\gamma N \rightarrow \gamma N$	P, f, A_2	$\text{Im } \alpha_f(0) = \text{Im } \alpha_{A_2}(0) = 0,3$	[43]
			[33]
			[43]
			[43]
			[34]

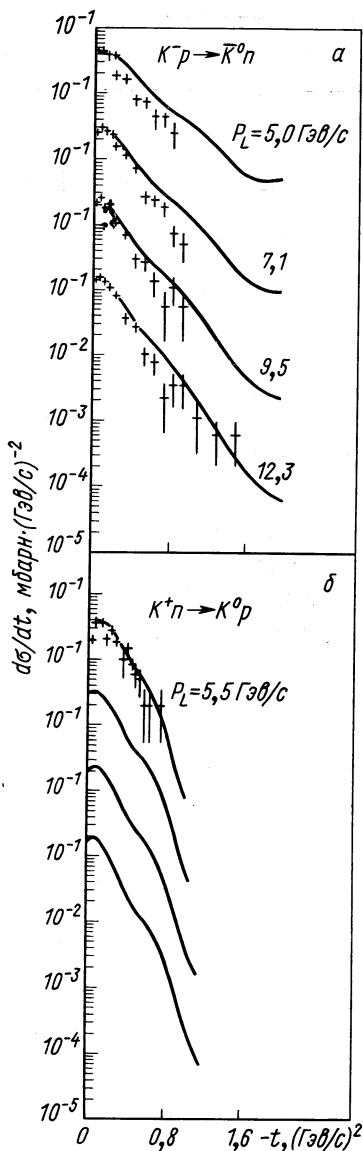


Рис. 11. Дифференциальные сечения процессов $K^-p \rightarrow K^0n$ и $K^+n \rightarrow K^0p$ [42].

Факторизация эффективных вычетов. Для комплексных полюсов Редже, точно так же как и для реальных, в силу условия унитарности имеют место свойства универсальности траекторий (т. е. независимости их от внешних частиц) и факторизации (комплексных) вычетов. Эти свойства сохраняются (см. разд. 2) и при учете разрезов, если амплитуда записана в полном приближении. В этом случае эффективные вычеты могут быть выражены в виде произведения комплексных «вершинных функций»:

$$\gamma_{12} = \gamma_1 \gamma_2, \quad \gamma_i = |\gamma_i| \exp(i\theta_i).$$

Эта «обобщенная» факторизация отличается от обычной, поскольку

$$|T_{ij}|^2 \sim (|\gamma_i| |\gamma_j|)^2 (1 - G_{ij}).$$

Величина G_{ij} , характеризующая отклонение от точной факторизации, связанное с комплексностью полюсов, имеет вид:

$$G_{ij} = \sin^2(\theta_i + \theta_j + \text{Im } \alpha \ln s) - \text{sh}^2(\pi \text{Im } \alpha/2).$$

Видно, что точная факторизация имеет место лишь при переходе к реальным полюсам $\theta_i = \theta_j = \text{Im } \alpha = 0$ *.

Анализ реакций перезарядки $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$, $\pi^-p \rightarrow \eta n$, $K^+n \rightarrow K^0p$ и $K^-p \rightarrow \bar{K}^0n$ [25, 41, 42] показал, что существующие экспериментальные данные не противоречат предположению об «обобщенной» факторизации. Степень согласия с экспериментом видна из рис. 11, изображающего сече-

* Если ведущей особенностью является реальный полюс или точка ветвления, точная факторизация будет иметь место также в пределе $s \rightarrow \infty$ [11].

ния реакций $K^-p \rightarrow \bar{K}^0n$ и $K^+n \rightarrow K^0p$, вычисленные в модели КНР. При этом вычеты были найдены [42] в предположении факторизации и $SU(3)$ -симметрии для вершин через вычеты ρ - и A_2 -траекторий, полученные из анализа реакций $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$ и $\pi^-p \rightarrow \eta n$. Одним из следствий отклонения от точной факторизации может быть различие в положении нулей (crossover — нули) в различных реакциях, определяемых одним и тем же обменом [19].

Нули мнимой части амплитуды. Как известно, дифференциальные сечения рассеяния π^+p и π^-p , K^+p и K^-p , pp и $p\bar{p}$ пересекаются при $t \sim -0,15 \div -0,2$ ($\text{Гэв}^2/c^2$). Разность сечений этих пар связана с интерференцией обменов четной и нечетной сигнатуры. Поскольку обмены четной сигнатуры определяются главным образом обменом помероном, являются преимущественно мнимыми и не изменяют спиральности, условие обращения в нуль разности сечений эквивалентно условию исчезновения мнимой части амплитуды без изменения спиральности, связанной с обменом нечетной сигнатуры. В модели Редже с реальными полюсами этот эффект достигается из-за нуля вычета в точке пересечения либо вследствие взаимного сокращения вкладов полюса и разреза. При этом точка пересечения t_c не зависит от s либо движется в сторону $t = 0$ с ростом s .

В случае КНР фаза амплитуды определяется не только траекторией, но и фазой вычета φ . Это дает возможность с помощью выбора φ добиться обращения в нуль мнимой части амплитуды

$$\text{Im } T = 2 \text{Re } (\bar{\beta}s^\alpha) = 2 |\bar{\beta}| s^{\text{Re } \alpha} \cos(\bar{\varphi} + \text{Im } \alpha \ln s)$$

при условии, что $\text{Re } T \neq 0$, и таким образом избежать противоречия с факторизацией, которое возникает в случае реальных полюсов [20]. Учитывая, что фаза амплитуды нечетной сигнатуры без переворота спина при $t \approx 0$ равна $\sim \pi/4$, легко убедиться, что в этом случае t_c будет двигаться в сторону больших $|t|$ с ростом s [26].

Смешивание по четности. Разрез, эффективно учитываемый полюсным приближением, может вносить вклад в амплитуды различной (натуральной и ненатуральной) четности. Это означает, что в рассматриваемой модели наряду с парой α , α^* может существовать пара $\bar{\alpha}$, $\bar{\alpha}^*$, соответствующая обмену противоположной четности [25]. Однако в общем случае такое «смешивание по четности» не обязательно имеет место. Так, комплексные полюса, возникающие в квазиполюсной модели [41], в результате «усиления» [45] или при столкновении реальных полюсов обладают определенной «натуральностью». Кроме того, если эффект разреза не велик (т. е. КНР незначительно отличаются от реальных полюсов, $\text{Im } \alpha$ и $\arg \beta$ малы), то независимо от модели с достаточно хорошей точностью можно считать, что смешивания по четности не происходит.

Проблема смешивания по четности в связи с конспирацией в реакции фоторождения $\gamma N \rightarrow \pi^\pm N$ обсуждалась в работах [33, 43]. Было обнаружено, что мнимая часть π -мезонной траектории необычно большая ($0,5 \div 1$). Это означает, что вклад разреза здесь очень велик. При этом как раз для π -мезонного обмена необходимо удовлетворить условиям конспирации, что и делается в работах [33, 43] с помощью комплексного партнера $\bar{\alpha}_\pi$ — отражающего факт смешивания по четности.

Осцилляции. Выражение (3.1) при $\text{Im } \alpha \neq 0$ приводит к осцилляциям с энергией реальной и мнимой частей амплитуды и сечения:

$$\text{Im } T \sim 2 |\bar{\beta}| s^{\text{Re } \alpha} \cos(\bar{\varphi} + \text{Im } \alpha \ln s);$$

$$\text{Re } T \sim \text{Re} \left\{ \bar{\beta} s^\alpha \begin{pmatrix} -\text{ctg } \pi\alpha/2 \\ \text{tg } \pi\alpha/2 \end{pmatrix} \right\};$$

$$d\sigma/dt \sim |\bar{\beta}|^2 s^{2 \text{Re } \alpha - 2} [\cos^2(\bar{\varphi} + \text{Im } \alpha \ln s) + \text{sh}^2((\pi/2) \text{Im } \alpha)].$$

Эти осцилляции имеют реальный смысл лишь в том случае, если комплексные полюса лежат на физическом листе. Если полюса расположены на нефизическом листе, осцилляции не возникают, а приближение (3.1) теряет смысл при больших энергиях. Заметим, что при малых $\text{Im } \alpha$ осцилляции имеют очень большой период по $\ln s$. При больших значениях $\text{Im } \alpha$ относительный вклад осциллирующей части в сечении мал. В обоих случаях экспериментальное обнаружение осцилляций затруднено. Оптимальное значение $\text{Im } \alpha$, когда осцилляции наиболее заметны, составляет $\sim 0,5$.

Отметим также, что комплексные полюса не дают осцилляций в $d\sigma/dt$ в случае барионного обмена [44]. Это связано с тем, что комплексность α в данном случае зацеплена за спиновую структуру, так, что при суммировании спиральных амплитуд не возникает интерференции между сопряженными полюсами. Одно из интересных проявлений осцилляций может быть связано с наблюдавшейся для некоторых реакций «нереджевской» зависимостью сечения от энергии. Поясним это следующими примерами.

