

МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ БОЗОНОВ. ФИЗИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЯ

Р. В. Джолос

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

И. Х. Лемберг

Физикс-технический институт АН СССР, Ленинград

В. М. Михайлов

Ленинградский государственный университет, Ленинград

Дан обзор работ по обоснованию модели взаимодействующих бозонов в ее различных модификациях и по ее применению для описания спектров энергетических уровней и вероятностей электромагнитных переходов в четно-четных ядрах.

A review of the interacting boson model and its modifications has been presented. Applications of the model to the description of the energy levels and the electromagnetic transition probabilities of even-even nuclei are considered.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы результаты исследования низколежащих ядерных состояний все чаще связывают с выводами предложенной около десяти лет назад феноменологической модели — модели взаимодействующих бозонов (МВБ). Эту модель объединяет с коллективной моделью Бора и Моттельсона предположение о том, что формирование низколежащих состояний четно-четных ядер в основном определяется низкочастотной квадрупольной модой.

Появление квадрупольных квантов возбуждения вблизи магических ядер, постепенное понижение их энергии и рост их числа, приводящий к стабильным квадрупольным деформациям, и последующее возвращение к вибрационной картине по мере приближения к следующей замкнутой оболочке описывается в МВБ с помощью бозонных гамильтонианов, которые содержат помимо однобозонной энергии члены парного взаимодействия между бозонами, что и определяет название модели. Микроскопическим прообразом бозонов МВБ являются фермионные парные операторы. В этом смысле МВБ можно рассматривать как феноменологический вариант теории бозонных разложений, основные идеи которой были сформулированы еще до появления МВБ. Как показало десятилетие развития и применения модели, идея бозонных отображений нашла в МВБ, по-види-

тому, достаточно удачное воплощение, поскольку относительная простота как исходной физической концепции, так и математического аппарата модели позволили ей стать одним из наиболее употребительных инструментов для изучения коллективных свойств низколежащих состояний.

Популярность МВБ в ее двух вариантах (МВБ-I оперирует с бозонами одного сорта, МВБ-II — отдельно с протонными и нейтронными бозонами) в значительной степени объясняется двумя причинами: во-первых, возможностью описания на единой основе имеющих место существенных изменений структуры коллективных состояний ядер в зависимости от числа нуклонов, путем плавного изменения параметров модели, и, во-вторых, простотой применения. Выводы МВБ и коллективной модели Бора — Моттельсона во многом совпадают, и ряд работ посвящен обоснованию перехода от одной к другой. Однако сравнительная простота используемых МВБ алгебраических методов по сравнению с решением дифференциальных уравнений модели Бора — Моттельсона позволила провести в рамках МВБ расчеты для многих ядер в широкой области A и продемонстрировать возможности феноменологического подхода для описания коллективных состояний.

Вместе с тем выполненные расчеты позволили обнаружить ряд примеров расхождения с результатами экспериментов. В некоторых случаях это связано с исходными ограничениями модели. МВБ рассматривает лишь бозоны с угловыми моментами 0 и 2. Между тем с повышением спина возбужденных состояний все более заметный вклад в структуру состояний должны давать бозоны с $L = 4$, так называемые g -бозоны.

При достаточно больших энергиях возбуждения можно ожидать возбуждения нуклонов остова. Это приводит к изменению эффективного числа бозонов ($n_{\text{эф}}$) по сравнению с обычно рассматриваемым числом бозонов (n), равным половине числа валентных нуклонов или дырок. Учет этого эффекта на основе смешивания конфигураций ядра с различным числом бозонов (n и $n_{\text{эф}}$) позволил объяснить особенности структуры ряда ядер.

МВБ предсказывает обрезание полос при $J = 2n$. Такое обрезание на опыте не обнаружено. Возбуждение нуклонов остова, а также учет g -бозонов приводят к значениям $n_{\text{эф}}$, бóльшим n , и тем самым значительно ослабляют остроту проблемы.

Свойства чисто коллективных состояний искажаются в результате их взаимодействия с двухквaziчастичными состояниями, появляющимися в энергетическом спектре при энергиях возбуждения $\geq 2\Delta$, где Δ — энергия щели. Одной из возможностей учета этого эффекта, как и некоторых других эффектов взаимодействия с неколлективными состояниями, является введение в рассмотрение дополнительных s' и d' слабо коллективизированных бозонов.

Вряд ли все обнаруженные расхождения связаны лишь с исходными ограничениями МВБ. Возможно, что часть обнаруженных рас-

хождения связана с известным произволом в выборе системы параметров гамильтониана МВБ с помощью процедуры оптимизации. Известны случаи, когда выбор параметров, позволяющих хорошо описать энергии состояний или значения $B(E2)$, приводил к неправильным значениям и даже противоположному знаку квадрупольного момента состояний 2_1^+ . Не во всех случаях удается в рамках МВБ описать значения сечений передачи.

Всесторонняя проверка выводов МВБ, с использованием результатов исследований различных физических явлений, таких, как реакции с образованием составного ядра, прямые реакции передачи и измерения таких величин, как энергии возбужденных состояний, их времена жизни, квадрупольные и магнитные моменты этих состояний, позволит лучше определить границы приложения этой модели и более точно обосновать выбор ее параметров.

Интересной особенностью модели является также ее четкая алгебраическая структура, группой динамической симметрии которой является $SU(6)$. Возможность находить аналитические решения в случаях, когда при определенных значениях параметров гамильтониан МВБ сводится к операторам Казимира подалгебр $SU(6)$, сближает МВБ с другими ядерными теориями, использующими алгебраические методы.

С самого момента возникновения МВБ велись работы по расчету параметров модели на микроскопическом уровне. Однако в данном обзоре мы ограничились лишь качественным рассмотрением этой проблемы, сосредоточив основное внимание на феноменологических аспектах модели. Первые три раздела посвящены вопросам, связанным с обоснованием модели и с ее алгебраической структурой. В последующих разделах даны примеры применения МВБ и рассмотрены некоторые ее модификации.

1. ГАМИЛЬТониАН МВБ-1

Решение любой задачи в ядерной физике связано с выделением динамических переменных, играющих определяющую роль в том или ином явлении. Это относится как к задачам ядерной спектроскопии, так и к ядерным реакциям. Необходимо выделить явно в гамильтониане рассматриваемой системы зависимость от наиболее существенных динамических переменных, производя усреднение по всем остальным степеням свободы.

Важнейшими при рассмотрении слабовозбужденных состояний ядер являются динамические переменные квадрупольного типа. В феноменологической коллективной модели ядра такими переменными являются компоненты тензора квадрупольной деформации. В микроскопическом подходе структура коллективной моды зависит от конкретных свойств ядра: схемы одночастичных уровней, одночастичных волновых функций, силы парных корреляций и квадрупольного взаимодействия. Она определяется в результате решения

динамических уравнений приближения Тамма — Данкова или хаотических фаз, или же их модификаций, учитывающих нелинейные поправки.

Так, например, в приближении Тамма — Данкова оператор, генерирующий нижайшее квадрупольное (2^+) возбуждение имеет следующую структуру:

$$A_{\mu}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{jj'} \psi_{jj'} (\alpha_j^{\dagger} \alpha_{j'}^{\dagger})_{\mu}^{(2)}, \quad (4)$$

$$\sum_{jj'} \psi_{jj'}^2 = 1, \quad \psi_{jj'} \sim \langle j || r^2 Y_2 || j' \rangle (E_j + E_{j'} - \varepsilon)^{-1}.$$

В этих выражениях: α_j^{\dagger} — оператор рождения квазичастицы в состоянии с угловым моментом j [другие квантовые числа в (4) явно не выписаны]; E_j — одноквазичастичная энергия; ε — энергия коллективно-квадрупольного возбуждения,

$$(\alpha_j^{\dagger} \alpha_{j'}^{\dagger})_{\mu}^{(2)} = \sum_{m, m'} C_{jm' m'}^{2\mu} \alpha_{jm}^{\dagger} \alpha_{j'm'}^{\dagger}. \quad (4a)$$

Суммирование в (4) производится по состояниям протонных и нейтронных квазичастиц.

Если $|0\rangle$ — вектор основного состояния ядра, то $A_{\mu}^{\dagger} |0\rangle$ — вектор первого 2^+ (2_1^+)-состояния. Однако такое описание нижайшего 2^+ -состояния удовлетворительно лишь для очень ограниченного числа ядер. В то же время известно, что квадрупольная ветвь возбуждений хорошо отделяется от других степеней свободы во многих четно-четных ядрах: сферических, переходных и деформированных. Эксперимент дает достаточно оснований для того, чтобы описывать свойства низлежащих состояний этих ядер, основываясь на гамильтониане, содержащем лишь коллективные квадрупольные перемещения.

Гамильтониан ядра с двухчастичным остаточным взаимодействием выраженный через операторы рождения и уничтожения квазичастиц, имеет следующую структуру:

$$H = \sum_{jm} E_j \alpha_{jm}^{\dagger} \alpha_{jm} + \sum_{(j_i)} \{ V_{j_1 j_2 j_3 j_4}^{(1)} (\alpha_{j_1}^{\dagger} \alpha_{j_2}^{\dagger} \alpha_{j_3}^{\dagger} \alpha_{j_4}^{\dagger} + \text{э. с.}) + \\ + V_{j_1 j_2 j_3 j_4}^{(2)} (\alpha_{j_1}^{\dagger} \alpha_{j_2}^{\dagger} \alpha_{j_3}^{\dagger} \alpha_{j_4}^{\dagger} + \text{э. с.}) + V_{j_1 j_2 j_3 j_4}^{(3)} \alpha_{j_1}^{\dagger} \alpha_{j_2}^{\dagger} \alpha_{j_3}^{\dagger} \alpha_{j_4}^{\dagger} \}. \quad (2)$$

Теперь, используя операторы A_{μ}^{\dagger} как операторы квадрупольных фононов, построим базис многофононных состояний:

$$A_{\mu}^{\dagger} |0\rangle, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (A^{\dagger} A^{\dagger})_M^{(L)} |0\rangle \dots \quad (3)$$

и диагонализуем гамильтониан H в этом базисе. [В (3) и далее (...) $_M^{(L)}$ означает, что операторы, стоящие в скобках, связаны в момент L с проекцией M .]

Начнем с построения базиса. Коэффициенты $\psi_{jj'}$ определены так, что состояние $A_{\mu}^{\dagger} |0\rangle$ нормировано на единицу. Все же остальные

состояния, будучи построенными так, как если бы они строились из идеальных фононных операторов, будут иметь норму, меньшую единицы и убывающую с увеличением числа квазичастичных операторов (операторов A_{μ}^{\dagger}), использованных при построении вектора состояния. Этот результат является следствием принципа Паули, в чем легко убедиться, вычислив для примера норму состояния:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (A^{\dagger} A^{\dagger})_M^{(L)} | 0 \rangle. \tag{4}$$

Если бы операторы A_{μ}^{\dagger} совпадали с идеальными бозонными квадрупольными операторами d_{μ}^{\dagger} , удовлетворяющими коммутационным соотношениям

$$[d_{\mu}, d_{\mu'}^{\dagger}] = \delta_{\mu, \mu'},$$

то норма вектора (4) равнялась бы единице. В нашем же случае

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \langle 0 | (AA)_M^{(L)} (A^{\dagger} A^{\dagger})_M^L | 0 \rangle = 1 - 50 \sum_{j_1 j_2 j_3 j_4} \psi_{j_1 j_3} \psi_{j_1 j_2} \times \\ \times \psi_{j_3 j_4} \psi_{j_2 j_4} \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_3 & 2 \\ j_2 & j_4 & 2 \\ 2 & 2 & L \end{matrix} \right\}. \end{aligned}$$

Если оператор A_{μ}^{\dagger} формируется из квазичастиц только одной подоболочки со спином $j \gg 1$, то (при $L = M = 0$)

$$\frac{1}{2} \langle 0 | (AA)^{(0)} (A^{\dagger} A^{\dagger})^{(0)} | 0 \rangle \simeq 1 - \frac{1}{\frac{1}{5} \left(j + \frac{1}{2} \right)}.$$

Чем больше кратность вырождения состояния подоболочки, т. е. чем больше компонент в фононном операторе, тем ближе норма состояния (3) к единице. Введем обозначение:

$$\frac{1}{2} \langle 0 | (AA)_M^{(L)} (A^{\dagger} A^{\dagger})_M^{(L)} | 0 \rangle = 1 - (\Omega_L)^{-1}.$$

Конкретные расчеты показывают, что величина Ω_L зависит от спина состояния, но эта зависимость тем слабее, чем тяжелее рассматриваемое ядро. С ростом A и по мере удаления от заполненных оболочек значение Ω_L растет. Микроскопические расчеты Ω_L были выполнены в [1, 2]. По порядку величины Ω_L равна числу валентных пар частиц или дырок.

Расчет нормы состояния, содержащего более двух операторов A_{μ}^{\dagger} , значительно более сложен, но можно найти приближенные рекуррентные соотношения [1, 2] для норм состояний, которые дают следующий результат:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \underbrace{(A \dots A)}_n \underbrace{(A^{\dagger} \dots A^{\dagger})}_n | 0 \rangle = \\ = \left(1 - \frac{1}{\Omega} \right) \left(1 - \frac{2}{\Omega} \right) \dots \left(1 - \frac{n-1}{\Omega} \right). \end{aligned} \tag{5}$$

Структура вектора состояния в (5) такова, что если A_μ^+ заменить d_μ^+ , то справа в (5) будет стоять 1. С помощью (5) легко найти бозонный образ оператора A_μ^+ :

$$A_\mu^+ \rightarrow d_\mu^+ \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}}, \quad \hat{n}_d = \sum_\mu d_\mu^+ d_\mu. \quad (6)$$

Теперь можно проверить, что подстановка (6) в левую часть (5) дает результат, приведенный справа. Из (5) и (6) следует, что параметр Ω , взятый целочисленным, имеет смысл максимального числа d -бозонов, которые могут присутствовать в волновой функции. Из (5) и (6)

также видно, что введение оператора $\sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega}$ приближенно учитывает принцип Паули.

Вернемся к квазичастичному гамильтониану ядра (2). Используя (6), найдем бозонные образы операторов $\alpha_j^+ \alpha_j^+$:

$$\begin{aligned} \alpha_{jm}^+ \alpha_{j'm'}^+ &= \sum_{L\mu} C_{jmj'm'}^{L\mu} (\alpha_j^+ \alpha_{j'}^+)_\mu^{(L)} \simeq C_{jmj'm'}^{2\mu} (\alpha_j^+ \alpha_{j'}^+)_\mu^{21} \simeq \\ &\simeq \sqrt{2} \psi_{jj'} C_{jmj'm'}^{2\mu} A_\mu^+ \rightarrow \sqrt{2} \psi_{jj'} C_{jmj'm'}^{2\mu} d_\mu^+ \sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega}. \end{aligned} \quad (7)$$

В том же приближении найдем и бозонный образ оператора $\alpha_{j_1}^+ \alpha_{j_2}^+$. Так как этот оператор не изменяет числа квазичастиц, то его бозонный образ пропорционален $d_\mu^+ d_\nu$:

$$\alpha_{j_1 m_1}^+ \alpha_{j_2 m_2}^+ \simeq 2 \sum_{j\mu\nu} \psi_{j_1 j} \psi_{j_2 j} C_{j_1 m_1 j m}^{2\mu} C_{j_2 m_2 j m}^{2\nu} d_\mu^+ d_\nu. \quad (8)$$

При отображении фермионных парных операторов на бозонные возникает бесконечный ряд по бозонам различного типа (см., например, [3]). В (7) и (8) оставлены только d -бозонные операторы в силу основного предположения о том, что подпространство, порождаемое фермионными операторами A_μ (1) и соответствующими им d -бозонами, достаточно замкнуто, что эквивалентно предположению о малости членов гамильтониана, связывающих это подпространство с состояниями, определяемыми другими степенями свободы.

Подставляя (7), (8) в гамильтониан (2), получаем следующий бозонный гамильтониан [4–6]:

$$\begin{aligned} H &= \varepsilon \hat{n}_d + \kappa_1 \sum_\mu (d_\mu^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} d_\mu^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} + \text{э. с.}) + \\ &+ \kappa_2 \sum_\mu [d_\mu^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} (d^+ d)_\mu^{(2)} + \text{э. с.}] + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{L=0, 2, 4; \mu} c_L (d^+ d^+)_\mu^{(L)} (d d)_\mu^{(L)} \end{aligned} \quad (9)$$

(черта над индексом означает сопряжение по времени). Аналогично может быть найден бозонный образ оператора квадрупольного элек-

трического перехода $\hat{T}_\mu(E2)$. Оператор $\hat{T}_\mu(E2)$, выраженный через квазичастицы, содержит парные операторы вида $(\alpha_{j_1}^+ \alpha_{j_2})_\mu^{(2)}$ и $(\alpha_{\bar{j}}^+ \alpha_{\bar{j}})_\mu^{(2)}$, поэтому, опять используя (7) и (8), получаем:

$$\hat{T}_\mu(E2) = q_0 (d_\mu^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} + \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} d_\mu) + q_1 (d^+ d)_\mu^{(2)}. \quad (10)$$

Гамильтониан (9) и оператор $E2$ -перехода (10) являются комбинацией членов, линейных и квадратичных по операторам:

$$d_\mu^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d}, \quad \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} d_\mu, \quad d_\mu^+ d_\mu, \quad (11)$$

которые образуют алгебру $SU(6)$, в чем легко убедиться, вычислив их коммутаторы.

Построение коллективного гамильтониана из генераторов группы $SU(6)$ стало возможным благодаря тому, что фактор, приближенно учитывающий принцип Паули, имел вид квадратного корня $\sqrt{\Omega - \hat{n}_d}$ и зависел только от числа бозонов. Это обстоятельство, а также тот факт, что $\sqrt{\Omega - n_d}$ обращается в нуль, когда число бозонов становится равным Ω , а не убывает плавно до нуля при постепенном увеличении числа бозонов, — следствие сделанных приближений.

Рассмотрим теперь, каким образом изменится коллективный гамильтониан при более точном вычислении нормировочных коэффициентов (4) с учетом их зависимости не только от числа бозонов (n), но и от сениорити (v), и от спина состояния (L). Число v определяется как число бозонов, среди которых нет пар с нулевым моментом:

$$N(n, v, L) = \langle 0 | (A \dots A)_M^{(Lnv)} (A^+ \dots A^+)_M^{(Lnv)} | 0 \rangle. \quad (12)$$

Расчеты показывают, что, даже если пренебречь зависимостью от спина, получается следующий результат [7]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N(n+1, v+1)}{N(n, v)} &= \left(1 - \frac{n+v}{2\kappa} \right) \left(1 - \frac{n}{\Omega} \right); \\ \frac{N(n+1, v-1)}{N(n, v)} &= \left(1 - \frac{n-v-3}{2\kappa} \right) \left(1 - \frac{n}{\Omega} \right). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Можно учесть зависимость N и от спина состояния, получив рекуррентные соотношения [1, 7], которые дают точные значения для нормировочных коэффициентов для $n = 2; 3$ и приближенные значения для больших n . Кроме того, что $N(n, v, L)$ зависят от n, v и L , они не исчезают при некотором максимальном значении n , а плавно убывают с ростом n .

Введем теперь эрмитов оператор $\hat{N}(d^+, d)$, диагональный в базисе, составленном из векторов с фиксированным числом бозонов, причем определим \hat{N} так, чтобы его диагональные матричные эле-

менты совпадали с $N(n, v, L)$. В этом случае

$$A_{\mu}^+ \rightarrow \hat{N}^{1/2} d_{\mu}^+ \hat{N}^{-1/2}. \tag{14}$$

Подстановка (14) в выражение (12) для N приводит к тождеству. Коллективный гамильтониан может быть теперь построен при произвольных значениях нормировочных коэффициентов:

$$\begin{aligned} H = & \varepsilon \hat{n}_d + \kappa_1 \left[\hat{N}^{1/2} \left(\sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}^+ + \text{э. с.} \right) \hat{N}^{-1/2} \right] + \\ & + \kappa_2 \hat{N}^{1/2} \left[\sum_{\mu} d_{\mu}^+ (d^+ d)_{\mu}^{(2)} + \text{э. с.} \right] \hat{N}^{-1/2} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{L, \mu} c_L \hat{N}^{1/2} (d^+ d^+)^{(L)}_{\mu} (dd)_{\mu}^{(L)} \hat{N}^{-1/2}. \end{aligned} \tag{15}$$

Если считать, как это принято в (5), что N зависит только от числа бозонов n , т. е.

$$\frac{N(n+1)}{N(n)} = 1 - \frac{n}{\Omega}, \tag{16}$$

то выражения (14) и (15) переходят соответственно в (6) и (9).

Упрощение, использованное в (5) для нормировочных коэффициентов, позволило выразить H (9) и $\hat{T}(E2)$ (10) через генераторы группы $SU(6)$ (11). Представление алгебры с помощью бозонных операторов (11) получило название представления Примакова — Холстейна [8]. Характерной чертой этого представления является наличие в генераторах (11) параметра Ω , определяющего максимальное число бозонов в базисных функциях, которые строятся как суперпозиции состояний

$$|0\rangle, |d^+\rangle, |d^+d^+\rangle, \dots, \underbrace{|d^+ \dots d^+\rangle}_n, \quad n \leq \Omega, \tag{17}$$

$|0\rangle$ — вакуум бозонов.

Для генераторов алгебры $SU(6)$ существует иное бозонное представление — представление Швингера [9], использующее операторы рождения и уничтожения d -бозонов и дополнительного скалярного s -бозона:

$$d_{\mu}^+ s, s^+ d_{\mu}, d_{\mu}^+ d_{\nu} - \delta_{\mu\nu} s^+ s. \tag{18}$$

Формально алгебра операторов (18) не содержит указания, к какому числу бозонов она относится, однако ее базисными функциями являются состояния с вполне определенным числом бозонов, назовем его также Ω :

$$(s^+)^{\Omega-n} \underbrace{|d^+ \dots d^+\rangle}_n, \quad n \leq \Omega, \tag{19}$$

т. е. суммарное число s - и d -бозонов равно Ω .

В [10, 11] показано, что представления (11), (18) переходят друг в друга при унитарном преобразовании, т.е. эти представления эквивалентны. Для построения гамильтониана и оператора $E2$ -перехода с помощью (18) в операторах (9) и (10) выполняются замены

$$d_{\mu}^{+} \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} \rightarrow d_{\mu}^{+} s; \quad \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} d_{\mu} \rightarrow s^{+} d_{\mu}; \quad d_{\mu}^{+} d_{\nu} \rightarrow d_{\mu}^{+} d_{\nu}, \quad (20)$$

в результате которых мы получаем:

$$H = \varepsilon \hat{n}_d + \kappa_1 \sum_{\mu} (d_{\mu}^{+} d_{\mu}^{+} s s + \text{э. с.}) + \kappa_2 \sum_{\mu} [d_{\mu}^{+} (d^{+} d)_{\mu}^{(2)} s + \text{э. с.}] + \frac{1}{2} \sum_{L=0, 2, 4; \mu} c_L (d^{+} d^{+})_{\mu}^{(L)} (d d)_{\mu}^{(L)}; \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_{\mu}(E2) &= q_0 (d_{\mu}^{+} s + s^{+} d_{\mu}^{-}) + q_1 (d^{+} d)_{\mu}^{(2)} \equiv \\ &\equiv e^{*} [d_{\mu}^{+} s + s^{+} d_{\mu}^{-} + \chi_{E2} (d^{+} d)_{\mu}^{(2)}]. \end{aligned} \quad (22)$$

Подробно вопрос об эквивалентности гамильтонианов (9), (21) рассмотрен в [10—13].

Впервые гамильтониан, составленный из s - и d -бозонов, был предложен Аримой и Якелло [15] (от них идет также установившееся название модели — МВБ), как наиболее общий скалярный эрмитов оператор, содержащий не более четырех операторов бозонов:

$$H = \varepsilon_s \hat{n}_s + \varepsilon_d \hat{n}_d + \frac{1}{2} u_0 s^{+} s^{+} s s + u_2 \hat{n}_s \hat{n}_d + \frac{1}{\sqrt{2}} v_0 [(d^{+} d^{+})^0 s s + \text{э. с.}] + v_2 [(d^{+} (d^{+} d)^{(2)})_s^{(0)} + \text{э. с.}] + \frac{1}{2} \sum_{L=0, 2, 4} \tilde{c}_L + ((d^{+} d^{+})^{(L)} (d d)^{(L)})^{(0)}. \quad (23)$$

При учете соотношения $\Omega = \hat{n}_s + \hat{n}_d$ ($n_s = s^{+} s$) и использовании коммутационных соотношений между бозонными операторами гамильтониан (23) может быть приведен к виду (21), так что полное число независимых констант в гамильтониане МВБ равно шести ($\varepsilon, \kappa_1, \kappa_2, c_0, c_2, c_4$). Далее назовем гамильтониан в форме (9) или (21) гамильтонианом МВБ-I — гамильтонианом модели в ее первом варианте, не учитывающем различия протонных и нейтронных бозонов.

Выше был изложен способ построения коллективного гамильтониана, основанный на использовании квазичастичных операторов A_{μ}^{+} (1), действующих на вакуумное состояние $|0\rangle$. Известно, однако, что при использовании квазичастичных операторов возникает некоторая неточность, связанная с несохранением числа частиц. В принципе эта неточность может быть устранена при замене операторов A_{μ}^{+} на суперпозиции частично-дырочных квадрупольных операторов, а вакуума квазичастиц на состояние, которое, например, может быть получено проектированием по числу частиц функций Бардина —

Купера — Шриффера. Однако и в квазичастичной теории, и в теории с сохранением числа частиц для введения бозонного гамильтониана используются только квадрупольные фермионные операторы и не возникает необходимость введения специального скалярного оператора.

