

# ЕДИНЫЙ МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ УПРУГИХ И НЕУПРУГИХ СЕЧЕНИЙ РЕАКЦИЙ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

*К. В. Шитикова*

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

В обзоре излагается микроскопический подход к изучению упругих и неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами с целью исследования возможностей проявления структуры ядра в этих процессах.

Потенциал взаимодействия тяжелых ядерных частиц конструируется с включением в схему расчета числовых значений для плотностей ядер, полученных в рамках микроскопических подходов: в методе гиперсферических функций для легких ионов и в рамках квазичастично-фононной модели для тяжелых. Изучаются реакции рассеяния ионов  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  друг на друге, а также на мишенях  ${}^{58,60}\text{Ni}$ ,  ${}^{90}\text{Zr}$ ,  ${}^{124}\text{Sn}$ ,  ${}^{142,144}\text{Nd}$ ,  ${}^{208}\text{Pb}$ .

This review deals with a microscopic approach to describing the elastic and inelastic heavy-ion scattering aimed at studying possible manifestations of the nuclear structure in these processes.

The heavy-ion interaction potential is constructed with the use of nuclear densities calculated in two microscopic models: method of the hyperspherical functions for light ions and quasiparticle-phonon model for heavy ions.

The elastic scattering processes of  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  on themselves and on targets  ${}^{58,60}\text{Ni}$ ,  ${}^{90}\text{Zr}$ ,  ${}^{124}\text{Sn}$ ,  ${}^{142,144}\text{Nd}$ ,  ${}^{208}\text{Pb}$  are considered.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящем обзоре предложен и развивается единый микроскопический подход к описанию упругих и неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами.

В этом случае потенциал взаимодействия тяжелых ядерных частиц был сконструирован с включением в схему расчета числовых значений для плотностей ядер, полученных в рамках микроскопического подхода и отгестированных по совокупности экспериментальных данных. При этом удалось построить как диагональные для основных и возбужденных состояний, так и недиагональные матричные элементы взаимодействия тяжелых ионов, что позволяет единым образом описать упругие и неупругие сечения реакций. Расчет сечений рассеяния тяжелых ионов проводился с одним свободным параметром, а именно, варьировалась лишь амплитуда сил при мнимой части оптического потенциала.

Этот подход впервые был предложен в [1, 2] и применен к исследованию упругих и неупругих сечений реакций для ионов  $A \leq 16$ .

В схему расчета были включены плотности распределения ядерного вещества, полученные в методе гиперсферических функций [3—5, 11]. В таком формализме был изучен вопрос о возможном проявлении монополярных гигантских резонансов легких ядер в реакциях с тяжелыми ионами [2]. Актуальность этих исследований обусловлена с одной стороны тем, что вопрос об экспериментальном обнаружении монополярных гигантских резонансов в легких ядрах ( $A \leq 16$ ) до сих пор остается открытым. С другой — метод гиперсферических функций может претендовать на надежность теоретических предсказаний в описании монополярных колебаний и может быть применен к изучению неупругих процессов в реакциях с ионами с возбуждением монополярных степеней свободы. При этом необходимым промежуточным этапом является детальное исследование возможностей метода гиперсферических функций при описании упругого рассеяния ионов. В связи с этим в [6—9] было проведено изучение упругих сечений реакций в предложенном методе.

Так в [6] было показано, что экспериментальные данные по упругому рассеянию тяжелых ионов при различных энергиях удается воспроизвести за счет лишь уменьшения амплитуды мнимой части оптического потенциала.

В [7] были получены аналитические потенциалы двойной свертки с силами конечного радиуса действия гауссовского типа Сатчлера и Лава. По ним построены различные фолдинг-потенциалы для комбинаций с  $A = 4, 6, 12, 16$  и проведены расчеты упругого сечения  ${}^4\text{He} - {}^{12}\text{C}$ . В [8] также проводилось теоретическое исследование упругого рассеяния  ${}^{16}\text{O} - {}^{16}\text{O}$  при различных энергиях налетающих ионов. Ядерные потенциалы взаимодействия тяжелых ионов были построены в фолдинг-модели как с  $\delta$ -силами, так и с силами конечного радиуса действия, а также в формализме энергии-плотности. И, наконец, в [9] сфера применения предложенного подхода была расширена на область более тяжелых ионов. Изучались реакции упругого рассеяния ионов  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  на ядрах  ${}^{58}$ ,  ${}^{60}\text{Ni}$ ,  ${}^{90}\text{Zr}$ ,  ${}^{124}\text{Sn}$ ,  ${}^{142}$ ,  ${}^{144}\text{Nd}$ ,  ${}^{208}\text{Pb}$ . В этом случае для легких ионов использовались плотности, полученные в методе гиперсферических функций. Ядерные плотности для тяжелых ионов были получены в рамках квазичастично-фононной модели [10]. Потенциал взаимодействия тяжелых ядерных частиц был построен в фолдинг-модели с эффективным нуклон-нуклонным ( $N - N$ )-взаимодействием юкавского типа МЗУ. Проведенное исследование показало, что в целом удается воспроизвести экспериментальные результаты всего лишь с одним свободным параметром. Микроскопическая структура волновых функций исследованных ядер проявляется в этих расчетах. Амплитуда мнимой части оптического потенциала имеет меньшее влияние для тяжелых ионов на результаты расчета сечений упругого рассеяния, чем для легких.

Основная цель данного обзора — изложить микроскопический подход к описанию упругих и неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами, позволяющий изучать проявление структуры ядер в этих

процессах. В разд. 1 дан метод теоретического описания упругих и неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами. Показан способ нахождения микроскопической плотности ядра, построения ядерного потенциала тяжелых ионов в фолдинг-модели и в формализме энергии-плотности, изложен метод расчета угловых распределений упругих и неупругих сечений реакций.

В разд. 2 излагаются результаты расчета и сравнение их с экспериментальными данными упругих и неупругих с возбуждением монополюсного резонанса сечений реакций тяжелых ионов.

## 1. МЕТОД РАСЧЕТА

В этом разделе дан метод расчета упругих и неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами. Потенциал взаимодействия тяжелых ядерных частиц был построен в фолдинг-модели либо в формализме энергии-плотности. Для его конструирования использовались плотности, полученные в рамках микроскопических моделей. Так, плотности для легких ядер были рассчитаны в методе гиперсферических функций. Ядерные плотности для тяжелых ионов были найдены в рамках квазичастично-фононной модели. Знание природы волновой функции, участвующей в расчетах, открывает возможность исследования структуры ядра в реакциях с тяжелыми ионами. Полученные ядерные потенциалы взаимодействия тяжелых ионов в основном и возбужденном состояниях включались затем в схему расчета упругих и неупругих сечений реакций. При этом предполагалось, что мнимый потенциал должен иметь ту же форму, что и реальный. Поэтому расчеты сечений реакций проводились лишь с одним свободным параметром. Этот параметр нормировался в упругом канале.

**Плотности ядер в методе гиперсферических функций [3, 4, 11].** Вначале кратко изложим способ получения плотностей легких ядер в методе гиперсферических функций [3, 4, 11]. Эти плотности будут использованы в дальнейшем для описания легких ионов.

Сущность метода гиперсферических функций состоит во введении удобной ортонормированной системы многочастичных функций — гиперсферического базиса и в создании математического аппарата для работы с ними. В этом методе в вычисления не приходится вводить никакие внешние параметры, кроме вида и структуры  $N - N$ -потенциалов. При этом используются реальные  $N - N$ -взаимодействия.

Специфика метода  $K$ -гармоник состоит в том, что в  $3(A - 1)$ -мерном пространстве координат Якоби вводятся сферические координаты: гиперрадиус  $\rho$  и гиперсферические углы (в количестве  $3A - 4$ ) и волновая функция ядра  $\Psi$  разлагается по стандартным функциям от этих углов — гиперсферическим гармоникам.

Гиперсферические углы  $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_{n-1}$  можно выбрать так, чтобы связь между декартовыми и гиперсферическими координатами

имела вид:

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 &= \rho \sin \Theta_{n-1} \dots \sin \Theta_2 \sin \Theta_1; \\
 x_2 &= \rho \sin \Theta_{n-1} \dots \sin \Theta_2 \cos \Theta_1; \\
 &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 x_{n-1} &= \rho \sin \Theta_{n-1} \cos \Theta_{n-2}; \\
 x_n &= \rho \cos \Theta_{n-1}; \\
 \rho^2 &= \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad 0 \leq \rho \leq \infty, \\
 &\quad 0 \leq \Theta_1 < 2\pi.
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При этом элемент объема  $dV$  в  $n$ -мерном пространстве записывается следующим образом:

$$dV = dx_1 dx_2 \dots dx_n = \rho^{n-1} d\rho d\Omega, \quad (2)$$

где элемент телесного угла

$$d\Omega = \sin^{n-2} \Theta_{n-1} \sin^{n-3} \Theta_{n-2} \dots \sin \Theta_2 d\Theta_{n-2} d\Theta_{n-2} \dots d\Theta_1. \quad (3)$$

Оператор Лапласа задается выражением:

$$\Delta_n = \frac{1}{\rho^{n-1}} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho^{n-1} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \Delta_{\Omega_n}, \quad (4)$$

где для угловой части  $n$ -мерного оператора Лапласа справедливо рекуррентное соотношение:

$$\Delta_{\Omega_n} = \frac{1}{\sin^{n-2} \Theta_{n-1}} \frac{\partial}{\partial \Theta_n} \left( \sin^{n-2} \Theta_{n-1} \frac{\partial}{\partial \Theta_{n-1}} \right) + \frac{1}{\sin^2 \Theta_{n-1}} \Delta_{\Omega_{n-1}}. \quad (5)$$

Гиперсферические гармоники есть собственные функции угловой части оператора Лапласа:

$$\Delta_{\Omega_n} V_{K\nu}(\Theta_i) = -K(K+n-2) V_{K\nu}(\Theta_i), \quad (6)$$

$K$  — аналог углового момента с  $n = 3$  и называется глобальным моментом. Индекс  $\nu$  включает все квантовые числа, необходимые для обозначения различных вырожденных состояний в уравнении (6). Для  $\nu$  обычно используют схему Юнга [f], символ Яманучи ( $r$ ), которые характеризуют свойства  $K$ -гармоник относительно перестановок  $A$  нуклонов,  $L$ ,  $M$  — орбитальный момент состояния и его проекцию.