Хорошо известно, что одной из основных трудностей при описании фоторождения псевдоскалярных мезонов на нуклонах является энергетическая зависимость сечения. Рассмотрим для определенности реакцию $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$. Экспериментальные данные приводят к значениям эффективной траектории $\alpha_{\omega\phi}(t) \approx 0,18 \pm \pm 0,26t$, что не удается совместить с обычно предполагаемыми значениями $\alpha_{\omega, \rho}(t) \approx 0,55 + t$ и $\alpha_B(t) \approx -0,30 + t$ траекторий ω^- , ρ - и B -полюсов, определяющих поведение амплитуды фоторождения при высоких энергиях. В модели КИР эта проблема легко решается [45]. Предположим для простоты, что из четырех спиральных амплитуд, описывающих процесс $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$, существенна лишь одна $\tilde{f}_{1/2, 1/2, 1, 0}$, и будем пренебрегать всеми вкладами,

кроме ω -обмена. Тогда

$$-\frac{2}{k_t \sqrt{t}} \bar{f}_{1/2, 1/2, 1, 0}^+ = 2m \frac{i}{s} \times \\ \times [As^\alpha \exp(-i\pi\alpha/2) + A^*s^{\alpha^*} \exp(-i\pi\alpha^*/2)],$$

где $A = \alpha a \exp(i\varphi)$, a и φ — действительные числа. В этом случае сечение фоторождения

$$\frac{d\sigma}{dt} \simeq 2\pi t s^{2(\operatorname{Re} \alpha - 1)} a^2 |\alpha|^2 \times \\ \times \left\{ \operatorname{ch} \pi \operatorname{Im} \alpha + \cos \left(2\varphi + 2 \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \alpha}{\operatorname{Re} \alpha} + 2 \operatorname{Im} \alpha \ln s \right) \right\}. \quad (3.7)$$

В модели действительных полюсов ($\operatorname{Im} \alpha = 0$) выражение в фигурной скобке обращается в единицу и (3.7) приводит к $\alpha_{\text{эф}}(t) = \operatorname{Re} \alpha(t) = 0,55 + t$. При $\operatorname{Im} \alpha \neq 0$ наличие s в аргументе косинуса дает дополнительную к $s^{2(\operatorname{Re} \alpha - 1)}$ s -зависимость, которая может обеспечить необходимое снижение эффективной траектории в том случае, если косинус — убывающая функция s . Такое поведение можно получить с помощью надлежащего выбора начальной фазы φ . Согласно с экспериментом иллюстрирует рис. 12, взятый из работы [45], где показаны дифференциальные сечения, вычисленные при $\operatorname{Re} \alpha = 0,55 + t$, $\operatorname{Im} \alpha = 0,3$ и $\varphi = -0,6$.

Другим примером использования дополнительной s -зависимости, содержащейся в (3.1), является объяснение [46] различия эффективных траекторий, определяющих поведение $\Delta\sigma \equiv \sigma(\pi^- p) - \sigma(\pi^+ p)$ и $(d\sigma/dt)(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n)$. В рамках модели Редже обе величины определяются ρ -обменом. В то же время измерения $\Delta\sigma$ приводят к $\alpha_{\text{эф}}^{\Delta\sigma}(0) = 0,67 \pm 0,06$, тогда как из $d\sigma/dt$ следует $\alpha_{\text{эф}}^{d\sigma/dt}(0) = 0,58 \pm 0,02$. Такое различие можно объяснить,

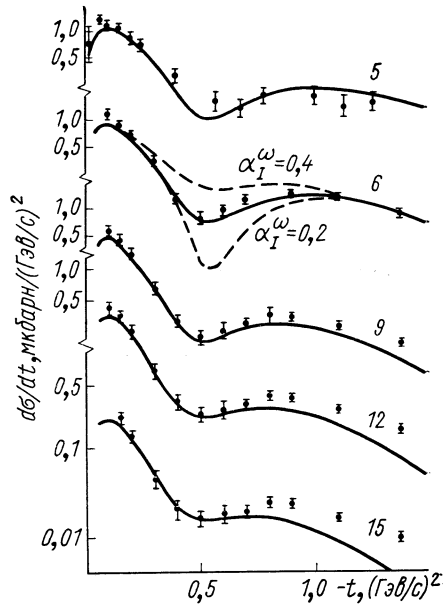


Рис. 12. Дифференциальное сечение процесса $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ [45].

если предположить, что мнимая часть ρ -мезонной траектории отлична от нуля при $t = 0$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma &= 4 |\beta| s^{\operatorname{Re} \alpha - 1} \left(\operatorname{sh}^2 \frac{\pi \operatorname{Im} \alpha}{2} + \cos^2 \frac{\pi \operatorname{Re} \alpha}{2} \right)^{1/2} \times \\ &\quad \times \cos(\varphi - \psi + \operatorname{Im} \alpha \ln s); \\ \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{t=0} &= \frac{1}{2\pi} |\beta|^2 s^{2 \operatorname{Re} \alpha - 2} \times \\ &\quad \times \left[\operatorname{sh}^2 \frac{\pi \operatorname{Im} \alpha}{2} + \cos^2(\varphi + \operatorname{Im} \alpha \ln s) \right], \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

где

$$\psi = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi \operatorname{Re} \alpha}{2} \operatorname{th} \frac{\pi \operatorname{Im} \alpha}{2} \right) \text{ и } \varphi = \arg \beta.$$

Как видно из (3.8), дополнительная энергетическая зависимость, возникающая от косинуса, является различной для $\Delta\sigma$ и $d\sigma/dt$, что позволяет при определенном выборе параметров получить хорошее согласие с экспериментом (кривая 3 на рис. 13). [Там же для сравнения приведено описание с помощью действительного ρ -полюса — кривая 1. Соответствующие значения суммарного χ^2 для $\Delta\sigma$ и $d\sigma/dt$ равны 26,2 против 39,1].

Следует подчеркнуть, что характер дополнительной s -зависимости, связанной с осциллирующими факторами, меняется с изменением s (рост сменяется падением и наоборот). Поэтому для экспериментальной проверки указанного механизма очень важно продвижение в области больших энергий.

Двойной полюс. Другим источником дополнительной s -зависимости могут быть логарифмические факторы, возникающие в точке столкновения комплексных полюсов. В разд. 2 уже обсуждали возможность появления кратных полюсов и здесь ограничимся лишь одним примером этого явления. (Другой пример приведен ниже в связи с дифракционным рассеянием.) Опять рассмотрим проблему эффективной траектории в $\Delta\sigma$ и $d\sigma/dt$ ($\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$), но теперь будем предполагать, что при $t = 0$ $\operatorname{Im} \alpha = 0$ и происходит столкновение комплексных полюсов, связанных с ρ -обменом так, что возникает полюс второго порядка. Соответствующие выражения для $\Delta\sigma$ и $d\sigma/dt$ легко получить с помощью (3.1), если положить в них $\beta = h/2i \operatorname{Im} \alpha$ и рассмотреть предел $\operatorname{Im} \alpha \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$. Тогда [22]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} &\sim \frac{|h(0)|^2}{8\pi} s^{2 \operatorname{Re} \alpha - 2} [(C + \ln s)^2 + (\pi/2)^2]; \\ \Delta\sigma &\sim 2s^{\operatorname{Re} \alpha - 1} |h(0)| (C + \ln s). \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

При получении (3.9) предположили, что $\arg h(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$, так что при малых t $\arg h(t) = C \operatorname{Im} \alpha(t)$. Как показывает анализ [24, 27], знак фазы вычета ρ -полюса в реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ противоположен знаку $\operatorname{Im} \alpha$, т. е. $C < 0$. Это означает, что в области уме-

ренных энергий при $|C| \sim \ln s$ можно получить дополнительную энергетическую зависимость, повышающую эффективную траекторию в $\Delta\sigma$:

$$\left. \begin{aligned} d\sigma/dt &\sim s^{2 \operatorname{Re} \alpha - 2} \left(h(0) \frac{\pi}{2} \right)^2 \sim s^{2\alpha_{\text{эф}} \frac{d\sigma}{dt} - 2}; \\ \Delta\sigma &\sim 8\pi s^{\operatorname{Re} \alpha - 1} \ln(s/s_0) \sim s^{\alpha_{\text{эф}} \Delta\sigma - 1}, \end{aligned} \right\}$$

где $C \equiv \ln s_0$.

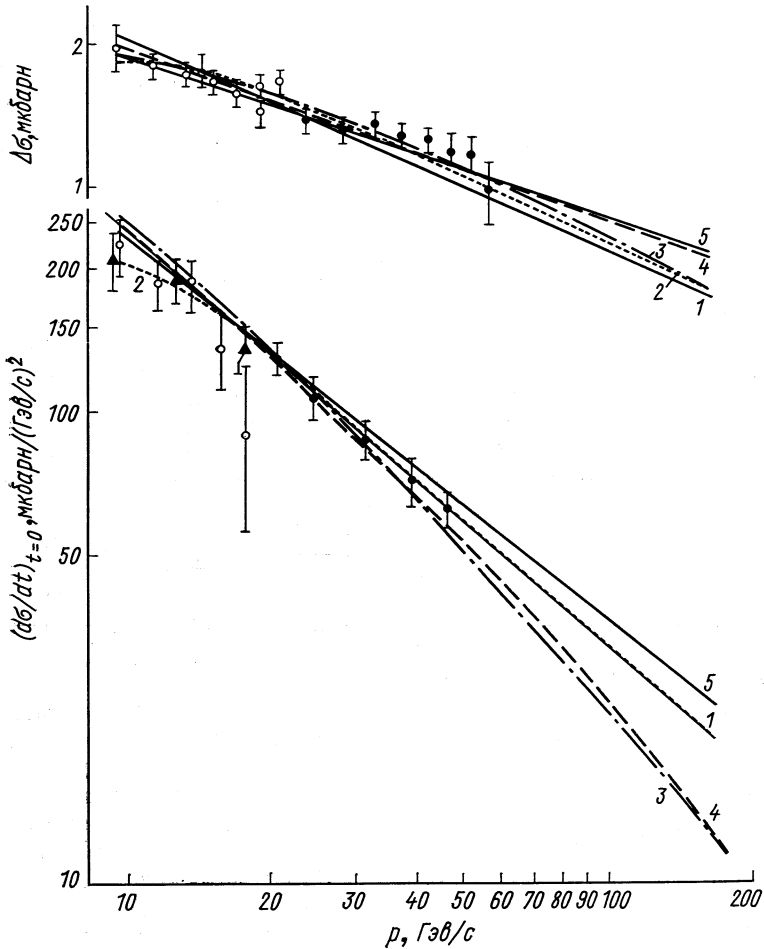


Рис. 13. $(d\sigma/dt)_{t=0}$ и $\Delta\sigma = \sigma(\pi^-p) - \sigma(\pi^+p)$ в различных моделях [46]: 1 — ρ -полюс; 2 — $\rho + \rho'$; 3 — комплексный ρ -полюс; 4, 5 — квазиполюсная модель с $F(0) > 0$ $F(0) < 0$.