Гамильтониан (9) (без s -бозонов) и гамильтониан (21) (содержащий s -бозоны) переходят друг в друга при унитарном преобразовании, поэтому физически они эквивалентны. Таким образом, можно считать, что введение s -бозона в (21) и (22) носит формальный характер: его

введение служит удобным способом замены операторов $\sqrt{\Omega - \hat{n}_d}$. Заметим, что именно с этой целью скалярный бозон был впервые введен в [5, 14]. В настоящее время в литературе используются различные формы гамильтониана МВБ-I, отличающиеся друг от друга способами связи операторов бозонов. Все эти формы переходят друг в друга при определенных соотношениях между константами. Сводка различных форм гамильтониана МВБ-I и соотношений между константами дана в [16]. Приведем здесь одну из возможных форм гамильтониана (21), в которой явно выделено квадруполь-квадрупольное взаимодействие между бозонами:

$$\left. \begin{aligned} H &= \tilde{\epsilon} \hat{n}_d + \kappa_1 \sum_{\mu} Q_{\mu}^{+} Q_{\mu} + \frac{1}{2} \sum_{L, M} c'_L (d^{+} d^{+})_{\mu}^{(L)} (d d)_{\mu}^{(L)}; \\ Q_{\mu} &= d_{\mu}^{+} s + s^{+} d_{\mu} + \chi (d^{+} d)_{\mu}^{(2)}; \quad \chi = \kappa_2 / 2\kappa_1; \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

в (24) параметры $\tilde{\epsilon}$ и c'_L являются линейными функциями ϵ , κ_1 , κ_2 и c_L параметров гамильтониана (21). Если имеет место пропорциональность между значениями протонных и нейтронных матричных элементов квадрупольного оператора, то в таком случае можно ожидать, что параметр в (24) будет близок к параметру χ_{E_2} в операторе E_2 -перехода в (22).

2. ОПИСАНИЕ СВОЙСТВ СФЕРИЧЕСКИХ, ПЕРЕХОДНЫХ И ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР НА ОСНОВЕ МВБ-I

Гамильтониан (21) не единственный, предлагавшийся для описания свойств квадрупольных возбуждений четно-четных ядер. Следует вспомнить гармонический осциллятор для сферических ядер, квазичастично-фононную модель для описания вибрационных возбуждений сильнодеформированных ядер, модель Эллиота для описания ротационных полос и, наконец, обобщенную модель Бора — Моттельсона. Большинство из этих моделей могли описывать лишь какой-то тип возбуждений деформированных ядер. Гамильтониан Бора — Моттельсона в принципе может описывать спектры квадрупольных возбуждений всех ядер от сферических до деформированных. Однако параметризация энергии колебаний для переходных ядер представляет сложную задачу, требующую много параметров.

На эксперименте же наблюдаются всевозможные спектры возбуждений. При этом в ряде случаев, прослеживая изменения спектра состояний вдоль цепочки изотопов одного элемента, удается наблюдать плавный переход от сферических ядер к деформированным. Поведение ядер в переходной области оказывается различным для различных областей массовых чисел. Возникает вопрос, можно ли с помощью гамильтониана (21) описать эту картину.

В том, что сферические ядра могут быть описаны гамильтонианом (21), убедиться нетрудно. Полагая $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$, мы получаем из (21) гамильтониан, собственные состояния которого являются состояниями с фиксированным числом квадрупольных фононов. При $c_L = 0$ спектр возбужденных состояний эквидистантен. При малых, но отличных от нуля c_L наблюдаются слабые отклонения от эквидистантности. Точный результат в этом случае может быть получен аналитически [$SU(5)$ — предел МВБ], поскольку гамильтониан (21) можно выразить через операторы Казимира подгрупп $SU(6)$ [1, 6, 15]:

$$SU(6) \supset SU(5) \supset O(5) \supset O(3), \quad (25)$$

а его собственное значение — через квантовые числа подгрупп в цепочке (25):

$$E = a_1 n + a_2 n^2 + a_3 v(v+3) + a_4 I(I+1), \quad (25a)$$

где n — число квадрупольных бозонов [$SU(5)$], v — сениорити [$O(5)$], I — угловой момент состояния [$O(3)$]. Параметры a_i в (25a) линейно связаны с параметрами гамильтониана (21).

Поскольку квадрупольная компонента в остаточных силах является преобладающей, обращение в нуль коэффициента κ_2 в гамильтониане должно означать, что в нуль обращается и коэффициент χ_{E2} в (22). Тогда для вероятностей $E2$ -переходов с точностью до поправок порядка Ω^{-1} получаются те же соотношения, что и в модели гармонических квадрупольных колебаний.

Спектр собственных значений гамильтониана (21) показан на рис. 1. Из рисунка видно, что с ростом κ_2 спектр состояний изменяется от эквидистантного до ротационного. Характер перехода зависит от значения κ_1 . При малых κ_1 наблюдается резкое опускание O_2^+ -состояния. С увеличением κ_1 снижение уменьшается, а при достаточно больших κ_1 происходит плавный переход от вибрационного спектра к ротационному с формированием квазиротационных полос в переходной области. Переходные ядра с низколежащими O_2^+ -состояниями известны экспериментально (см. ниже разд. 7).

Характер зависимости энергетического спектра от κ_2 говорит о том, что этот параметр в модели взаимодействующих бозонов играет ту же роль, что и параметр при тех слагаемых в потенциальной энергии колебаний формы ядра, которые зависят от γ [коэффициент при $V(\beta^2)\beta^3 \cos 3\gamma$]. Такой вывод подтверждается и микроскопическими расчетами коэффициента κ_2 , значение которого определяется

асимметрией распределения матричных элементов взаимодействия относительно поверхности Ферми.

Как уже отмечалось, отличие от нуля коэффициента κ_2 означает и отличие от нуля коэффициента χ_{E2} в выражении для оператора квадрупольных переходов в (22). При больших значениях коэффициентов κ_1 и κ_2 в гамильтониане для вероятностей $E2$ -переходов и статических квадрупольных моментов получаются результаты, характерные для сильнодеформированных ядер.

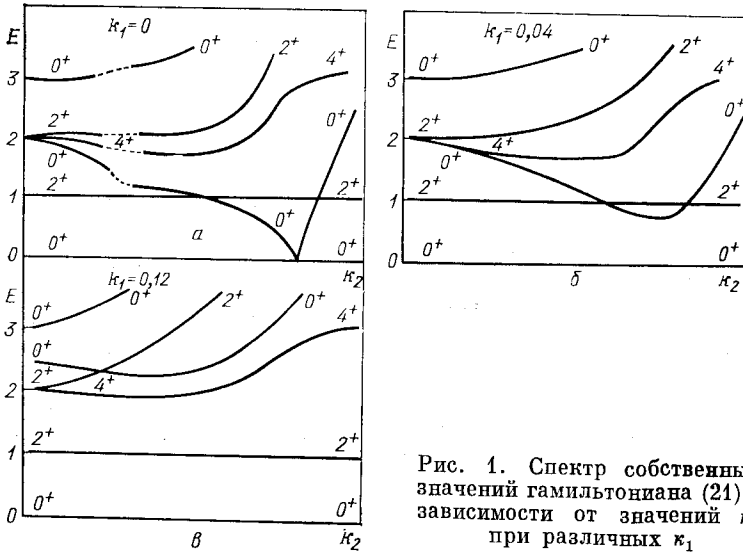


Рис. 1. Спектр собственных значений гамильтониана (21) в зависимости от значений κ_2 при различных κ_1

Случай больших значений параметров κ_1 и κ_2 может быть рассмотрен аналитически, так как при определенных соотношениях между ε , κ_1 , κ_2 , c_L собственные значения гамильтониана (21) могут быть выражены через квантовые числа другой цепочки подгруппы $SU(6)$:

$$SU(6) \supset SU(3) \supset O(3). \tag{26}$$

При этом гамильтониан (21) может быть записан следующим образом [$SU(3)$ — предел МВБ] [1, 6, 17]:

$$H = -\kappa \sum_{\nu} \tilde{Q}_{\nu}^{\dagger} \tilde{Q}_{\nu} + \kappa' \hat{I}^2. \tag{27}$$

Здесь $\hat{I}_{\nu} = \sqrt{10} (d^{\dagger} d)_{\nu}^{(1)}$ — оператор углового момента,

$$\tilde{Q}_{\nu} = d_{\nu}^{\dagger} s + s^{\dagger} d_{\nu} \pm \frac{\sqrt{7}}{2} (d^{\dagger} d)_{\nu}^{(2)}. \tag{28}$$

Можно сказать, что пять операторов \tilde{Q}_{ν} и три оператора \hat{I}_{ν} образуют алгебру $SU(3)$, а гамильтониан (27) является линейной комби-

нацией оператора Казимира группы $SU(3)$ и квадрата оператора углового момента. Спектр собственных значений гамильтониана (27) имеет вид:

$$E(I, \lambda, \mu) = -\kappa(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + \left(\frac{3}{4}\kappa + \kappa'\right) I(I+1). \quad (29)$$

Здесь λ, μ — это целые положительные числа, характеризующие неприводимые представления группы $SU(3)$. Следует иметь в виду, что не все неприводимые представления группы $SU(3)$ реализуются в качестве собственных функций гамильтониана (27), а лишь те из них, которые принадлежат полностью симметричным представлениям группы $SU(6)$, характеризуемым заданным значением Ω . В табл. 1

Таблица 1. Квантовые числа (λ, μ) неприводимых представлений $SU(3)$, содержащихся в симметричном представлении $SU(6)$ при $\Omega = 15$ (n_b — суммарное число β - и γ -фононов. Число ν показывает, сколько раз встречается данное представление.)

n_b	$(\lambda, \mu)^\nu$	n_b	$(\lambda, \mu)^\nu$
0	$(30, 0)^1$	5	$(10, 10)^1$
1	$(26, 2)^1$		$(12, 6)^2$
2	$(24, 0)^1$		$(14, 2)^2$
	$(22, 4)^1$	6	$(8, 8)^1$
3	$(18, 6)^1$		$(10, 4)^2$
	$(20, 2)^1$		$(12, 0)^2$
4	$(14, 0)^1$	7	$(6, 6)^1$
	$(16, 4)^1$		$(8, 2)^2$
	$(18, 0)^1$		$(4, 4)^1$
			$(6, 0)^2$
			$(2, 2)^1$
			$(0, 0)^1$

перечислены представления, принадлежащие полностью симметричным представлениям $SU(6)$ при $\Omega = 15$.

Как видно из (29), спектр собственных значений гамильтониана (27) — это совокупность ротационных полос с одинаковыми моментами инерции, построенных на различных внутренних состояниях. Каждая полоса характеризуется квантовыми числами (λ, μ, K) . Здесь K — дополнительное квантовое число, совпадающее с минимальным спином полосы. Число K определяется минимальным из чисел λ, μ . Если, например, $\mu \leq \lambda$, то $K = \mu, \mu - 2, \dots$. При этом спины в полосе принимают значения: $I = K, K + 1,$

$K + 2, \dots, K + \lambda$ при $K \neq 0$, если же $K = 0$, то $I = 0, 2, 4, \dots, \lambda$. Если $\mu > \lambda$, то в этих правилах (правилах Эллиотта) определения I квантовые числа λ и μ меняются местами. Подчеркнем особо, что энергия состояния, как видно из (29), не зависит от K .

Нижайшая по энергии полоса имеет квантовые числа $(\lambda, \mu, K) = (2\Omega, 0, 0)$. Следующие две полосы вырождены и имеют квантовые числа $(\lambda, \mu, K) = (2\Omega - 4, 2, 0); (2\Omega - 4, 2, 2)$. Далее, если позволяют значения Ω , следует группа из четырех полос с квантовыми числами $(2\Omega - 8, 4, 0); (2\Omega - 8, 4, 2); (2\Omega - 8, 4, 4); (2\Omega - 6, 0, 0)$ и т. д. (рис. 2).

Если Ω достаточно большое число, то отношение энергий оснований второй и первой групп полос равно приблизительно 2 и спектр на рис. 2 можно интерпретировать в рамках традиционной картины коллективных возбуждений сильнодеформированных ядер. Нижай-

шая по энергии полоса построена на основном состоянии. Полоса ($\lambda = 2\Omega - 4, \mu = 2, K = 0$) построена на β -колебательном состоянии. Полоса ($\lambda = 2\Omega - 4, \mu = 2, K = 2$) — на γ -колебательном состоянии. Энергии квантов обоих колебаний приблизительно совпадают и равны:

$$\omega_\beta = \omega_\gamma \simeq 12\Omega\kappa.$$

Вторая группа полос построена на двухфононных состояниях. Это или два β -фонона ($K = 0$), или два γ -фонона ($K = 0; 4$), или один

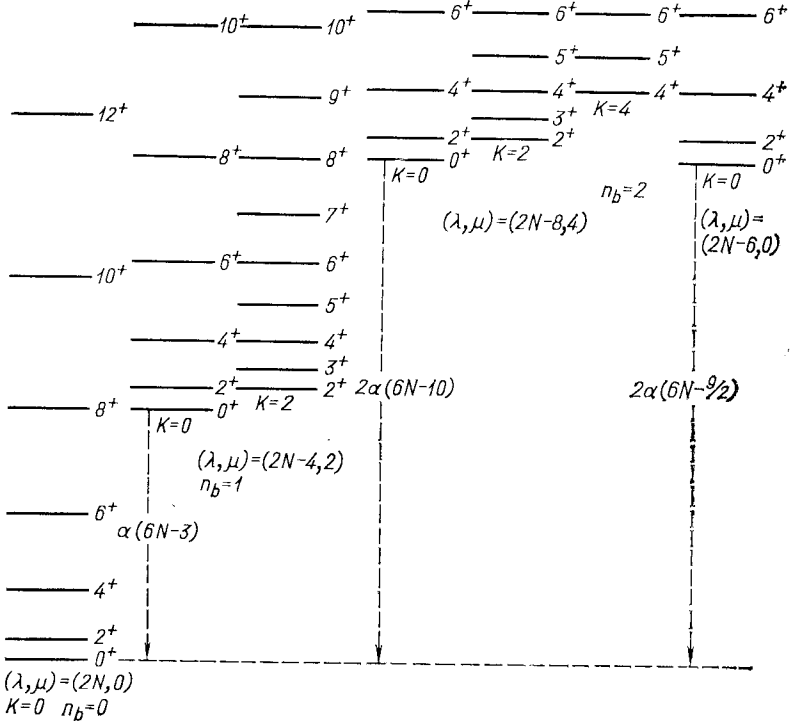


Рис. 2. Спектр энергетических состояний в пределе $SU(3)$

β -фонон и один γ -фонон ($K = 2$). В общем случае можно показать, что если $\Omega \gg n_b$, где n_b — суммарное число β - и γ -фононов, то спектр собственных значений гамильтониана совпадает со спектром:

$$E(n_\beta, n_\gamma, I) = E_0 + 12\Omega\kappa(n_\beta + n_\gamma) + \left(\kappa' + \frac{3}{4}\kappa\right) I(I+1), \quad (30)$$

где n_β (n_γ) — число β (γ)-фононов.

Если предположить, что оператор электрического квадрупольного момента пропорционален \tilde{Q}_ν (28), то вероятности $E2$ -переходов

между полосами с разными (λ, μ) будут равны нулю. Вероятности переходов между полосами с одинаковыми (λ, μ) , но разными K остаются неопределенными, поскольку в рассматриваемом приближении эти полосы вырождены. Для переходов внутри основной ротационной полосы получается следующее выражение:

$$B(E2; I \rightarrow I') = 4(4\Omega^2 + 6\Omega + 3) \times \\ \times (C_{I020}^{I'0})^2 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{I(I+1) + I'(I'+1)}{4\Omega^2 + 6\Omega + 3} \right\}, \quad (31)$$

где $C_{I020}^{I'0}$ — коэффициент Клебша — Гордана. При $I^2 \ll 4\Omega^2$ это выражение дает правила Алага для вероятностей $E2$ -переходов.

Таким образом, гамильтониан (21) содержит как частные случаи решения, соответствующие модели гармонических квадрупольных колебаний и модели аксиально-симметричного ротатора, совершающего малые колебания относительно равновесной формы.

Иначе ведут себя энергетические спектры при $\kappa_2 = 0$ и увеличении κ_1 . В этом случае спектр собственных значений совпадает со спектром коллективных возбуждений в модели Жана — Вилетса [18] (рис. 3). При $\kappa_2 = 0$ сениорити является хорошим квантовым числом и спектр собственных значений вырожден по сениорити. При увеличении κ_1 отклонение от эквидистантности возрастает и в целом спектр ведет себя так, как и в обобщенной модели ядра при увеличении жесткости β -колебаний. Таким образом, параметр κ_1 в модели взаимодействующих бозонов играет ту же роль, что и параметр $\langle \beta^2 \rangle$ в коллективной модели Бора — Моттельсона.

Среди экспериментально исследованных ядер есть и такие, спектр возбужденных состояний которых хорошо согласуется с предсказаниями модели при $\kappa_2 = 0$. Это

ядра с высоколежащими 0_2^+ -состояниями и почти вырожденными 2_2^+ - и 4_1^+ -уровнями. Они обнаружены в области изотопов Ва, Hg и Pt. Расчеты потенциальной энергии деформации подтверждают слабую зависимость от γ последней.

При $\kappa_2 = 0$ существует такой набор параметров ε , κ_1 , c_L , при котором гамильтониан (21) выражается через операторы Казимира еще одной цепочки подгруппы $SU(6)$ [19]:

$$SU(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3). \quad (32)$$

В этом случае задача также решается аналитически [$O(6)$ — предел МВБ].

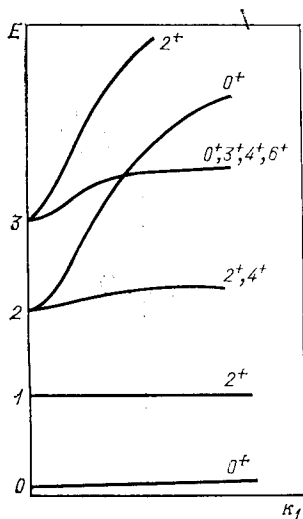


Рис. 3. Зависимость спектра состояний гамильтониана (21) от κ_1 при $\kappa_2 = 0$

Таким образом, модель взаимодействующих бозонов описывает переход от сферических ядер к деформированным. В этом ее отличие от многих других моделей. Сам переход может осуществляться по-разному в зависимости от поведения коэффициентов κ_1 и κ_2 :

если κ_1 и κ_2 растут одновременно, то происходит плавный переход от вибрационного спектра к ротационному;

при малых κ_1 и быстром росте κ_2 в переходной области появляются низколежащие 0^+ -состояния, которые могут опускаться даже ниже 2_1^+ -состояний;

при близких к нулю значениях κ_2 и росте κ_1 резко увеличивается энергия 0_2^+ -состояния. Энергии 2_2^+ - и 4_1^+ -состояний близки, а отношение их энергий к энергии 2_1^+ -состояния заключено в пределах $2,0-2,5$.

Как следует из изложенного, результаты, к которым приводит МВБ, во многом очень близки к результатам модели Бора и Моттельсона (МБМ). Это не удивительно, так как физические основы двух моделей одинаковы, поскольку обе модели рассматривают нижайшие коллективные состояния как проявление пяти квадрупольных степеней свободы.

Как в основе МБМ, так и в основе МВБ лежит предположение о слабой связи коллективной квадрупольной степени свободы с другими степенями свободы ядра. Именно основываясь на этом предположении, строились гамильтонианы, содержащие только коллективные квадрупольные операторы. Основным же отличием гамильтониана МВБ от гамильтониана МБМ является то, что первый в бозонном пространстве представляется конечной матрицей. Это обстоятельство весьма упрощает задачу диагонализации гамильтониана, но, как мы считаем, не имеет глубокой физической основы, а является следствием приближений, сделанных при выводе модели взаимодействующих бозонов.

В некоторых случаях, например, когда число Ω велико (как это имеет место в стабильно деформированных ядрах), гамильтониан МВБ может быть приведен к стандартному гамильтониану МБМ (квадратичная функция коллективных импульсов плюс потенциальная энергия как функция коллективных координат β и γ). Начиная с работ [5, 14] соотношение МВБ и МБМ обсуждается во многих работах [11, 20—27]. На некоторых вопросах, рассматривающихся в этих работах, мы останавливаемся подробнее в разд. 8.

3. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПРОТОННЫХ И НЕЙТРОННЫХ БОЗОНОВ (МВБ-II)

Широкое распространение при анализе экспериментальных данных получил второй вариант модели взаимодействующих бозонов — МВБ-II, в котором используются два сорта бозонов: нейтронные и протонные. Основанием для удвоения числа бозонов явилось стремление явно выделить в коллективном гамильтониане протон-

нейтронное взаимодействие. Его важная роль проявляется, например, в характере изменения спектров ядер с ростом числа нуклонов одного сорта. Действительно, спектры ядер с числом протонов (нейтронов), равным магическому, с увеличением числа валентных нейтронов (протонов) мало изменяют свой характер, оставаясь близкими к спектру слабоангармонического вибратора. В то же время добавление, например, в случае ${}_{50}\text{Sn}$ пары протонов сверх заполненных оболочек резко снижает энергию первого 2_1^+ -уровня, и при дальнейшем увеличении числа протонов спектр приобретает ротационный характер.

Явное выделение протон-нейтронного взаимодействия в коллективном гамильтониане посредством введения протонных и нейтронных бозонов было предложено Аримой, Якелло, Отсукой и Талми [28—30]. Формулировка МВБ-II основывалась на предположении, что нижайшие коллективные состояния формируются из коллективных фермионных пар, связанных в моменты нуль и два. Авторы использовали вариант микроскопической теории, в котором базисные состояния четных систем строятся на основе функции

$$\left[\sum_j \psi_j^{(0)} (a_j^\dagger a_j) \right]^{N/2} | 0 \rangle = [S^+]^{N/2} | 0 \rangle \quad (33)$$

(N — число фермионов), которая пропорциональна функции Бардина — Купера — Шриффера, спроектированной на определенное число частиц (в данном случае N). Функция (33) представлена как степень оператора, порождающего наиболее сильно связанную пару фермионов, имеющую нулевой момент (S -пара). При таком построении теории функции коллективных состояний являются суперпозициями (33) и функций, получающихся при замене одной или нескольких S -пар в (33) на соответствующее число D -пар:

$$D_\mu^+ = \sum_{j_1 j_2} \psi_{j_1 j_2}^{(2)} (a_{j_1}^\dagger a_{j_2}^\dagger)_\mu^{(2)}. \quad (34)$$

В работах [28—30] было показано, что амплитуды $\psi_j^{(0)}$ и $\psi_{j_1 j_2}^{(2)}$ в (33), (34) могут быть найдены при диагонализации фермионного гамильтониана модели оболочек, включающего среднее поле и остаточные взаимодействия.

S - и D -пары вводятся отдельно для протонов и нейтронов, и затем состояния, построенные из них, отображаются на бозонные волновые функции, построенные из скалярных s_ρ - и квадрупольных $d_{\rho\mu}$ -бозонов (ρ равно π или ν соответственно для протонных или нейтронных бозонов). При этом предполагается, что низколежачие коллективные состояния обязаны своим происхождением движению нуклонов только в валентных подоболочках. Поэтому при переходе через середину оболочки операторы рождения фермионов в (33), (34) должны быть заменены операторами рождения дырок. В таком случае полное число бозонов каждого сорта связано простым соотношением с числом фер-

мионных пар или дырок:

$$2n_\rho = \begin{cases} N_\rho & \text{при } N_\rho \leq \Omega_\rho, \\ 2\Omega_\rho - N_\rho & \text{при } N_\rho > \Omega_\rho, \end{cases} \quad (35)$$

где N_ρ — число нуклонов в заполняющейся оболочке; $2\Omega_\rho$ — полное число нуклонов данного сорта в этой оболочке; n_ρ — число бозонов, равное сумме s_ρ - и d_ρ -бозонов ($\rho = \pi, \nu$).

При обосновании МВБ-II авторы работ [28—30] в основном использовали представление модели оболочек, что дало им основание рассматривать МВБ-II как некоторое приближение к этой модели, поэтому в литературе иногда используется термин *Interacting Boson Approximation (IBA)* — приближение взаимодействующих бозонов.

Гамильтониан МВБ-II составляется из гамильтонианов для бозонов каждого сорта в отдельности и взаимодействия между протонными и нейтронными бозонами ($V_{\pi\nu}$):

$$H(\text{МВБ-II}) = \sum_{\rho=\pi, \nu} H_\rho = V_{\pi\nu}. \quad (36)$$

Формально H_ρ подобен H (МВБ-I) (21), где все операторы относятся к бозонам типа ρ . Однако для H_ρ выбирают несколько более простое выражение:

$$H_\rho = e_{d\rho} \hat{n}_{d\rho} + \frac{1}{2} \sum_{L=0, 2, 4; \mu} c_{L\rho} (d^+ d^+)_{\rho\mu}^{(L)} (dd)_{\rho\mu}^{(L)}, \quad (37)$$

поскольку гамильтониан (37), как показано выше (см. разд. 2), позволяет воспроизвести спектр слабоангармонического вибратора, который характерен для ядер с замкнутой либо протонной, либо нейтронной оболочками. Форма (37) для H_ρ , по-видимому, является слишком упрощенной. В [31] приведены аргументы в пользу включения в H_ρ членов, несохраняющих число d -бозонов (квадруполь-квадрупольное взаимодействие между одинаковыми бозонами).