Итак, в методе гиперсферических функций волновую функцию ядра  $A$  находят в виде разложения по  $K$ -гармоникам  $|AK[f]\epsilon LST\rangle$ :

$$\Psi = \sum_{K \geq K_{min}} \varphi_K^{K[f]\epsilon LST}(\rho) |AK[f]\epsilon LST\rangle, \quad (7)$$

где

$$\int \varphi_K^2(\rho) \rho^{3A-4} d\rho = 1. \quad (8)$$

Гамильтониан ядра имеет вид:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\rho^{3A-4}} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho^{3A-4} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{\hbar^2}{2m\rho^2} \Delta_{\Theta} + V. \quad (9)$$

Если подставить функцию (6) в уравнение Шредингера и результат умножить на  $\langle AK [f] \varepsilon LST |$ , то получается система уравнений вида

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{\hbar^2 L_h (L_h + 1)}{2m\rho^2} - E \right\} \chi_h^{h\varepsilon [f] LST}(\rho) + \sum_{\bar{h} \bar{\varepsilon} \bar{L} \bar{S} \bar{T}} W_{h\varepsilon LST [\bar{h} \bar{\varepsilon} \bar{L} \bar{S} \bar{T}]}^{\bar{h} \bar{\varepsilon} \bar{L} \bar{S} \bar{T} [\bar{h} \bar{\varepsilon} \bar{L} \bar{S} \bar{T}]}(\rho) \chi_{\bar{h} [\bar{h} \bar{\varepsilon} \bar{L} \bar{S} \bar{T}]}(\rho) = 0. \quad (10)$$

Здесь  $L_h = K + (3A - 6)/2$ ,  $\chi_h = \rho^{(3A-4)/2} \varphi_h(\rho)$ ; количество уравнений в этой системе и число членов в сумме (10) равно числу слагаемых, включенных в разложение (7). Следует обратить внимание на чрезвычайно сильный центробежный потенциал  $L_h(L_h + 1)/\rho^2$ , который входит в эти уравнения и является следствием принципа Паули. Высокие значения  $L_h$  связаны с тем, что большими являются значения  $K_{\text{мин}}$ , совместимые с принципом Паули. Потенциалы  $W_{\bar{h}}^{\bar{h}}(\rho)$  есть матричные элементы вида

$$\begin{aligned} & \langle AK [f] \varepsilon LST M_L M_S M_T | \hat{V} | A \bar{K} [\bar{f}] \bar{\varepsilon} \bar{L} \bar{S} \bar{T} \bar{M}_L \bar{M}_S \bar{M}_T \rangle = \\ & = \frac{A(A-1)}{2} \langle AK [f] \varepsilon LST | V(r_{A-1, A}) | A \bar{K} [f] \bar{\varepsilon} \bar{L} \bar{S} \bar{T} \rangle = \\ & = \frac{A(A-1)}{2} \sum_{K_2 [f_2] \varepsilon_2 L_2 S_2 T_2 L_0 S_0 T_0 A L' K'} \langle S_0 T_0 | W_{\sigma\tau} | S_0 T_0 \rangle \times \\ & \times R_{h'L_0}^{h\bar{h}}(\rho) \langle AK [f] \varepsilon LST | A - 2K_2 [f_2] \varepsilon_2 L_2 S_2 T_2, \Lambda(L'K'); L_0 S_0 T_0 \rangle \times \\ & \times \langle A \bar{K} [\bar{f}] \bar{\varepsilon} \bar{L} \bar{S} \bar{T} | A - 2K_2 [f_2] \varepsilon_2 L_2 S_2 T_2, \Lambda(L'K'); L_0 S_0 T_0 \rangle. \quad (11) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} R_{K'L_0}^{K\bar{K}}(\rho) = & \int d\Theta_1 (\sin \Theta_1)^{3A-7} (\cos \Theta_1)^2 f(\rho \cos \Theta_1) \times \\ & \times Q_{KK'L_0}^A Q_{\bar{K}K'L_0}^A (\sin \Theta_1)^{2K'} (\cos \Theta_1)^{2L_0} \times \\ & \times P_{K-K'-L_0}^{K'+\frac{3A-6}{2}-1, L_0+\frac{1}{2}} (\cos 2\Theta_1) P_{\bar{K}-K'-L_0}^{K'+\frac{3A-16}{2}-1, L_0+\frac{1}{2}} (\cos 2\Theta_1). \quad (12) \end{aligned}$$

$\langle S_0 T_0 | W_{\sigma\tau} | S_0 T_0 \rangle$  — спин-изоспиновая часть матричного элемента.

Следует отметить, что базис метода гиперсферических функций чрезвычайно удобен для микроскопического описания монополярных колебаний. Дело в том, что в этом методе вводится коллективная переменная (гиперрадиус  $\rho$ ), которая связана со средним квадратич-

ным радиусом ядра  $\rho^2 = A \langle \bar{r}^2 \rangle$ , т. е. со средней плотностью ядра. Возбуждения по этой переменной соответствуют монопольным колебаниям ядра как целого, и плотность является динамической переменной. На рис. 1 показан матричный элемент эффективного взаимодействия  $W(\rho)$  с включением центрорежного члена. Решение системы дифференциальных уравнений (10) позволяет найти его собственные значения  $E_0, E_1, E_2$  и радиальные собственные функции: первое решение соответствует основному состоянию ядра, а следующие решения отвечают первому, второму и т. д. монопольным возбуждениям.

С помощью радиальных функций  $\chi(\rho)$  можно найти плотности ядер в методе гиперсферических функций. Так, плотность  $n(r)$  для ядер  $1p$ -оболочки имеет вид:

$$n_{ij}(r) = \frac{16}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{5A-11}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{5A-14}{2}\right)} \int_r^\infty \frac{(\rho^2-r^2)^{\frac{5A-16}{2}}}{\rho^{5A-13}} \chi_i(\rho) \chi_j(\rho) d\rho + \frac{8}{3} \frac{(A-4)}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{5A-11}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{5A-16}{2}\right)} \int_r^\infty \frac{r^2(\rho^2-r^2)^{\frac{5A-18}{2}}}{\rho^{5A-13}} \chi_i(\rho) \chi_j(\rho) d\rho, \quad (13)$$

и средний квадратичный радиус записывается так:

$$\bar{R}_{ii}^2 = \langle r_{ii}^2 \rangle = \frac{\int n_{ii}(r) r^2 dV}{\int n_{ii}(r) dV} = \frac{\int n_{ii}(r) r^4 dr}{\int n_{ii}(r) r^2 dr}, \quad (14)$$

где ядерная плотность нормирована следующим образом:

$$4\pi \int n(r) r^2 dr = A. \quad (15)$$

Монопольное изоскалярное правило сумм может быть записано

$$\sum_n (E_n - E_0) |M_{0n}|^2 = \frac{\hbar^2 Z}{m} \langle 0 | r^2 | 0 \rangle = \sum_n S_{0n}, \quad (16)$$

где

$$M_{0n} = \langle 0 | 1/2 \sum_{i=1}^A r_i^2 | 0_n \rangle. \quad (17)$$

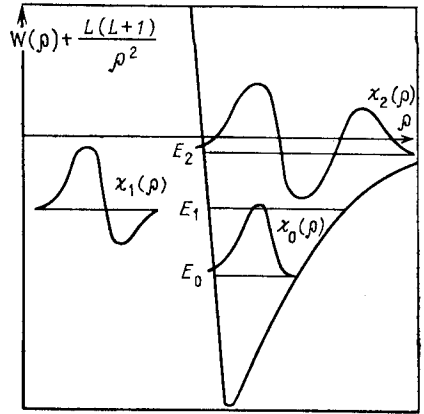


Рис. 1. Матричный элемент эффективного взаимодействия с включением центрорежного члена в методе гиперсферических функций и решения в нем:  $E_0, E_1, E_2; \chi_0(\rho), \chi_1(\rho), \chi_2(\rho)$

**Плотности ядер в квазичастично-фононной модели.** Плотности для тяжелых ядер были построены в рамках квазичастично-фононной модели (КФМ) [10]. Наиболее общий вид гамильтониана КФМ следующий:

$$H = H_{av} + H_{pair} + H_M + H_{SM}, \quad (18)$$

где  $H_{av}$  описывает независимое движение нуклонов в среднем поле;  $H_{pair}$  — силы спаривания, действующие только между нейтронами и протонами;  $H_M$  и  $H_{SM}$  — сепарабельные мультипольные и спин-мультипольные взаимодействия, генерирующие возбуждения ядра. Явный вид гамильтониана КФМ можно найти, например, в [12]. При построении ядерных переходных плотностей все слагаемые в (18) дают свои вклады. В плотности основного состояния вклады  $H_M$  и  $H_{SM}$  отсутствуют и получается следующее выражение для этого случая:

$$H_0 = H_{av} + H_{pair} = \sum_{jm\tau} E_j a_{jm}^{\dagger} a_{jm} - \sum_{\tau jj'mm'} \frac{G_{\tau}}{4} (-1)^{j-m+j'-m'} a_{jm}^{\dagger} a_{j'-m}^{\dagger} a_{j'-m} a_{jm'}, \quad (19)$$

где  $a_{jm}^{\dagger}$ ,  $a_{jm}$  — операторы рождения и уничтожения нуклона на уровне среднего поля с квантовыми числами  $(n, j, l) \equiv j$  и проекцией момента  $m$ ;  $\tau$  — изотопический индекс ( $\tau = n, p$ );  $E_j$  — одночастичные энергии;  $G_N, G_Z$  — константы монопольного спаривания. При нахождении одночастичного базиса среднее поле берется в виде потенциала Вудса — Саксона. Параметризация потенциала, которая применяется в рамках КФМ, подробно приведена в [13].

После перехода к квазичастицам с помощью преобразования Боголюбова  $a_{jm} = u_j \alpha_{jm} + (-1)^{j-m} v_j \alpha_{j-m}^{\dagger}$ , где  $\alpha_{jm}^{\dagger}$  и  $\alpha_{jm}$  — операторы рождения и уничтожения квазичастиц, получают следующее выражение для плотности основных состояний тяжелых (сферических) ядер:

$$\rho_0(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_j (2j+1) \left| \frac{R_j(r)}{r} \right|^2 v_j^2, \quad (20)$$

где  $R_j(r)/r$  представляет собой радиальную зависимость волновой функции одночастичного состояния  $j \equiv (n, l, j)$ . Плотности ядер в этих расчетах берутся нормированными, условие нормировки имеет вид:

$$4\pi \int \rho_0(r) r^2 dr = A, \quad (21)$$

где  $A$  — массовое число данного ядра.

Далее обсудим способ построения ядерного потенциала с использованием этих плотностей.

**Ядерные потенциалы взаимодействия тяжелых ионов.** Среди наиболее популярных методов построения потенциалов ядерного

взаимодействия тяжелых ионов можно выделить метод двойной свертки (фолдинг-модель) [14—16] и формализм энергии-плотности [17].

В последнее время для построения потенциалов взаимодействия нуклонов,  $\alpha$ -частиц и тяжелых ионов с ядрами интенсивно развиваются теоретические подходы, в которых потенциал взаимодействия строится на основе информации об эффективных нуклон-нуклонных силах и распределении вещества в налетающей и покоящейся частицах [18—27]. Это обстоятельство позволяет избавиться от неоднозначности при описании сечений рассеяния, присущих обычной, оптической модели, и развить последовательную, свободную от большого числа подгоночных параметров схему анализа экспериментальных данных. В рамках этих подходов возможно учесть эффекты ядерного насыщения [27], зависимость эффективных сил от плотности [27, 28] и антисимметризации [25—27]. Однако при расчетах делаются различные приближения. Мнимую часть потенциала ядерного взаимодействия, учитывающую связь с различными каналами реакции, аппроксимируют феноменологическим потенциалом Вудса — Саксона [14], плотности сталкивающихся ионов моделируются всевозможными функциями [28] и т. д. Среди последовательных микроскопических схем построения потенциала ядерного взаимодействия следует отметить работы группы Фэслера [20—24], в которых с помощью  $G$ -матрицы пытаются получить как мнимую, так и действительную часть оптического потенциала тяжелых ионов, исходя при этом, однако, из свойств бесконечной ядерной материи.