Подчеркнем, что два механизма, приводящие к дополнительной энергетической зависимости (осцилляции и кратные полюса), существенно отличны друг от друга *, что может быть использовано при экспериментальной проверке модели. Во-первых, в отличие от осцилляций, кратные полюса дают дополнительную s -зависимость, не меняющую характер с ростом s . Во-вторых, кратные полюса возникают лишь в изолированных точках по t , связанных со столкновением простых полюсов, тогда как осцилляции имеют место для всех t , при которых комплексные полюса лежат на физическом листе.

Поляризация. При обмене одиночным реальным полюсом Редже все спиральные амплитуды, описывающие рассеяние, имеют общую фазу, определяемую сигнатурным фактором. Это означает, что все элементы тензора поляризации первого ранга, которые зависят от интерференции различных спиральных амплитуд в форме $\text{Im}(T_1 T_2^*)$, должны исчезать. Для комплексной пары фазы амплитуд зависят не только от сигнатурного фактора, но и от фаз комплексных вычетов, которые в общем случае могут быть различными для разных амплитуд, так что $\text{Im}(T_1 T_2^*) \neq 0$. Это означает, что в общем случае при $\text{Im} \alpha \neq 0$ поляризация отлична от нуля [4, 20]. При этом если выражение (3.1) точное, т. е. амплитуда определяется полюсами, лежащими на первом листе, то $P(\theta) \sim \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \text{sh}(\pi \text{Im} \alpha)/(d\sigma/dt)$ не исчезает при $s \rightarrow \infty$, а лишь осциллирует [4] вместе с сечением. В случае, если полюса лежат на нефизическом листе, поляризация исчезает в пределе $s \rightarrow \infty$, поскольку асимптотика определяется (действительной) точкой ветвления α_c [11]. Если в амплитуду рассеяния вносит вклад пара обменно вырожденных КНР, то в случае экзотического s -канала амплитуда чисто реальна и, следовательно, как и в случае реальных полюсов, поляризация в этом процессе отсутствует.

Уже приводился пример вычисления поляризации, связанной с ρ -обменом в реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ (см. рис. 7). Другие примеры вычислений поляризационных явлений в модели КНР можно найти в работах [28, 41, 42, 43, 45] и др.

«Духи» и структура дифференциальных сечений. В модели реальных полюсов Редже возникновение «духов» связано с обращением в нуль $\sin \pi \alpha$ в сигнатурном факторе при прохождении траектории ($t < 0$) через целочисленные точки правильной сигнатуры. Для устранения этих полюсов, соответствующих частицам мнимой массы, обычно вводятся различные факторы, зануляющие в соответствующих точках вычеты полюсов. В случае комплексных полюсов наличие мнимой части $\text{Im} \alpha$ гарантирует от обращения в нуль $\sin \pi \alpha$, так что при действительных отрицательных значениях t

* На некотором ограниченном интервале s -эффект, связанный с обоими механизмами, может быть практически одинаковым.

не возникает полюсов сигнатурного фактора, а следовательно, и проблемы «дúхов» [6], [47]. Однако, избавившись таким образом от одного «дúха» на реальной оси t , получаем пару комплексно-сопряженных, поскольку теперь

$$(\sin \pi \alpha_{\pm})^{-1} \rightarrow \{\pi (\operatorname{Re} \alpha (t) + n) \pm i \operatorname{Im} \alpha (t)\}^{-1}; \quad \operatorname{Re} \alpha \rightarrow -n. \quad (3.10)$$

Один из возможных выходов — предположить, что соответствующие полюса лежат на нефизическом листе плоскости t . Кроме того, они могут находиться на нефизическом листе и в плоскости j , на что имеются указания в ряде моделей [14, 42]. Другая возможность устранения комплексных «дúхов» состоит, как и в случае реальных полюсов, во введении соответствующих факторов в вычет.

С рассматриваемыми вопросами тесно связана проблема структуры дифференциального сечения. В самом деле, если $\operatorname{Im} \alpha$ достаточно мало, фактор (3.10) может приводить к дополнительным пикам в $d\sigma/dt$ при $\operatorname{Re} \alpha \simeq -n$. Эти пики и провалы могут быть «сглажены» при достаточно больших $\operatorname{Im} \alpha$ или полностью устранены факторами типа $(\alpha + n)$ в вычете. В модели КНР содержится еще одна возможность компенсации (или, наоборот, возникновения) дополнительной t -структуры, связанная с фазой [27, 45, 48]. Предположим, что по аналогии с тем, как это делается для реальных полюсов, для получения «провала» ввели в вычет фактор $\alpha (t)$:

$$T(s, t) \sim \alpha (t) |\gamma| \exp(i\varphi) s^{\alpha} \exp(-i\pi\alpha/2) + \alpha^*(t) |\gamma| \exp(-i\varphi) s^{\alpha^*} \exp(-i\pi\alpha^*/2).$$

Тогда дифференциальное сечение содержит фактор

$$|\alpha|^2 \left\{ \operatorname{ch}(\pi \operatorname{Im} \alpha) + \cos \left[2\varphi + 2 \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \alpha}{\operatorname{Re} \alpha} + 2 \operatorname{Im} \alpha \ln s \right] \right\}. \quad (3.11)$$

Пусть для простоты $\operatorname{Im} \alpha (t) = \operatorname{const}$ в интересующей нас области t вблизи нуля реальной части ($\operatorname{Re} \alpha (t) = \alpha_0 + \alpha_1 t$). Фактор $|\alpha|^2$ дает дип при значении $t = -\alpha_0/\alpha_1$, где $\operatorname{Re} \alpha = 0$. Однако при надлежащем выборе «начальной» фазы φ этот дип может быть полностью скомпенсирован поведением косинуса, обусловленного t -зависимостью члена $\operatorname{arctg}(\operatorname{Im} \alpha/\operatorname{Re} \alpha)$ в фазе. Точно так же можно получить дип, не вводя α в вычет, а учитывая лишь t -зависимость φ и $\operatorname{Im} \alpha$. Положение дипа в этом случае зависит от s логарифмически.

В качестве примера использования указанных свойств КНР рассмотрим проблему дипа в сечениях реакций $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ и $\gamma p \rightarrow \eta p$. В модели Редже амплитуды обеих реакций определяются главным образом ρ - и ω -обменами. При этом сечение процесса $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ имеет дип при $t \approx -0,55 G_{\pi\pi}^2$, который принято связывать с «нонсенс»-фактором α в вычете полюсов. Для заполнения дипа учитывают еще B -обмен. Однако такая модель предсказывает углубление дипа с ростом s и преобладание вблизи $t = -0,55 G_{\pi\pi}^2$ обмена

ненатуральной четности, что противоречит экспериментальным данным. Предположение о комплексности ω -траектории позволяет легко устранить оба противоречия, поскольку в этом случае при $t = -0,55$ только $\text{Re } \alpha = 0$ и $|\alpha|^2 = (\text{Im } \alpha)^2 \neq 0$, так что заполнение дыа происходит благодаря

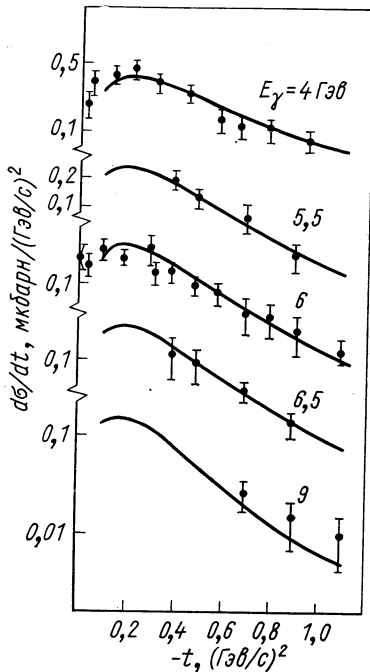


Рис. 14. Дифференциальное сечение процесса $\gamma p \rightarrow \eta p$ [48].

метрия связывает вклады комплексной пары в перекрестные ($s \rightleftharpoons u$) каналы соотношением:

$$f(ab \rightarrow cd) = \pm f(\bar{c}b \rightarrow \bar{a}d),$$

где знак « \pm » зависит от зарядового сопряжения в t -канале ($\bar{a}c \rightarrow \bar{b}d$) и, следовательно, от сигнатуры.

Предположим вначале, что полюса лежат на физическом листе и вклад разреза либо вообще отсутствует, либо пренебрежимо мал,

* Заметим, что, вообще говоря, возможна более слабая форма обменного вырождения, когда имеется равенство лишь реальных частей траекторий $\text{Re } \alpha$ при различных $\text{Im } \alpha$ для партнеров, отличающихся сигнатурой. Можно рассматривать это как результат нарушения обменного вырождения из-за присутствия разреза.

вкладу ω , т. е. обмену натуральной четности, и с ростом s дип не углубляется (см. рис. 12) [45].

Сечение реакции $\gamma p \rightarrow \eta p$ в отличие от сечения $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ не имеет дыа при $t \simeq -0,55$ (рис. 14), что трудно понять, имея в виду одинаковые для обеих реакций обмены в t -канале. В рамках модели КПП это различие можно объяснить, если предположить различные фазы вычетов в этих реакциях [48] и учесть диповый механизм, обсуждавшийся выше.