При установлении вида $V_{\pi\nu}$ учитывается, во-первых, известный факт, что именно квадруполь-квадрупольное взаимодействие является одной из основных причин, определяющих возникновение ротационного спектра:

$$V_{\pi\nu} = -k \sum_{\mu} Q_{\pi\mu}^+ Q_{\nu\mu} + M_{\pi\nu}; \quad (38)$$

$$Q_{\rho\mu} = (d_\mu^+ s + s^+ d_\mu^-)_\rho + \chi_\rho (d^+ d)_{\rho\mu}^{(2)}. \quad (39)$$

Во-вторых, в $V_{\pi\nu}$ вводят так называемое слагаемое Майорана ($M_{\pi\nu}$). Появление этого члена в $V_{\pi\nu}$ связано с тем, что наличие бозонов двух сортов (π и ν) приводит к возникновению новых состояний, которых нет в спектре бозонов одного сорта, в частности состояний $I^\pi = 1^+$, а также дополнительных состояний $I^\pi = 2^+$, не являющихся симметричными при замене протонных бозонов на нейтронные. Так как на опыте такие состояния с низкой энергией не обнаружены, то $M_{\pi\nu}$

строится таким образом, чтобы обеспечить повышение энергий таких состояний:

$$M_{\pi\nu} = \xi^{(2)} \sum_{\mu} (d_{\pi\mu}^+ s_{\nu}^+ - d_{\nu\mu}^+ s_{\pi}^+) (d_{\pi\mu} s_{\nu} - d_{\nu\mu} s_{\pi}) + \\ + \sum_{L=1, 3; \mu} \xi^{(L)} (d_{\pi}^+ d_{\nu}^+)^{(L)}_{\mu} (d_{\pi} d_{\nu})_{\mu}^{(L)}, \quad \xi^{(L)} > 0. \quad (40)$$

Из (37), (38), (40) следует, что общее число параметров гамильтониана МВБ-II достигает 14:

$$e_{\pi d}, c_{L\pi}, e_{\nu d}, c_{L\nu}, k, \chi_{\pi}, \chi_{\nu}, \xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \xi^{(3)}.$$

Это число слишком велико для феноменологического анализа и поэтому вводят следующие упрощения: при анализе цепочки изотопов (Z — фиксировано) полагают одинаковыми для всей цепочки: $\xi^{(L)} = \xi$, $c_{L\pi}$ (часто $c_{L\pi} = 0$), χ_{π} . При этом для каждого ядра подбирают $e_{\pi d} = e_{\nu d} = \epsilon$, k , χ_{ν} , $c_{\nu L}$ (часто полагают $c_{2\nu} = c_{4\nu} = 0$). При анализе цепочки изотопов (N — фиксировано) держат постоянными нейтронные параметры. Окончательно для каждого ядра варьируются примерно 4 параметра и для всей группы изотопов (или изотонов) еще 2—3 параметра, так что общее число параметров примерно равно семи, т. е. примерно такое же, как в МВБ-I.

Оператор $E2$ -перехода строится из операторов Q_{ρ} (39) и в принципе должен включать четыре параметра: два эффективных заряда (протонный и нейтронный) и два значения $\chi_{\rho E2}$. Однако обычно принимают, что параметры χ_{ρ} в гамильтониане (36) и в операторе $E2$ -перехода одинаковы:

$$\hat{T}_{\mu}(E2) = \sum_{\rho} e_{\rho}^* [(d_{\mu}^+ s + s^+ d_{\mu}^-)_{\rho} + \chi_{\rho} (d^+ d)_{\rho\mu}^{(2)}]. \quad (41)$$

Волновые функции МВБ-II строятся как векторные произведения бозонных протонных и нейтронных функций. В результате базис МВБ-II оказывается много шире, чем базис МВБ-I. (Так, например, для двух протонных и двух нейтронных бозонов мы имеем 65 состояний, в то время как для четырех одинаковых бозонов — только 18.) Уже этот факт показывает, что МВБ-II должна включать в себя МВБ-I.

В работах [28—30] было показано, что переход от МВБ-II к МВБ-I может быть осуществлен с помощью проектирования функций МВБ-II на состояния, полностью симметричные по протонным и нейтронным бозонам, что эквивалентно выделению в гамильтониане МВБ-II слагаемых, обладающих этой же симметрией.

Выделение симметричных конфигураций бозонов — не единственный способ перехода от МВБ-I к МВБ-II. Рассмотрим, например, такую возможность. Исключим с помощью унитарного преобразования s -бозоны, что эквивалентно переходу к частично-дырочной картине для описания коллективных состояний [10, 11]. Затем от d_{π}^{\pm} и d_{ν}^{\pm} -бозонов перейдем к операторам, $d^+ = \sqrt{\Omega_{\pi}/\Omega} d_{\pi}^+ + \sqrt{\Omega_{\nu}/\Omega} d_{\nu}^+$ и $d'^+ = \sqrt{\Omega_{\nu}/\Omega} d_{\pi}^+ - \sqrt{\Omega_{\pi}/\Omega} d_{\nu}^+$ ($\Omega = \Omega_{\pi} + \Omega_{\nu}$).

Сильное протон-нейтронное квадруполь-квадрупольное взаимодействие Майорана (38), (40) понижает энергию d -бозона и повышает энергию d' -бозона. Таким образом, можно считать, что d -бозон соответствует наиболее коллективной суперпозиции частично-дырочных пар, а d' — слабоколлективизированным парам. Пренебрегая d' -бозонами в преобразованном гамильтониане, получаем МВБ-I в форме (9). Приведенное рассуждение показывает, что в МВБ-II посредством введения протонных и нейтронных бозонов учитывается связь наиболее коллективизированных состояний с состояниями другой природы. Учет этих состояний может оказаться существенным в тех случаях, когда коллективная мода недостаточно выделена среди прочих состояний (как это может быть, когда, например, по одному сорту частиц ядро близко к магическому). Кроме того, связь с d' -состояниями, в которых протоны и нейтроны движутся в противофазе, по-видимому, эффективно учитывает связь с изовекторным квадрупольным резонансом, что оказывает сглаживающее влияние на изменение параметров модели с ростом числа нуклонов одного сорта.

Бозонный гамильтониан МВБ-II (36) и оператор квадрупольного перехода (41) строятся из генераторов протонной и нейтронной групп $SU(6)$:

$$d_{\rho\mu}^+ s_{\rho}, s_{\rho}^+ d_{\rho\mu}, d_{\rho\mu}^+ d_{\rho\nu} - \delta_{\mu\nu} s_{\rho}^+ s_{\rho}. \quad (42)$$

Поэтому группой динамической симметрии МВБ-II является прямое произведение групп $SU^{(\pi)}(6) \times SU^{(\nu)}(6)$. Дальнейшая классификация отдельно протонных и нейтронных состояний может осуществляться таким же образом, как в МВБ-I, т. е. с помощью трех цепочек подгрупп (25), (26), (32). Кроме этого, вся протонно-нейтронная функция может характеризоваться квантовыми числами группы, объединяющей протонные и нейтронные группы симметрии. Эта объединяющая группа обязательно имеет своей подгруппой группу трехмерных вращений $O(3)$, поскольку каждое физическое состояние обладает определенным угловым моментом и его проекцией.

Приведем теперь эти возможные цепочки подгрупп [31, 32]:

$$SU^{(\pi)}(6) \times SU^{(\nu)}(6) \supset$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \supset SU^{(\pi)}(5) \times SU^{(\nu)}(5) \supset SU(5) \supset O(5) \supset O(3); \quad (43) \\ \supset SU^{(\pi)}(3) \times SU^{(\nu)}(3) \supset SU(3) \supset O(3); \quad (44) \\ \supset O^{(\pi)}(6) \times O^{(\nu)}(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3). \quad (45) \end{array} \right.$$

Функция неприводимого представления протонной или нейтронной группы в отдельности является полностью симметричной. Однако среди функций неприводимых представлений, объединяющих группы $SU(5)$ и $O(6)$, появляющихся в (43), (45), имеются не только полностью симметричные функции (эти функции по-прежнему описывают нижайшие по энергии состояния), но и функции промежуточ-

ной симметрии. Такие функции характеризуются схемами Юнга с двумя строками.

Представления $SU(3)$, возникающие в (44), также отличаются от тех представлений, которые имели место при приведении полностью симметричной функции $SU(6)$ в МВБ-I. В данном случае помимо схем с (λ, μ) , где λ и μ — четные числа (табл. I), появляются схемы с нечетными значениями λ, μ , например $\lambda = 2(n_\pi + n_\nu) - 2, \mu = 1$. Состояния, принадлежащие к этому представлению, дают полосу с $K = 1$ [о причинах появления состояний с $I^\pi = 1^+$ говорилось выше в связи с введением сил Майорана (40)].

Так же как и в случае МВБ-I, аналитические решения гамильтониана МВБ-II возможны в тех случаях, когда при определенных соотношениях между параметрами гамильтониан МВБ-II приводится к сумме операторов Казимира подгрупп, находящихся в соответствующей цепочке. Очевидно, что при значениях ϵ , много больших k и $c_{\rho L}$, мы будем иметь спектр, близкий к гармоническому [$SU(5)$ — предел МВБ-II (43)]. В случае $\epsilon \simeq 0$ ситуация зависит от χ_ρ . Если $\chi_\pi \simeq \chi_\nu \simeq 0$, то спектр будет проявлять особенности, присущие γ -нестабильному ротатору [$O(6)$ — предел МВБ-II (45)]. При $|\chi_\pi| \simeq$

$\simeq |\chi_\nu| \simeq \frac{\sqrt{7}}{2}$ осуществляется $SU(3)$ — предел МВБ-II (44). Как указано в работе [31], здесь имеются две возможности. Во-первых, если χ_π и χ_ν одного знака, то функции нижайших состояний описываются схемами, подобными тем, которые рассматривались в МВБ-I (см. разд. 2). Во-вторых, может оказаться, что χ_π и χ_ν разного знака. Такая ситуация может возникнуть, если нейтроны, например, начинают заполнять оболочку, в то время как протоны заканчивают заполнение оболочки. Тогда различие в знаках χ_ρ следует из упрощенной модели, в которой реальные уровни подоболочек заменяются одним вырожденным уровнем с кратностью вырождения $2\Omega_\rho = \sum_i (2j_i + 1)$.

В этой модели [см. (52) в разд. 5] величина χ_ρ пропорциональна $\Omega_\rho - N_\rho$, т. е. модель предсказывает изменение знака χ_ρ при переходе числа нуклонов (N_ρ) через середину оболочки. В этом случае если мы примем, например, для нейтронной функции нижайшего состояния схему $SU^{(\nu)}(3)$ ($\lambda = 2n_\nu, \mu = 0$), то протонная функция нижайшего состояния (из-за другого знака χ_π) должна иметь схему $SU^{(\pi)}(3)$ ($\lambda = 0, \mu = 2n_\pi$), т. е. описываться сопряженным представлением. Такие представления в данном случае появляются так же, как и при классификации элементарных частиц, когда частицы и античастицы относятся к сопряженным представлениям. Аналогия с МВБ состоит в том, что частицам сопоставлены бозоны, на которые отображаются нуклонные пары, начинающие заполнять оболочку, а античастицам — бозоны, соответствующие парам дырок, т. е. нуклонам, недостающим до заполнения оболочки.

Помимо указанных выше представлений в $SU^{(0)}(6)$ содержатся также и другие представления $SU^{(0)}(3)$, подобные тем, которые были

описаны в разд. 2 (с четными значениями λ и μ), причем для сопряженных схем числа λ и μ меняются местами. Прямое произведение подобных представлений дает следующие значения (λ, μ) для объединяющей $SU(3)$, которую авторы [31] предложили обозначать $SU^*(3)$:

$$(2n_\nu, 2n_\pi); (2n_\nu - 4, 2n_\pi + 2); (2n_\nu + 2, 2n_\pi - 4); (2n_\nu - 1, 2n_\pi - 1) \dots \quad (46)$$

Чтобы гамильтониан МВБ-I мог быть представлен как оператор Казимира $SU^*(3)$, гамильтонианы, описывающие протонные и нейтронные бозоны по отдельности, должны содержать квадруполь-квадрупольное взаимодействие. Если это имеет место, то спектр дается

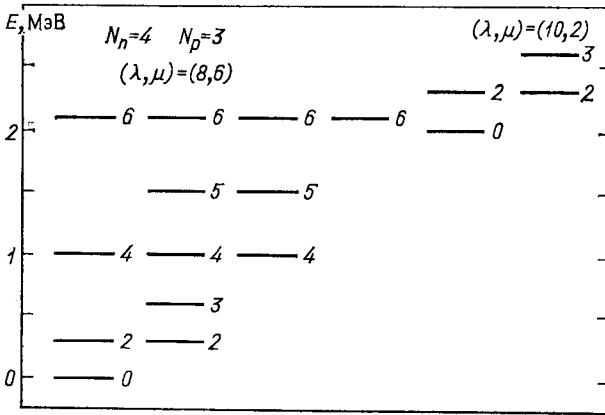


Рис. 4. Спектр энергетических состояний в пределе $SU^*(3)$ МВБ-II ($\chi_\pi = -\chi_\nu$) по данным [31]

собственными значениями оператора Казимира (29). В [31] показано, что для $SU^*(3)$ спектр нижайших состояний оказывается удивительно похожим на спектр жесткого неаксиального ротатора при $\gamma = 30^\circ$. При этом, как видно из (46), в спектре возбужденных состояний совершенно естественно появляются состояния с $I^{(\pi)} = 0^+$, которые отсутствуют в спектре ротатора (см. рис. 4, где представлена нижняя часть спектра $SU^*(3)$ для $n_\pi = 3$ и $n_\nu = 4$ [31]).

Таким образом, в МВБ-II имеется возможность описывать неаксиальные ядра наряду с γ -нестабильными, в то время как МВБ-I описывает только последние. Заметим, что в принципе неаксиальность может быть введена в МВБ-I при дополнении гамильтониана членами, учитывающими трехбозонное взаимодействие типа $\sum_{\mu} (d^+ d^+ d^+)^{(L)}_{\mu} \times (ddd)^{(L)}_{\mu}$, где $L = 0, 3, 4, 6$ [22, 25].

4. ПРИМЕНЕНИЕ МВБ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СВОЙСТВ ИЗОТОПОВ Ru и Rd

В качестве примера расчетов структуры нижних коллективных состояний остановимся на результатах для изотопов ^{44}Ru и ^{46}Pd , полученных в рамках МВБ-II в [33].

На рис. 5 представлены расчетные и экспериментальные значения энергий состояний основной полосы Ru и Pd. Видно, что при общем хорошем согласии данных расчета (кривые) и результатов эксперимента (точки) значения энергии высокоспиновых состояний ядер с N , равным 54 и 56, отличаются от экспериментальных. Это служит указанием на возможную двухквазичастичную природу этих состояний или существенную примесь таких состояний. Косвенно об этом свидетельствует и появление максимума при $N = 58$.

На рис. 6 представлены значения энергий уровней β - и γ -полос изотопов Ru и Pd. Видно, что расчетные значения энергий 0_2^+ -состояний Ru с N , равным 56, 58, расположены слишком высоко.

На рис. 7 представлены значения параметров ϵ и k , а на рис. 8 параметров χ_v , а также c_{vL} . Значения χ_π равны 0,4 для Ru и 0,2 для Pd. Значения χ_v для изотопов Ru и Pd с одинаковым числом нейтронов приняты одинаковыми. Это же имеет место и для значений c_{vL} . Члены гамильтониана, пропорциональные c_{vL} , мало сказываются на результатах расчета и поэтому сосредоточим внимание на параметрах ϵ , k , χ_v . Видно, что параметры ϵ и k мало изменяются в зависимости от числа нейтронов и, более того, примерно одинаковы для Ru и Pd. Существенно изменяется параметр χ_v . При $N \geq 60$ он приближенно линейно меняется с ростом числа нейтронов и при $N = 70$ изменяет знак.

Наряду с расчетами энергии в работе [33] вычислены абсолютные значения приведенных вероятностей $E2$ -переходов. При этом в качестве бозонного оператора $E2$ -перехода принимается оператор $\hat{T}(E2)$ (41) с теми же значениями параметров χ_π и χ_v , которые были выбраны в качестве оптимальных при вычислении энергий. В целях упрощения принято, что $e_\pi^* = e_v^* = e^*$. Значения e^* были выбраны исходя из опытных значений $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ в ^{98}Ru и ^{102}Pd . Выбранные таким образом значения e^* оказались очень близкими: $0,103$ и $0,105e \times \times 6$. При этих значениях e^* приведенные вероятности $E2$ -переходов в изотопах Ru и Pd усилены по сравнению с одночастичной оценкой примерно в n раз (n — число бозонов).

На рис. 9 приведены расчетные и экспериментальные значения $B(E2)$ для переходов $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ и $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ в Ru и Pd. На рис. 10 — значения $B(E2)$ для переходов $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$, а на рис. 11 — значения $B(E2)$ для переходов $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ и $2_1^+ \rightarrow 0_2^+$. Как видно, имеет место хорошее согласие результатов теории и эксперимента. Исключение составляет поведение значений $B(E2, 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ в изотопах Pd, а также значения $B(E2, 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$ для изотопов Ru при N , равном 56, 58. Этот

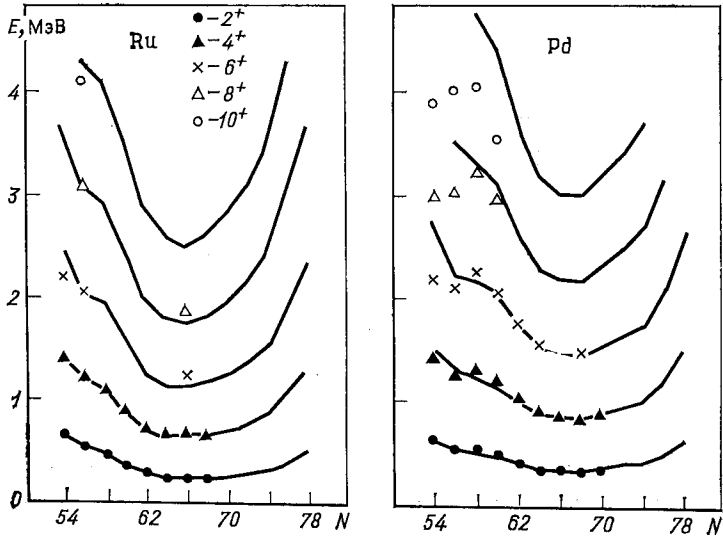


Рис. 5. Теоретические кривые и экспериментальные значения энергий состояний основной полосы изотопов ${}_{44}\text{Ru}$ и ${}_{46}\text{Pd}$.

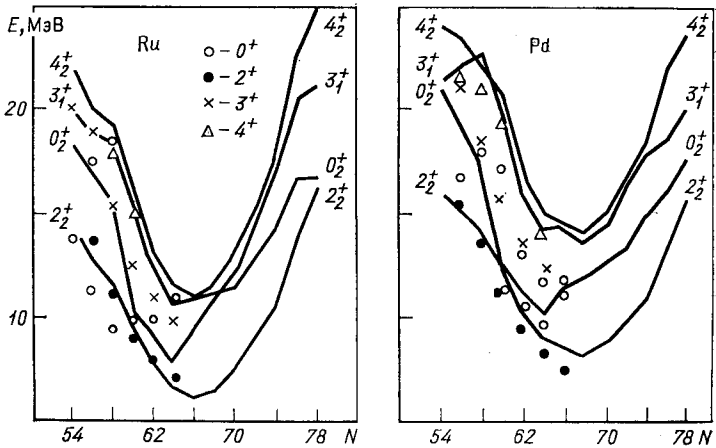


Рис. 6. Значения энергии состояний β - и γ -полос изотопов Ru и Pd .

факт и несовпадение расчетных и опытных энергий 0_2^+ -состояний дают основание авторам предположить особую неколлективную природу 0_2^+ -состояний указанных изотопов.

Результаты сравнения опытных и расчетных значений квадрупольных моментов $Q(2_1^+)$ 2_1^+ -состояний изотопов Ru и Pd по данным

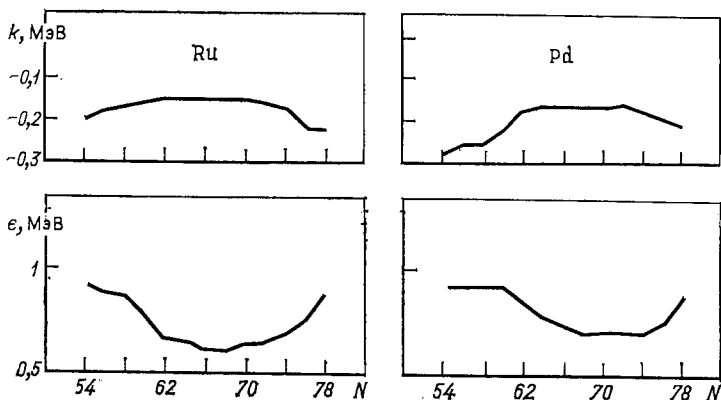


Рис. 7. Зависимость параметров ϵ и k от числа нейтронов для изотопов Ru и Pd

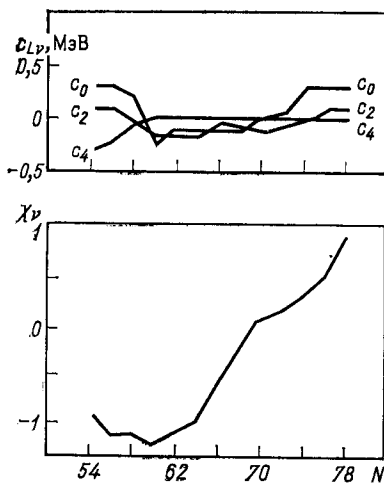


Рис. 8. Зависимость значений параметров χ_ν и $c_{L\nu}$ от числа нейтронов для изотопов Ru и Pd

[33] представлены на рис. 12. Видно, что расчеты $Q(2_1^+)$ в рамках МВБ-II хорошо описывают данные эксперимента и позволяют описать ход $Q(2_1^+)$ с изменением числа нейтронов.

Расчеты квадрупольных моментов 2_1^+ -состояний четно-четных ядер имеют сложную историю. В свое время в опытах по исследованию реориентации при кулоновском возбуждении уровней 2_1^+ были определены значения $Q(2_1^+)$ для большого количества традиционно сфери-

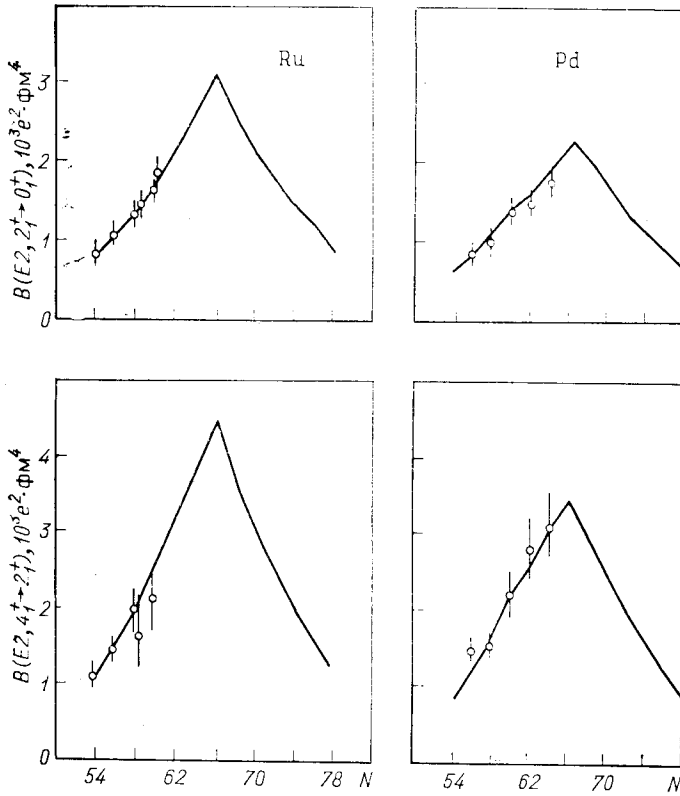


Рис. 9. Абсолютные значения вероятностей $E2$ -переходов $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ и $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ для изотопов Ru и Pd

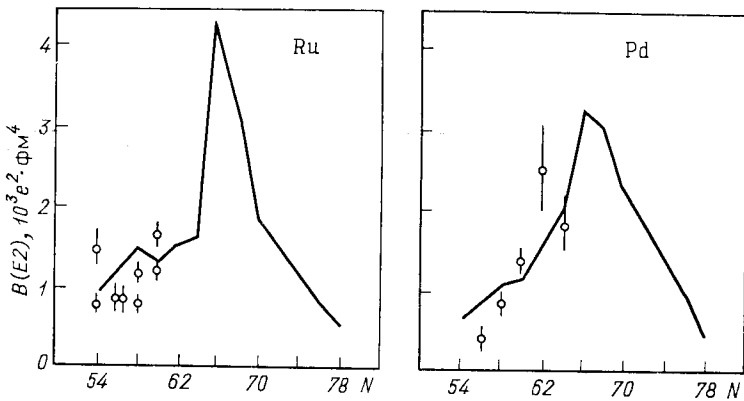


Рис. 10. Абсолютные вероятности $E2$ -переходов $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ для изотопов Ru и Pd

ческих ядер. Эти значения в ряде случаев оказались неожиданно большими [известно, что в рамках представления о гармонических колебаниях $Q(2_1^+) = 0$]. В работе [34] была сделана попытка объяснить большие значения $Q(2_1^+)$ в сферических ядрах исходя из предположения о том, что 2_1^+ - и 2_2^+ -состояния являются смесью одно- и двухфононных компонентов. Однако при этом предположении

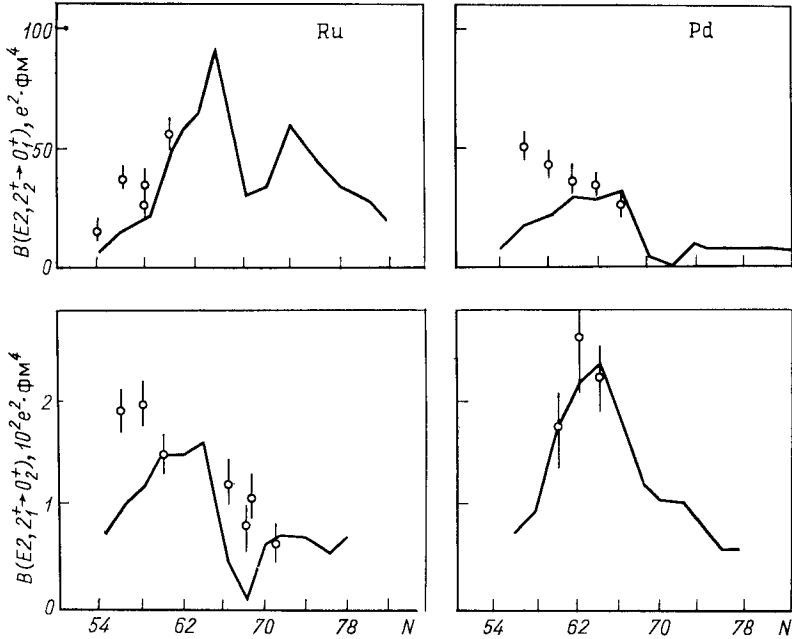


Рис. 11. Абсолютные вероятности переходов $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ и $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ для изотопов Ru и Pd

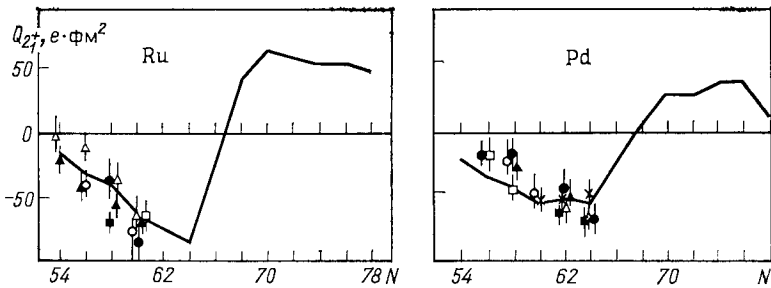


Рис. 12. Квадрупольные моменты состояний 2_1^+ четных изотопов Ru и Pd

расчетные значения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ существенно превышали опытные данные и, кроме того, оказались завышенными вероятности переходов между триплетными состояниями 4_1^+ , 2_2^+ и 0_2^+ . Это противоречие, как впоследствии выяснилось, нельзя устранить не только при учете смешивания двух фононов, но и при учете ангармонических поправок третьего и четвертого порядков. В [1] на примере ^{108}Pd показано, что в рамках МВБ-I может быть одновременно достигнуто хорошее согласие с опытом значений $B(E2)$, $Q(2_1^+)$ и энергий возбужденных состояний.