Ниже мы кратко обсудим схему расчета ядерного потенциала взаимодействия тяжелых ионов как в фолдинг-модели [14, 15], так и в формализме энергии-плотности [17].

**Ф о л д и н г - м о д е л ь.** Потенциал взаимодействия между двумя ядрами или ионами не определен. В качестве такового используют потенциал оптической модели для системы из двух ядер  $a + A$ . Полная волновая функция системы  $a + A$  разлагается по внутренним собственным волновым функциям отдельных ядер:

$$\Psi = \sum_{i,j} \Psi_{a_i} \Psi_{A_j} \chi_{ij}(R), \quad (22)$$

где  $\chi_{ij}(R)$  описывает относительное движение системы  $a + A$ , причем ядро  $a$  находится в состоянии  $i$ , а ядро  $A$  в состоянии  $j$ . Упругому рассеянию соответствует волновая функция  $\chi_{00}(R)$ . Если пренебречь эффектами антисимметризации между двумя ядрами, волновые функции которых по отдельности антисимметризованы, то эффективный потенциал оптической модели согласно Фешбаху [16] имеет вид:

$$U_{0n} = V_{00} + \sum_{\alpha\alpha} V_{0\alpha} \left( \frac{1}{E - H - i\epsilon} \right)_{\alpha\alpha} V_{\alpha 0} = U_F + \Delta U, \quad (23)$$

где  $V$  есть потенциал взаимодействия между частицами  $a$  и  $A$ , а суммирование проводится по всем возбужденным состояниям одного или обоих ядер. Первый член реальный и является фолдинг-потен-



циалом:

$$U_F(R) = V_{00} \equiv (\Psi_{a_0} \Psi_{A_0} | V | \Psi_{a_0} \Psi_{A_0}). \quad (24)$$

Интегрирование в (24) ведется по всем внутренним координатам двух ядер. Оставшийся член  $\Delta U$ , учитывающий связь с различными каналами, имеет динамическую природу, и для его построения необходимо знать полный спектр возбуждений взаимодействующих ядер. В феноменологических подходах  $\Delta U$  аппроксимируют локаль-

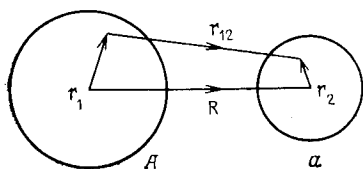


Рис. 2. Координаты, используемые в методе двойной свертки

ным, комплексным, модельным потенциалом  $U(R)$ , например, в форме Вудса — Саксона. Параметры действительной и мнимой частей оптического потенциала часто выбирают независимыми. Вследствие этого радиус мнимой части оптического потенциала в большинстве случаев превосходит радиус вещественной части.

Реальная часть  $U_F(R)$  ядерного потенциала взаимодействия тяжелых ионов представляет собой усреднение  $N-N$ -взаимодействия по плотностям двух сталкивающихся частиц. При этом плотности частиц  $A_1$  и  $A_2$  предполагаются невозмущенными. Такое определение кажется оправданным, поскольку упругое рассеяние тяжелых ионов чувствительно только к форме потенциала на расстоянии между ионами в окрестности критического радиуса [14, 15]

$$R_{crit} = 1,5 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}). \quad (25)$$

Плотности сталкивающихся ядер слабо перекрываются в этой области, так что можно предположить, что их искажение в этом случае будет пренебрежимо малым.

Двойной фолдинг-потенциал может быть записан в виде

$$U_F(\mathbf{R}) = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) v(\mathbf{r}_{12} = \mathbf{R} + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \quad (26)$$

где  $\rho_i$  — плотность в основном состоянии  $i$ -го ядра. На рис. 2 показаны координаты, которые используются при расчетах в фолдинг-модели. Выражение (26) включает шестимерный интеграл.

Центральная часть эффективного взаимодействия записывается следующим образом:

$$v_{12} = v_{00}(\mathbf{r}_{12}) + v_{01}(\mathbf{r}_{12}) \tau_1 \tau_2 + v_{10}(\mathbf{r}_{12}) \sigma_1 \sigma_2 + v_{11}(\mathbf{r}_{12}) \sigma_1 \sigma_2 \tau_1 \tau_2. \quad (27)$$

В общем случае взаимодействие содержит также спин-орбитальные и тензорные члены. Когда оба взаимодействующих иона не имеют спина,  $v_{ST}$ -члены в выражении (27) с  $S = 1$  не дают вклада. В общем случае  $U_F$  может быть несферическим и может включать члены, зависящие от спинов и изоспинов взаимодействующих ионов. Однако для рассматриваемых процессов вклад этих членов пренебрежимо мал [14].

Поэтому в фолдинг-расчетах в качестве эффективного  $N - N$ -взаимодействия берется только член  $v_{00}(r)$  в выражении (27). Радиальная зависимость эффективного взаимодействия обычно используется в нескольких вариантах в виде  $\delta$ -сил Скирма нулевого радиуса действия [29], сил конечного радиуса действия гауссового типа Сатчлера и Лава [14], а также силы юкавского типа (МЗУ) [30].

Для взаимодействия нулевого радиуса типа Скирма двойной фолдинг-потенциал имеет вид:

$$\begin{aligned}
 U_{ij,kl}^{aA}(R) = & \pi \int_0^\pi \sin \Theta d\Theta \left\{ \frac{3}{8} t_0 \left[ \int_0^\infty \rho_{ij}^a(r) \rho_{kl}^A(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) r^2 dr + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \int_0^\infty \rho_{ij}^A(r) \rho_{kl}^a(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) r^2 dr \right] + \right. \\
 & \left. + \frac{t_3}{16} \left[ \int_0^\infty (\rho_{ij}^a(r))^2 \rho_{kl}^A(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) r^2 dr + \int_0^\infty (\rho_{ij}^A(r))^2 \rho_{kl}^a(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) r^2 dr \right] \right\}, \quad (28)
 \end{aligned}$$

где  $|\mathbf{R} - \mathbf{r}| = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \Theta}$ ,  $t_0$ ,  $t_3$  — параметры двухчастичного и трехчастичного соответственно взаимодействия Скирма. Для эффективного  $N - N$ -потенциала здесь учтены только не зависящие от спин-изоспина двухчастичные и трехчастичные члены в силах Скирма [29, 30].

Двухчастичное взаимодействие имеет вид:

$$v_2(\bar{\mathbf{r}}_1 - \bar{\mathbf{r}}_2) = t_0 \delta(\bar{\mathbf{r}}_1 - \bar{\mathbf{r}}_2),$$

и трехчастичные силы записываются как

$$v_3(\bar{\mathbf{r}}_1, \bar{\mathbf{r}}_2, \bar{\mathbf{r}}_3) = t_3 \delta(\bar{\mathbf{r}}_1 - \bar{\mathbf{r}}_2) \delta(\bar{\mathbf{r}}_2 - \bar{\mathbf{r}}_3).$$

Аналитическая форма для фолдинг-потенциала с силами конечного радиуса действия [7]. Аналитическая форма вещественной и мнимой частей оптического потенциала делает оптическую модель более удобной для описания экспериментальных результатов по сравнению с обычным вариантом фолдинг-модели. Впервые аналитические выражения для нуклонных и  $\alpha$ -частичных потенциалов в фолдинг-модели были получены в [31—33]. В [7] этот формализм обобщался для систем взаимодействующих тяжелых ионов. В этом случае в [7] потенциал взаимодействия нуклонов выбирался в гауссовой форме с учетом мягкого кора в эффективном взаимодействии на малых расстояниях:

$$V(r) = \sum_{k=1}^2 V_k \exp\left(-\frac{r^2}{a_k^2}\right); \quad r = |\bar{\mathbf{r}}_1 - \bar{\mathbf{R}} - \bar{\mathbf{r}}_2|. \quad (29)$$

Для плотности распределения вещества в ядре  $\rho_{A(a)}(r)$  также использовалась гауссова форма с параметрами, определенными из условия наилучшего воспроизведения ядерных плотностей, полученных в рам-

как метода гиперсферических функций:

$$\rho_{A_i}(r) = \rho_{0i} \sum_k c_{ki} \frac{r^k}{b_{ki}^k} \exp\left(-\frac{r^2}{b_{ki}^2}\right). \quad (30)$$

Такая аппроксимация введена по аналогии с аналитическим выражением для плотности в модели гармонического осциллятора, но в отличие от нее в эту формулу входят различные осцилляторные параметры, а также члены с более высокими степенями  $r$ . На языке оболочечной модели это означало бы учет примеси более сложных конфигураций. В табл. 1 приведены параметры  $c_{ki}$  и  $b_{ki}$  аппроксима-

Таблица 1. Параметры  $c_{ki}$  и  $b_{ki}$  аппроксимации плотностей основных  $\rho_{11}$  и возбужденных  $\rho_{22}$  состояний ядер  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ , а также переходных  $\rho_{12}$  с возбуждением монополярных резонансов

Плотность	A	$c_{0i}$	$b_{0i}$	$c_{1i}$	$b_{1i}$	$c_{2i}$	$b_{2i}$	$c_{3i}$	$b_{3i}$
$\rho_{11}$	4	0,2560	1,3990	0,3187	0,8500	—	—	—	—
	6	0,1333	1,9800	0,6014	1,3800	—	—	—	—
	12	0,1270	2,0436	8,3435	1,7462	—	—	—	—
	16	0,1293	1,9915	13,6032	1,7553	—	—	—	—
$\rho_{22}$	4	0,0527	1,4574	-1,8996	1,1624	-0,4072	0,4998	0,9380	0,8778
	6	0,0608	3,1054	-5,2582	2,6661	-9,7852	1,0582	-1,0183	1,4374
	12	0,1026	2,4160	3,5108	2,1030	1,7105	0,7399	0,9628	1,0540
	16	0,1127	2,3430	9,0809	1,9188	1,6572	0,7429	0,8957	1,0239
$\rho_{12}$	4	0,1122	1,9190	7,8252	0,8653	-1,4145	0,5181	-0,3207	1,3875
	6	0,0527	2,8205	14,3012	1,2326	-2,6896	0,7323	-0,7558	1,8469
	12	0,0373	3,9338	1,5163	1,4238	-1,9665	0,7663	-1,8757	1,7675
	16	0,0320	4,5300	7,0300	1,4500	-1,8198	0,7510	-5,8530	1,7300

ции плотностей основных, возбужденных состояний, а также переходных с возбуждением монополярных резонансов при энергии 20 МэВ ядер  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ , найденные в [34] по формуле (30).