Обменное вырождение и экзотические реакции. Известно, что в некоторых каналах адронных реакций дуальность приводит к обменному вырождению между полюсами Редже противоположной сигнатуры. Эти условия естественно сформулировать на языке КПП в виде [25, 26, 49]*:

$$\alpha_{\text{нечетн}} = \alpha_{\text{четн}}; \quad \beta_{\text{нечетн}} = \beta_{\text{четн}}.$$

Как и в случае реальных полюсов Редже, перекрестная симметрия связывает вклады комплексной пары в перекрестные

так что (3.1) — точное выражение. В этом случае для амплитуды, имеющей экзотический s -канал, получим:

$$T_{\text{экз}} \equiv T_- = T_{\text{четн}} - T_{\text{нечетн}} = 4 \operatorname{Re} (\tilde{\beta} s^\alpha), \quad (3.12)$$

где $\tilde{\beta} \equiv \bar{\beta}/\sin \pi \alpha$ — чисто реальная величина. Амплитуда, связанная с T_- кросс-преобразованием и имеющая неэкзотический s -канал, будет комплексной:

$$T_{\text{неэкз}} \equiv T_+ = T_{\text{четн}} + T_{\text{нечетн}} = 2 \exp(-i \pi \operatorname{Re} \alpha) \times \\ \times [\tilde{\beta} s^\alpha \exp(\pi \operatorname{Im} \alpha) + \tilde{\beta}^* s^{\alpha^*} \exp(-\pi \operatorname{Im} \alpha)]. \quad (3.13)$$

Заметим, что $T_{\text{экз}}$ полностью исчезает при условии $\arg \tilde{\beta} + \operatorname{Im} \alpha \ln s = (n + 1/2) \pi$. Положение таких нулей зависит от $\ln s^*$. Для обменно-вырожденной пары реальных полюсов Редже, полагая $\alpha = \alpha^*$ в (3.12) и (3.13), получаем следующие известные соотношения:

$$|T(ab \rightarrow cd)| = |T(\bar{c}\bar{b} \rightarrow \bar{a}\bar{d})|$$

(в случае слабого вырождения $\alpha_{\text{четн}} = \alpha_{\text{нечетн}}$) и

$$\left. \begin{aligned} \arg T(ab \rightarrow cd) &= 0; \\ \arg T(\bar{c}\bar{b} \rightarrow \bar{a}\bar{d}) &= -\pi \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

если, кроме того, $\beta_{\text{нечетн}} = \beta_{\text{четн}}$ (сильное вырождение). Для двух вырожденных пар КИР, как мы видим, сохраняется лишь соотношение (3.14). Кроме того, в рассматриваемом случае полюсов на первом листе

$$|T_-|^2 = |\tilde{\beta}|^2 s^{2 \operatorname{Re} \alpha} \cos^2(\Phi_{\tilde{\beta}} + \operatorname{Im} \alpha \ln s);$$

$$|T_+|^2 = |\tilde{\beta}|^2 s^{2 \operatorname{Re} \alpha} [\cos^2(\Phi_{\tilde{\beta}} + \operatorname{Im} \alpha \ln s) + \operatorname{sh}^2(\pi \operatorname{Im} \alpha)]$$

и, следовательно,

$$|T_+|^2 \geq |T_-|^2,$$

причем равенство имеет место лишь при $\operatorname{Im} \alpha = 0$. Отсюда немедленно следует неравенство [25]:

$$(d\sigma/dt)_{\text{экз}} < (d\sigma/dt)_{\text{неэкз}}. \quad (3.15)$$

Рассмотрим теперь другой крайний случай, когда полюса расположены на нефизическом листе и амплитуда целиком определяется вкладом интеграла в (2.7). В этом случае

$$T_- = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\alpha_c} \frac{\operatorname{Im}(t, l) s^l dl}{(l - \operatorname{Re} \alpha)^2 + (\operatorname{Im} \alpha)^2},$$

* Подобные нули отсутствуют в случае реальных полюсов.

или

$$T_+ = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\alpha_0} \frac{\text{Im } f(t, l) s^l \exp(-i \pi l) dl}{(l - \text{Re } \alpha)^2 + (\text{Im } \alpha)^2}$$

Легко видеть, что наличие осциллирующего фактора, связанного с ротационной фазой в выражении для T_+ , подавляет неэкзотическую амплитуду, приводя к неравенству, обратному (3.15), т. е.

$$(d\sigma/dt)_{\text{нэкс}} > (d\sigma/dt)_{\text{неэкс}} \tag{3.16}$$

Сравним эти предсказания с экспериментом. Для этого рассмотрим отношения сечений экзотических и «перекрестных» им реакций:

$$R_{\Sigma}(s, t) = \frac{d\sigma/dt(K^-p \rightarrow \pi^-\Sigma^+)}{d\sigma/dt(\pi^+p \rightarrow K^+\Sigma^+)}$$

и

$$R_{\Lambda}(s, t) = \frac{d\sigma/dt(K^-n \rightarrow \pi^-\Lambda)}{d\sigma/dt(\pi^+p \rightarrow K^0\Lambda)}$$

Как следует из сказанного выше, предположение о реальности вырожденных полюсов K^* и K^{**} , определяющих поведение рассматриваемых сечений, приводит к соотношениям $R_{\Lambda} = R_{\Sigma} = 1$,

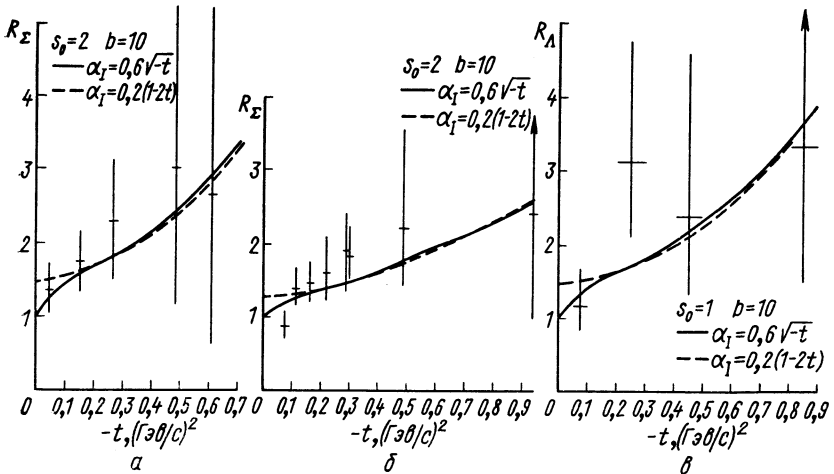


Рис. 15. R_{Λ} и R_{Σ} в модели КНР [49]:

а — $R_{\Sigma}(p = 5 \text{ Гэв/с})$; б — $R_{\Sigma}(p = 14 \text{ Гэв/с})$; в — $R_{\Sigma}(p = 4 \text{ Гэв/с})$.

что, как видно из рис. 15, противоречит эксперименту. Не спасает положение также включение абсорбтивного разреза, поскольку деструктивный характер интерференции его с полюсами приводит к $R_{\Lambda, \Sigma} < 1$.

Как видно из (3.16), проблема может быть решена, если предположить, что полюса K^* , K^{**} — комплексные и лежат на нефизическом листе. Кривые на рис. 15, вычисленные в таком предположении [49], иллюстрируют сказанное. Заметим, что вырождение комплексных K^* и K^{**} должно быть слабым [50], поскольку в случае сильного вырождения поляризация в экзотической реакции была бы тождественно равна нулю при всех t , что противоречит экспериментальным данным.

Барионные траектории. В модели КПП возникает интересная возможность устранения экспериментально не обнаруженных партнеров по четности для барионных траекторий [9, 51]. Фактически речь идет здесь о реализации идеи Карлитца и Кислингера [52], предложивших убрать «нежелательные» ветви траекторий на нефизический лист j -плоскости. Поскольку явное присутствие разреза в данном случае является существенным, мы вернемся от полюсного приближения к исходной форме (2.1) парциальной амплитуды. Учитывая, что в случае барионных траекторий подходящей переменной является W ($u = W^2$), запишем D -функцию в виде:

$$D(j, W) = j - \alpha_0(W) - 2\beta(W)(j - \alpha_c)^{1/2}.$$

Уравнение $D(\alpha, W) = 0$ имеет два решения $\alpha_{1,2}$:

$$\left. \begin{aligned} \{\alpha_{1,2} - \alpha_c\}^{1/2} &= \beta \pm (\beta^2 + \alpha_0 - \alpha_c)^{1/2}; \\ \alpha_{1,2} &= \alpha_0 + 2\beta^2 \pm 2\beta(\beta^2 + \alpha_0 - \alpha_c)^{1/2}. \end{aligned} \right\}$$

Определим правую полуплоскость $(j - \alpha_c)^{1/2}$ как соответствующую физическому листу и выберем следующую простую форму для $\alpha_0(W)$ и $\beta(W)$, совместную с известными свойствами барионных траекторий

$$\alpha_0(W) = a + bW; \quad \beta(W) = dW$$

и положим $\alpha_c = a$. Предполагая b и d положительными, получим следующие свойства траекторий:

1. $\alpha_{1,2}$ реальные для реальных W при $W > 0$ и $W < -b/d^2$; α_1 расположена на физическом листе при $W > 0$ и переходит на нефизический лист при $W < 0$, тогда как α_2 всегда расположена на нефизическом листе.

2. При $-b/d^2 < W < 0$ $\alpha_{1,2}$ образуют комплексно-сопряженную пару.

3. Для больших реальных W $\alpha_1(W)$ — парабола $\sim 4d^2W^2$, тогда как α_2 практически постоянна при $|d^2W| \gg b$ и асимптотически стремится к $\alpha_c + b^2/4d^2$. Таким образом, при $b \ll d$ получаем для $W > 0$ почти параболическую траекторию α_1 , не имеющую при $W < 0$ макдауэлловского партнера, поскольку α_1 при $W < 0$ находится на нефизическом листе (рис. 16).

4. При отрицательных u (мнимые W) траектории $\alpha_{1,2}$ комплексны, но не образуют сопряженной пары; α_1 лежит на физическом листе $[\text{Re}(\alpha_1 - \alpha_c)^{1/2} \approx b/2d]$, а α_2 — на нефизическом ($\text{Re}(\alpha_2 - \alpha_c)^{1/2} \approx -b/2d$).

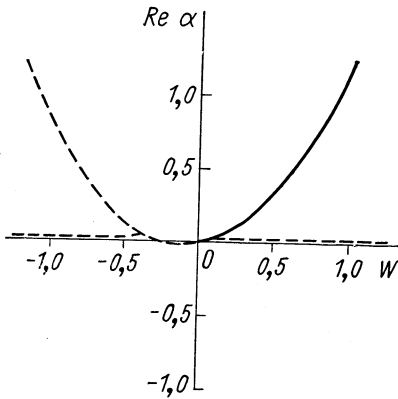


Рис. 16. Барийные траектории. Сплошная линия соответствует полюсу на физическом листе, пунктирная — на нефизическом.