5. РАСЧЕТЫ КОЛЛЕКТИВНЫХ СОСТОЯНИЙ ИЗОТОПОВ Xe, Ba, Ce, Sm. ОБ ЭФФЕКТИВНОМ ЧИСЛЕ ПРОТОННЫХ БОЗОНОВ ДЛЯ ЯДЕР С $Z = 50 \div 64$

В работе [35] в рамках МВБ-II выполнены расчеты коллективных состояний изотопов Xe, Ba и Ce. На рис. 13 представлены расчетные и опытные значения энергий уровней возбужденных состояний изотопов Ba. При $N=66$ значения энергий уровней основной полосы изменяются примерно по закону $I(I+1)$, а уровни 0_2^+ и 2_2^+ расположены много выше. Такая ситуация характерна для ядер с потенциальной энергией, не зависящей от параметра неаксиальности γ (так называемых γ -нестабильных ядер), и, как видно из рис. 13, МВБ хорошо справляется с описанием постепенного перехода от γ -нестабильных ядер к ядрам, приближающимся по свойствам к аксиальному ротору.

На рис. 14, а представлены феноменологические значения параметров ϵ , k , χ_γ , определенные из анализа энергий коллективных состояний изотопов Ba, Ce, Xe. На рис. 14, б представлены произвольно нормированные значения этих же параметров, вычисленные в приближении одного вырожденного уровня [28—30]. Поясним ход кривых на рис. 14, б, используя достаточно элементарную оценку зависимости параметров от числа частиц на основе квазичастичного приближения [10]. Для этого функцию основного состояния четного числа нуклонов (N), находящихся на одном уровне с кратностью вырождения $2\Omega \gg 1$, аппроксимируем функцией квазичастичного вакуума $|0\rangle \sim (s^+)^n |0\rangle$. В такой упрощенной модели параметры Боголюбова определяются непосредственно:

$$u^2 = (2\Omega - N)(2\Omega)^{-1}; \quad v^2 = N(2\Omega)^{-1}. \quad (47)$$

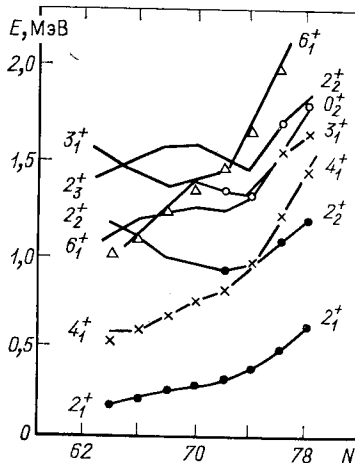


Рис. 13. Значения энергий возбужденных состояний изотопов Ba

Состояние с одной квазичастичной парой $(\alpha^+\alpha^+)^{(2)} | 0 \rangle$ сопоставим бозонной функции $d^+ (s^+)^{n-1} | 0 \rangle$. Сравним значения матричных элементов квадрупольного оператора в фермионном и бозонном пространствах:

$$Q_\mu = \frac{\langle j || Q || j \rangle}{\sqrt{5}} \{ (u^2 - v^2) (\alpha^+\alpha^+)_\mu^{(2)} - uv [(\alpha^+\alpha^+)_\mu^{(2)} + (\alpha\alpha)_\mu^{(2)}] \} \rightarrow \\ \rightarrow q_0 (d_\mu^+ s + s^+ d_\mu^-) + q_1 (d^+ d)_\mu^{(2)}. \quad (48)$$

Из (48) следует, что матричный элемент перехода $| 0 \rangle \rightarrow (\alpha^+\alpha^+)^{(2)} | 0 \rangle$ пропорционален $uv \sim \sqrt{(2\Omega - N)N}$, а соответствующий матрич-

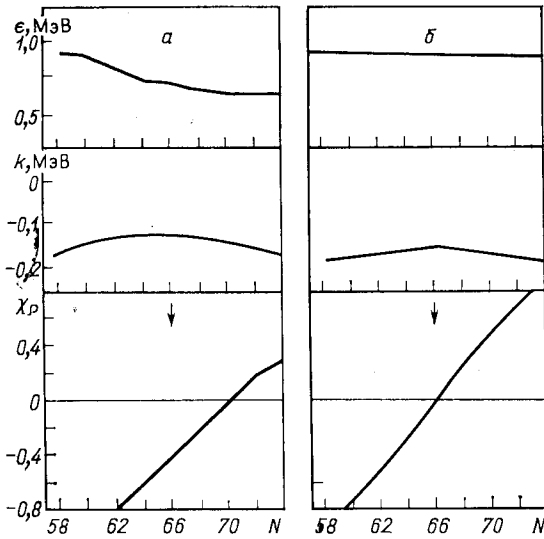


Рис. 14. Феноменологические значения параметров ϵ , k , χ_ρ , извлеченные из энергии коллективных состояний Ва, Ge, Хе (а), и произвольно нормированные значения этих же параметров по данным микроскопического расчета, выполненного в приближении одного j -уровня (б)

ный элемент в бозонном пространстве $[(s^+)^n | 0 \rangle \rightarrow d^+ (s^+)^{n-1} | 0 \rangle]$ пропорционален $q_0 \sqrt{n}$. С учетом правила соответствия числа бозонов числу фермионов (35) получаем, что

$$q_0 \sim \sqrt{\Omega - n}. \quad (49)$$

Матричный элемент перехода без изменения сениорити $((\alpha^+\alpha^+)^{(2)} | 0 \rangle \rightarrow (\alpha^+\alpha^+)^{(2)} | 0 \rangle)$ зависит от числа частиц через фактор $(u^2 - v^2) \sim \sim (\Omega - N)$, в то время как соответствующий бозонный матричный элемент пропорционален q_1 , т. е.

$$q_1 \sim (\Omega - N). \quad (50)$$

Зависимость параметров k и χ_ρ от числа частиц устанавливается из (49) и (50). Параметр k пропорционален произведению протонных и нейтронных параметров:

$$k \sim q_{0\pi} q_{0\nu} \sim [(\Omega_\pi - n_\pi) (\Omega_\nu - n_\nu)]^{1/2}. \quad (51)$$

Полученное соотношение показывает, что при фиксированном, например, числе протонных бозонов n_π модуль k уменьшается с при-

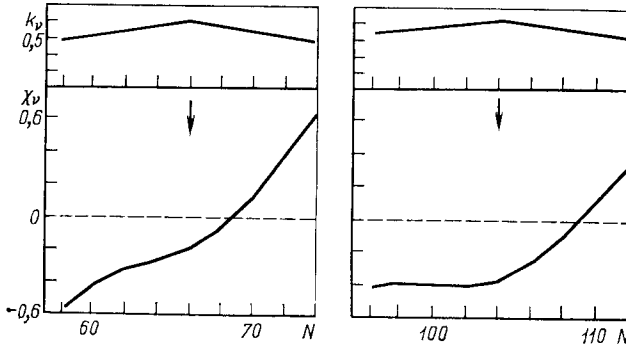


Рис. 15. Значения параметров k_ν и χ_ν по данным микроскопического расчета, выполненного в предположении двух вырожденных j -уровней

ближением числа нейтронов к середине оболочки [$N_\nu = 0 \rightarrow n_\nu = 0$; $N_\nu = \Omega_\nu$ (середина оболочки) $\rightarrow n_\nu = \Omega_\nu/2$; $N_\nu = 2\Omega_\nu \rightarrow n_\nu = 0$].

Параметр χ_ρ определяется отношением $q_{1\rho}$ к $q_{0\rho}$:

$$\chi_\rho = \frac{q_{1\rho}}{q_{0\rho}} \sim \frac{\Omega_\rho - N_\rho}{\sqrt{\Omega_\rho - n_\rho}}. \quad (52)$$

Таким образом, в приближении одного вырожденного уровня параметр χ_ρ изменяет знак в середине оболочки (стрелки на рис. 14, б), между тем как феноменологическое значение меняет знак при больших значениях числа нейтронов (рис. 14, а). На рис. 15 показано, как изменяется χ_ν , если для расчета его значений используется модель с двумя вырожденными уровнями [36]. Параметры этой модели могут быть подобраны так, что в этом случае в соответствии с опытом знак χ_ν изменяется правее середины оболочки.

На примере изотопов Sm можно рассмотреть, как описывает модель взаимодействующих бозонов изменение в свойствах ядер в случае классического перехода от аксиального ротатора к сферическому ядру. Впервые соответствующие расчеты состояний и отношений $B(E2)$ для ^{150}Sm , ^{152}Sm и ^{152}Gd в рамках МВБ-I были выполнены в [37].

Из приведенных в [37] данных следует, что отношение вероятностей для большинства переходов мало отличается от опытных, хотя

в нескольких случаях наблюдается различие в 4—6 раз. Наибольшее расхождение в энергии составляет около 200 кэВ на уровне 2 МэВ.

На рис. 16, а представлены значения энергии возбужденных состояний изотопов Sm в соответствии с расчетами, выполненными в [35]. Видно, что переход от аксиального ротатора к сферическому

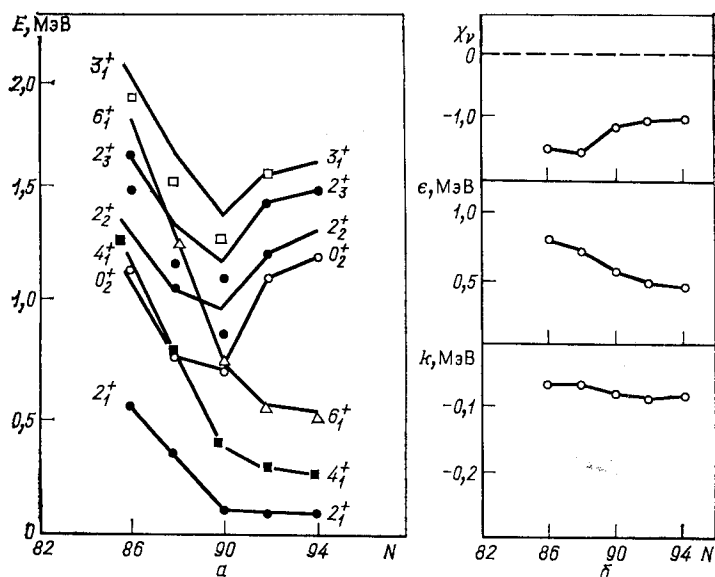


Рис. 16. Значения энергии возбужденных состояний (а) и параметров ϵ , k и χ_n ($\chi_\pi = -1,3$) (б) изотопов Sm

ядру описывается хорошо, хотя имеют место некоторые расхождения между опытными и расчетными значениями энергии.

На рис. 16, б представлены оптимальные значения параметров ϵ , k , χ_n , использованные в [35] для описания структуры изотопов Sm. Обратим особое внимание на то, что в области, где по существу имеет место фазовый переход от статической деформации к сферическим ядрам, поведение параметров в зависимости от числа нейтронов мало отличается от поведения параметров, используемых при описании любого другого семейства изотопов.

Наличие протонной подоболочки, заполняющейся при $Z = 64$, недавно обнаруженное в [38], существенно сказывается на оценке числа протонных бозонов, являющегося важным параметром МВБ. Так, в случае изотопов ${}_{62}\text{Sm}$ число протонных бозонов исходя из обычного подхода, связанного с оценкой числа валентных частиц или дырок в оболочке $Z = 50 \div 82$, составляет 6, между тем как в предположении существования замкнутой при $Z = 64$ подоболочки с достаточно большим энергетическим зазором, отделяющим ее от следующих уровней, число протонных бозонов составляет всего единицу.

В работе [39] анализируется поведение этой подоболочки в зависимости от числа нейтронов в нуклиде. Показано, что в результате сильного $n - p$ -взаимодействия так называемых спин-орбитальных партнеров (нейтрона и протона, занимающих орбиты $h_{9/2}$ и $h_{11/2}$) заполнение нейтронами оболочки $h_{9/2}$ при $N \geq 88$ приводит к перебросу все более возрастающего числа протонов на орбиту $h_{11/2}$, что сказывается на развитии и деформации, и вследствие этого к исчезновению энергетического зазора, характерного для замкнутой подоболочки с $Z = 64$.

Эффект наличия и исчезновения подоболочки в рамках МВБ можно приближенно описать [40], если определить число активных бозонов n_π при числе нейтронов $N < 88$ исходя из существования заполненной подоболочки $Z = 50 \div 64$, а при $N \geq 88$ при оценке n_π исходить из полной оболочки ($Z = 50 \div 82$).

В работе [41] справедливость такого подхода проверялась на основе опытных данных о гиромагнитных значениях $(g) 2_1^+$ -состояний ряда ядер в области вблизи $Z = 64$.

В МВБ-II оператор $M1$ -перехода имеет вид:

$$\hat{T}(M1) = g_\pi \hat{L}_\pi + g_\nu \hat{L}_\nu, \quad (53)$$

где $g_{\pi,\nu}$ и $\hat{L}_{\pi,\nu}$ — g -факторы и операторы углового момента для протонных и нейтронных бозонов. Тогда магнитный момент 2_1^+ -состояния

$$\mu(2_1^+) = \left(\frac{8\pi}{15}\right)^{1/2} (g_\pi M_\pi + g_\nu M_\nu) \quad (54)$$

выражается через средние значения операторов $\hat{L}_{\pi,\nu}$, т. е. через $M_{\pi,\nu}$. Таким образом, между $\mu(2_1^+)/M_\nu$ и M_π/M_ν должна иметь место линейная зависимость:

$$\mu(2_1^+)/M_\nu = \left(\frac{8\pi}{15}\right)^{1/2} (g_\nu + g_\pi M_\pi/M_\nu), \quad (55)$$

если пренебречь слабой зависимостью g_π и g_ν от числа бозонов n_π и n_ν .

На рис. 17 представлена зависимость $\frac{\mu(2_1^+)}{M_\nu}$ от $\frac{M_\pi}{M_\nu}$ для ряда изотопов Ва, Sm, Gd и Nd. Прямые проведены с помощью метода наименьших квадратов. Матричные элементы M_π и M_ν вычислялись в рамках МВБ-II обычным путем, оптимизируя параметры гамильтониана по значениям энергий возбужденных состояний. При этом в расчетах в качестве числа протонных бозонов n_π в верхней части рисунка принимали значения, получаемые исходя из предположения о полной оболочке, а в нижней — предполагая существование подоболочки с $Z = 64$ для $N < 88$ и полной оболочки $Z = 50 \div 82$ для $N > 88$. Прямая в верхней части рисунка подгонялась лишь по тем точкам, для которых значения n_π оказывались одинаковыми в обоих подходах. Из рисунка видно, что точки, соответствующие

ядрам с $N < 88$, не ложатся на прямую в верхней части рисунка. Как следует из нижней части рисунка, данные эксперимента согласуются с предположением о существовании замкнутой оболочки при

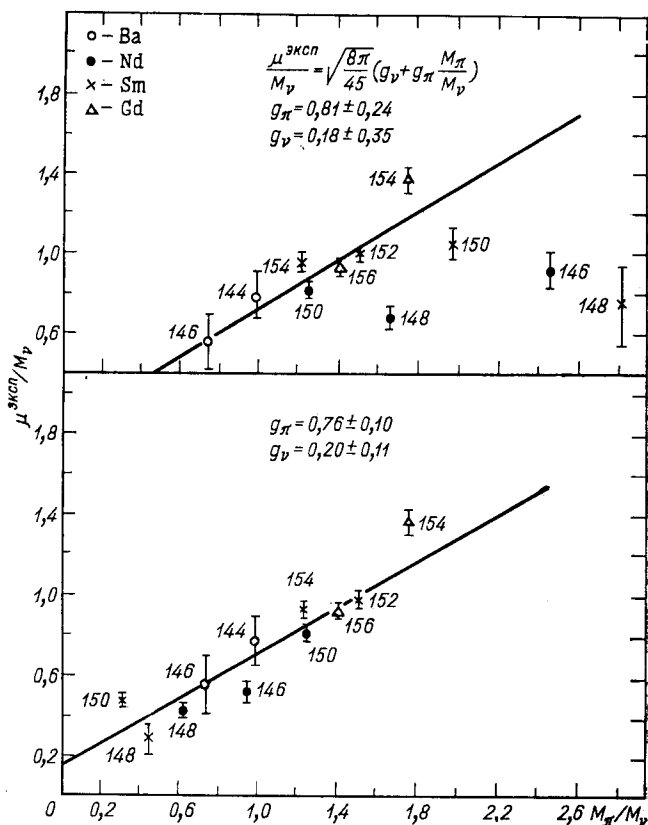


Рис. 17. Значения μ/M_ν как функция отношения матричных элементов M_1 -переходов M_π/M_ν . Значения M_π и M_ν рассчитаны в разных предположениях о существовании подоболочки протонов $Z = 50 \div 64$ (см. текст).

$Z = 64$ для $N < 88$. Экспериментальные данные подтверждают линейность отношения $\mu(2_1^+)/M_\nu$ и позволяют определить значения g_π и g_ν .

Следует отметить, что принятое в расчете приближение, эквивалентное утверждению о скачкообразном исчезновении подоболочки с $Z = 64$ при $N \geq 88$, несколько схематично, так как противоречит как качественному описанию природы деградации оболочки, связанной с взаимодействием спин-орбитальных партнеров, и предполагаемому, в известной степени, непрерывный характер этого процесса [39], так и микроскопическим расчетам, выполненным в ра-

боте [42], в которых показано, что эффективное число протонных бозонов хотя и имеет минимум при $N = 64$, но не равно нулю. Тем не менее результат, представленный на рис. 17, хорошо иллюстрирует тот факт, что простые рецепты для определения числа бозонов не всегда автоматически выполняются и обнаруживается зависимость эффективного числа бозонов от особенностей оболочечных состояний.

Следует также упомянуть о работе [43], в которой результаты измерений $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ для изотопов $^{146}_{60}\text{Nd}_{86}$ и $^{146}_{62}\text{Sm}_{86}$ сравниваются с расчетами в МВБ-II, в которых выбор числа протонных бозонов n_π делается в обычном предположении о полной оболочке $Z = 50 \div 82$ и в предположении существования подоболочки $Z = 50 \div 64$. Оказалось, что данные эксперимента находятся в лучшем согласии с расчетами при выборе n_π , исходящем из полной оболочки. Так как в этом случае число нейтронов в каждом из нуклидов $N < 88$, то согласно изложенному выше следовало бы ожидать противоположного результата. Возможно, однако, что неожиданный результат [увеличение значений $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ с ростом Z] связан с тем, что в расчетах для обоих ядер априорно принят одинаковый и эффективный заряд ($e^* = 0,12e \cdot b$).

6. ПЕРЕХОДНАЯ ОБЛАСТЬ ИЗОТОПОВ Pt и Os

Впервые в рамках МВБ анализ свойств четных изотопов платины ($A = 190 \div 194$) был проведен в работе [44]. Было установлено, что главные особенности спектров до энергий возбуждения 2 МэВ могут быть объяснены с помощью коллективного гамильтониана (21), в котором параметр $\kappa_2 \ll \kappa_1$. Кроме того, в [44] было показано, что состояние 0_2^+ , лежащее в основании β -вибрационной полосы, имеет сениорити $\nu = 3$, а не $\nu = 0$, как предсказывалось в [45]. Подобная ситуация характерна для $O(6)$ -предела МВБ.

Гамильтониан, соответствующий $O(6)$ -пределу, был использован в [46] для описания ядра ^{196}Pt . Расчеты работы [46] качественно передают относительные значения $B(E2)$ для многочисленных переходов с тех или иных уровней, однако расчетные значения энергии в ряде случаев сильно отличаются от опытных.

Для описания эволюции свойств изотопов Pt и Os с изменением числа нейтронов в работе [47] диагонализировали упрощенный гамильтониан МВБ-I типа $H = H [O(6)] - k\tilde{Q}\tilde{Q}$, где $\tilde{Q}\tilde{Q}$ описывает вклад квадрупольного взаимодействия, приводящего к ротационному спектру $[SU(3)]$. В этой работе при небольшом числе параметров удалось скоррелировать большое число опытных данных. Тем не менее описание энергий и в этом подходе в ряде случаев оставалось неудовлетворительным.

На рис. 18 по данным [47] представлены значения $B(E2)$ для некоторых $E2$ -переходов изотопов Os и Pt. Пунктирные линии — результаты расчетов в рамках МВБ, а штрихпунктир — результаты

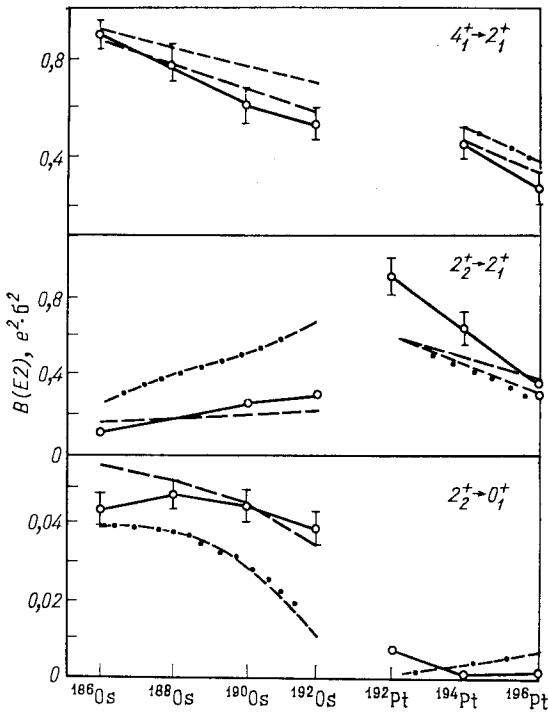


Рис. 18. Абсолютные значения вероятности $E2$ -переходов $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$, $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$, $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ для изотопов Os и Pt по данным [47]: сплошная кривая — эксперимент; пунктир — модель взаимодействующих бозонов; штрих-пунктир — расчеты Кумара и Беранже

расчетов Кумара и Беранже, до сих пор рассматривавшиеся как лучшие.

Расчеты свойств изотопов Os и Pt выполнены также на основе диагонализации полного гамильтониана МВБ-II [48]. Результаты, касающиеся относительной вероятности $E2$ -переходов, мало отличаются от полученных при использовании упрощенного гамильтониана МВБ-I, но описание энергии возбужденных состояний существенно улучшилось. Это следует из рис. 19, на котором изображены расчетные и опытные значения энергии уровней изотопов Os.