Ниже дано выражение для сферически-симметричной части потенциала  $u_{A_1A_2}(\mathbf{R})$  в том случае, когда в разложении (30) учтены первые три четных члена:

$$u_{A_1A_2}(\mathbf{R}) = \sum_k \sum_{mn} B_k f_{km_1, n_2}(R) \exp\left(-\frac{R^2}{\delta_{km_1, n_2}^2}\right) \quad (m, n = 0, 2, 4);$$

$$f_{k01, 02} = \frac{b_{01}^3 b_{02}^3}{\delta_{k01, 02}^3};$$

$$f_{k21, 02}(R) = c_{21} \frac{b_{21}^3 b_{02}^3}{\delta_{k21, 02}^3} \left( \frac{3}{2} \frac{\mu_{k02}^2}{\delta_{k21, 02}^2} + \frac{b_{21}^2}{\delta_{k21, 02}^2} \frac{R^2}{\delta_{k21, 02}^2} \right);$$

$$\begin{aligned}
 f_{k41, 02}(R) &= c_{41} \frac{b_{41}^3 b_{02}^3}{\delta_{k41, 02}^3} \left( \frac{15}{4} \frac{\mu_{k02}^4}{\delta_{k41, 02}^4} + \right. \\
 &+ \left. 5 \frac{\mu_{k02}^2 b_{41}^2 R^2}{\delta_{k41, 02}^4 \delta_{k41, 02}^2} + \frac{b_{41}^4}{\delta_{k41, 02}^4} \frac{R^4}{\delta_{k41, 02}^4} \right); \\
 f_{k21, 22}(R) &= c_{21} c_{22} \frac{b_{21}^3 b_{22}^3}{\delta_{k21, 22}^3} \left\{ \frac{9}{4} \frac{a_k^2}{\delta_{k21, 22}^2} \left( 1 + \frac{5}{3} \frac{b_{21}^2 b_{22}^2}{a_k^2 \delta_{k21, 22}^2} \right) + \right. \\
 &+ \left. \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{a_k^2}{\delta_{k21, 22}^2} - \frac{10}{3} \frac{b_{21}^2 b_{22}^2}{\delta_{k21, 22}^4} \right) \frac{R^2}{\delta_{k21, 22}^2} + \frac{b_{21}^2 b_{22}^2 R^4}{\delta_{k21, 22}^4 \delta_{k21, 22}^4} \right\}; \\
 f_{k41, 22}(R) &= c_{41} c_{22} \frac{b_{41}^3 b_{22}^3}{\delta_{k41, 22}^3} \left\{ \frac{45}{8} \frac{a_k^2 \mu_{k22}^2}{\delta_{k41, 22}^4} + \frac{1}{8} \frac{5}{\delta_{k41, 22}^6} \frac{\mu_{k22}^2 b_{41}^2 b_{22}^2}{\delta_{k41, 22}^2} + \right. \\
 &+ \left[ \frac{15}{2} \frac{a_k^2 b_{41}^2}{\delta_{k41, 22}^4} + \frac{b_{22}^2}{\delta_{k41, 22}^2} \frac{15}{4} \left( 1 - \frac{14}{3} \frac{b_{41}^2}{\delta_{k41, 22}^2} + 7 \frac{b_{41}^4}{\delta_{k41, 22}^4} \right) \right] \frac{R^2}{\delta_{k41, 22}^2} + \\
 &+ \left[ \frac{3}{2} \frac{a_k^2}{\mu_{k22}^2} \frac{b_{41}^4}{\delta_{k41, 22}^4} + 5 \frac{b_{41}^2 b_{22}^2}{\mu_{k22}^2 \delta_{k41, 22}^2} \left( 1 - \frac{14}{5} \frac{b_{41}^2}{\delta_{k41, 22}^2} + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{21}{10} \frac{b_{41}^4}{\delta_{k41, 22}^4} \right) \right] \frac{R^4}{\delta_{k41, 22}^4} + \frac{b_{41}^4 b_{22}^2}{\delta_{k41, 22}^6 \delta_{k41, 22}^6} \frac{R^6}{\delta_{k41, 22}^6} \left. \right\}; \\
 f_{k41, 22}(R) &= c_{41} c_{42} \frac{b_{41}^3 b_{42}^3}{\delta_{k41, 42}^3} \left\{ \frac{15}{8} \left( \frac{15}{2} \frac{a_k^4}{\delta_{k41, 42}^4} + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. 35 \frac{a_k^2 b_{41}^2 b_{42}^2}{\delta_{k41, 42}^6} + \frac{63}{2} \frac{b_{41}^4 b_{42}^4}{\delta_{k41, 42}^8} \right) + \left[ \frac{75}{4} \frac{a_k^2}{\delta_{k41, 42}^2} \left( 1 - \frac{a_k^2}{\delta_{k41, 42}^2} \right) + \right. \\
 &+ \left. \frac{35}{4} \frac{b_{41}^2 b_{42}^2}{\delta_{k41, 42}^4} \left( 5 - 15 \frac{a_k^2}{\delta_{k41, 42}^2} - 18 \frac{b_{41}^2 b_{42}^2}{\delta_{k41, 42}^4} \right) \right] \frac{R^2}{\delta_{k41, 42}^2} + \\
 &+ \left[ \frac{15}{4} \left( 1 - \frac{a_k^2}{\delta_{k41, 42}^2} \right)^2 - 35 \frac{b_{41}^2 b_{42}^2}{\delta_{k41, 42}^4} - \frac{3}{2} \frac{a_k^2}{\delta_{k41, 42}^2} \right] + \frac{189}{2} \frac{b_{41}^2 b_{42}^2}{\delta_{k41, 42}^8} \left. \right\} \times \\
 &\times \frac{R^4}{\delta_{k41, 42}^4} + 5 \frac{b_{41}^4 b_{42}^4}{\delta_{k41, 42}^4} \left( 1 - \frac{a_k^2}{\delta_{k41, 42}^2} - \frac{18}{5} \frac{b_{41}^2 b_{42}^2}{\delta_{k41, 42}^4} \right) \frac{R^6}{\delta_{k41, 42}^6} + \\
 &+ \frac{b_{41}^4 b_{42}^4}{\delta_{k41, 42}^8 \delta_{k41, 42}^8} \frac{R^8}{\delta_{k41, 42}^8} \left. \right\}; \\
 B_k &= \pi^3 \rho_{01} \rho_{02} V_k a_k^2; \quad \delta_{k m_1, n_2} = \sqrt{a_k^2 + b_{m_1}^2 + b_{n_2}^2}; \\
 \mu_{k m i} &= \sqrt{a_k^2 + b_{m i}^2}.
 \end{aligned} \tag{31}$$

К выражению (31) имеются поправки, связанные с учетом принципа Паули, а также с процессами второго порядка. Точный учет эффектов антисимметризации при построении потенциалов взаимодействия тяжелых ионов затруднителен, поэтому зачастую принцип Паули в этом случае учитывают введением в эффективное взаимодействие потенциала нулевого радиуса действия [14].

Тогда радиальная часть эффективных сил принимает следующую форму:

$$V'(S) = \sum_k V_k \exp\left(-\frac{S^2}{a_k^2}\right) + d(E) \delta(S). \quad (32)$$

Для второго слагаемого в (31) структура выражений в целом сохраняется с учетом следующей замены:

$$\left. \begin{aligned} B_k &\rightarrow \pi^{3/2} \rho_{01} \rho_{02} d(E); \\ a_k &\rightarrow 0, \mu_{kmi} \rightarrow b_{mi} \delta_{kmi}, n_2 \rightarrow \kappa_{m1, n2} = \sqrt{b_{m1}^2 + b_{n2}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

В результате в потенциале взаимодействия появляется соответствующая добавка, МэВ·фм<sup>3</sup>

$$d(E) = -276 (1 - 0,005 E/a). \quad (34)$$

Что касается поправок второго порядка к потенциалу, то их вклад в действительную часть фолдинг-потенциала в периферийной области мал (см., например, [35]).

Следует отметить, что в [36, 37] также развивались аналитические варианты фолдинг-модели. Так, в [36] использовался формализм  $SU(3)$ -группы, что предполагает применение модели гармонического осциллятора. В [37] аналитические фолдинг-потенциалы были получены в кластерном приближении. Представление плотности в форме (30), принятое в [7], отличается от представления гармонического осциллятора и не использует предположения о кластеризации ядра.

*Фолдинг-потенциал для нуклон-нуклонных сил юкавского типа (МЗУ).* Главная трудность вычисления фолдинг-потенциалов с МЗУ-взаимодействием типа Юкавы заключается в том, что в этом случае возникает необходимость точно вычислить шестимерный интеграл (26). Эта задача чрезвычайно сложна в координатном представлении. Однако, следуя процедуре, предложенной в [14], можно перейти к импульсному представлению и в результате вместо шестимерного интеграла получить [9] просто произведение трех одномерных интегралов. Один из них можно вычислить в аналитической форме.

Краткое изложение данной процедуры следующее: если обозначить фурье-преобразование функции  $f(\mathbf{r})$  как  $\tilde{f}(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) f(\mathbf{r})$ , то  $v(\mathbf{r}_{12})$  в (26) имеет вид:

$$v(\mathbf{r}_{12}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k}, v(\mathbf{k}) \exp[-i\mathbf{k}(\mathbf{R} + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)] \quad (35)$$

и

$$\left. \begin{aligned} U_F(\mathbf{R}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{R}) \tilde{v}(\mathbf{k}) \tilde{\rho}_1(\mathbf{k}) \tilde{\rho}_2(-\mathbf{k}); \\ \tilde{U}_F(\mathbf{k}) &= \int d\mathbf{R} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}) U_F(\mathbf{R}) = \tilde{v}(\mathbf{k}) \tilde{\rho}_1(\mathbf{k}) \tilde{\rho}_2(-\mathbf{k}). \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Для решения задачи упругого рассеяния практически нужно вычислять только интегралы типа

$$\tilde{\rho}(\mathbf{k}) = 4\pi \int_0^\infty r^2 dr j_0(kr) \rho(r), \quad (37)$$

а выражение для  $\tilde{v}(k)$  можно выразить в аналитическом виде, если записать МЗУ-взаимодействие следующим образом [14]:

$$v(r_{12}) = 6315 \frac{\exp(-4r)}{4r} - 1961 \frac{\exp(-2,5r)}{2,5r} - 81\delta(r_{12}), \quad (38)$$

где  $r = |\mathbf{r}_{12}| = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ .

Ядерный потенциал взаимодействия тяжелых ионов в формализме энергии-плотности. В этом методе [8, 17] потенциал ядерного взаимодействия между двумя ионами рассчитывается в приближении внезапного удара, когда предполагается, что плотности ионов в момент столкновения заморожены. Он имеет вид:

$$V(R) = \int \{ \varepsilon(\rho_A + \rho_a) - \varepsilon(\rho_A) - \varepsilon(\rho_a) \} d\tau, \quad (39)$$

где  $\varepsilon(\rho)$  — функционал энергии для соответствующей системы, который определен следующим образом [17]:

$$\varepsilon(\rho) = \tau_{\text{TF}} + \rho V(\rho, \alpha) + \eta_0 (\nabla\rho)^2 + \frac{1}{2} e \rho_p V_e - 0,378 e^2 \rho_p^{4/3}, \quad (40)$$

где  $\rho = \rho_n + \rho_p$ ,  $\rho_n$  ( $\rho_p$ ) — плотность нейтронной (протонной) компоненты в ядре;  $\alpha$  — нейтронный избыток:

$$\alpha = (\rho_n - \rho_p) / (\rho_n + \rho_p).$$

Первый член в (40) — плотность кинетической энергии в приближении Томаса — Ферми:

$$\tau_{\text{TF}} = a_h \rho^{5/3} = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3}{2} \pi^2 \right)^{2/3} \frac{1}{2} [(1-\alpha)^{5/3} + (1+\alpha)^{5/3}] \rho^{5/3}, \quad (41)$$

где  $m$  — масса нуклона. Функционал  $V(\rho, \alpha)$  соответствует потенциальной энергии частицы в ядерной материи:

$$V(\rho, \alpha) = b_1 (1 + a_1 \alpha^2) \rho + b_2 (1 + a_2 \alpha^2) \rho^{4/3} + b_3 (1 + a_3 \alpha^2) \rho^{5/3}. \quad (42)$$

Градиентный член в (40) учитывает конечность ядерной системы, два последних соответствуют прямой и обменной кулоновской энергии.

Величины  $\{a, b\}$  определяются фитированием по энергии связи и величине протонного радиуса.

Для системы  $N = Z$  параметр  $\alpha = 0$  и параметры плотности в  $\rho_A(r)$  и  $\rho_a(r)$  также одинаковы. С учетом последнего для потенциала ядерного взаимодействия было получено выражение [8]:

$$V(R) = 2\pi \int_{-1}^1 d \cos \Theta \int_0^{\infty} f(R, \Theta, r) r^2 dr; \quad (43)$$

$$f(R, \Theta, r) = \tilde{\varepsilon}(\rho_A + \rho_a) - \tilde{\varepsilon}(\rho_A) - \tilde{\varepsilon}(\rho_a) - 2\eta_0 f_1;$$

$$f_1 = (4r^2 - R^2 \cos^2 \Theta) c_a c_A;$$

$$c_a(A) = -\frac{\rho_{0a}}{b_{0a}^2} \exp\left(-\frac{r_a^2(A)}{b_{0a}^2}\right) + \frac{c_2}{b_{0a}^2} \exp\left(-\frac{r_a^2(A)}{b_{2a}^2}\right) (b_{2a}^2 - r_a^2(A));$$

$$|\mathbf{r}_a| = \sqrt{r^2 + \frac{R^2}{4} - \frac{1}{2} r R \cos \Theta},$$

$$|\mathbf{r}_A| = \sqrt{r^2 + \frac{R^2}{4} - \frac{1}{2} r R \cos \Theta},$$

где  $R$  — расстояние между центрами ионов,  $\tilde{\varepsilon}(\rho)$  — соответствующий функционал (40) без градиентного члена. При выводе формулы (43) не рассматривался вклад прямого кулоновского члена, так как он эффективно учитывается при расчете сечения реакции.

**Схема расчета упругих и неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами.** Полученные описанным выше образом ядерные потенциалы взаимодействия тяжелых ионов использовались в [15] при расчетах упругих и неупругих сечений реакций. При этом предполагалось, что мнимый потенциал должен иметь такую же форму, как и реальный. Поэтому расчеты упругих сечений реакций проводились лишь с одним свободным параметром

$$U = U_F (1 + i\beta). \quad (44)$$

Параметр  $\beta$  в упругом канале был найден фитированием теоретического дифференциального сечения по экспериментальным данным. Критерием фитирования является минимизация величины

$$\chi^2 = \sum_i \left[ \frac{\sigma_{\text{exp}}(\theta_i) - \sigma_{\text{cal}}(\theta_i)}{\Delta \sigma_{\text{exp}}(\theta_i)} \right]^2, \quad (45)$$

где  $\sigma_{\text{cal}}(\theta_i)$  — рассчитанные дифференциальные сечения;  $\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$  — измеренные экспериментальные сечения;  $\Delta \sigma_{\text{exp}}$  — экспериментальные погрешности.

Расчет неупругих сечений реакций проводился в методе связанных каналов. Амплитуда мнимой части оптического потенциала предполагалась пропорциональной его действительной части и нормировалась в упругом канале.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ОБСУЖДЕНИЕ

Плотности легких ядер в методе гиперсферических функций. В работе [5] в рамках метода гиперсферических функций были найдены плотности легких ядер, которые наилучшим образом описывают совокупность физических величин: энергию связи, энергию возбуждения монополярного резонанса, средний квадратичный радиус, упругие и неупругие (с возбуждением монополярного резонанса) формфакторы изученных ядер. Ниже будут кратко изложены основные результаты, полученные в этой работе.

Выражение для упругих и неупругих формфакторов в высокоэнергетическом приближении [38] имеет вид:

$$F_{ij} = 2\pi i q \sum_{\epsilon=\pm 1} \int_0^{\infty} \frac{G_{ij}(x, \epsilon)}{\tilde{q}^2(x, \epsilon)} \exp\{i[qx\epsilon + \Phi(x, \epsilon)]\} n_{ij}(x) x dx, \quad (46)$$

где функции  $G$ ,  $\tilde{q}$ ,  $\Phi$  учитывают искажение электронной волны кулоновским полем ядра и приведены в обзоре [38]. В борновском приближении  $G = 1$ ,  $\Phi = 0$ ,  $\tilde{q} = q$ . Формула (46) справедлива для  $qR \gg 1$ ,  $Y(0)/E \ll 1$ ,  $E^* < E$ , где  $V(0)$  — кулоновский потенциал в центре ядра,  $E^*$  — потеря энергии электрона. Сечение рассеяния в этом случае имеет вид:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ij} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} f_{\text{rec}} \frac{2J_{ij}+1}{2J_i+1} |F_{ij}|^2, \quad (47)$$

где

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{Mott}}} = \left(\frac{Ze^2}{2E}\right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (48)$$

— моттовское сечение рассеяния электрона на точечном ядре  $Z$ ;

$$f_{\text{rec}} = \left(1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)^{-1} \quad (49)$$

— фактор, учитывающий отдачу ядра;  $M$  — масса ядра;  $J_{ij}$  — спин начального (конечного) состояния ядра.

В [5] проведены расчеты свойств легких ядер для 16 потенциалов Бринка — Баккера [39] и Волкова [40]. На рис. 3 показаны потенциалы [39, 40], которые дают наилучшее согласие в этих расчетах по совокупности экспериментальных данных. Сплошная линия — потенциал  $B4$  [39] с очень сильным ( $\sim 7000$  МэВ) кором, глубокой ( $\sim 350$  МэВ) ямой и достаточно узкой ( $\sim 2$  фм). Штрихпунктир (с одной и двумя точками) — соответственно потенциалы  $B1$  и  $C1$  с кором порядка 200 МэВ, глубиной ямы около 50 МэВ и шириной около 3 фм. Причем  $B1$  и  $C1$  отличаются только обменным вариантом сил: в потенциале  $C1$  меньше вклад от четных состояний и больше



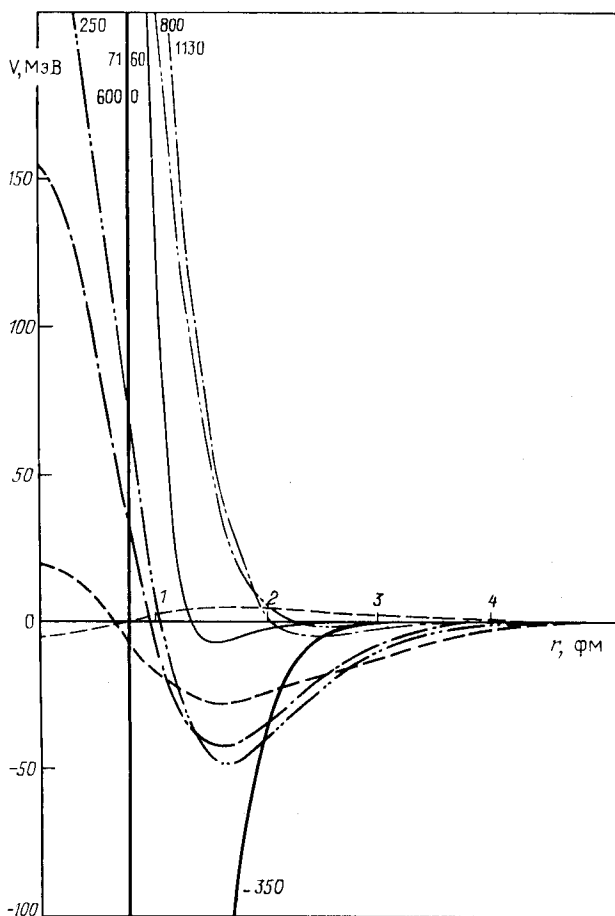


Рис. 3. Центральные эффективные потенциалы [из [39, 40]:

сплошная линия —  $B_4$  [39]; штрихпунктир с одной и двумя точками — соответственно  $C_1$  и  $B_1$  [39]; пунктир — потенциал  $V_7$  [40]. Соответствующие потенциалы для нечетных состояний показаны тонкими линиями

от нечетных. (Потенциалы для нечетных состояний показаны тонкими линиями.) И, наконец, пунктиром показан один из потенциалов Волкова [40]  $V_7$ , с низким кором ( $\sim 20$  МэВ), неглубокой ( $\sim 25$  МэВ), но широкой (4–5 фм) ямой и с отличным от предыдущих вкладом нечетных состояний  $V_{12}^H = -0,2 V_{12}^4$ . Сравнение результатов расчета с экспериментом проведено для ядер  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  и  ${}^{16}\text{O}$ . Дело в том, что для них известны экспериментальные данные по упругим формфакторам, для ядра  ${}^4\text{He}$  — положение монополюсного  $0^+$ -состояния и его неупругий формфактор, а для ядра  ${}^{12}\text{C}$  — положение монополюсного высоколежащего  $0^+$ -состояния.