Предполагая, что процесс pp -рассеяния назад определяется траекториями N_α и Δ_6 , можно получить [51] в таком подходе хорошее описание экспериментальных данных (рис. 17).

Дифракционное рассеяние.

Одно из наиболее интересных приложений модели КПР связано с описанием дифракционного рассеяния. Здесь модель КПР позволяет простым способом ввести ряд особенностей, которые, как ожидается, могут быть свойственны рассеянию адронов при асимптотических

энергиях. Ситуация с дифракционным рассеянием приобрела особую остроту в связи с недавними измерениями pp -рассеяния,

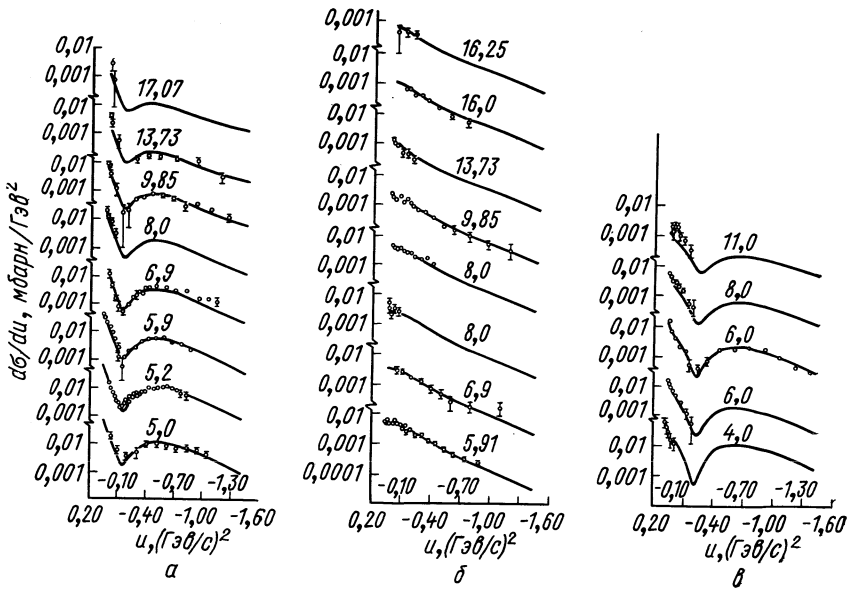


Рис. 17. Дифференциальное сечение рассеяния назад а — $\pi^+p \rightarrow p\pi^+$; б — $\pi^-p \rightarrow p\pi^-$; в — $\pi^-p \rightarrow n\pi^0$ [51].

проведенными в Серпухове, ЦЕРНе и Батавии. Пожалуй, наиболее поразительна в полученных экспериментальных данных «противоречивость» поведения полного сечения σ_{tot} pp -рассеяния и параметра наклона дифракционного конуса $b(s)$ в упругом pp -рассеянии. Обнаруженный в области $s \sim 500 \div 3000 \text{ Гэв}^2$ рост σ_{tot}

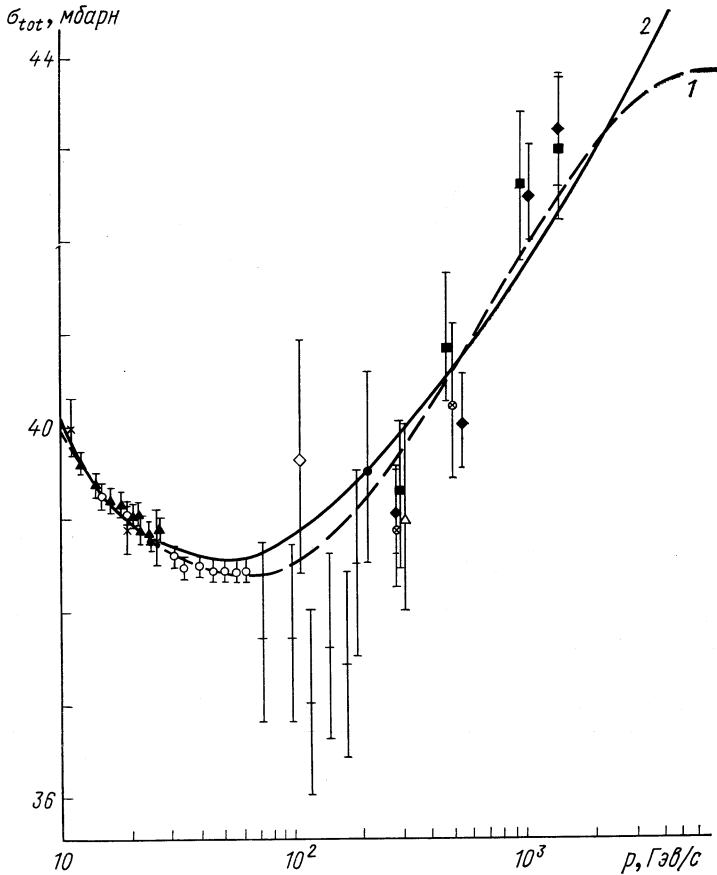


Рис. 18. Полное сечение pp -взаимодействия:
 1 — $\text{Im } \alpha(0) = 0,66$; 2 — $\text{Im } \alpha(0) = 0$ [22].

(рис. 18) близок к максимально возможному по теореме Фруасара $\ln^2 s$ (хотя данные допускают и более медленный рост вплоть до $\ln s$). Если этот режим асимптотический, в силу известного соотношения

$$\sigma_{tot}(s) \leq 16\pi b(s) \quad (3.17)$$

он требует такого же роста параметра в $b(s)$. Однако экспериментальные данные указывают, наоборот, на замедление в области высоких энергий логарифмического роста $b(s)$, обнаруженного при более низких энергиях, и даже, может быть, стремление $b(s)$ к постоянству (рис. 19).

На самом деле при существующих энергиях противоречие не слишком острое, поскольку соотношение (3.17) еще весьма далеко

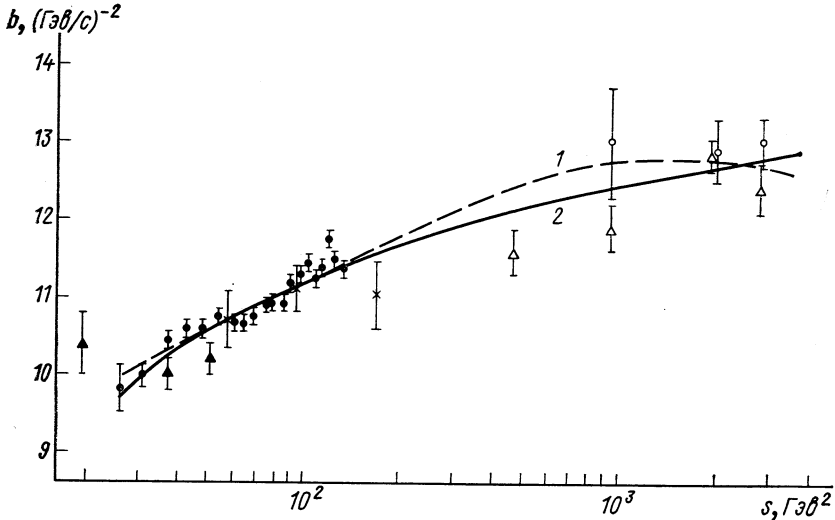


Рис. 19. Параметр наклона дифракционного конуса pp -рассеяния: 1 — $\text{Im } \alpha(0) = 0,66$; 2 — $\text{Im } \alpha(0) = 0$ [22].

от насыщения в смысле коэффициента. Кроме того, обнаруженный режим может не быть асимптотическим.

Из сказанного ясно, что имеющиеся в настоящее время данные допускают различную интерпретацию в зависимости от дополнительного предположения о том, является ли (и для какой именно величины) обнаруженный режим асимптотическим. Ниже рассмотрим некоторые возможные варианты поведения дифракционных амплитуд, основанные на модели КПР.

А. Осциллирующие сечения и теорема Померанчука. Даже если отвлечься от тех аргументов в пользу КПР, которые были приведены выше, можно рассматривать комплексные полюса просто как экономный способ сведения осциллирующей компоненты к высокоэнергетическим амплитудам. При этом, однако, возникает вопрос о выполнении теоремы Померанчука [53], поскольку, как известно, при доказательстве этой теоремы существенным является предположение об отсутствии осцилляций. Как показано ниже, в модели

КПР (3.1) можно избежать нарушения теоремы Померанчука как для дифференциальных, так и для полных сечений.

Рассмотрим два процесса

$$a + b \rightarrow a + b \text{ (I);}$$

$$a + \bar{b} \rightarrow a + \bar{b} \text{ (II),}$$

которые описываются амплитудами $F(v, t)$ и $\bar{F}(v, t)$ соответственно (здесь $v = s + t/2 - \Sigma m_i^2$ — симметричная переменная). Функции F и \bar{F} будем предполагать аналитическими в верхней полуплоскости v и непрерывными на реальной оси и содержащими в соответствии с моделью вклады комплексно-сопряженных полюсов:

$$P = -\beta(-iv)^\alpha - \gamma(-iv)^{\alpha*}; \quad \bar{P} = -\bar{\beta}(-iv)^{\bar{\alpha}} - \bar{\gamma}(-iv)^{\bar{\alpha}*}.$$

Амплитуды F и \bar{F} при фиксированном t могут быть связаны соотношением перекрестной симметрии

$$\bar{F}(v, t) = F^*(-v, t),$$

где

$$F(v, t) \equiv F(v + i0, t).$$

Если использовать теперь теорему Фрагмена — Линделефа [54], то легко получить следующие соотношения:

$$\bar{\alpha} = \alpha^*; \quad \bar{\beta} = \beta^*; \quad \bar{\gamma} = \gamma^*. \quad (3.18)$$

Учитывая (3.1) и (3.18), можно выразить отношение дифференциальных сечений процессов I и II в виде:

$$\frac{d\sigma_I/dt}{d\sigma_{II}/dt} = \frac{|\beta|^2 \exp(\pi \operatorname{Im} \alpha) + |\gamma|^2 \exp(-\pi \operatorname{Im} \alpha) + 2 \operatorname{Re}(\beta\gamma v^{2i \operatorname{Im} \alpha})}{|\beta|^2 \exp(-\pi \operatorname{Im} \alpha) + |\gamma|^2 \exp(\pi \operatorname{Im} \alpha) + 2 \operatorname{Re}(\beta\gamma^* v^{2i \operatorname{Im} \alpha})}. \quad (3.19)$$

Полагая $\operatorname{Im} \alpha = 0$ и $\gamma = 0$ (рис. 20), получаем теорему Померанчука для дифференциальных сечений [55]:

$$\frac{d\sigma_I/dt}{d\sigma_{II}/dt} \rightarrow 0. \quad (3.20)$$

Если предположить, что асимптотика определяется одним комплексным полюсом [56], т. е. $\operatorname{Im} \alpha \neq 0$, $\gamma = 0$, то из (3.19) видно, что теорема Померанчука (5) не выполняется [57]:

$$\frac{d\sigma_I/dt}{d\sigma_{II}/dt} = \exp(2\pi \operatorname{Im} \alpha |t|).$$

И, наконец, в случае полюсов с комплексно-сопряженными вычетами ($\gamma = \beta^*$) получим, как и в случае реального полюса, выполнение теоремы Померанчука (3.20) [57, 58].