В обзорной работе Стивенса [49] проведено сравнение экспериментальных данных по вероятностям $E2$ -переходов и квадрупольным моментам уровней в ^{194}Pt , ^{190}Os и ^{192}Os с предсказаниями различных моделей: жесткого асимметричного ротатора, γ -нестабильного или мягкого по γ ротатора, теории бозонных разложений (ТБР) [50] и МВБ-II с параметрами, найденными в [48]. Результаты этих сравнений показывают, что ни одна из рассмотренных моделей не является полностью адекватной в объяснении данных. МВБ в основном

качественно правильно описывает эксперимент, за исключением $0_2^+ \rightarrow 2_2^+$ -перехода в ^{194}Pt и диагональных матричных элементов для $I = 4, 6$ в γ -полосе ^{192}Os . Эти данные, возможно, свидетельствуют о необходимости модификации МВБ в направлении более детального описания неаксиальности.

7. ПРИМЕНЕНИЕ МВБ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СВОЙСТВ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР В ОБЛАСТИ $30 \leq Z \leq 38, 32 \leq N \leq 48$

Изотопы Zn, Ge, Se, Kr, Sr характеризуются сравнительно малым числом валентных нуклонов, близостью чисел нуклонов к $Z, N = 28, 40$, а также тем, что протоны и нейтроны в этих ядрах расположены в одинаковых оболочках.

Важной особенностью спектров низколежащих состояний рассматриваемой области ядер является сильная зависимость энергии 0_2^+ -уровня от числа нейтронов и ее существенное понижение при $N \simeq 40$. В ^{72}Ge этот уровень опускается даже ниже первого уровня со спином 2^+ . (Известно, что существует несколько ядер, в которых первое возбужденное состояние имеет спин 0^+ : $^{16}\text{O}, ^{40}\text{Ca}, ^{72}\text{Ge}, ^{80}\text{Zr}, ^{96}\text{Zr}, ^{98}\text{Zr}, ^{98}\text{Mo}$.)

Впервые МВБ (в варианте МВБ-II) была применена к изотопам Kr в работе [51]. Ради упрощения анализа в этой работе была принята линейная зависимость χ_v от числа нейтронов (см. [52]). При этом рассчитанные в [51] значения энергий 0_2^+ -уровней оказались выше наблюдаемых примерно на 0,5 МэВ. Это обстоятельство дало основание авторам [51] высказать предположение о неколлективной природе 0_2^+ -состояний. Еще раньше к сходным выводам о природе 0_2^+ -состояний в изотопах Ge пришли авторы работы [52], проводившие расчеты в рамках теории бозонных разложений (ТБР). В работе [52] сделан вывод о значительном вкладе нейтронных парных вибраций в 0_2^+ -состояния.

Однако имеются аргументы против такой интерпретации низколежащих 0_2^+ -состояний в этой области ядер. Во-первых, авторам [52] не удалось в своих расчетах воспроизвести значения вероятностей $E2$ -переходов с 0_2^+ -уровней. Во-вторых, расчеты Кумара структуры состояний изотопов Ge [53] в терминах коллективных β - и γ -переменных Бора с использованием теории динамической деформации для расчета параметров коллективного гамильтониана (ТДД) вполне разумно объяснили anomalно низкое положение 0_2^+ -уровня в ^{72}Ge и большие значения $B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_2^+)$. И, наконец, в-третьих, успеш-

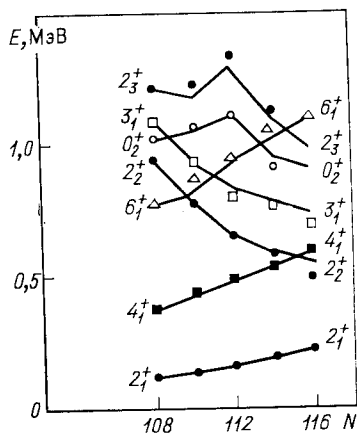


Рис. 19. Энергии возбужденных состояний изотопов Os по данным [48]

ное описание положения низколежащих 0_2^+ -уровней в соседней области ядер — в изотопах Мо — было достигнуто на основе МВБ-I [54, 55]. Все эти аргументы показывают, что имеет смысл встать на точку зрения, что 0_2^+ -состояния имеют коллективную природу, и рассмотреть вопрос о возможности их описания, наряду с другими состояниями, в рамках МВБ.

Систематический анализ в рамках МВБ-I свойств четных изотопов Zn, Ge, Se, Kr, Sr был выполнен сотрудниками циклотронной

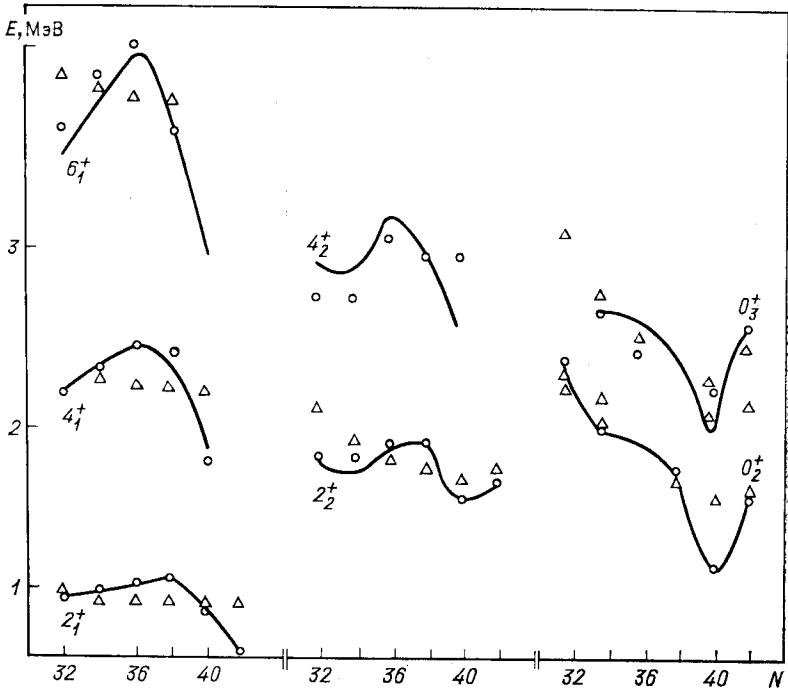


Рис. 20. Расчетные и экспериментальные значения энергий возбужденных состояний изотопов $^{62-72}\text{Zn}$:

— — расчет по МВБ-I; ○ — эксперимент; △ — расчет по МВБ-II [28]

лаборатории ФТИ АН СССР и ЛГУ [56—60]. Шесть параметров МВБ-I [ε , κ_1 , κ_2 , c_0 , c_2 , c_4 — см. (21)] в этом анализе в основном определялись из энергий нижайших шести уровней 2_1^+ , 4_1^+ , 6_1^+ , 0_2^+ , 2_2^+ , 4_2^+ . В расчетах $B(E2)$ использовался параметр χ_{E2} , который, как установлено в [56—60], довольно близок к параметру $\chi = \kappa_2/2\kappa_1$ [см. (24)]. Параметр e^* , носящий характер масштабного множителя, определялся из $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$. Хотя в исследуемых изотопах число низколежащих уровней обычно не превышает 12, полное число экспериментальных данных [значений энергий уровней и $B(E2)$], как правило, в 3—4 раза превышает число параметров.

Энергии уровней, включенных в процедуру определения параметров, воспроизводятся в расчетах с погрешностью ≤ 50 кэВ. Для остальных уровней наиболее существенное и достаточно систематическое расхождение имеет место для уровней с нечетными спинами. Однако необходимо отметить, что не вполне удачное описание, например, 3_1^+ -уровней в Ge характерно для многих коллективных моделей, все они дают несколько завышенные значения. Это может свидетельствовать о том, что в этих состояниях проявляются некоторые дополнительные степени свободы. Возможно, что удвоение числа степеней свободы в МВБ-II (протонные и нейтронные бозоны) проявляется в несколько более удачном описании 3_1^+ -уровней в изотопах Se и Kr в рамках МВБ-II [61—63].

Необходимо отметить также общую тенденцию, которая проявляется в том, что рассчитанные энергии уровней со спинами ≥ 8 систематически превышают экспериментальные значения.

Результаты анализа энергетических уровней, приведенных вероятностей $E2$ -переходов и $Q(2_1^+)$ в рамках МВБ-I для изотопов Zn представлены на рис. 20 и в табл. 2. В целом модель правильно пере-

Таблица 2. Экспериментальные и теоретические (МВБ-I) значения $B(E2)$ и $Q(2_1^+)$ в изотопах цинка *

Переход $I_i I_f$	A = 62		A = 64		A = 66		A = 68	
	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет
$2_1 0_1$	241 ± 14	241	316 ± 10	316	274 ± 10	274	272 ± 12	272
$4_1 2_1$	360^{+130}_{-115}	287	461 ± 140	414	130	387	—	—
$6_1 4_1$	275^{+100}_{-115}	197	321 ± 70	358	178	394	—	—
$0_2 2_1$	—	—	$0,86 \pm 0,05$	37	—	0,46	—	373
$0_2 2_2$	—	—	935 ± 120	356	—	395	750 ± 150	385
$2_2 2_1$	260 ± 50	254	560 ± 60	359	170^{+400}_{-700}	387	270 ± 50	304
$2_2 0_1$	$4,8^{+8}_{-6}$	2,3	$3,5 \pm 0,3$	4,3	$0,76 \pm 0,12$	3,9	$8,9 \pm 1,6$	7,8
$0_3 2_1$	—	—	140 ± 42	123	—	—	—	—
$0_3 2_2$	—	—	$20-85$ $22,90$	12	—	—	—	—
$4_2 2_2$	120^{+16}_{-9}	101	545 ± 125	183	—	—	—	—
$4_2 4_1$	260^{+70}_{-60}	77	152^{+180}_{-83}	135	—	—	—	—
$Q(2_1^+)$	—	-10,9	-13,5	-13,9	—	-0,08	—	-22,4

* В табл. 2—5 $B(E2)$ в одночастичных единицах, Q —в $e \cdot \text{фм}^2$.

Таблица 3. Экспериментальные и теоретические значения $B(E2)$ и $Q(2^+)$ в изотопах германия

Переход $I_i I_f$	A = 68				A = 70				
	Эксперимент	МВБ-I	ТБР [52]	МВБ-II [64]	Эксперимент	МВБ-I	ТДД [53]	ТБР [52]	МВБ-II [64]
$2_1 0_1$	247 ± 82	245	257	183	357^{+130}_{-70}	357	460	361	238
$4_1 2_1$	330 ± 80	362	387	272	437^{+250}_{-120}	610	—	523	354
$6_1 4_1$	280 ± 70	367	430	—	640^{+290}_{-150}	678	—	567	—
$8_1 6_1$	—	—	—	—	720^{+360}_{-240}	558	—	—	—
$2_2 0_1$	3,3	5,5	3,3	1,4	16^{+10}_{-8}	37	32	2,2	2
$0_2 2_1$	—	146	203	74	600 ± 150	758	680	26	70
$2_2 0_2$	—	47	22	0,5	425^{+250}_{-200}	214	280	4,4	2
$2_2 2_1$	230 ± 50	291	376	262	500 ± 190	215	—	5,9	357
$4_1 2_2$	—	—	—	—	307^{+175}_{-82}	110	—	—	—
$4_2 2_2$	—	—	—	—	500^{+250}_{-130}	257	—	—	—
$4_2 4_1$	—	—	—	—	750	29	—	273	—
$3_1 2_2$	~ 50	256	319	—	20^{+8}_{-5}	122	—	411	—
$3_1 2_1$	$\sim 0,33$	4,2	—	—	—	—	—	—	—
$2_3 0_1$	—	—	—	—	$0,8^{+0,3}_{-0,2}$	0,3	—	—	—
$2_3 0_2$	—	—	—	—	180^{+80}_{-40}	60	—	—	—
$6_2 4_2$	—	—	—	—	470^{+200}_{-110}	172	—	—	—
$Q(2^+)$	—	-15,6	-11	-0,4	3 ± 6 9 ± 6	-33	15	-11,5	-1,8
Переход $I_i I_f$	A = 72								
	Эксперимент	МВБ-I	ТДД [53]	ТБР [52]	МВБ-II [64]				
$2_1 0_1$	421 ± 10	418	540	440	418				
$4_1 2_1$	840 ± 90	1058	—	636	618				
$6_1 4_1$	660 ± 200	1155	—	687	—				
$8_1 6_1$	700 ± 300	1016	—	—	—				
$10_1 8_1$	820 ± 400	801	—	—	—				
$12_1 10_1$	480 ± 300	550	—	—	—				

Продолжение табл. 3

Переход $I_i I_f$	A = 72				
	Эксперимент	МВБ-I	ТДД [53]	ТБР [52]	МВБ-II [64]
$2_1 0_1$	$4,6 \pm 2,0$	3,7	—	—	9
$2_2 2_1$	140 1440	86	440	675	597
$0_2 2_1$	2050 1300	2090	810	—	310
$0_2 2_2$	5 ± 2	3,3	—	—	65
$3_1 2_1$	$3 \cdot 10^{-2}$	1,5	—	—	—
$Q(2_1^+)$	-13 ± 6 -5 ± 6	-56	23	-0,2	-8,2

Переход $I_i I_f$	A = 74					A = 76			
	Эксперимент	МВБ-I	ТДД [53]	ТБР [52]	МВБ-II [64]	Эксперимент	МВБ-I	ТБР [52]	МВБ-II [64]
$2_1 0_1$	609 ± 6	609	660	594	730	556 ± 6	556	600	605
$4_1 2_1$	667 ± 64	858	—	897	1048	730 ± 130	727	891	816
$2_2 0_1$	13 ± 5	11	50	3	22	17 ± 3	11,7	16	14
$0_2 2_1$	400	198	—	394	120	—	9,9	267	—
$2_2 2_1$	1000 ± 200	661	—	798	697	740 ± 90	703	520	792
$Q(2_1^+)$	-25 ± 6	-24,8	24	-18	-24,4	-12 ± 6 -3 ± 6	-8,8	-34	-21

дает ход энергий возбужденных состояний, значения $B(E2)$ и $Q(2_1^+)$ (в ^{64}Zn и ^{70}Zn), хотя имеются отдельные существенные расхождения в значениях $B(E2)$, например $B(E2): 0_2^+ \rightarrow 2_1^+$ в ^{64}Zn [56].

Необходимо отметить, что МВБ и другие коллективные модели сталкиваются с трудностями при описании квадрупольных переходов с уровней 0_2^+ и 2_2^+ или на них, а также квадрупольных моментов в изотопах Ge. В расчетах по МВБ-I, выполненных в [57, 58, 60] для изотопов Ge, указанные вероятности в основном близки к экспериментальным значениям, однако расчетные значения $Q(2_1^+)$ в $^{70}, ^{72}\text{Ge}$ оказались неправильными. Интересно отметить, что результаты [57, 58, 60] оказываются близкими к результатам Кумара (табл. 3, графа ТДД). Расчеты структуры изотопов Ge были также выполнены в работе [64] на основе усложненного варианта МВБ-II, учитывающего взаимодействие двух конфигураций. Более детальное изложение этой работы и ее сопоставление с данными [57, 58, 60] будут даны ниже (см. разд. 10).

На рис. 21 вычисленные значения энергий возбужденных состояний изотопов Se сравниваются с экспериментальными значениями.

На этом же рисунке даны положения 0_2^+ -уровней, вычисленных в МВБ-II в [51]. Из рис. 21 видно, что эти значения существенно отличаются от экспериментальных. Теоретические значения остальных уровней в интервале до 2,5—3,0 МэВ, рассчитанные в МВБ-I [56, 59, 60, 65] и в МВБ-II [61, 62], практически совпадают.

В табл. 4 приведены результаты расчетов значений $B(E2)$ и $Q(2_1^+)$ для Se с $A = 72 \div 78$ [56]. Их сравнение с экспериментом

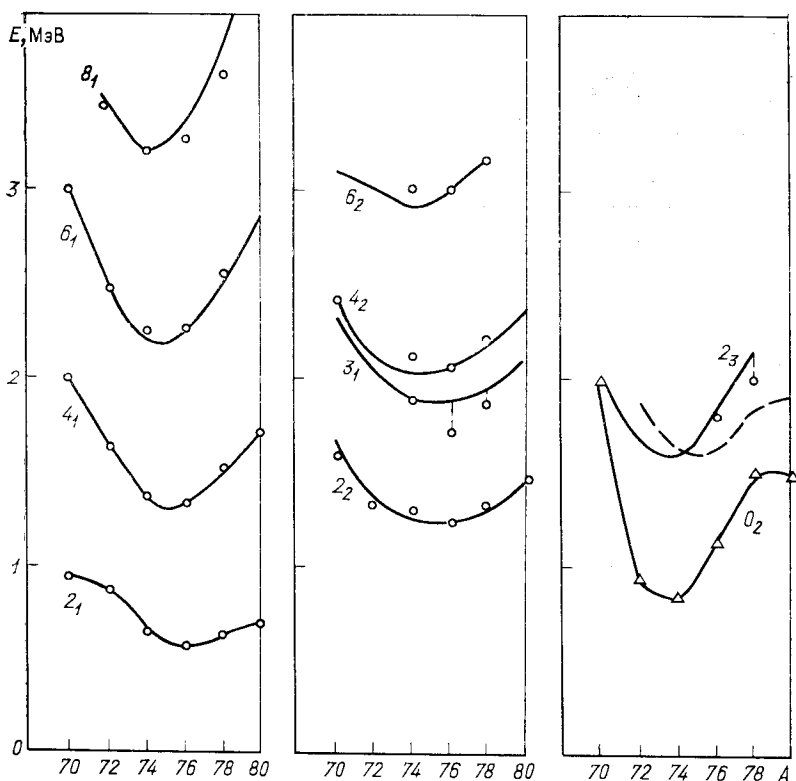


Рис. 21. Расчетные и экспериментальные значения энергий возбужденных состояний изотопов $^{70-80}\text{Se}$

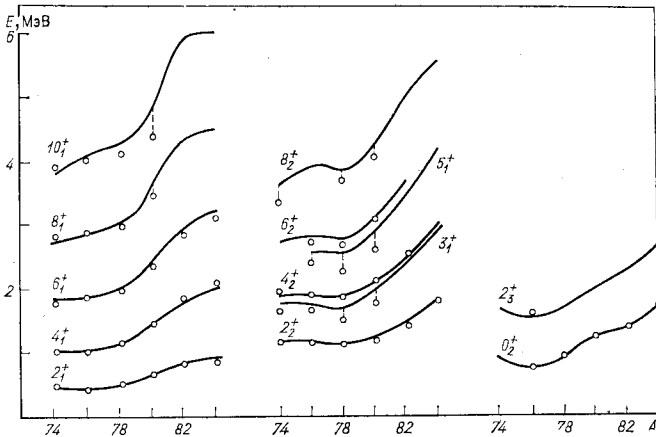
показывает, что в целом по всем изотопам Se предсказания МВБ согласуются с экспериментом, хотя в случае малых значений $B(E2)$ расхождения могут достигать нескольких раз. Для легких изотопов Se не вполне удачно описываются значения $B(E2)$ вдоль ирраст-полосы, однако варьирование параметра χ_{E2} позволяет несколько улучшить описание этих значений $B(E2)$ (расчеты табл. 4 выполнены при фиксированном значении $\chi_{E2} = \kappa_2/2\kappa_1$).

Таблица 4. Экспериментальные и теоретические (МВВ-1) значения $B(E2)$ и $Q(2_1^+)$ в изотопах селена

Переход $I_i I_j$	A = 72		A = 74		A = 76		A = 78	
	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет
$2_1 0_1$	19 ± 2	19,1	40,1	40	44 ± 1	44	39 ± 3	39
$4_1 2_1$	$53 \begin{smallmatrix} +8 \\ -6 \end{smallmatrix}$	31	80 ± 3	82	72 ± 21	69	57 ± 13	57
$6_1 4_1$	$61 \begin{smallmatrix} +12 \\ -9 \end{smallmatrix}$	38	45 ± 11	104	77 ± 10	77	47 ± 14	61
$8_1 6_1$	$71 \begin{smallmatrix} +16 \\ -11 \end{smallmatrix}$	29	53 ± 4	107	$88 \begin{smallmatrix} +58 \\ -23 \end{smallmatrix}$	74	57 ± 19	55
$10_1 8_1$	$95 \begin{smallmatrix} +25 \\ -17 \end{smallmatrix}$	22	48 ± 7	96	53 ± 10	63	49	42
$12_1 10_1$	$90 \begin{smallmatrix} +22 \\ -15 \end{smallmatrix}$	15	47 ± 60	79	$77 \begin{smallmatrix} +77 \\ -60 \end{smallmatrix}$	46	25	24
$0_2 2_1$	—	48	73 ± 22	109	—	37	29	21
$2_2 2_1$	—	—	—	—	44 ± 2	37	24 ± 8	44
$2_2 0_1$	$0,40 \pm 0,06$	2,7	$0,98 \pm 0,27$	2,9	$1,25 \pm 0,05$	1,5	$0,8 \pm 0,2$	0,7
$3_1 2_1$	—	—	—	—	$2,4 \begin{smallmatrix} +1,1 \\ -1,3 \end{smallmatrix}$	1,7	$1,6 - 4,7$	0,8
$3_1 2_2$	—	—	—	—	$81 \begin{smallmatrix} +36 \\ -43 \end{smallmatrix}$	45	5	41
$4_2 2_2$	—	—	$14,1 \begin{smallmatrix} +6,5 \\ -4,3 \end{smallmatrix}$	50	$32 \begin{smallmatrix} +24 \\ -10 \end{smallmatrix}$	36	55 ± 23	30
$4_2 2_1$	—	—	$0,49 \begin{smallmatrix} +0,27 \\ -0,11 \end{smallmatrix}$	3,1	$0,05 \pm 0,01$	0,66	$0,25 \pm 0,12$	0,27
$4_2 4_1$	—	—	—	—	9	18	36 ± 6	22
$5_1 3_1$	—	—	42 ± 18	45	$70 \begin{smallmatrix} +22 \\ -19 \end{smallmatrix}$	36	66 ± 23	28
$5_1 4_1$	—	—	—	—	$0,8 \begin{smallmatrix} +0,5 \\ -0,3 \end{smallmatrix}$	0,9	$\left\{ \begin{array}{l} 2,0 \pm 1,0 \\ 58 \begin{smallmatrix} +22 \\ -13 \end{smallmatrix} \end{array} \right.$	0,4
$6_2 4_2$	—	—	—	64	31 ± 11	48		
$6_2 4_1$	—	—	$1,8 \pm 0,8$	2,6	—	0,4	$0,4 \begin{smallmatrix} +0,5 \\ -0,3 \end{smallmatrix}$	0,60
$7_1 5_1$	—	—	27 ± 1	58	$40 \begin{smallmatrix} +15 \\ -13 \end{smallmatrix}$	42	29 ± 8	29
$9_1 7_1$	—	—	36 ± 2	54	$38 \begin{smallmatrix} +11 \\ -8 \end{smallmatrix}$	35	9 ± 3	18
$Q(2_1^+)$			-36 ± 7	-60	$\left\{ \begin{array}{l} -31 \pm 4 \\ -34 \pm 7 \\ -44 \pm 9 \end{array} \right.$	-44	$\left\{ \begin{array}{l} -28 \pm 5 \\ -26 \pm 9 \\ -40 \pm 8 \end{array} \right.$	-28

Таблица 5. Сравнение экспериментальных и рассчитанных в рамках МВБ-1 значений $B(E2)$ в изотопах криптона

$I_i I_j$	A = 76		A = 78		A = 80	
	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет
2 ₁ 0 ₁	59±7	59	64±5	64	37±3	37
4 ₁ 2 ₁	76±25	114	86±12	103	44±9	58
6 ₁ 4 ₁	89±8	141	89±14	119	50±20	67
8 ₁ 6 ₁	129±13	153	105±29	122	88±55	66
10 ₁ 8 ₁	129±19	152	102±40	114	46±23	58
12 ₁ 10 ₁	—	—	95±50	97	84±50	44
14 ₁ 12 ₁	—	—	59±25	72	16	25
2 ₂ 2 ₁	—	—	34	52	24±6	49
2 ₂ 0 ₁	—	—	1,21±0,20	1,9	0,28±0,7	0,32
3 ₁ 2 ₁	—	—	3,1±0,3	2,9	0,58±0,11	0,44
3 ₁ 2 ₂	—	—	77±17	68	35±6	44
4 ₂ 2 ₂	47±16	60	63±17	54	48±20	33
4 ₂ 2 ₁	0,6±0,2	0,6	0,3±0,2	0,4	0,2	0,1
4 ₂ 4 ₁	27±8	9	44	28	32±15	26
5 ₁ 3 ₁	104±19	56	119±60	58	50±20	34
5 ₁ 4 ₁	3,4±0,7	1,9	4,2	1,5	1,2±0,4	0,3
6 ₂ 4 ₂	—	—	44±29	77	35±17	44
7 ₁ 5 ₁	79±32	82	76±32	73	35	39

Рис. 22. Расчетные и экспериментальные значения энергий возбужденных состояний изотопов $^{74-84}\text{Kr}$

Успешным оказалось описание спектров и вероятностей $E2$ -переходов в изотопах Кг (рис. 22 и табл. 5 [60]). Из этих расчетов не следует, что 0_2^+ -состояния в изотопах Кг имеют какую-то особую, не коллективную природу, как это указывалось в [51]. Однако следует отме-

тить, что в изотопах криптона отсутствуют экспериментальные значения $B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)$, которые очень важны для выяснения структуры этих состояний.

В изотопах Sr очень скуден экспериментальный материал по $B(E2)$, поэтому для этих изотопов представлены только расчеты энергетического спектра (рис. 23). Расчеты свойств изотопов Sr в рамках МВБ были проведены также в [66].