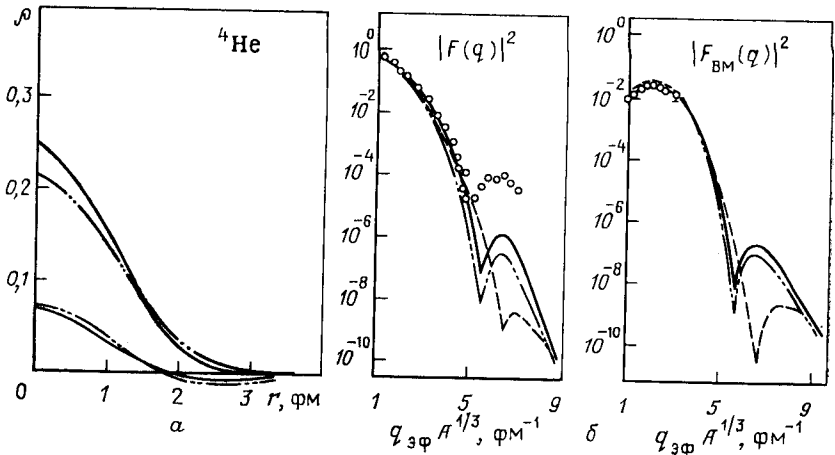


Рис. 4. Результаты расчета и соответствующие данные эксперимента для ядра  ${}^4\text{He}$ :

энергия связи  $E_{\text{св}}$ , энергия возбуждения монополюсного резонанса  $E_{\text{в}}^{0+}$ ; средний квадратичный радиус  $\bar{R}$ ; положение  $qA^{1/3}$  минимума формфактора для четырех различных нуклон-нуклонных потенциалов:  $a$  — плотности основного и переходные плотности с возбуждением монополюсного резонанса для двух видов потенциала;  $b$  — упругий и неупругий формфакторы для тех же потенциалов. Точки — экспериментальные данные

Параметры	Эксперимент	$V1$	$V4$	$V7$
$E_{\text{св}}$ , МэВ	28,3	29,3	33,4	28,0
$E_{\text{в}}^{0+}$ , МэВ	20,2	26,4	31,4	24,4
$\bar{R}$ , фм	1,482	1,728	1,607	1,725
$qA^{1/3}$ , фм $^{-1}$	5	5,4	5,5	6,5

*Ядро  ${}^4\text{He}$ .* На рис. 4 показаны результаты расчета энергии связи, энергии возбуждения монополюсного резонанса, среднего квадратичного радиуса и положения минимума в формфакторе для различных  $N - N$ -потенциалов. В первом столбце таблицы даны соответствующие экспериментальные данные. Причем экспериментальные средние квадратичные радиусы получены методом модельно-независимого анализа формфакторов упругого рассеяния электронов ядрами с выделением размеров протонов [41].

На рис. 4,  $a$  — плотности основного и переходные плотности с возбуждением монополюсного резонанса для двух видов потенциала.

На рис. 4, б приведены результаты расчета упругого и неупругого формфактора для тех же потенциалов. Точками показаны результаты эксперимента [42]. Среди апробированного класса потенциалов по описанию совокупности исследуемых явлений на этом ядре наиболее удачным является  $B1$ . Он дает завышенные значения для энергии связи, энергии возбуждения монополярного резонанса, среднего квадратичного радиуса по сравнению с экспериментом. Однако среди использованных потенциалов трудно найти лучше описывающий совокупность явлений. Действительно, для потенциалов с большим кором и глубокой ямой  $B4$  значение среднего квадратичного радиуса уменьшается, но значительно увеличивается энергия связи основного состояния и энергия возбуждения монополярного резонанса. Если в схему расчета включить потенциалы типа Волкова [40], то теория хорошо описывает энергию связи и положение  $0^+$ -уровня. Однако сильно сдвигает вправо значение минимума формфактора. Для всех потенциалов упругий формфактор хорошо описывается до первого минимума ( $qA^{1/3} \sim 5 \text{ фм}^{-1}$ ). Впервые формулы для упругого формфактора магического ядра в низшем приближении метода гиперсферических функций были получены в [43], и было показано, что в ядре  ${}^4\text{He}$  появляется минимум формфактора даже в низшем приближении метода.

*Ядро  ${}^6\text{Li}$ .* Результаты расчета показаны на рис. 5. По описанию упругого формфактора наиболее удачным является потенциал  $V7$ . Тем не менее, так же как и для более легкого ядра  ${}^4\text{He}$ , теория хорошо описывает формфактор только до первого минимума. В области больших передаваемых импульсов результаты расчета идут ниже, чем экспериментальная кривая. Однако даже в минимальном приближении метода гиперсферических функций эта теория имеет преимущество перед другими подходами. Так, в простой оболочечной модели с волновыми функциями гармонического осциллятора, чтобы получить хорошее описание экспериментального формфактора  ${}^6\text{Li}$ , приходится использовать различные параметры осциллятора для частиц в  $s$ - и  $p$ -состояниях [44]. В более поздних работах [45] для улучшения согласия теории с экспериментом в схему расчета вводились ястровские корреляции. В работе [5] средний квадратичный радиус неплохо воспроизводится с потенциалом  $C1$  [39]. Однако для всех исследуемых потенциалов получается сильно недосвязанное основное состояние. Этот факт, по-видимому, связан с важностью учета кластерных эффектов на ядре  ${}^6\text{Li}$ .

*Ядро  ${}^{12}\text{C}$ .* Результаты расчета и соответствующие экспериментальные данные приведены на рис. 6. Для этого ядра в широком интервале передаваемых импульсов с потенциалом  $B4$  теория дает хорошее согласие с экспериментом по упругому формфактору. Появляется депрессия плотности в центре ядра, которая обусловлена проявлением оболочечных эффектов за счет увеличения вклада  $P$ -состояния. Что касается энергии связи и среднего квадратичного радиуса, то в большей или меньшей степени для исследуемых потенциалов полу-

чается недосвязанное основное состояние и завышенное значение среднего квадратичного радиуса. Очевидно, что этот результат связан с неадекватным выбором нуклон-нуклонного потенциала. Действительно, как показано в [46], в расчетах на ядре  $^{12}\text{C}$  с цен-

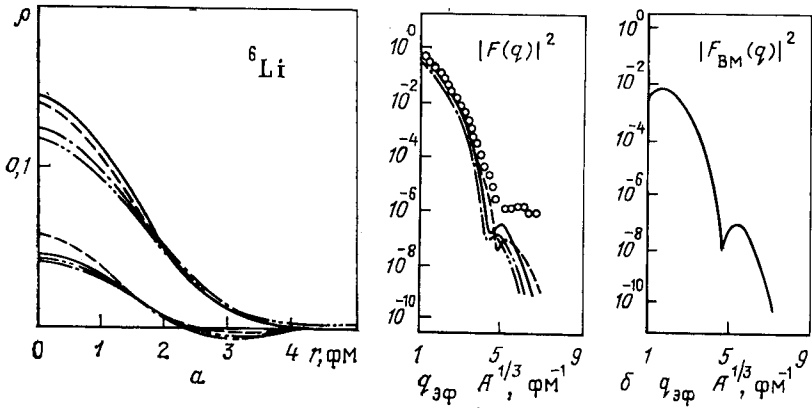


Рис. 5. Те же результаты для ядра  $^6\text{Li}$

Параметры	Эксперимент	V7	B1	C1	B4
$E_{\text{св}}, \text{ МэВ}$	31,99	19,8	18,2	15,9	19,5
$E_{\text{в}}^{0+}, \text{ МэВ}$	—	14,7	15,0	14,3	17,8
$\bar{R}, \text{ фм}$	2,353	2,325	2,424	2,382	2,253
$qA^{1/3}, \text{ фм}^{-1}$	5	5	4,3	4,5	4,5

тральными потенциалами прямоугольной ямы и юкавского типа теория дает пересвязанное основное состояние и средний квадратичный радиус с недостатком.

*Ядро  $^{16}\text{O}$ .* На рис. 7 показаны результаты расчета и соответствующие значения эксперимента для ядра  $^{16}\text{O}$ . Видно, что теория с потенциалом B1 хорошо описывает экспериментальное значение форм-фактора в широком интервале передаваемых импульсов вплоть до второго минимума ( $qA^{1/3} \sim 9 \text{ фм}^{-1}$ ). Естественно возникает вопрос, как изменятся эти свойства при учете высших конфигураций. Исследование характеристик ядра  $^{16}\text{O}$  в модели ортогональной схемы проведено в [47]. Оказалось, что все результаты модели ортогональ-

ной схемы близки к результатам метода гиперсферических функций с тем же числом учитываемых гармоник, если параметр модели выбран в соответствии с вариационной процедурой. Показано, что в приближении минимальной гармоники получить второй дифракционный минимум зарядового формфактора в исследованной области передаваемых импульсов не удается. Такая возможность появляется

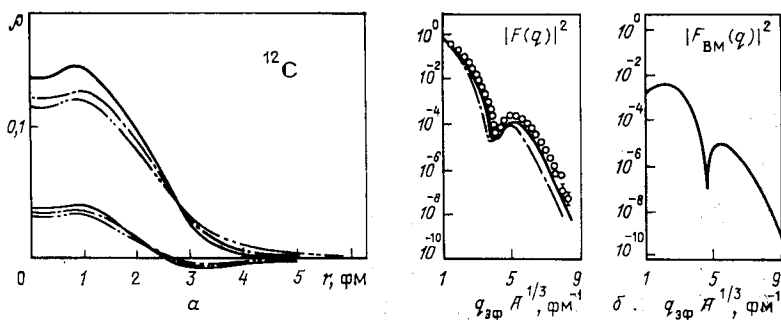


Рис. 6. Те же результаты для ядра  $^{12}\text{C}$

Параметры	Эксперимент	B1	C1	B4	V7
$E_{\text{ср}}$ , МэВ	92,2	62,5	57,5	69,2	83,1
$E_{\text{в}}^{0+}$ , МэВ	20,3	20,3	20,5	25,3	21,5
$\bar{R}$ , фм	2,294	2,634	2,585	2,460	2,325
$qA^{1/3}$ , фм $^{-1}$	4,1	3,9	3,9	4,1	—

уже при учете четырех гармоник с  $K = K_{\text{мин}} + 2$  и наиболее симметричными пространственными схемами Юнга, однако согласовать ход всей кривой не удается даже в этом случае. Что касается «дыхательных» возбуждений при расширении гиперсферического базиса, то они меняются очень слабо и могут быть удовлетворительно описаны уже в приближении минимальной гармоники.

Помимо этого, изучение вклада различных нуклонных состояний в распределение плотности основных состояний ядер  $^4\text{He}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  в методе гиперсферических функций из [48] позволило сделать вывод о том, что, по-видимому, вклад высших гармоник в распределение вещества в ядре существует только вблизи границы ядра.

В целом результаты расчетов [5] позволяют сделать ряд общих замечаний. Среди исследованных центральных эффективных [39,

40] потенциалов находятся такие, которые удовлетворительно описывают совокупность явлений для легких ядер: энергию связи, энергию возбуждения монополюного резонанса, средний квадратичный радиус, упругий и неупругий формфакторы. Для детального воспроизведения этих данных по каждому ядру нужно решить обратную задачу

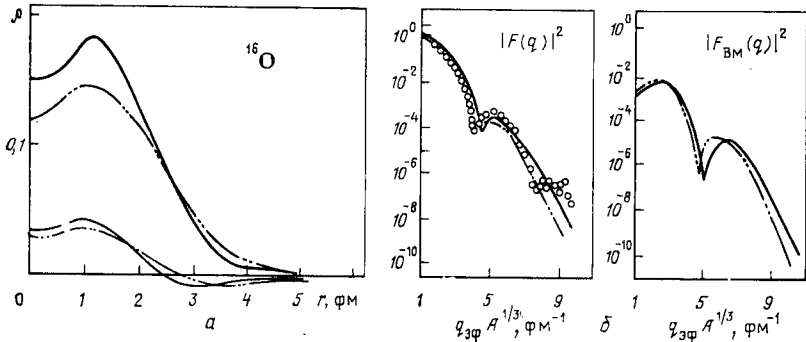


Рис. 7. Те же результаты для ядра  $^{16}\text{O}$

Параметры	Эксперимент	B4	B1	V7
$E_{св}$ , МэВ	127,2	122,2	106,31	146,5
$E_B^{0+}$ , МэВ	—	29,1	22,9	25,4
$\bar{R}$ , фм	2,541	2,460	2,66	2,202
$qA^{1/3}$ , фм $^{-1}$	4	4,4	4	—

и найти соответствующий нуклон-нуклонный потенциал, который, по-видимому, будет меняться от ядра к ядру. Для легких ядер  $A = 4 \div 16$  метод гиперсферических функций хорошо описывает поведение формфакторов до первого минимума. В области больших передаваемых импульсов для легких ядер ( $^4\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$ ) теоретический формфактор идет ниже экспериментального. Для более тяжелых ядер согласие с экспериментом улучшается. Кор в потенциале  $N - N$ -взаимодействия влияет на поведение формфактора в области больших передаваемых импульсов. Чем больше кор, тем выше формфактор в этой области.