Перейдем теперь к полным сечениям, которые связаны оптической теоремой с мнимой частью упругого рассеяния. При $t = 0$ комплексными (т. е. с $\text{Im } \alpha(0) \neq 0$) могут быть вторичные траектории или точки ветвления. В этом случае осциллирующая компонента в σ_{tot} вымирает с ростом s (как, например, в модели

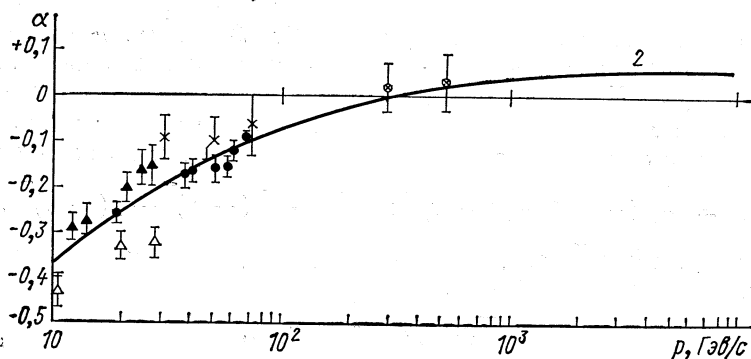


Рис. 20. Отношение $\text{Re } T(s, 0) / \text{Im } T(s, 0)$ для pp -рассеяния. Кривая 2 — $\text{Im } \alpha(0) = 0$ [22].

Чу-Снайдера [14] с реальным помероном и комплексной парой, соответствующей P') и не играет роли в асимптотическом поведении. Другой случай, который рассмотрим далее, соответствует комплексным ведущим траекториям, сталкивающимся при $t = 0$, когда осцилляции в σ_{tot} отсутствуют и теорема Померанчука выполняется. Третья возможность связана с комплексностью при $t = 0$ ведущей траектории ($\text{Re } \alpha(0) = 1$, $\text{Im } \alpha(0) = 0$). В этом случае из условия $\sigma_{tot} \geq 0$ следует, что КПП, лежащие на физическом листе с $\text{Im } \alpha(0) \neq 0$ (и дающие интересующие нас осцилляции) не могут быть единственными ведущими особенностями амплитуды. Будем поэтому полагать, что:

$$F = P + f \quad \text{и} \quad \bar{F} = \bar{P} + \bar{f},$$

где функции f и \bar{f} учитывают вклады, не содержащие осцилляций. Ясно также, что для рассматриваемой проблемы представляет интерес лишь поведение $f(v, t) \sim -C(t) (-iv)^{\alpha_0(t)}$ с $\alpha_0(0) = \text{Re } \alpha(0) = 1$. Это означает, что f (\bar{f}) содержит вклад обычного полюса Померанчука, а P (\bar{P}) — комплексной пары с $\text{Re } \alpha(0) = 1$. Для нас не существен механизм возникновения КПП. Важно, однако, подчеркнуть, что полюс Померанчука, входящий в f , — это обычный полюс Редже с реальными α_0 и C , что не противоречит, разумеется, условию $\alpha_0(0) = \text{Re } \alpha(0)$. Точно так же, как

это было сделано выше, в данном случае можно доказать равенства

$$\bar{\alpha} = \alpha^*; \quad \bar{\beta} = \beta; \quad \bar{\gamma} = \gamma^*; \quad \bar{C} = C^* = C.$$

Полагая $\gamma = \bar{\gamma} = 0$ и $\text{Im } \alpha(0) = 0$, получаем известный результат $\sigma_I = \sigma_{II}$, если асимптотика определяется реальным полюсом Померанчука. При $\gamma = \bar{\gamma} = 0$ и $\text{Im } \alpha(0) \neq 0$ получим, что вклад одиночного комплексного полюса приводит к осциллирующей разности полных сечений [21]:

$$\Delta\sigma \equiv \sigma_I - \sigma_{II} = -2 |\beta(0)| \text{sh} \left(\frac{\pi}{2} \text{Im } \alpha(0) \right) \times \\ \times \cos(\arg \beta(0) + \text{Im } \alpha(0) \ln \nu), \quad (3.21)$$

т. е., как и в случае дифференциальных сечений, нарушает теорему Померанчука. Наконец, $\sigma_I = \sigma_{II}$ для пары полюсов, имеющих

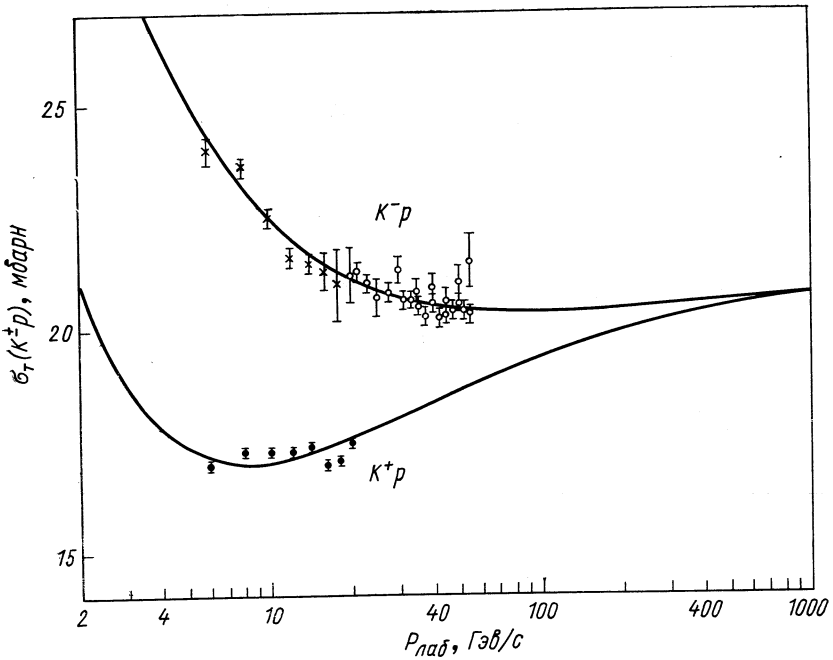


Рис. 21. Полные сечения K^+p -взаимодействия в модели с комплексными вторичными траекториями [59].

сопряженные вычеты ($\gamma = \beta^*$) [21], т. е. теорема Померанчука выполняется в этом случае так же для σ , как и для $d\sigma/dt$.

Перейдем теперь к сравнению модели с осциллирующим σ_{tot} с экспериментом. Впервые эта модель была предложена для объяснения обнаруженного в Серпухове роста $\sigma_{tot} K^+p$ -рассеяния [14,

59] и предполагала наличие обычного (реального) померона и комплексной пары, связанной с P' . В этом случае осциллирующая компонента быстро вымирала с ростом энергии. Кроме того, для описания данных требовалось довольно большое значение $\text{Im } \alpha(0)$.

В качестве примера на рис. 21 показано сравнение с экспериментом кривых $\sigma(K^{\pm}p)$, вычисленных [59] в модели с комплексным P' при $\text{Im } \alpha_{P'}(0) = 1,4$. Легко видеть, что рассмотренная модель с комплексным P' не в состоянии описать рост $\sigma_{tot}(pp)$, обнаруженный при $s = 500 - 3000 \text{ Гэв}^2$, так как при больших энергиях вклад вторичных траекторий становится пренебрежимо малым. Поэтому в работе [22] была предпринята попытка использовать для этой цели предположение о комплексности ведущей траектории с $\text{Re } \alpha(0) = 1$, которая наряду с обычным помероном ответственна за асимптотику. Учитывая, что экспериментальные данные указывают на относительную малость вклада КПП, можно записать [21]:

$$\sigma(s)/4\pi = C + 2|\beta(0)| \text{ch}\left(\frac{\pi}{2} \text{Im } \alpha(0)\right) \times \\ \times \cos(\arg \beta(0) + \text{Im } \alpha(0) \ln s); \quad (3.22)$$

$$\alpha(s) \equiv \frac{\text{Re } T(s, 0)}{\text{Im } T(s, 0)} = \\ = -8\pi \frac{|\beta(0)|}{\sigma(s)} \text{sh}\left(\frac{\pi}{2} \text{Im } \alpha(0)\right) \sin(\arg \beta(0) + \text{Im } \alpha(0) \ln s); \quad (3.23)$$

$$b(s, t) \approx b_0 + 2 \text{Re } \alpha' \ln s + A(t) \sin(\arg \beta(t) + \text{Im } \alpha(t) \ln s), \quad (3.24)$$

где для простоты предполагалось, что $\text{Im } \alpha(t) = \text{const}$ и A зависит от $\frac{d}{dt} \arg \beta(t)$. Обнаруженный на опыте рост $\sigma(s)$ начиная с $s \sim 500 \text{ Гэв}^2$ можно интерпретировать как результат роста косинуса (3.22) после прохождения минимума при $\arg \beta(0) + \text{Im } \alpha(0) \ln s = \pi$. В этой же области, как следует из (3.23) и (3.24), $\alpha(s)$ меняет знак, а $b(s)$ замедляет свой рост. На рис. 18, 19 сравниваются с экспериментальными данными кривые I , рассчитанные по формулам (3.22), (3.24) с параметрами:

$$\text{Im } \alpha = 0,66; C = 41,07; |\beta| = 0,85;$$

$$\arg \beta = 0; b_0 = 10,86; A = 1,17; \text{Re } \alpha' = 0,048.$$

Заметим, что осциллирующая компонента может быть сделана медленно вымирающей с s , если выбрать $\text{Re } \alpha(0) = 1 - \varepsilon$ ($\varepsilon \ll 1$) или вместо полюсов ввести комплексные точки ветвления.