8. ОЦЕНКИ ДЕФОРМАЦИЙ ЯДЕР НА ОСНОВЕ МВБ

Модель взаимодействующих бозонов представляет несколько возможностей для оценки деформаций. Впервые заключение о деформации различных состояний в одном и том же ядре (^{150}Sm , ^{152}Gd) были получены в [37] на основе анализа бозонных волновых функций. Этот метод получил развитие в [59, 60], где вычислялись интегралы перекрытия волновых функций, соответствующих $SU(5)$ -, $SU(3)$ - и $O(6)$ -пределам МВБ, с функциями $\Psi(L)$, полученными при точной диагонализации гамильтониана МВБ-I с параметрами, позволяющими описать реальный спектр.

Как показано, например, в [20, 24], $SU(5)$ -предел соответствует минимуму энергии при $\tilde{\beta} = 0$ ($\tilde{\beta}$ — параметр деформации в МВБ);

в $SU(3)$ -пределе минимум энергии достигается при аксиально-симметричной деформации $\tilde{\beta} \simeq \sqrt{2}$, в $O(6)$ -пределе энергия не зависит от γ и ее минимум достигается при $\tilde{\beta} \simeq 1$. Значение $\tilde{\beta}$ связано с обычным параметром деформации формы приближенным соотношением [20] $\beta \simeq \frac{2n}{A} \tilde{\beta}$, A — массовое число, n — число бозонов. В том случае, когда интеграл перекрытия $\Psi(L)$ с функцией какого-либо предела оказывается максимальным (скажем, порядка 0,8 или больше), может быть сделано заключение о том, что деформация в этом состоянии характеризуется параметром $\tilde{\beta}$, даваемым соответствующим пределом МВБ. Если же два или три интеграла сравнимы по величине,

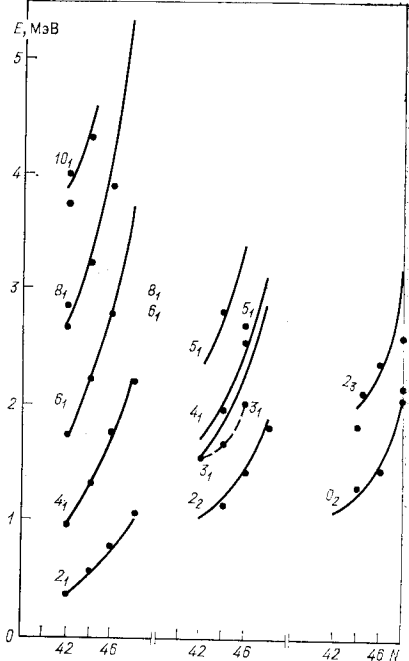


Рис. 23. Расчетные и экспериментальные значения энергий возбужденных состояний изотопов $^{80}\text{--}^{86}\text{Sr}$ [56]: точки — эксперимент; сплошная кривая — расчет по МВБ-I

то это означает, что в данном состоянии ядро либо является мягким, либо имеет какую-то промежуточную форму.

При рассмотрении интегралов перекрытия необходимо иметь в виду, что функции трех предельных случаев взаимно не ортогональны и их перекрытие возрастает с ростом L , так что при $L = 2n$ все три функции оказываются одинаковыми. При $L \ll 2n$ их взаимное перекрытие сравнительно мало (табл. 6).

Таблица 6. Квадраты интегралов взаимного перекрытия волновых функций $SU(5)$, $SU(3)$ и $O(6)$ аналитических пределов МВБ для состояний ираст-полосы $n=8$

I	$ \langle SU(3) SU(5) \rangle ^2$	$ \langle O(6) SU(3) \rangle ^2$	I	$ \langle SU(3) SU(5) \rangle ^2$	$ \langle O(6) SU(5) \rangle ^2$
0	0,0026	0,072	10	0,27	0,83
2	0,0098	0,17	12	0,45	0,95
4	0,030	0,32	14	0,69	1,0
6	0,071	0,50	16	1,0	1,0
8	0,15	0,68			

Таблица 7. Квадраты интегралов перекрытых волновых функций ираст-полосы и O_2^+ -состояний изотопов Se с функциями аналитических пределов МВБ (n — число бозонов)

Состояние	$A=72, n=8$			$A=74, n=8$			$A=76, n=7$			$A=78, n=6$			$A=80, n=5$		
	$SU(5)$	$O(6)$	$SU(3)$	$SU(5)$	$O(6)$	$SU(3)$	$SU(5)$	$O(6)$	$SU(3)$	$SU(5)$	$O(6)$	$SU(3)$	$SU(5)$	$O(6)$	$SU(3)$
0_1	0,79	0,40	0,10	0,79	0,34	0,09	0,63	0,63	0,22	0,51	0,85	0,42	0,36	0,98	0,67
0_2	0,08	0,26	0,77	0,14	0,36	0,69	0,26	0,29	0,58	0,51	0,69	0,49	0,38	0,56	0,25
2_1	0,48	0,70	0,50	0,54	0,58	0,36	0,57	0,74	0,40	0,52	0,60	0,85	0,36	0,90	0,75
4_1	0,14	0,50	0,84	0,36	0,59	0,66	0,56	0,77	0,58	0,54	0,83	0,76	0,46	0,87	0,82
6_1	0,07	0,31	0,81	0,29	0,53	0,87	0,58	0,78	0,73	0,59	0,79	0,86	0,42	0,70	0,69
8_1	0,04	0,23	0,60	0,26	0,46	0,97	0,64	0,78	0,84	0,64	0,74	0,96			

В табл. 7 представлены интегралы перекрытия функций состояний ираст-полосы изотопов Se с функциями ираст-полос аналитических пределов МВБ, т. е. $SU(5)$, $SU(3)$ и $O(6)$. Перекрытия функций O_2^+ -состояний были вычислены с двухбозонной конфигурацией $SU(5)$, с функцией $(\lambda, \mu) = (2n, 0)$ и $L = 0$ в $SU(3)$ и O_2^+ -состоянием $O(6)$ [58].

Наряду с вычислением интегралов перекрытия для выяснения вопроса о деформации ядра можно рассмотреть среднее от H по функции внутреннего состояния [20, 24]:

$$\Psi \sim \left\{ s^+ + \tilde{\beta} \left[d_0^+ \cos \gamma + (d_2^+ + d_{-2}^+) \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma \right] \right\}^n | 0 \rangle. \quad (56)$$

Эта функция в бозонном описании играет ту же роль, что и нуклонная функция внутреннего состояния (отнесенного к системе осей, связанных с ядром) в теории деформированных ядер:

$$\begin{aligned} \rangle &= \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = \frac{n\tilde{\beta}^2}{(1+\tilde{\beta}^2)^2} \left\{ \varepsilon + 2\kappa_1(n-1) - \right. \\ &- \sqrt{\frac{8}{7}} \kappa_2(n-1) \tilde{\beta} \cos 3\gamma + \left. \left[\left(\frac{c_0}{10} + \frac{c_2}{7} + \frac{9c_4}{35} \right) (n-1) + \varepsilon \right] \tilde{\beta}^2 \right\}, \quad (57) \end{aligned}$$

где ε , κ_1 , κ_2 , c_0 , c_2 , c_4 — параметры гамильтониана (21). Из (6) видно, что $\langle H \rangle$ имеет минимум только при $\gamma = 0$ или $\gamma = \pi/3$ в зависимости от знака κ_2 ($\kappa_2 > 0$, $\gamma = 0$; $\kappa_2 < 0$, $\gamma = \pi/3$). В этом смысле говорят, что в МВБ невозможны неаксиальные деформации. Результаты расчетов $\langle H \rangle$ от $\tilde{\beta}$ при $\gamma = 0$ и $\gamma = \pi/3$ (во всех расчетах $\kappa_2 > 0$) представлены на рис. 24 для изотопов Se.

Интересно сравнить данные по $\langle H \rangle$, представленные на рис. 24, и данные табл. 7, содержащей интегралы перекрытия. Из рис. 24 видно, что изотопы Se с A , равным 70, 72, 74, имеют равновесное значение $\tilde{\beta} = 0$, и максимальное перекрытие имеет место с основным состоянием $SU(5)$ (см. табл. 7). Изотопы ^{78}Se и ^{80}Se по данным

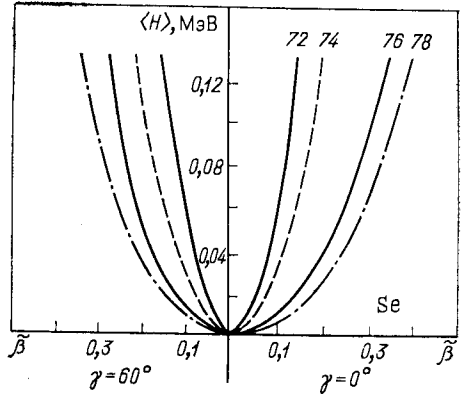


Рис. 24. Зависимость $\langle H \rangle$ от $\tilde{\beta}$ для изотопов $^{70,72,74}\text{Se}$

[59] мягки по $\tilde{\beta}$ и γ -нестабильны. Степень мягкости по $\tilde{\beta}$ может быть определена как $S = (\partial^2 \langle H \rangle / \partial \tilde{\beta}^2)$, где $\langle H \rangle$ определено (57). С ростом числа нейтронов происходит увеличение S . Так, для изотопов ^{72}Se , ^{76}Se и ^{80}Se значения S составляют 0,09; 0,44; 0,62 [59]. Необходимо отметить, что для тяжелых изотопов Se небольшое изменение параметров гамильтониана МВБ, которое не нарушает согласия теории с экспериментом, может привести к тому, что минимум $\langle H \rangle$ (57) будет достигаться при $\tilde{\beta} \neq 0$. Таким образом, для достаточно мягких по $\tilde{\beta}$ ядер МВБ не может дать однозначных указаний о степени их деформации.

Обратим также внимание на характерную особенность изменения интегралов перекрытия вдоль ираст-полосы. Как следует из табл. 7, происходит постепенное увеличение перекрытия с $SU(3)$ - и $O(6)$ -функциями, т. е. по мере раскручивания ядра становятся все более деформированными. (При моментах, больше 6 или 8, это заключение

может существенно измениться при учете бозонов с моментом 4 или квазичастичных пар с большими моментами.)

Расчеты, проведенные в [59, 60], показывают, что 0_2^+ -состояния в изотопах Ge, Se, Kr имеют довольно сложную природу, так что двухфононная компонента [$SU(5)$ -предел] мала. Наиболее яркими примерами в этом смысле являются изотопы ^{70}Ge , ^{72}Ge и ^{72}Se , ^{74}Se . В этих случаях перекрывание $\Psi(0_2^+)$ с функцией $SU(3)$ -предела $(\lambda, \mu) = (2n, 0)$ преобладает над другими интегралами. Так как основные состояния этих изотопов сферичны, то для данных изотопов можно говорить о сосуществовании форм: сферичность в основном состоянии и аксиальная деформированность в 0_2^+ -состоянии (см. табл. 7).

Количественные заключения об увеличении деформации в 0_2^+ -состоянии по сравнению с 0_1^+ -состоянием можно получить, вычисляя значение R :

$$R = \frac{\langle 0_2^+ | QQ | 0_2^+ \rangle}{\langle 0_1^+ | QQ | 0_1^+ \rangle} = \frac{\sum_i B(E2; 2_i^+ \rightarrow 0_2^+)}{\sum_k B(E2; 2_k^+ \rightarrow 0_1^+)} = \frac{\beta^2(0_2^+)}{\beta^2(0_1^+)}. \quad (58)$$

В работе [67] предложено считать R мерой отношения среднеквадратичных деформаций. Из данных табл. 8 следует, что в изотопах Ge,

Т а б л и ц а 8. Значения $R = \frac{\beta^2(0_2^+)}{\beta^2(0_1^+)}$ для изотопов Ge, Se, Kr

Изотопы	Ge			Se				Kr				
	70	72	74	72	74	76	78	74	76	78	80	82
R	1,22	1,39	0,73	1,25	1,56	0,92	0,74	1,27	1,43	1,00	0,97	0,87

Se, Kr с числом нейтронов N , равным 38,40, наблюдаются значения $R \geq 1,2$. Как отмечалось ранее, в Se с N , равным 38,40, этот вывод непосредственно следует из анализа значений интегралов перекрытия. В случае изотопов Kr с N , равным 38,40, из анализа интегралов перекрытия можно было заключить лишь, что волновая функция 0_2^+ -состояния имеет сложный характер и «непохожа» на какую-то одну функцию аналитических пределов.

Таким образом, результаты приведенных выше расчетов подтверждают делавшиеся ранее [68] качественные заключения о существовании состояний с различной деформацией в изотопах Ge и Se.

Иная ситуация имеет место в изотопах ^{74}Kr , ^{76}Kr . Исследуя свойства этих ядер, авторы [69] пришли к выводу, что основные состояния ^{74}Kr и ^{76}Kr сильно деформированы, а 0_2^+ -состояния сферичны. Предположив расталкивание 0_1^+ - и 0_2^+ -состояний в этих изотопах в результате их взаимодействия, в [69] было вычислено «невозмущенное» значение $E(2_1^+) - E(0_1^+)$, которое оказалось очень малым (200 кэВ в ^{74}Kr и 237 кэВ в ^{76}Kr). Этот факт послужил основным доводом авторов в пользу вывода о сильной деформации изотопов Kr. Однако расчеты интегралов перекрытия, величин $\langle H \rangle$ в зависимости от $\tilde{\beta}$, а также R (58), проведенные в [60] на основе МВБ, показывают, что форма ядер $^{74-78}\text{Kr}$ в 0_2^+ -состояниях не может быть менее деформированной, чем в основном состоянии.

Отметим в заключение этого раздела, что проведенный анализ структуры состояний различных изотопов на основе сравнения их деформаций служит лишь наглядной интерпретацией свойств этих состояний. Для выполнения расчетов энергий, вероятностей переходов и статических моментов в МВБ нет необходимости приписывать определенные деформации изучаемым состояниям.

9. СМЕШИВАНИЕ КОНФИГУРАЦИЙ С РАЗНЫМ ЧИСЛОМ БОЗОНОВ И ЕГО ВЛИЯНИЕ НА ЭФФЕКТ ОБРЕЗАНИЯ ПО ЧИСЛУ БОЗОНОВ

Рассмотрим теперь некоторые модификации МВБ, которые были предложены для расширения числа степеней свободы, используемых в модели. Различные модификации в настоящее время имеют одну общую черту — все они включают помимо пяти квадрупольных степеней свободы (и скалярной, если используется формулировка Аримы — Якелло [15]) некоторые новые степени свободы: дополнительные квадрупольные (d') и скалярные (s') бозоны, гексадекапольные (g) бозоны со спином 4, двухквaziчастичные возбуждения с большими моментами. С необходимостью расширения числа степеней свободы связано также предположение о существовании в одном ядре различных бозонных конфигураций (с разным общим числом s -, d -бозонов или разным типом протонных бозонов). Учет этих дополнительных степеней свободы обогащает теоретический спектр новыми состояниями, делает теорию более гибкой при описании экспериментальных данных. Допустимость этих расширений модели в принципе не вызывает сомнений, так как при энергиях $\geq 2\Delta$ (Δ — параметр щели) имеется достаточно большое число слабоколлективизованных (в основном двухквaziчастичных) состояний, взаимодействующих с коллективными. Однако феноменологическое введение взаимодействия дополнительных бозонов с коллективными или же взаимодействия различных конфигураций приводит к увеличению числа варьируемых параметров, что до некоторой степени снижает ценность подобных построений.

Возбуждение протонных или нейтронных пар через замкнутую оболочку приводит к эффектам, часто именуемым сосуществованием

форм. В этом отношении хорошо известны примеры с различным поведением нижних и возбужденных состояний ядер ^{16}O и ^{40}Ca . Сравнительно недавно [70] при исследовании реакции передачи ($^3\text{He}, n$) обнаружено сильное заселение низкорасположенных 0^+ -состояний изотопов олова, которые оказались основаниями полос, напоминающих ротационные по своим свойствам [71]. Дюваль и Барретт [72] предложили метод описания этих сосуществующих коллективных структур в рамках МВБ-II и применили его для описания свойств изотопов ртути. Наряду с конфигурацией, обычно используемой в МВБ-II, в которой числа протонных и нейтронных бозонов (n_π и n_ν) определяются числами валентных протонов и нейтронов или их дырок (для изотопов ртути $n_\pi = 1$), они вводят еще конфигурацию с $n_\pi = 3$, соответствующую перебросу одной пары протонов через оболочку и появлению еще одной пары протонных дырок в оболочечных состояниях, расположенных ниже $Z = 82$. Собственные состояния каждой из конфигураций вычисляются по отдельности, используя гамильтониан (36) МВБ-II, а на следующем этапе расчетов используют для смешивания состояний гамильтониан

$$H_{\text{mix}} = \alpha (s_\pi^+ s_\pi^+ + s_\pi s_\pi) + \beta (d_\pi^+ d_\pi^+ + d_\pi d_\pi)^{(0)} \quad (59)$$

и диагонализуют $H + H_{\text{mix}}$ в базисе нижних конфигураций n_π и $n_\pi + 2$. На этом этапе к энергиям состояний конфигураций $n_\pi + 2$ добавляется энергия ΔE , соответствующая энергии возбуждения этой конфигурации*.

В расчете значения параметров гамильтониана χ_ν и $c_{\nu L}$, зависящих лишь от n_ν , для обеих конфигураций принимаются равными. Для оператора $E2$ -перехода используется выражение

$$\hat{T}(E2) = e^*(1) (Q_{1\pi} + Q_{1\nu}) + e^*(3) (Q_{3\pi} + Q_{3\nu}), \quad (60)$$

где $e^*(1)$ и $e^*(3)$ — эффективные заряды для первой и второй конфигураций, а операторы Q_π и Q_ν выражаются через операторы бозонов так же, как в (41). Приведенное выше выражение для $\hat{T}(E2)$ записано в предположении о равенстве эффективных зарядов для протонных и нейтронных бозонов.

В качестве примера остановимся на основных результатах использования изложенного подхода для расчета структуры нижних состояний ^{112}Cd и ^{114}Cd . На рис. 25 представлены результаты расчетов энергий уровней возбужденных состояний ^{112}Cd и значений $B(E2)$ для переходов между ними по данным работы [74]. Из данных эксперимента следует, что в области триплетных состояний наблюдаются два дополнительных уровня 0^+ и 2^+ , положение которых не может быть объяснено в рамках обычной МВБ. Между тем модель, учитывающая наличие двух конфигураций, как следует из рисунка, пра-

* Идея о несохранении числа бозонов также высказывалась Е. Наджаковым [73].

вильно передает не только положение этих уровней, но и вероятности $E2$ -переходов для всей совокупности состояний в рассматриваемой области энергий и квадрупольный момент 2_1^+ -состояния. Аналогичные результаты получены в работе и для ^{114}Cd . Появление таких «экстра-состояний» в области триплетных энергий именно изотопов ^{112}Cd и ^{114}Cd не случайны. Из расчетов следует, что энергия возбуждения (ΔE) конфигураций с $n_\pi = 3$ относительно конфигурации

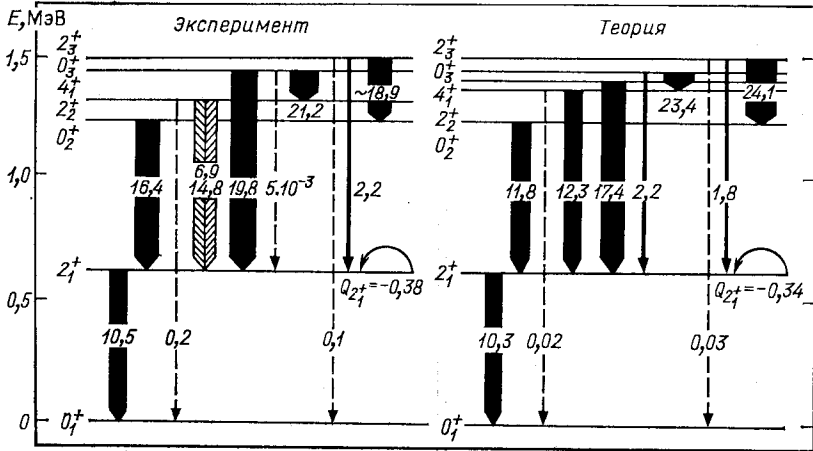


Рис. 25. Сопоставления расчетов структуры ядра ^{112}Cd в МВБ-II с учетом смешивания конфигураций по данным [74] в сравнении с данными эксперимента. Значения $B(E2)$ в единицах $10^{-2}e^2 \cdot 6^2$ и $Q(2_1^+)$ в $e \cdot 6$

$n_\pi = 1$ равна 5,5 МэВ, между тем из рисунка видно, что энергия основного состояния конфигурации с $n_\pi = 3$ не превышает 1,5 МэВ. Это связано с тем, что энергия связи конфигурации с $n_\pi = 3$ значительно больше, чем энергия связи конфигурации с $n_\pi = 1$. Энергия связи определяется квадруполь-квадрупольным взаимодействием протонов и нейтронов, поэтому для $n_\pi = 3$ она больше, чем для $n_\pi = 1$. Она становится максимальной в середине оболочке, где число бозонов максимально. По мере удаления от середины оболочки энергия возбуждения экстра-состояний возрастает и выходит за область триплетных состояний. Представляет интерес обстоятельство, что в случае Cd наличие экстра-состояний 0^+ и 2^+ , связанных с конфигурацией $n_\pi = 3$, не привело к значительному изменению свойств основного, 2_1^+ - и 4_1^+ -состояний [значений энергий, $B(E2)$, $Q(2_1^+)$].

Аналогичный подход использован в [75] при расчете структуры возбужденных состояний изотопов молибдена. Если рассматривать подоболочку $Z = 40$, то нормальная конфигурация в рамках МВБ характеризуется для изотопов Мо числом протонных бозонов $n_\pi = 1$. Если, однако, учитывать возможность возбуждения пары протонов

через подоболочку и соответственное образование двух протонных дырок внутри ее, то в этом случае $n_{\pi} = 3$.

Расчеты структуры низкорасположенных состояний изотопов $^{96-104}\text{Mo}$ выполнены в работе на основе формализма, изложенного выше. В расчетах приняты значения ΔE , уменьшающиеся с увеличением числа нейтронов, а значения параметров α и β приняты равными 0,16. На рис. 26 расчетные значения возбужденных состояний

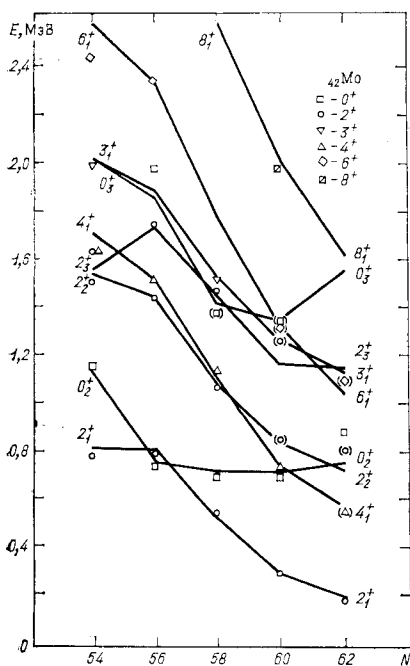


Рис. 26. Сравнение расчетных значений энергий возбужденных состояний изотопов Мо, полученных в МВВ-II с учетом смешивания конфигураций [75], с данными эксперимента

изотопов Мо с $E < 2,5$ МэВ сопоставляются с данными эксперимента. Из данных расчета следует, что влияние смешивания конфигураций (роль члена H_{mix}) оказалось малым в случае изотопов ^{96}Mo , ^{102}Mo и ^{104}Mo , но очень существенным в случае изотопов ^{98}Mo и ^{100}Mo . Эффект смешивания для этих изотопов иллюстрирует рис. 27. На рисунке спектры состояний, вычисленные для каждой из конфигураций без учета их смешивания (т. е. полагая $\alpha = \beta = 0$) представлены линиями столбца I. Цифры I и 3 обозначают принадлежность состояния к конфигурации с $n_{\pi} = 1$ или с $n_{\pi} = 3$ протонными бозонами. В столбце II представлены расчетные значения энергий, полученные при учете смешивания конфигураций. В столбце III приведены опытные значения энергий. Из рис. 27 следует, что обычные расчеты, выполненные в рамках одной нормальной конфигурации с $n_{\pi} = 1$, приводят к очень большим расстояниям между уровнями, не согласующимися с данными опыта. Так, расчетная энергия 2_1 -состояния ^{98}Mo оказывается равной 1,4 МэВ. Между тем расчеты, учи-

тывающие существование двух конфигураций и их смешивание, правильно описывают спектр низлежащих состояний и, в частности, аномально низкое расположение 0_2^+ -состояний. Из рис. 27 видно также, что в отличие от ситуации в изотопах $^{112,144}\text{Cd}$ учет смешивания конфигураций сильно сказывается на положении и взаимном расположении уровней. В этом случае результаты вычисления вероятностей электромагнитных переходов и их сравнение с опытом особенно важны для всесторонней проверки работоспособности предположе-

ния о смешивании конфигураций. В работе [75] вычислены значения ряда отношений $B(E2)$. При этом принято, что отношение эффективных зарядов $e^*(3)/e^*(1)$ [см. (60)] равно двум. Кроме того, положив $e^*(1) = 0,053e \cdot b$, авторы [75] вычислили также значения $B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ и $Q(2_1^+)$. Согласие с опытом оказалось вполне удовлетворительным. На рис. 28 представлены отношения $\eta = B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ для различных изотопов Мо. Видно, что расчетное значение η для ^{100}Mo ($N = 58$) близко к экспериментальному ($\eta > 5$).