Таким образом, в [5] в рамках метода гиперсферических функций были получены плотности распределения нуклонов для ряда легких ядер, проверенные по совокупности экспериментальных данных.

**О ядерном потенциале взаимодействия в реакциях с тяжелыми ионами.** Фолдинг-потенциалы с силами нулевого радиуса действия. Полученные в [5] плотности легких ядер были включены в дальнейшем в схему расчета ядерного потенциала взаимодействия в реакциях с тяжелыми ионами [49, 50]. Числовые оценки проведены для ядер  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ . В качестве  $N - N$ -взаимодействия использовались зависящие от плотности  $\delta$ -силы Скирма [29]. Изучалось влияние ряда эффектов на результаты расчета: трехчастичных сил в  $N - N$ -взаимодействии, зависимость фолдинг-потенциала от числа частиц и проявление симметрии потенциала при взаимодействии одинаковых и разных ядер. Строились потенциалы взаимодействия тяжелых ядерных частиц как для основных, так и для монополюсно-возбужденных состояний ядер, которые позволяют описать неупругие процессы.

В [49, 50] были использованы для  $t_0$ - и  $t_3$ -параметров в  $\delta$ -силах Скирма значения 1057,3 и 14463,5 МэВ/фм<sup>3</sup> соответственно. Эти параметры были получены Вотерином и Бринком [29] в их исследованиях с включением в схему расчета всех членов в  $N - N$ -взаимодействии. Однако пренебрежение членами, зависящими от скорости без соответствующей перенормировки параметров  $t_0$  и  $t_3$  (как это сделано в [50]), существенно не меняет свойства основных состояний ядер [51]. Кроме того, как было показано в [52] с параметрами, близкими к тем, которые использованы в [49, 50] (в простом варианте  $\delta$ -сил Скирма — без учета зависящих от скорости членов), свойства основного состояния ядра описываются корректно.

Результаты расчета [50] показаны на рис. 8—11. На рис. 8 даны результаты расчета для системы  ${}^{16}\text{O} - {}^{16}\text{O}$  с учетом и без учета члена, отвечающего трехчастичным силам в  $N - N$ -взаимодействии. Видно, что этот член вносит существенный вклад в потенциал взаимодействия двух тяжелых частиц для расстояний между ними до 6 фм. Критический радиус в этом случае равен 7,5 фм. Это позволяет предположить, что в упругом рассеянии ядер  ${}^{16}\text{O}$  трехчастичные силы в  $N - N$ -взаимодействии будут проявляться слабо.

На рис. 9 для системы  ${}^{16}\text{O} - {}^{16}\text{O}$  проведено сравнение фолдинг-потенциала из [50] с результатами других теоретических работ [52], а также с феноменологическим потенциалом [52]. Можно сказать, что полученные в [50] фолдинг-потенциалы находятся в удовлетворительном согласии с результатами других теоретических исследований в интервале от 6 до 9 фм расстояний между взаимодействующими ядрами. Однако для более детального анализа следует апробировать рассчитанный потенциал непосредственно в реакциях упругого рассеяния с тяжелыми ионами.

Далее в [50] была исследована зависимость фолдинг-потенциала от числа и типа взаимодействующих частиц. На рис. 10 приведены результаты расчета для различных сочетаний ядер  $A = 4, 6, 12, 16$ . Видно, что потенциал становится глубже и шире с увеличением числа взаимодействующих частиц в зависимости  $A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$ , так

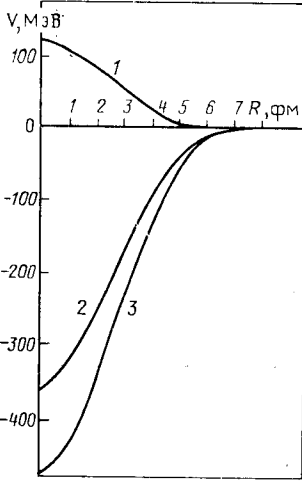


Рис. 8. Фолдинг-потенциал  $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$  для  $\delta$ -сил Скирма (кривая 2): кривые 1, 3 — вклады от членов с амплитудами  $t_8$  и  $t_0$  соответственно

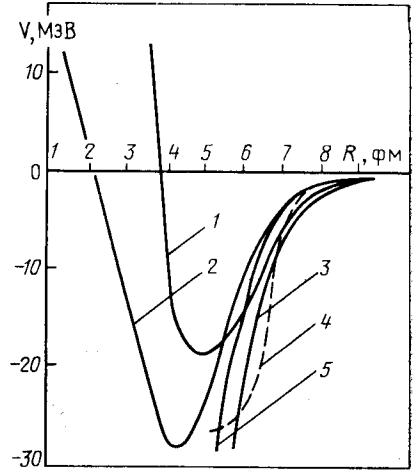


Рис. 9. Сравнение результатов расчета [50] фолдинг-потенциала  $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$  (кривая 5) с феноменологическим потенциалом (кривая 4), а также с результатами других теоретических работ (кривые 1—3) из [52]

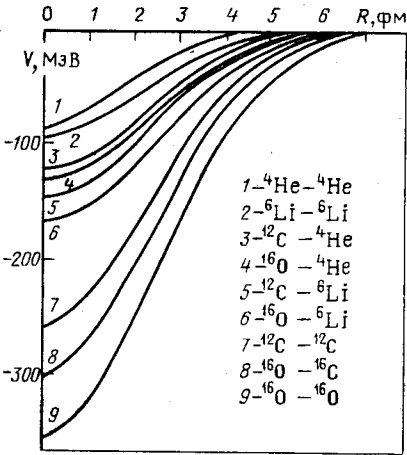


Рис. 10. Фолдинг-потенциалы для различных комбинаций ядер  $A = 4, 6, 12, 16$

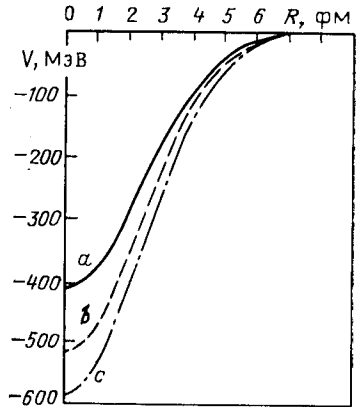


Рис. 11. Фолдинг-потенциал для системы  $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$  с  $\delta$ -силами Скирма для трех наборов параметров  $t_0, t_8$  из табл. 4 ( $\alpha$  — сплошная;  $\beta$  — пунктир;  $\gamma$  — штрихпунктир)



что потенциал взаимодействия ( $^{16}\text{O}$ ,  $^4\text{He}$ ) оказался мельче, чем потенциал ( $^{12}\text{C}$ ,  $^6\text{Li}$ ).

В [8] была исследована зависимость фолдинг-потенциала от выбора параметров  $N-N$ -взаимодействия  $t_0$  и  $t_3$  в  $\delta$ -силах Скирма. На рис. 11 представлены результаты расчета потенциала ядерного взаимодействия для системы  $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ . Расчеты проведены для трех наборов параметров  $t_0$  и  $t_3$ . Значения этих параметров приведены в табл. 2. Варианты  $a$ ,  $b$ ,  $c$  отличаются вкладом трехчастичных сил,

Таблица 2. Параметры потенциалов Скирма

Вариант $N-N$ -потенциала	$t_0$	$t_3$	$t_0/t_3$	$V$ , МэВ, $R = 0,1$ фм
$a$	-1057,3	14464,5	0,073	-410,25
$b$	-1170	9331,0	0,125	-522,75
$c$	-1205,6	5000,0	0,241	-586,2

определяемых параметром  $t_3$ . Расчеты [8] показали, что с ростом отношения  $t_0/t_3$  полученный фолдинг-потенциал становится более глубоким. Таким образом, увеличение вклада трехчастичных сил, имеющих отталкивательный характер, обуславливает уменьшение глубины потенциала ядерного взаимодействия. Излагаемый здесь микроскопический подход может быть с равным успехом применен к построению фолдинг-потенциалов для систем в возбужденных состояниях. Такие исследования проводились в [1, 2]. В частности, были вычислены фолдинг-потенциалы для монополюсно-возбужденных состояний ядра  $^{12}\text{C}$ . Результаты расчетов показаны на рис. 12, 13.

Расчеты фолдинг-потенциалов для монополюсно-возбужденных состояний ядер показали, что чем выше энергия возбуждения ядра, тем шире и мельче потенциал. Недиagonальные матричные элементы не являются пренебрежимо малыми. Эти исследования представляют особый интерес, так как вопрос об экспериментальном обнаружении монополюсных гигантских резонансов в легких ядрах ( $A \leq 16$ ) до сих пор не решен однозначно.

Однако метод гиперсферических функций может претендовать на надежность теоретических предсказаний в описании монополюсных колебаний ядер. Действительно, волновая функция дыхательной моды возбуждения является следующим решением того же уравнения, что и для основного состояния, а высвобождение такой степени свободы, как коллективная переменная  $\rho$ , позволяет корректно учесть эффект увеличения размеров ядра в возбужденном состоянии. Поэтому, если фолдинг-потенциал для основного состояния удовлетворительно описывает экспериментальные данные, то можно надеяться на надежность теоретических предсказаний о свойствах монополюсного резонанса.