Б. *Асимптотически растущие сечения*. Если последующие измерения покажут, что рост $\sigma_{tot}(pp)$ (или других полных сечений)

асимптотический, это будет означать, с точки зрения теории угловых моментов, наличие при $j = 1$ особенности более сильной, нежели простой полюс. Так, если $\sigma_{tot}(s) \sim \ln s$, при $j = 1$, $t = 0$ имеется полюс второго порядка, а насыщение фруассаровского предела (в смысле степени роста $\ln^2 s$) означает полюс третьего порядка. Характер ветвления сингулярной поверхности (полюсов или точек ветвления) при $j = 1$ и $t = 0$ можно связать со скоростью сужения дифракционного пика [40a]. В случае, если траектория $\alpha(t)$ несингулярна при $t = 0$, т. е. $\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha'(0)t + \dots$ и форма асимптотики $T(s, t) \sim s^{\alpha(t)}$, имеет место логарифмическое сужение:

$$\int_{-s}^0 dt \left| \frac{T(s, t)}{T(s, 0)} \right|^2 \sim (\alpha' \ln s)^{-1}.$$

Более быстрое сужение возникает в случае, если точка $t = 0$ — точка ветвления $\alpha(t)$. Так, для траектории типа

$$\alpha(t) = 1 + C\sqrt{t}$$

дифракционный пик сужается с максимально возможной скоростью и с этой точки зрения достаточно иметь две сталкивающиеся

$$\int_{-s}^0 dt \left| \frac{T(s, t)}{T(s, 0)} \right|^2 \sim (\ln s)^{-2},$$

при $j = 1$, $t = 0$ траектории. В общем случае при столкновении n траекторий

$$\alpha(t) \sim 1 + \text{const } t^{m/n}$$

и в асимптотику амплитуды будут вносить вклад члены формы $s^{1+\text{const } |t|^{m/n}}$. При $m/n \neq 1/2$ всегда будут возникать ветви $\alpha(t)$ такие, что соответствующая часть $T(s, t)$ при $t \neq 0$ ведет себя как $s^{1+\varepsilon|t|^{m/n}}$ с $\varepsilon > 0$ и нарушает теорему Фруассара. Эта трудность может быть преодолена [60] введением специального типа разрезов в $T(j, t)$, которые позволяют убрать на нефизический лист все нежелательные ветви $\alpha(t)$.

Двойной полюс и связанный с ним логарифмический рост сечения может быть получен при столкновении для $j = 1$, $t = 0$ комплексной пары. Такая модель была рассмотрена в работах [21, 22] для описания данных по pp -рассеянию. В области малых s учитывался также вклад вторичных траекторий. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{tot}(s) &= C_0 + C_1 \ln s + C_2/\sqrt{s}; \\ \alpha(s) &\equiv \text{Re } T(s, 0)/\text{Im } T(s, 0) = \left(\frac{\pi}{2} C_1 - C_3 \right) / \sigma_{tot}(s); \\ b(s) &= b_0 + b_1 \ln s + \xi R(s), \end{aligned} \right\}$$

причем C_0 возникает благодаря фазе КПР, величина ξ связана с отношением параметров наклона вторичных полюсов и двойного полюса, а $R(s)$ может быть вычислена явно, если известны параметры, входящие в σ_{tot} и $\alpha(s)$. Интересно, что асимптотически $\alpha(s) > 0$ и предасимптотическая отрицательность $\alpha(s)$ обеспечивается вторичными траекториями. Сравнение с экспериментом представлено на рис. 18—20. Кривые 2 соответствуют значениям параметров: $C_0 = 25,0$; $C_1 = 2,1$; $C_2 = 39,9$; $C_3 = -82,8$; $b_0 = 10,9$; $b_1 = 0,24$ и $\xi = -3,2$.

В. Несужающийся дифракционный пик. С интуитивной точки зрения, основанной на оптической модели, известную привлекательность имеет дифракционная амплитуда вида $I(s, t) = i s f(t)$, приводящая при больших энергиях к постоянной форме дифракционного пика. На языке угловых моментов такое поведение соответствует фиксированному полюсу $j = 1$, который, как известно, запрещен условием унитарности в t -канале. Как было отмечено еще в 1963 г. Оме и Фреундом [21], комплексные полюса дают возможность обойти эту трудность. Наличие переменной мнимой части $\text{Im } \alpha(t)$ в некотором интервале $a \leq t \leq 0$ позволяет иметь в этом интервале $\text{Re } \alpha(t) = \text{const} = 1$, не входя в противоречие с унитарностью. При этом можно использовать фиксированные или движущиеся точки ветвления (в частности, они могут быть генерированы самими комплексными полюсами) таким образом, чтобы убрать одну из ветвей двузначной функции $\alpha(t)$ на нефизический лист j -плоскости [62] (если хотим, например, иметь при $t > 0$ одну померенную траекторию). Асимптотика в такой модели имеет вид:

$$T(s, t) \sim i b(t) s + C(t) \frac{1 + \exp(-i\pi\alpha_c(t))}{\sin \pi\alpha_c(t)} s^{\alpha_c(t)} (\ln s)^{-\nu} + \dots,$$

где ν зависит от характера ветвления ($\nu = 3/2$ для квадратно-корневого случая). Если при больших s замедление роста $b(s)$ приведет к его постоянству, а рост $\sigma_{tot}(pp)$ прекратится, рассматриваемая модель может быть полезной при описании дифракционного рассеяния. Вполне возможно, однако, что замедление роста $b(s)$ вовсе не означает выхода его при больших s на константу, а лишь более слабую, чем линейная зависимость от $\ln s$. Пример такого поведения дает квазиполюсная модель [11], рассмотренная выше.

В этой модели

$$b(s, t) \simeq b_0 + c \sqrt{\ln s / (t_0 - t)}, \quad t_0 = 4\mu_\pi^2. \quad (3.25)$$

Как видно из рис. 22 [63], корневая зависимость b от $\ln s$ позволяет успешно скоррелировать данные при $s \sim 10^3 \text{ Гэв}^2$ и $s < 140 \text{ Гэв}^2$.

Интересно отметить, что формула (3.25) описывает и другое важное свойство $b(s, t)$, обнаруженное в эксперименте, а именно увеличение $b(s, t)$ в области очень малых t . Параметры $b_0 = 4,98$

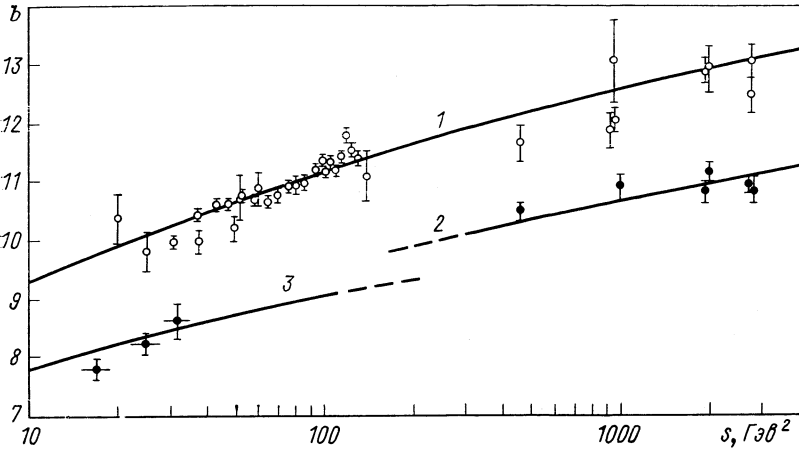


Рис. 22. Параметр наклона дифракционного конуса в квазиполюсной модели [63]:

1, 2 и 3 вычислены по формуле (3.25) с $b_0 = 4,98$ и $C = 4,23$ для $-t = 0,09, 0,22$ и $0,32 \text{ Гэв}^2$. Соответствующие экспериментальные точки обозначены \bigcirc , \bullet , $\text{—}\bullet$.

и $C = 1,23$, найденные из подгонки к данным при малых $-t = 0,09 \text{ Гэв}^2$, позволяют хорошо описать также значения $b(s, t)$, полученные при больших $|t| : 0,22 \text{ Гэв}^2$ (кривая 2) и $0,32 \text{ Гэв}^2$ (кривая 3).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная выше модель комплексных полюсов Редже представляет собой одно из наиболее перспективных разработок традиционной модели Редже. Аргументы, приведенные в разд. 1, достаточно убедительно показывают, что предположение о существовании полюсов и разрезов в j -плоскости, приводит к существованию при $t \leq 0$ комплексных полюсов Редже. При этом оказывается, что полная амплитуда с достаточно хорошей точностью описывается простым «полюсным приближением», учитывающим вклады полюсов и разрезов и совпадающим по форме с редже-полюсной моделью, в которой, однако, траектории и вычеты являются комплексными. При этом число подгочных параметров удваивается, что делает модель более гибкой. Сохраняя почти целиком простоту, свойственную полюсной модели, полюсное приближение

в то же время отражает ряд свойств, присущих редже-разрезам, и позволяет решить по крайней мере в области умеренных s основную проблему редже-феноменологии, связанную с отсутствием достаточно обоснованного метода вычисления вклада резрезов. Как показывает сравнение с экспериментом, полное приближение обладает особенностями, позволяющими получить лучшее по сравнению с другими моделями описание экспериментальных данных.