Отметив удачное описание свойств изотопов Мо на основе модификации МВБ-II, учитывающей смесь одно- и трехпротонных бозонных конфигураций, обратим внимание на то, что успешное описание свойств этих же изотопов было дано почти 10 лет назад в работе Р. В. Джолоса и др. [54], где было показано, что МВБ-I может объяснить опускание 0_2^+ -состояний. В рамках обычного варианта МВБ-I, конечно, нельзя объяснить существование двух 2^+ -уровней, очень близких по энергии, например 1,93 и 2,09 МэВ, как это имеет место в ^{96}Mo . Однако при учете связи квадрупольных и парных вибраций, как это было сделано в [55], энергии уровней и вероятности переходов в ^{96}Mo могут быть вычислены в удовлетворительном согласии с экспериментом, о чем свидетельствуют данные табл. 9. Таким

Таблица 9. Расчетные и экспериментальные значения энергий состояний ^{96}Mo , МэВ, и относительные значения $B(E2)$ по данным работ [54, 55]

I	Энергия		I_i	I_f	$B(E2; I_i \rightarrow I_f)$	
	Эксперимент	Теория			$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	
					Эксперимент	Теория
4_1^+	2,09	2,08	0_2^+	2_1^+	$2,4 \pm 0,3$	2,4
2_3^+	2,09	2,10	4_1^+	2_1^+	$1,8 \pm 0,4$	1,9
2_2^+	1,93	2,02	2_2^+	2_1^+	$0,8 \pm 0,2$	0,94
0_2^+	1,48	1,28	2_3^+	2_1^+	$0,8 \pm 0,2$	0,74
2_1^+	1,00	1,00	2_2^+	0_2^+	0,06	0,41
0_1^+	0,00	0,00	2_2^+	0_2^+	—	0,53

образом, в рамках МВБ-I также имеются способы описания ситуаций, выходящих за пределы возможностей ее обычной формулировки.

Методика смешивания конфигураций с одним и тремя протонными бозонами была применена в [76] для расчета свойств изотопов Zп. Однако, как следует из рис. 20, где приведены результаты расчетов в рамках МВБ-I, и данных работы [76], этот подход в данном случае не приводит к результатам лучшим, чем при использовании обычного варианта МВБ-I.

Одним из основных отличий МВБ от прочих коллективных моделей является ее предположение о конечном числе бозонов и, как следствие этого, вывод о невозможности возбуждения состояний с $I > 2n$ и уменьшении значений B ($E_2; I \rightarrow I + 2$), начиная с некоторого значения I .

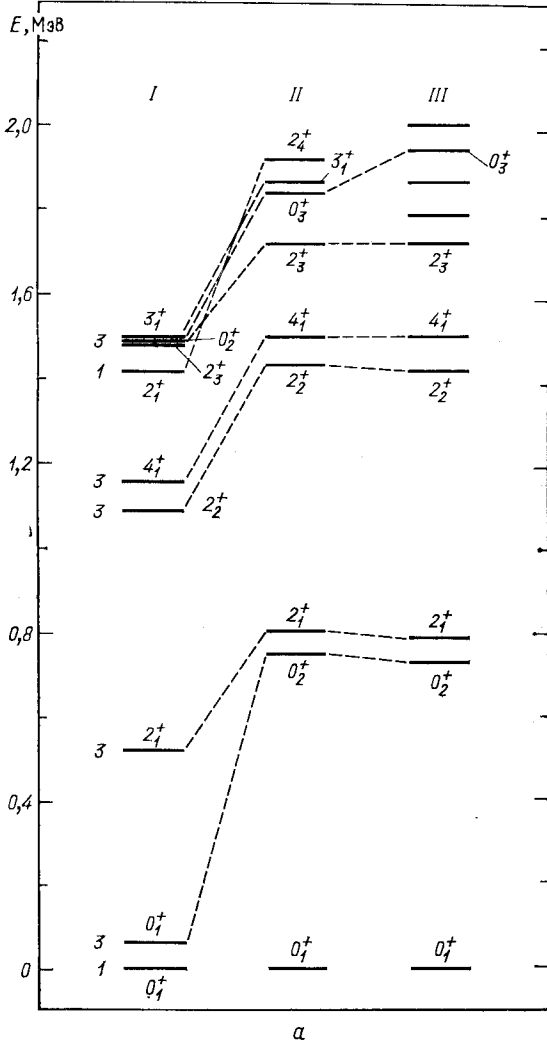
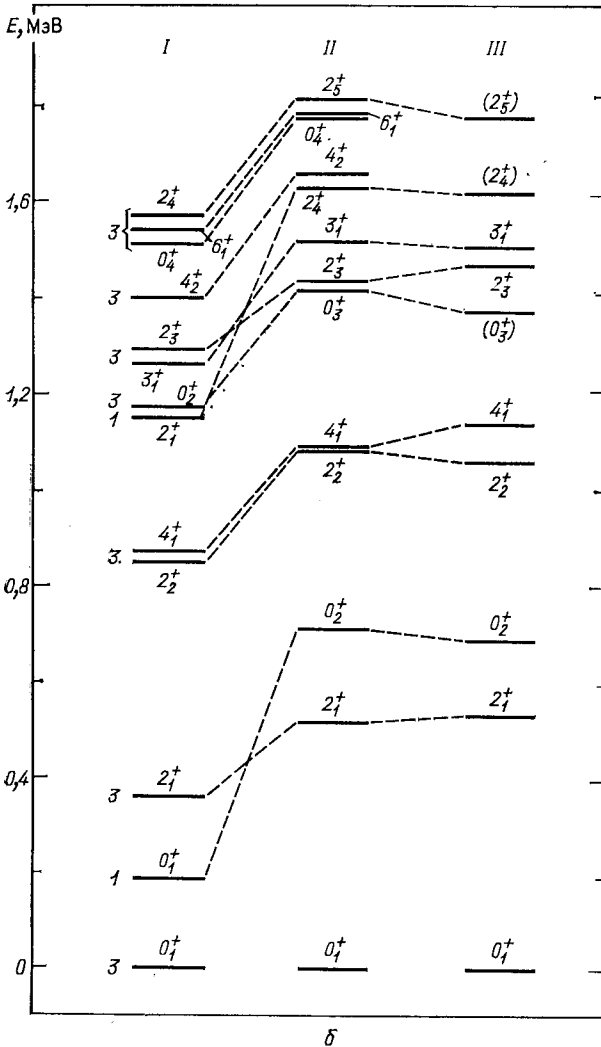


Рис. 27. Расчетные значения энергий возбужденных состояний ^{98}Mo и ^{100}Mo экспери

До настоящего времени на опыте не получены четкие доказательства существования указанного выше эффекта обрезания по числу бозонов. В связи с этим желательно рассмотреть возможность включения в МВБ дополнительных степеней свободы, снимающих или ослабляющих этот эффект.



без учета смешивания конфигураций (а), с учетом их смешивания (б) и данные мента

Одной такой возможностью является учет пар нуклонов, связанных в бозоны с моментом $L > 2$, прежде всего g -бозонов. Их роль возрастает с увеличением I , и их введение сказывается на увеличении значений $B(E2)$ для переходов между высокоспиновыми состояниями.

Другой возможностью является изложенный выше подход Дюваля и Барретта [72]. В работе [77] этот подход использован для интерпретации результатов исследования высокоспиновых состояний четных изотопов Ду [энергий и значений $B(E2)$], опубликованных в [78]. В отличие от [72] в работе [77] учитывались не только возбуждения типа $2p - 2h$, приводящие к двум дополнительным бозонам, но и возбуждения типа $4p - 4h$ и $6p - 6h$, эквивалентные четырем и шести дополнительным бозонам. Расчеты проводились в рамках МВБ-1, при этом использовали гамильтониан, в котором учитывается только четыре параметра (ε , κ , κ' , κ''):

$$H = \varepsilon \hat{n}_d - \kappa \tilde{Q}\tilde{Q} + \kappa' \hat{I}^2 + \kappa'' P^+ P, \quad (61)$$

где \tilde{Q} — квадрупольный оператор $SU(3)$ -алгебры (28), а P^+ — парный оператор, инвариантный при $O(6)$ -преобразованиях, так что член гамильтониана $P^+ P$ выражается через оператор Казимира $O(6)$ -алгебры:

$$P^+ = \sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}^{\pm} - s^+ s^+. \quad (61a)$$

При учете несохранения числа бозонов базисные функции в [77] брались в виде

$$|(sd)^n\rangle \oplus |(sd)^{n+2}\rangle \oplus |(sd)^{n+4}\rangle \oplus |(sd)^{n+6}\rangle, \quad (62)$$

где $|(sd)^n\rangle$ обозначает собственные функции для конфигурации с полным числом s - и d -бозонов, равным n .

Для смешивания состояний, отличающихся на 2 бозона, авторы использовали гамильтониан H_{mix} (59), что и в работе [72], не различая протонные и нейтронные бозоны. Значения параметров κ , κ' и κ'' оптимизировали, используя значения энергий возбужденных состояний изотопов Ду. Параметры α и β , входящие в H_{mix} , и параметр χ_{E2} оператора $E2$ -перехода подгонялись по значениям $B(E2)$ для переходов в ираст-полосе. В расчетах принято, что сдвиг энергии ΔE конфигурации с двумя добавочными бозонами составляет 2,1 МэВ, а для конфигураций с четырьмя и шестью бозонами в 2 и 3 раза больше.

С увеличением числа частично-дырочных возбуждений и соответственно числа добавочных бозонов полосы возбуждения состоя-

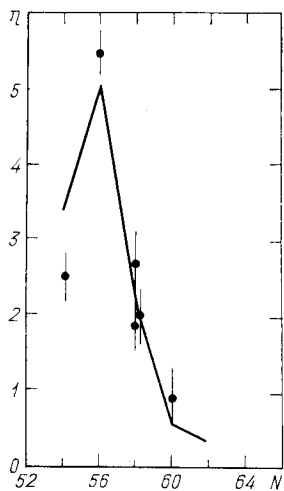


Рис. 28. Отношение $\eta = B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+) / B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ для изотопов Мо

ний соответствующих конфигураций приобретают все более ротационный характер. Переход выражения (61) к $SU(3)$ -пределу достигается за счет уменьшения вклада возмущающего члена $\epsilon \hat{n}_d$. С этой целью в расчетах принято, что $\epsilon = (n_{\text{макс}} - n_i) \theta$, где $n_{\text{макс}} = n + 6$, $n_i = n + 2i$, $i = 0, 1, 2, 3$, n — исходное число бозонов при отсутствии возбуждения основных частиц. Значение θ принято равным 0,0625 МэВ.

На рис. 29 приведены результаты расчета зависимости момента $I_x = I + 1/2$ от частоты вращения для ^{158}Du в сравнении с данными

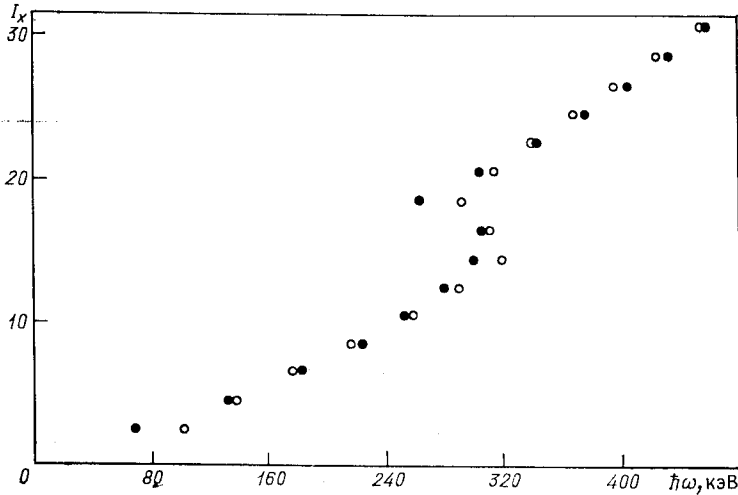


Рис. 29. Зависимость момента I_x от частоты вращения ω для ^{158}Du :
○ — расчет; ● — эксперимент

эксперимента. Видно, что учет возбуждения нуклонов остова позволяет описать в рамках МВБ структуру высокоспиновых состояний основной полосы и ее взаимодействие с полосами более сложной природы в области перемещения (вблизи $I = 16$).

Расчеты позволяют вычислить также эффективное число бозонов, определяемое выражением

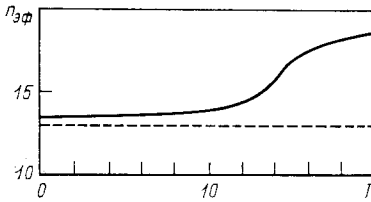
$$n_{\text{эф}}(I) = \sum_{n'=n}^{n+6} n' \phi(I, n'), \quad (63)$$

где $\phi(I, n')$ — амплитуда компоненты с числом бозонов n' волновой функции состояния со спином I .

Результаты вычислений $n_{\text{эф}}$ в случае ^{158}Du приведены на рис. 30. Пунктирная прямая обозначает число бозонов без учета дополнительных бозонов за счет возбуждения частиц остова. Видно, что $n_{\text{эф}}$

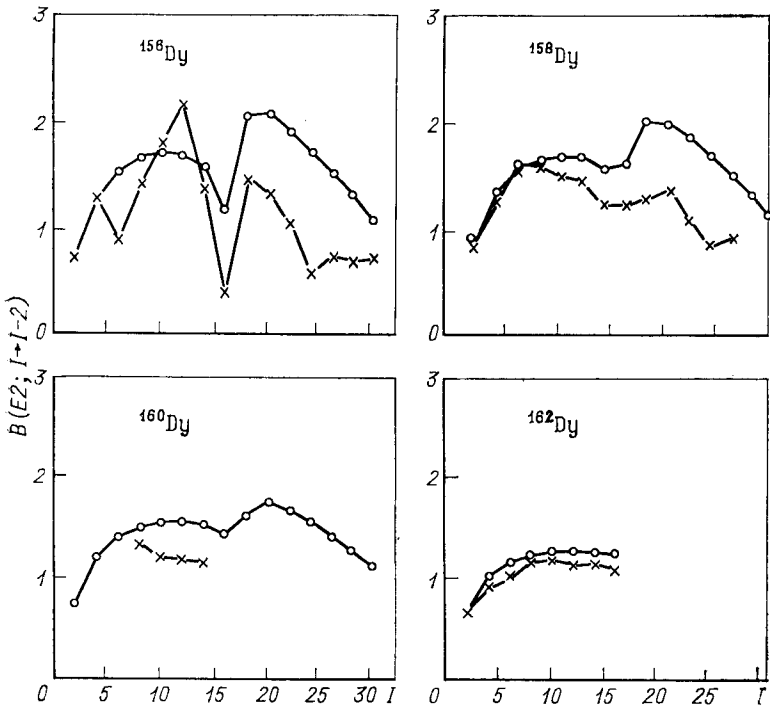
резко увеличивается с ростом I . Естественно, что увеличение $n_{эф}$ с I существенно ослабляет эффект обрезания по числу бозонов.

На рис. 31 расчетные значения $B(E2)$ для переходов между ирраст-состояниями сравниваются с данными эксперимента, отмеченными



←Рис. 30. Зависимость эффективного числа бозонов $n_{эф}$ от углового момента I

Рис. 31. Значения $B(E2; I \rightarrow I-2)$ для переходов в ирраст-полосах изотопов ^{156}Dy - ^{162}Dy . Данные эксперимента обозначены крестиками



крестиками. Расчет хорошо воспроизводит общий ход значений $B(E2)$ для состояний с 1 до 30, влияние бэкбендинга на значения $B(E2)$ при $I = 16$, однако схематический характер модели не позволяет, конечно, воспроизвести более тонкие особенности результатов.

Таким образом, из рассмотрения результатов работы [77] следует, что учет возбуждения внутристовных частиц на основе смешивания конфигураций с различным числом бозонов позволяет еди-

ным образом описать в рамках МВБ поведение энергий высокоспиновых состояний (в том числе эффект «бэкбендинга»), значения приведенных вероятностей $E2$ -переходов и продемонстрировать возможность ослабления эффекта обрезания по числу бозонов в результате увеличения эффективного числа бозонов.

10. УЧЕТ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ПРОТОННЫХ БОЗОНОВ

Примером модификации МВБ-II является также упоминавшаяся выше работа [64], в которой выполнены расчеты свойств нижних возбужденных состояний изотопов Ge. Модификация МВБ-II в [64] состоит в предположении о том, что структура этих состояний определяется наличием двух протонных конфигураций (с одним и тем же числом бозонов). Нижняя по энергии конфигурация соответствует тому, что четыре валентных протона (сверх оболочки $Z = 28$) находятся главным образом в $p_{3/2}$ -состоянии. (Соответствующие бозоны обозначены s_{π} , d_{π} .) Однако вследствие эффектов нейтрон-протонного спаривания, возрастающего с числом нейтронов, появляется тенденция к перебросу пар протонов на уровни с большими значениями углового момента ($f_{5/2}$, $g_{9/2}$) и развитию деформации [79]. Соответствующие этим парам бозоны (для них вводятся обозначения s'_{π} , d'_{π}) образуют вторую конфигурацию.

Параметры гамильтониана, относящиеся к первой конфигурации (s_{π} , d_{π}), определялись из сравнения расчетных и экспериментальных значений энергий нижних уровней ${}^{68}_{32}\text{Ge}_{36}$. Параметры второй конфигурации (s'_{π} , d'_{π}) — подгонкой к энергиям нижних состояний ${}^{76}_{32}\text{Ge}_{44}$. Затем вводился оператор взаимодействия этих двух конфигураций:

$$H_{\text{mix}} = \alpha (s_{\pi}^+ s'_{\pi} + s'_{\pi}{}^+ s_{\pi}) + \beta [(d_{\pi}^+ d')^{(0)} + (d'_{\pi}{}^+ d_{\pi})^{(0)}], \quad (64)$$

а также дополнительный параметр δE , который определял энергетическую разность между невозмущенными состояниями обеих конфигураций. В работе [64] было принято, что δE линейно изменяется с числом нейтронов. В расчетах $B(E2)$ принято, что обе конфигурации характеризуются своими эффективными зарядами $e^*(1)$ и $e^*(2)$, причем $e^*(2)/e^*(1) = 2$. Значение $e^*(1)$ выбрано из условия совпадения расчетного значения $B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1)$ с экспериментальным в ${}^{72}\text{Ge}$.

На рис. 32 расчетные значения энергий возбужденных состояний изотопов Ge с $A = 66 \div 78$ сопоставлены с данными эксперимента. Как правило, результаты расчетов различных работ хорошо согласуются друг с другом. Некоторые отличия специально отмечены на рис. 32. Интересно отметить, что несмотря на различие теоретических подходов в нескольких работах предсказывается существование двух 2^+ -состояний в области 1,5—1,8 МэВ. В настоящее время из эксперимента в этой области известно только одно состояние. Расчетные значения $B(E2)$ и $Q(2^+_1)$ и их сопоставление с данными экспе-

римента представлены в табл. 3. Видно, что расчетные значения $B(E2)$ согласуются друг с другом и с экспериментальными данными. Достижением работы [64] является правильное описание значений $Q(2_1^+)$ для всех изотопов Ge, однако описание значений $B(E2)$ для переходов на 0_2^+ -уровень или с него в этой работе уступает описанию,

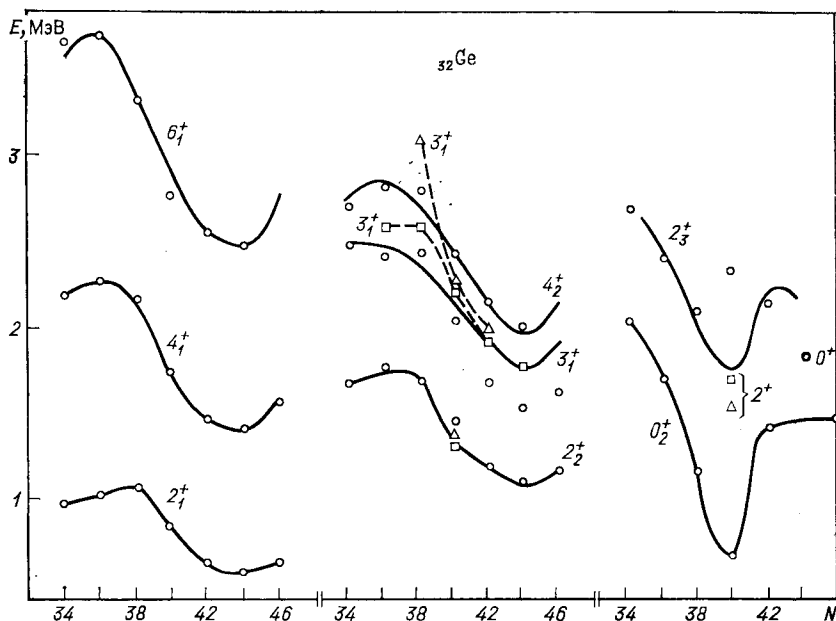


Рис. 32. Сравнение расчетных значений энергий возбужденных состояний изотопов $^{66-78}\text{Ge}$ по данным различных работ с данными эксперимента:

○ — эксперимент; — — расчет по МВБ-I; △ — по данным [53]; □ — по данным [64]

полученному в МВБ-I и работе [53]. Успехом работы [64] является также качественно правильное описание хода R — отношений сечений реакций (p, t) и (t, p) с возбуждением 0_1^+ - и 0_2^+ -состояний (рис. 33).

Приведенные выше примеры показывают, что в некоторых случаях введение двух конфигураций и их взаимодействия позволяет описать в ядре сосуществование различных коллективных структур, в частности проявляющихся в виде экстрасостояний. Следует, однако, отметить, что использование этого подхода связано с введением большого количества дополнительных параметров. Помимо параметров основного гамильтониана МВБ-II для второй конфигурации в расчетах используют еще перечисленные выше параметры α , β и δE . Поэтому в реальных расчетах стараются свести число параметров к минимуму, вводя ряд упрощающих предположений, применимость которых подлежит дополнительной проверке. Предстоит еще

выяснить, в какой степени предложенный механизм возникновения другой конфигурации применим в случае других оболочек и под-оболочек. Неясно, насколько оправдано и каковы области применения появления новой конфигурации за счет перехода двух протонов с одной надоболочечной орбитали на другую, как это было предложено в [72].

11. ОПИСАНИЕ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР В РАМКАХ МВБ

Рассмотрим теперь возможность применения МВБ для описания деформированных ядер. МВБ встречается с трудностями при описании высокоспиновых состояний, что связано с учетом только s - и d -бозонов. При обращении к микроскопической основе модели это означает, что принимаются во внимание только те фермионные пары, которые имеют момент $L = 0, 2$ (S , D -пары). Погрешности в описании фермионной системы с помощью только S , D -пар были рассмотрены в ряде работ [80—82]. Было показано, что ограничение S , D -парами приводит к более сильному размытию уровня Ферми по сравнению со случаем, когда учитываются пары со всеми возможными моментами. Это является причиной других погрешностей: завышения щели Δ , уменьшения внутреннего квадрупольного момента. Так как величина Δ существенно влияет на момент инерции, то возникает сомнение, можно ли в рамках МВБ (т. е. бозонного отображения S , D -пар) успешно описать ротационные спектры деформированных ядер. Однако некоторый оптимизм вселяют расчеты, проведенные в [83] для ^{164}Er .

В работе [83] использовалась модель с реалистическим ходом одночастичных уровней, содержащая квадрупольные частично-дырочные силы и моношольное спаривание. Расчеты были выполнены на основе крэнкинг-модели с самосогласованием по Хартри — Фоку — Боголюбову (ХФБ). Рассчитанные значения момента инерции в зависимости от ω^2 представлены на рис. 34, из которого видно, что достигнуто вполне удовлетворительное согласие с экспериментом. Протонная и нейтронная функции ХФБ были затем спроектированы на функции с определенным числом частиц $|\Phi_{2n}(I)\rangle$:

$$|\Phi_{2n}(I)\rangle = (\sum B_{KK'} a_K^\dagger a_{K'}^\dagger)^n |0\rangle, \quad (65)$$

n — число пар валентных нуклонов. После этого каждый оператор пары $(\sum B_{KK'} a_K^\dagger a_{K'}^\dagger)$ был разложен по состояниям с определенным

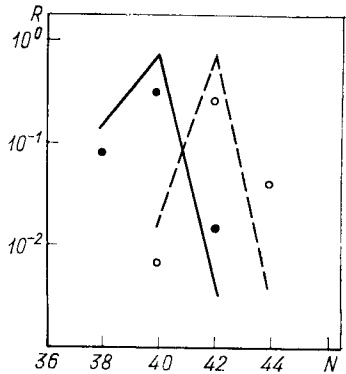


Рис. 33. Отношения сечения реакций (p, t) (● — эксперимент, сплошная кривая — теория) и (t, p) (○ — эксперимент, пунктир — теория) с возбуждением 0_1^+ - и 0_2^+ -состояний изотопов Ge по данным [64]

МОМЕНТОМ:

$$\sum B_{KK'} a_K^+ a_{K'}^+ = \sum_{L=0, 2, 4, \dots} A_L (a^+ a^+)^{(L)}. \quad (66)$$

Расчеты показывают, что функция протонной пары сохраняет *SD*-доминантность в очень широком интервале спинов, однако выстраивание двух нейтронов в *i* 13/2-состоянии приводит к тому, что при спинах $I > 12$ вклад *SD*-пар в общую нейтронную функцию падает

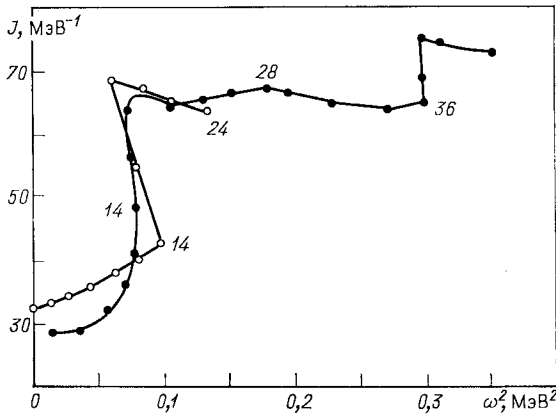


Рис. 34. Зависимость момента инерции I от квадрата частоты вращения для ^{164}Er

и при $I = 16$ происходит выделение двухквaziчастичной пары с моментами L , равными 10 и 12. В табл. 10 представлены полные вклады от *S*-, *D*- и *G*-пар в общую волновую функцию. Из таблицы видно, что структура протонных состояний в широком интервале угловых моментов исчерпывается *S*-, *D*- и *G*-парами, причем вклад *G*-пар

Таблица 10. Суммарный вклад *SDG*-состояний (%) в волновые функции праст-состояний ^{164}Er . (В скобках показан вклад *SDG*+*OM* (состояний в нейтронную волновую функцию.) Данные работы [83]

Конфигурация	I								
	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Протоны									
<i>S</i> + <i>D</i>	88,1	87,4	87,4	86,8	85,6	85,0	84,4	84,4	84,4
<i>S</i> + <i>D</i> + <i>G</i>	99,3	98,6	98,6	97,9	97,2	96,6	95,9	95,2	94,5
Нейтроны									
<i>S</i> + <i>D</i>	77,2	77,2	75,7	74,1	72,6	70,7	68,3	56,5	12,4
<i>S</i> + <i>D</i> + <i>G</i>	98,1	98,1	96,8	95,5	94,3	92,4	(93,1)	(93,7)	(87,7)

порядка 10%. Несколько больший вклад (около 20%) дают G -пары в структуру нейтронного состояния. Таким образом, учет только S - и D -пар в фермионном пространстве (и соответствующих бозонов в МВБ) может дать в общих чертах правильную картину свойств состояний с моментами I , меньшими, чем момент, соответствующий появлению бэкбендинга, хотя в некоторых случаях, чувствительных к деталям волновой функции, пренебрежение бозонами с моментами, большими двух, может привести к существенным погрешностям [84].