В заключение отметим, что ряд вопросов, связанных с КНР, остался незатронутым в настоящем обзоре. К ним относится, в частности, применение дисперсионных соотношений к траекториям и вычетам КНР [40, 42, 70], включение КНР в дуальные модели, модели типа Венециано [71] и др.

Авторы благодарны П. Каусу за полезные обсуждения и Н. П. Зотову за ряд критических замечаний, сделанных при подготовке статьи к печати.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Regge T. *Nuovo cimento*, 1959, v. 14, p. 951; 1960, v. 18, p. 947.
2. Cheng H. *Phys. Rev.*, 1963, v. 130, p. 1283.
3. Азимов Я. И., Ансельм А. А., Шехтер В. М. *ЖЭТФ*, 1963, т. 44, с.с. 361, 1078.
4. Bali N. F. e.a. *Phys. Rev.*, 1967, v. 161, p. 1450.
5. Barut A. O., Calogero F. *Phys. Rev.*, 1962, v. 128, p. 1383; Lovelac C., Masson D. *Nuovo cimento*, 1962, v. 26, p. 472; Desai B. R., Newton R. G. *Phys. Rev.*, 1963, v. 129, p. 1437; Admadzadeh A., Burke P. G., Tate C. *Phys. Rev.*, 1963, v. 131, p. 1315; Warburton A. E. A. *Nuovo cimento*, 1964, v. 32, p. 122; 1965, v. 37, p. 267.
6. Singh V. *Phys. Rev.*, 1962, v. 127, p. 632; Ochme R. *Nuovo cimento*, 1962, v. 25, p. 183; Guralnik G. S., Hagen C. R. *Phys. Rev.*, 1963, v. 130, p. 1259.
7. Budnev V. M. e.a. Preprint JINR E2-5509, Dubna, 1970; Буднев В. М., Гинзбург И. Г., Сербо В. Г. *ТМФ*, 1971, т. 6, с. 55.
8. Mandelstam S. *Nuovo cimento*, 1963, v. 30, p. 1127; 1108.
9. Kaus P., Zachariasen F. *Phys. Rev. D*, 1970, v. 1, p. 2962.
10. Picciotto C. *Phys. Rev. D*, 1971, v. 3, p. 2538.
11. Царев В. А. «Ядерная физика», 1973, т. 18, с. 425; Tsarev V. A. *Nucl. Phys.*, 1972.
12. Auerbach S. e.a. *Phys. Rev. Lett.*, 1972, v. 8, p. 522.
13. Anselm A. A., Dyatlov I. T. *Phys. Lett. B*, 1967, v. 24, p. 479; Frautschi S., Margolis B. *Nuovo cimento*, 1968, v. 56, p. 1155; Yabuki H. *Phys. Rev.*, 1969, v. 177, p. 2209.
14. Frazer W., Mahta C. *Phys. Rev. Lett.*, 1969, v. 23, p. 258. Ball J. S., Marchesini G. *Phys. Rev.*, 1969, v. 188, p. 2209, 2508; Chew G., Snider D. *Phys. Lett. B*, 1970, v. 31, p. 71; *Phys. Rev. D*, 1971, v. 3, p. 420. Zachariasen F. *Phys. Reports*, 1971, v. 2.
15. Amati D., Fubini S., Stangellini A. *Nuovo cimento*, 1962, v. 26, p. 896.
16. Грибов В. Н., Мигдал А. А. «Ядерная физика», 1968, т. 8, с. 1213. Грибов В. Н., Левин Е. М., Мигдал А. А. «Ядерная физика», 1970, т. 12, с. 173.
17. Zachariasen F. *Acta Phys. Austr.*, Suppl., 1971, v. 8, p. 50.
18. Mukherji N., Desai B. R. Preprint UCR-NT-1, 1972.

19. Desai B. R., Kaus P. F., Tsarev V. A. Preprint Saclay-DPh-T/73/57, 1973.
20. Ball J. S., Marchesini G., Zachariasen F. Phys. Lett. B, 1970, v. 31, p. 583.
21. Царев В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН СССР. Т. 8. 1973, с. 52.
22. Зотов Н. П., Старков Н. И., Царев В. А. «Письма в ЖЭТФ», 1973, т. 18, с. 460.
23. Carlitz R., Kisinger M. Phys. Rev. D, 1970, v. 2, p. 336.
24. Зотов Н. П., Царев В. А. «Ядерная физика», 1971, т. 14, с. 806.
25. Царев В. А. Тр. междунар. семинара «Бинарные реакции адронов при высоких энергиях», Дубна, 1971, с. 535.
26. Barger V., Phillips R. J. N. Nucl. Phys. B, 1971, v. 33, p. 200.
27. Barik N. e.a. Phys. Rev. D, 1971, v. 4, p. 2923.
28. Зотов Н. П., Царев В. А. Препринт ФИАН СССР, 1971, с. 168; «Письма в ЖЭТФ», 1972, т. 15, с. 99; «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 406.
29. Schremp-Otto B., Schremp F. Springer Tracts in Modern Physics, 1972, v. 61, p. 68.
Phillips R. J. N. Proc. of Amsterdam Internat. Conf. on Elementary Particles, 1972, p. 110.
30. Schremp F. Phys. Lett. B, 1969, v. 29, p. 598.
31. Зотов Н. П. и др. Краткие сообщения по физике ФИАН СССР. Т. 9. 1971, с. 53.
32. Зотов Н. П., Тарасевич С. В., Царев В. А. «Письма в ЖЭТФ», 1971, т. 14, с. 120.
33. Раков Ю. А., Царев В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН СССР. Т. 19, 1973, с. 162.
34. Раков Ю. А., Царев В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН СССР. Т. 1, 1972, с. 32; «Ядерная физика», 1972, т. 15, с. 1032.
35. Creutz M. J., Drell S. D., Paschos E. A. Phys. Rev., 1969, v. 178, p. 2300; Damashek M., Gilman F. J. Phys. Rev. D, 1970, v. 1, p. 1319; Dominguez C. A., Ferro Fontan C., Suaya R. Phys. Lett. B, 1970, v. 31, p. 365.
36. Elitzur M. Phys. Rev. D, 1971, v. 3, p. 2166.
37. Cheng T. P., Tung W. K. Phys. Rev. Lett., 1970, v. 24, p. 851.
38. Harari H. Phys. Rev. Lett., 1971, v. 26, p. 1400.
39. Cohen-Tannoudji G., Salin Ph., Morel A. Nuovo cimento A, 1968, v. 55, p. 412.
40. Desai B. R. Phys. Rev. D, 1971, v. 4, p. 3321; Phys. Lett. B, 1972, v. 38, p. 107.
- 40a. Oedme R. Phys. Rev. D, 1971, v. 4, p. 1485.
41. Зотов Н. П., Тарасевич С. В., Царев В. А. «Ядерная физика», 1972, т. 15, с. 372.
42. Barik N., Desai B. R. Phys. Rev. D, 1972, v. 6, p. 3192.
43. Ball J. S., Muller H. J. W., Pal B. K. Phys. Rev. D, 1971, v. 4, p. 2065.
44. Stirling A. V. e.a. Phys. Rev. Lett., 1965, v. 14, p. 763.
45. Зотов Н. П., Раков Ю. А., Царев В. А. «Ядерная физика», 1972, т. 15, с. 553.
46. Зотов Н. П., Старков Н. И., Царев В. А. «Ядерная физика», 1974, v. 19, p. 366.
47. Ball J. S., Zachariasen F. Phys. Rev. Lett., 1969, v. 23, p. 346.
48. Раков Ю. А., Царев В. А. «Письма в ЖЭТФ», 1971, т. 14, с. 526.
49. Roy D. P. e.a. Phys. Lett. B, 1971, v. 34, p. 512.
50. Chylek P. Phys. Rev. D, 1971, v. 4, p. 3509.
51. Gregorich D. T., Kaus P., Park R. T. Phys. Rev. D, 1971, v. 4, p. 834.
52. Carlitz R., Kisinger M. Phys. Rev. Lett., 1970, v. 24, p. 186.
53. Померанчук И. Я. ЖЭТФ, 1958, т. 34, с. 725.
54. Pragmen E., Lindelof E. Acta Math., 1908, v. 31, p. 381.
55. Logunov A. A. e.a. Phys. Rev. Lett., 1963, v. 7, p. 69.
56. Mickens R. E. Lett. Nuovo cimento, 1969, v. 2, p. 231.
57. Bialas B. A., Sisiak J., Wit R. Acta Phys. Pol., 1967, v. 32, p. 651.
58. Chylek P. Lett. Nuovo cimento, 1970, v. 4, p. 381.

59. Barger V., Phillips R. J. N. Phys. Lett. B, 1970, v. 37, p. 425; Nucl. Phys. B, 1971, v. 32, p. 93.
60. Oehme R. CERN Report CERN-TH-1394; Phys. Rev. Lett., 1962, v. 9, p. 358.
61. Freund P. G. O., Oehme R. Phys. Rev. Lett., 1963, v. 10, p. 450.
62. Oehme R. Phys. Lett. B, 1970, v. 31, p. 373.
63. Царев В. А. «Письма в ЖЭТФ», 1973, т. 17, с. 171.
64. Desai V. R. e.a. Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 1389; (E) v. 25, p. 1686.
65. Butero P., Enriotti M., Marchesini G. Univ. of Milan preprint, 1970.
66. Park R. T., Barik N., Gregorich D. T. Phys. Rev. D, 1972, v. 6, p. 3162.
67. Barger V., Phillips R. J. N. Phys. Rev. D, 1970, v. 2, p. 1871.
68. Barger V., Phillips R. J. N. Nucl. Phys. B, 1971, v. 32, p. 93.
69. Kellett B. H., Reya E. Preprint Daresbury DNPL/P63, 1971.
70. Antoniou N. G., Georgalas C. G., Kouris C. B. Phys. Rev., 1973, v. 7, p. 750.
71. Царев В. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, 1971, т. 11, с. 33; 1973, v. 1, с. 22.