В заключение остановимся несколько подробнее на работах, в которых вопрос о применимости МВБ для описания свойств деформированных ядер изучался непосредственным сопоставлением результатов расчета в рамках МВБ и данных эксперимента. Для большинства деформированных ядер число бозонов оказывается довольно большим. Например, для $^{168}_{62}\text{Er}$ число протонных бозонов равно 7, а нейтронных — 9. В таких условиях процедура расчетов в рамках МВБ-II существенно усложняется, и на практике для анализа использовалась МВБ-I в упрощенном варианте, при котором менее существенные члены в гамильтониане МВБ-I не учитывались.

В 1981 г. в результате совместной работы физиков Канады, Франции, Англии и США опубликована работа [85], в которой детально изучена схема распада ^{168}Er , полученного в реакции $^{167}\text{Er}(n, \gamma)^{168}\text{Er}$. Применение разнообразной и уникальной техники исследований, в частности кристалл-дифракционного спектрометра, характеризующегося высоким разрешением и позволяющего регистрировать очень слабые переходы, а также техники усреднения резонансных сечений, привело к тому, что в области возбуждения до 2 МэВ обнаружены все состояния со спином $I \leq 6$ и зарегистрировано много малоинтенсивных переходов. В последующих работах [86, 87] материалы этих исследований были использованы для детального сравнения возможностей геометрической модели и МВБ применительно к деформированным ядрам.

Отметим, что до недавнего времени суждение о возможностях МВБ основывалось на успешности глобального описания совокупности свойств изотопов или их семейств и акценты на имеющие место отклонения от предсказаний модели, как правило, не ставились, возможно, в силу отсутствия других подходов, сравнимых по успешности описания структуры рассматриваемых ядер, а также из-за отсутствия нуклидов, структура которых была бы всесторонне изучена.

Как показано в разд. 2, в $SU(3)$ -пределе полосы внутри одного мультиплета по (λ, μ) вырождены [т. е. $E(2\beta) = E(2\ddagger)$] и если в качестве оператора $E2$ -перехода взять e^*Q (28), то переходы между состояниями с разными значениями (λ, μ) запрещены, в частности переходы с β - и γ -полос на основную полосу. Оба этих вывода не соответствуют реальной ситуации. Для снятия вырождения в гамильтониан (27) часто добавляют член $\kappa''P^+P$ и параметр κ'' подбирают

так, чтобы наилучшим образом удовлетворить существующей совокупности состояний:

$$H = -\kappa \tilde{Q}\tilde{Q} + \kappa' \hat{I}^2 + \kappa'' P^+ P. \quad (67)$$

Авторы работы [90] использовали для оператора $E2$ -перехода выражение:

$$\hat{T}_\mu(E_2) = e^* Q_\mu = e^* \left[d_\mu^+ s + s^+ d_\mu^- + \frac{R}{\sqrt{5}} (d^+ d)_\mu^{(2)} \right]. \quad (68)$$

Фактор $R/\sqrt{5}$ в (68) заменяет параметр χ_{E_2} в (22).

Для воспроизведения нужной силы переходов параметр R варьируют так, чтобы расчетное значение $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ совпало с опытным. Таким образом, в рассматриваемом подходе имеется 5 параметров, один из которых (κ'') подгоняется по совокупности данных, а остальные вычисляют исходя из опытных значений $E(2_1^+)$, $E(2_2^+)$, $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ и $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$.

На рис. 35 уровни ^{168}Er с положительной четностью сопоставляются с их расчетными значениями. Видно, что расчеты выявили все обнаруженные на опыте и расположенные ниже щели полосы, порядок их следования и все состояния внутри полос. Исключение составляет полоса $K^\pi = 3^+$ при 1635 кэВ. Объяснение ее положения нуждается в привлечении к рассмотрению g -бозонов.

При детальном рассмотрении ситуации обнаруживается, однако, ряд расхождений с опытом. Основания полос 2_1^+ , 0_2^+ , 0_3^+ , 2_2^+ отличаются соответственно на 21, 93, 58, 83 кэВ, а полосе 2_3^+ с энергией основания 1930 кэВ в расчете соответствует 2200 кэВ и, наконец, основанию полосы с $K^\pi = 4^+$ и с $E = 1610$ кэВ соответствует расчетная энергия 2030 кэВ. Следует отметить также, что МВБ не передает увеличения примерно на 25% момента инерции в β -полосе, хотя это и возможно осуществить при использовании добавочных членов в гамильтониане.

Все указанные расхождения в геометрической модели отсутствуют, так как использование формулы ротационной модели $E_I = E_0 + AI(I+1) + BI^2(I+1)^2$, требующее, правда, привлечения для описания энергий по три параметра на каждую полосу, приводит к прекрасному согласию с экспериментом (расхождение составляет всего 5–20 эВ).

Особенно интересным оказывается сравнительное рассмотрение вероятностей $E2$ -переходов. В работе [86] расчетные значения отношений $B(E2)$ сопоставлены с опытными данными для переходов из состояний γ -, β - и 0_3^+ -полос. Результаты расчетов для γ - и β -полос хорошо согласуются с данными эксперимента. В случае 0_3^+ -полосы расхождения существенно больше, но почти все они возникают, когда расчетные абсолютные значения $B(E2)$ составляют 0,01 или несколько тысячных одночастичной оценки. Очевидно, что сравнительно малые возмущения этих чисто коллективных эффектов могут объяснить наблюдаемые расхождения. Из результатов расчетов следует

превалирование $\beta \rightarrow \gamma$ -переходов над переходами из β -полосы на основную полосу. Это естественный с точки зрения МВБ вывод. В пределе $SU(3)$ переход $\beta \rightarrow g$ вообще запрещен, а переход $\beta \rightarrow \gamma$ не запрещен, так как является переходом без изменения (λ, μ) . Это правило ослабляется с уменьшением R [см. (68)]. Наоборот, в чисто геометрической модели переходы $\beta \rightarrow \gamma$ запрещены.

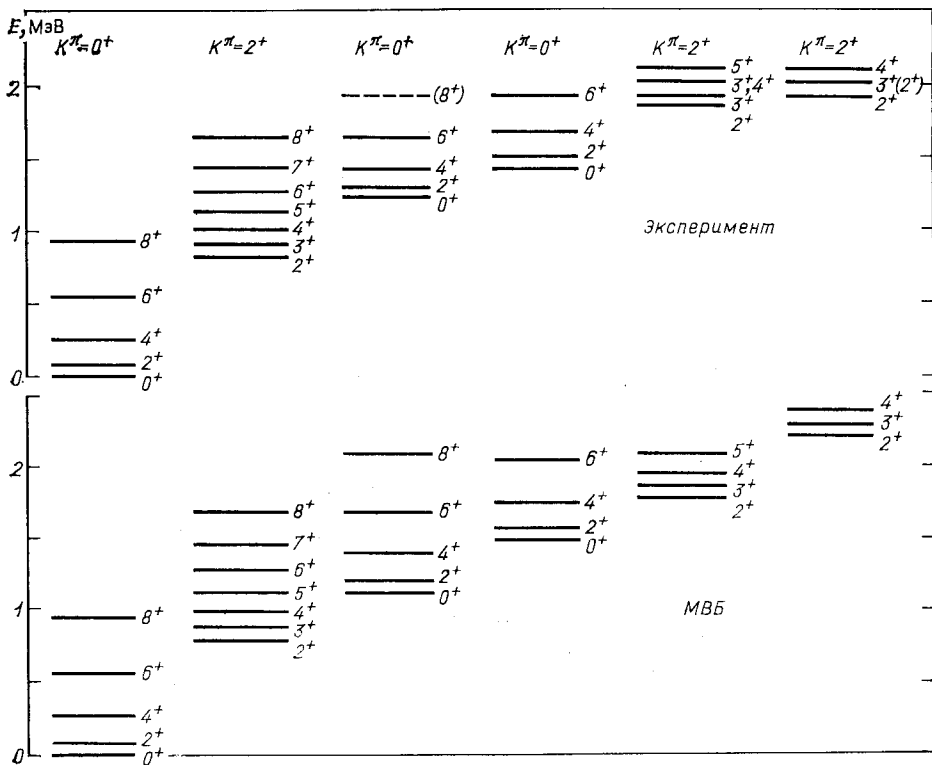


Рис. 35. Расчетные и экспериментальные значения энергий уровней ^{168}Er

Известно, что правила Алага в геометрической модели выдерживаются не строго и значительного улучшения описания реальных значений отношений разветвления достигают, учитывая смешивание γ - и g -полос, β - и g -полос. Авторы [86] учли еще смешивание β - и γ -полос и показали, что в этом случае и в рамках геометрической модели можно описать превалирование $\beta \rightarrow \gamma$ -переходов. При сравнении выяснилось, что расчеты МВБ, не связанные с дополнительными представлениями о смешивании полос, согласуются с экспериментом не хуже, чем результаты вычислений в геометрической модели с всесторонним учетом коэффициентов смешивания.

По пути детального анализа значений приведенных вероятностей можно, однако, пойти еще дальше, если использовать для их анализа, как это было предложено Бором и Моттельсоном (см. [87]), график Михайлова. Учитывая, что

$$B(E2; I_1 K_1 \rightarrow I_2 K_2) = 2 (C_{I_1 K_1, 2\Delta K}^{I_2 K_2})^2 \times \\ \times \{M_1 + M_2 [I_2(I_2 + 1) - I_1(I_1 + 1)]\}^2, \quad |\Delta K| = 2, \quad (69a)$$

где M_1 — матричный элемент $E2$ -перехода между полосами, а M_2 — матричный элемент $E2$ -перехода, связанный с примесью состояний, и строя зависимость

$$[B(E2; I_1 K_1 \rightarrow I_2 K_2)]^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (C_{I_1 K_1, 2\Delta K}^{I_2 K_2})^{-1} = f(x), \\ x = I_2(I_2 + 1) - I_1(I_1 + 1), \quad (69b)$$

видим, что наклон линии дает M_2 , а пересечение с $x = 0$ — значение M_1 .

Результаты такого анализа для экспериментальных и расчетных значений $B(E2)$ в случае переходов $\Delta K = 2$ представлены на рис. 36.

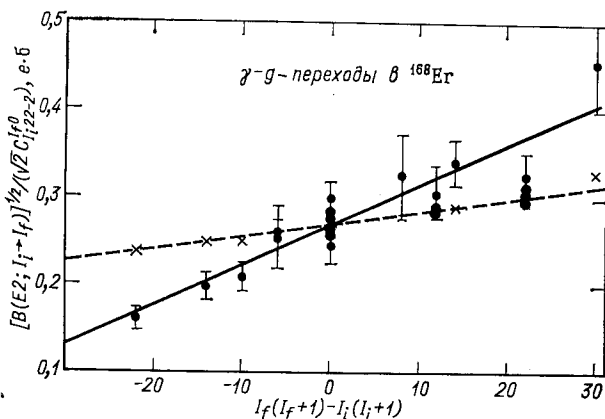


Рис. 36. График Михайлова (69б), рассчитанный при использовании гамильтониана в виде (67):

× — по МВБ; ● ▲ — эксперимент

Расчетные значения вычислены в МВБ. Опытные значения $B(E2)$ определены исходя из относительных значений и предположения, что квадрупольный момент β - и γ -полос не отличается от Q_0 для основной полосы ^{168}Er и равен $7,6 \cdot 10^2 e \cdot \text{фм}^2$ [для состояния 2_{γ}^+ абсолютные интенсивности основаны на измерениях $B(E2; 0_g^+ \rightarrow 2_{\gamma}^+)$ в исследованиях по кулоновскому возбуждению]. Как видно из рис. 36, графики Михайлова, использующие опытные и рассчитанные в рамках МВБ данные, заметно различаются.

Усовершенствование аппарата МВБ, примененного в работе [88], позволило, однако, улучшить согласие с опытом. Уже отмечалось, что в операторе $E2$ -перехода [см. (68)] параметр R должен быть выбран между 0 [значение R в $O(6)$ -пределе] и $\sqrt{35}/2$ [значение в $SU(3)$ -пределе]. Между тем в гамильтониане (67) в выражении $\kappa\tilde{Q}\tilde{Q}$ значение R принималось тем же, что и в $SU(3)$ -пределе, а вырождение, характерное для $SU(3)$ -предела, снималось добавлением возмущающего члена $\kappa''P^+P$. Так как действие уменьшения R и члена P^+P происходит в одном направлении (в обоих случаях увеличивается роль членов с $\Delta n_d = \pm 2$ по сравнению с $\Delta n_d = \pm 1$), то гамильтониан (67) был заменен гамильтонианом $H = -\kappa QQ + \kappa'I^2$, но величина R в операторе Q (68) рассматривается теперь как свободный параметр. При этом в операторе $\hat{T}(E2)$ (68) используется то же значение R , что и в H .

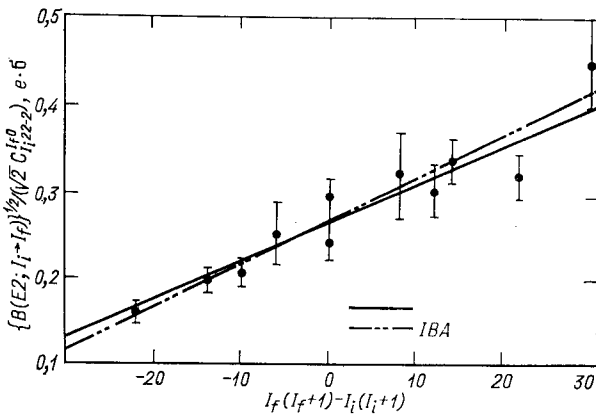


Рис. 37. График Михайлова по данным работы [88]:
 - · - · - МВБ; · - эксперимент

В этом подходе используются всего 4 параметра. В новых расчетах основания полос практически не изменили свое положение, однако относительные значения $B(E2)$ изменились. В частности, в согласии с опытом еще более уменьшилась относительная интенсивность $\beta \rightarrow g/\beta \rightarrow \gamma$. Оказалось также, что существенно улучшилось описание эффективного смешивания полос с $K = 0$ и $K = 2$. На рис. 37 изображен график Михайлова для перехода с γ -полосы на основную. Видно, что и старые, и новые расчеты в рамках МВБ-I хорошо укладываются на прямые, однако в новом формализме прямая, проведенная по расчетным данным, практически не отличается от прямой, проведенной через опытные точки и, таким образом, эффективное значение матричного элемента, связанного со смешиванием полос, хорошо передается теорией.

Исследование применимости МВБ-I к описанию свойств ^{168}Er явилось важным этапом на пути экспериментальной проверки теории. Уже давно показано, что МВБ удовлетворительно описывает общие особенности поведения многих ядер. Результаты исследования ^{168}Er позволили, однако, осуществить детальную проверку применимости МВБ, в ходе которой выяснилось, что небольшое число членов, учитывающих взаимодействие бозонов, позволяет описать большое количество данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джолос Р. В., Янссен Д. — ЭЧАЯ, 1977, т. 8, вып. 2, с. 330.
2. Джолос Р. В., Янссен Д. Препринт ОИЯИ Р4-9339, Дубна, 1975.
3. Джолос Р. В., Рыбарска В. — ЭЧАЯ, 1972, т. 3, вып. 4, с. 739.
4. Джолос Р. В., Дэнау Ф., Янссен Д. — ТМФ, 1974, т. 20, с. 112.
5. Dönaу F., Janssen D., Jolos R. V. — Nucl. Phys., 1974, v. A224, p. 93.
6. Джолос Р. В., Дэнау Ф., Янссен Д. — ЯФ, 1975, т. 22, с. 465.
7. Янссен Д., Джолос Р. В. Сообщение ОИЯИ Е4-8992, Дубна, 1975; Джолос Р. В., Янссен Д. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1976, т. 40, с. 1273; Holzwarth G. e.a. — Nucl. Phys., 1976, v. A261, p. 1.
8. Holstein T., Primakoff H. — Phys. Rev., 1940, v. 58, p. 1098.
9. Schwinger J. The Quantum Theory of Angular momentum/Ed. Biedenharn L. C., van Dam H. N.Y.; Academic Press, 1962.
10. Михайлов В. М., Панин Р. Б. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1983, т. 47, с. 889; Тезисы докладов 32 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1982, с. 240.
11. Klein A. e.a. — Phys. Rev., 1982, v. C25, p. 82.
12. Paar V. Interacting Boson in Nuclear Physics/Ed. Iachello F. N.Y.: Plenum Press, 1979.
13. Kyrchev G. — Nucl. Phys., 1980, v. A349, p. 416.
14. Джолос Р. В., Дэнау Ф., Янссен Д. Препринт ОИЯИ Р4-8077, Дубна, 1974.
15. Arima A., Iachello F. — Phys. Rev. Lett., 1975, v. 35, p. 1069; Ann. Phys., 1976, v. 99, p. 253.
16. Lipas P. O. e.a. — Physika Scripta, 1983, v. 27, p. 8.
17. Arima A., Iachello F. — Ann. Phys., 1978, v. 111, p. 201.
18. Wilets L., Jean M. — Phys. Rev., 1956, v. 102, p. 788.
19. Arima A., Iachello F. — Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 385; Ann. Phys., 1979, v. 123, p. 468.
20. Ginocchio J. N., Kirson M. W. — Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1744; Nucl. Phys., 1980, v. A350, p. 31.
21. Kirson M. W. — Ann. Phys., 1982, v. 143, p. 448.
22. Dieperink A. E.L., Scholten O. — Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1747; Dieperink A. E. L., Scholten O. — Nucl. Phys., 1980, v. A346, p. 625.
23. Moshinsky M. — Nucl. Phys., 1980, v. A338, p. 156.
24. Bohr A., Mottelson B. R. — Phys. Scripta, 1980, v. 22, p. 468.
25. Van Isaker P., Chen T. Q. — Phys. Rev., 1981, v. C4, p. 684.
26. Feng D. H. e.a. — Phys. Rev., 1981, v. 23, p. 1234.
27. Weiguny A. — Z. Phys., 1981, v. A301, p. 335.
28. Arima A., Otsuka T., Iachello F., Talmi I. — Phys. Lett., 1977, v. 668, p. 205.
29. Otsuka T. e.a. — Phys. Lett., 1978, v. 768, p. 139.
30. Otsuka T., Arima A., Iachello F. — Nucl. Phys., 1978, v. A309, p. 1; Iachello F. Interacting Bosons in Nuclear Physics. N.Y.: Plenum Press, 1979, p. 3.

31. Dieperink A.E.L., Bijker K.— Phys. Lett., 1982, v. 116B, p. 77.
32. Iachello F.— Progr. in Particle and Nucl. Physics, 1983, v. 9, p. 5.
33. Van Isaker P., Puddu G.— Nucl. Phys., 1980, v. A348, p. 1251.
34. Tamura T., Udagawa T.— Phys. Rev. Lett., 1965, v. 15, p. 765.
35. Scholten O. Interacting Bosons in Nuclear Physics, N.Y.: Plenum Press, 1979, p. 59.
36. Duval P. D., Barret B. R.— Phys. Rev., 1981, v. 24, p. 1272.
37. Джолос Р. В. и др.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1975, т. 38, с. 2059.
38. Ogawa M. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 289.
39. Casten R. F.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 1433.
40. Cill R. L. e.a.— Phys. Lett., 1982, v. 118B, p. 251.
41. Wolf A. e.a.— Phys. Lett., 1983, v. 123B, p. 165.
42. Scholten O.— Ibid., v. 127B, p. 144.
43. Zemel A.— Ibid., v. 126B, p. 145.
44. Джолос Р. В., Янссен Д.— ЯФ, 1977, т. 25, с. 499.
45. Sakai M.— Nucl. Phys., 1967, v. 104, p. 301.
46. Cizewski I. A., Casten R. F.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 167.
47. Casten R. F. Interacting Bosons in Nuclear Physics. N.Y.: Plenum Press, 1979, p. 39.
48. Biker R. e.a.— Nucl. Phys., 1980, v. A344, p. 207.
49. Stephens F. S.— Progr. in Particle and Nucl. Physics, 1983, v. 9, p. 359.
50. Weeks H. J., Tamura T.— Phys. Rev., 1980, v. C22, p. 1323.
51. Kaup U., Gelberg A.— Z. Phys., 1979, v. A293, p. 311.
52. Weeks H. J. e.a.— Phys. Rev., 1981, v. C24, p. 703.
53. Kumar K.— J. Phys., 1978, v. G4, p. 849.
54. Джолос Р. В. и др.— ЯФ, 1974, т. 20, с. 310.
55. Jolos R. V., Janssen D.— Communications of JINR E4-9358, Dubna, 1976.
56. Дойников Д. Н. и др. Тезисы докладов 34 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1984, с. 68.
57. Ерохина К. И. и др. Тезисы докладов 33 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1983, с. 168.
58. Ефимов А. Д. и др. Препринт ФТИ-847, Л.: 1983; Изв. АН СССР. Сер. физ., 1984, т. 48, с. 10.
59. Ерохина К. И. и др. Тезисы докладов 33 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1984, с. 70—71.
60. Ерохина К. И. и др.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1984, т. 48, с. 328; Тезисы докладов 33 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1984, с. 68.
61. Kaup U. e.a.— Z. Phys., 1983, v. A310, p. 129.
62. Tatsuzaki T., Taketani H.— Nucl. Phys., 1982, v. A390, p. 418.
63. Meyer R. A. e.a.— Phys. Rev., 1983, v. C27, p. 2217.
64. Duval P. D. e.a.— Phys. Lett., 1983, v. B124, p. 297.
65. Well J. C., Jr. e.a.— Phys. Rev., 1980, v. C22, p. 1126.
66. Bucurescu D. e.a.— Nucl. Phys., 1983, v. A401, p. 22.
67. Филиппов Г. Ф. и др. Микроскопическая теория коллективных возбуждений атомных ядер. Киев: Наукова думка, 1981.
68. Vergnes M.— Inst. Phys. Conf. Ser., 1980, v. 49, p. 25.
69. Hamilton J. H. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 1514.
70. Fielding H. W. e.a.— Nucl. Phys., 1977, v. A281, p. 389.
71. Bron J. e.a.— Nucl. Phys., 1979, v. A318, p. 335.
72. Duval R. D., Barrett B. R.— Phys. Lett., 1981, v. 100B, p. 223.
73. Nadjakov E. Boson models of transitional nuclei, Lectures Varna School on nuclear physics. Sofia, 1981.
74. Sambataro M.— Nucl. Phys., 1982, v. A380, p. 365.
75. Sambataro M., Molnar G.— Nucl. Phys., 1982, v. A376, p. 201.
76. Druce C. H. e.a.— J. Phys., 1982, v. G8, p. 1565.
77. Heyde K. e.a.— Phys. Lett., 1983, v. 132B, p. 15.
78. Schwalm D.— Nucl. Phys., 1983, v. A396, p. 339.

79. Federman P., Pittel S.— Phys. Rev., 1979, v. C20, p. 820.
80. Otsuka T.— Nucl. Phys., 1981, v. A368, p. 244.
81. Otsuka T. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 378.
82. Bes D. R. e.a.— Ibid., p. 1001.
83. Sugavara-Tanabe K., Arima A.— Phys. Lett., 1982, v. B110, p. 87.
84. Bohr A., Mottelson B. R.— Phys. Scripta, 1982, v. 25, p. 915.
85. Davidson W. F. e.a.— J. Phys., 1981, v. G7, p. 455, 843.
86. Warner D. E. e.a.— Phys. Rev., 1981, v. C24, p. 1713.
87. Bohr A., Mottelson B. R.— Phys. Scripta, 1982, v. 25, p. 28.
88. Warner D. D., Garten R. F.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 1385.