Фолдинг-потенциалы и эффективные нуклон-нуклонные силы конечного радиуса действия [7]. В то время как плотность распределения вещества в ядре может быть достаточно надежно установлена в ряде случаев теоретическими или экспериментальными методами, выбор эффективного  $N - N$ -взаимодействия содержит определенный произвол. Наиболее достоверная информация о  $N - N$ -взаимодействии получена из анализа свободного  $NN$ -рассеяния. Однако

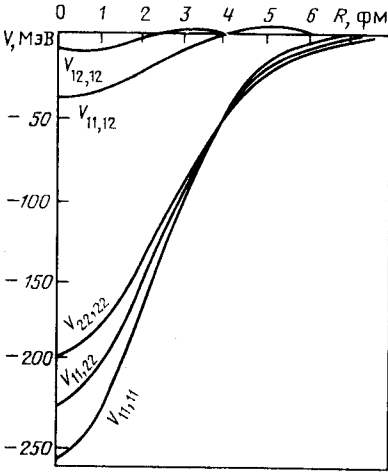


Рис. 12. Фолдинг-потенциалы для системы  $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$  в основном и монополюсно возбужденном состоянии: одно из ядер в монополюсно-возбужденном состоянии  $V_{11, 22}$ , оба ядра в монополюсно-возбужденном состоянии  $V_{22, 22}$ . Здесь же недиагональные матричные элементы  $V_{11, 12}$  и  $V_{12, 12}$ , описывающие взаимодействие между ними

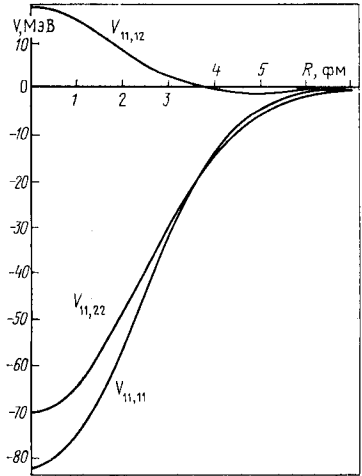


Рис. 13. Фолдинг-потенциалы для ядер  $^3\text{He}-^{12}\text{C}$  в основном и монополюсно возбужденном состоянии. Ядро в  $^{12}\text{C}$  монополюсно-возбужденном состоянии  $V_{11, 22}$ . Оба ядра в основном состоянии  $V_{11, 11}$ . Недиагональный матричный элемент  $V_{11, 12}$ , отвечающий взаимодействию между ними

пустотное  $N - N$ -взаимодействие сильно перенормируется в такой системе, как ядро. В [30] в рамках теории ядерной материи из пустотных нуклон-нуклонных сил было построено так называемое реалистическое МЗУ-взаимодействие, которое было успешно апробировано при описании упругого рассеяния тяжелых ионов [14]. В некоторых случаях удобно МЗУ-взаимодействие представить в виде (29), перенормировав юкавскую радиальную зависимость в гауссову. Тогда в соответствии с [32, 33] для параметров взаимодействия получают значения, которые приведены в табл. 6.

Используя эффективные силы конечного радиуса с этими параметрами по формулам (31) в [7], построили фолдинг-потенциалы для систем, содержащих ионы  $^4\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$ ,  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ . В этом случае для плотностей распределения вещества в исследуемых ионах исполь-

зовался частный вид выражения (30):

$$\rho(r) = \rho_0 \left[ \exp\left(-\frac{r^2}{b_0^2}\right) + c_2 \frac{r^2}{b_2^2} \exp\left(-\frac{r^2}{b_2^2}\right) \right]. \quad (50)$$

Параметры, входящие в формулу (50), найденные по методу наименьших квадратов и с высокой точностью аппроксимирующие плотности легких ядер, построенные в методе гиперсферических функций, даны в табл. 3. Результаты расчета [7] приведены на рис. 14, а также более полные результаты для системы  ${}^4\text{He} + {}^{12}\text{C}$  на рис. 15 и в табл. 4.

**Таблица 3. Параметры, входящие в формулу (50) и аппроксимирующие плотности легких ядер, построенные в методе гиперсферических функций**

A	$\rho_0$ , фм <sup>-3</sup>	$b_0$ , фм	$b_2$ , фм	$c_2$
${}^4\text{He}$	0,256	1,400	0,850	0,082
${}^6\text{Li}$	0,133	1,870	1,380	0,080
${}^{12}\text{C}$	0,127	2,040	1,750	1,060
${}^{16}\text{O}$	0,129	1,990	1,750	1,770

$J'_{00}$  — мощность двухчастичных эффективных сил. Форма потенциалов отличается от радиальной зависимости потенциала Вудса — Саксона. Результаты расчета, данные на рис. 15, показали, что фолдинг-потенциал значительно глубже потенциала оптической модели, использованного в [53] для анализа угловых распределений  $\alpha$ -частиц с энергией 139 МэВ, упруго рассеянных на  ${}^{12}\text{C}$ . В поверхностной области ход обеих кривых одинаков, хотя значение фолдинг-потенциала несколько превышает значение оптического потенциала. Как следует из табл. 4, радиусы половинного спада и мощности теоретического и феноменологического потенциалов различаются соответственно на 9 и 16%. В [1] были проведены расчеты фолдинг-потенциалов с взаимодействием Скирма. Соответствующий результат для системы  ${}^4\text{He} - {}^{12}\text{C}$  приведен на рис. 15. Кривые, отвечающие  $N - N$ -взаимодействию Скирма и силам конечного радиуса, подобны для всей области ядра. Однако, как и следовало ожидать, несколько меньше радиус половинного спада для взаимодействия Скирма и на 20% меньше мощность потенциала в этом случае.

В [8] с использованием микроскопических плотностей, полученных в методе гиперсферических функций, были построены потенциалы

**Таблица 4. Значения радиусов половинного спада и мощности теоретического и феноменологического потенциалов для системы  ${}^4\text{He} - {}^{12}\text{C}$**

Параметр	$u_{sk}(r)$	$u_{real}(r)$	$u_{opt}(r)$
$R_{1/2}$ , фм	2,40	2,56	2,80
$J/4A$ , МэВ·фм <sup>3</sup>	323	406	353

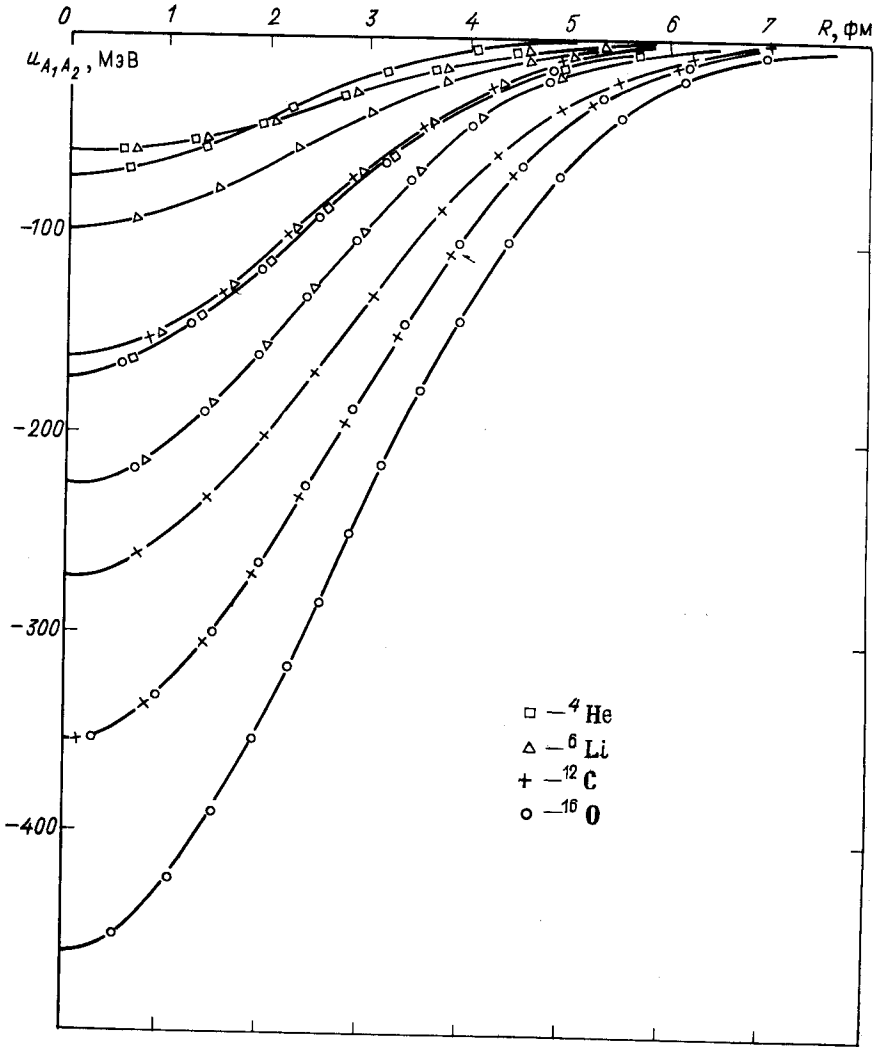


Рис. 14. Фолдинг-потенциалы для систем, содержащих ионы  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$

ядерного взаимодействия системы  ${}^{16}\text{O} - {}^{16}\text{O}$  в двух различных моделях: в фолдинг-модели и в формализме энергии-плотности. Изучалось влияние на результаты расчета формы эффективных  $N - N$ -взаимодействий, выбора плотности распределения, а также эффекта антисимметризации сталкивающихся ядер. Результаты расчета даны на рис. 16. Параметры потенциала в случае формализма энергии-плотности приведены в табл. 5, а в случае фолдинг-модели с силами конечного радиуса действия — в табл. 6.

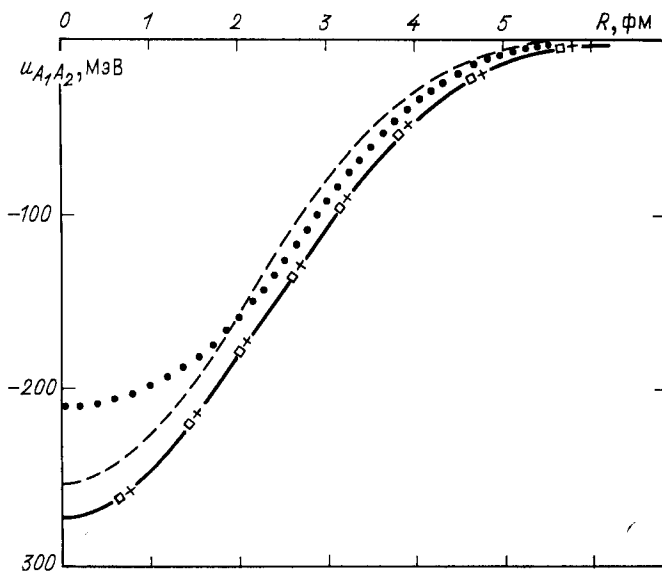


Рис. 15. Фолдинг-потенциалы для системы  ${}^4\text{He}-{}^{12}\text{C}$ :

... — феноменологический потенциал Вудса—Саксона; — — — —  $\delta$ -силы Скирма; —□—, + — силы гауссова типа Сатчлера и Лава

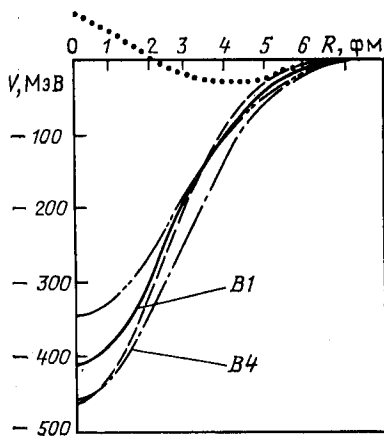


Рис. 16. Потенциалы ядер  ${}^{16}\text{O}-{}^{16}\text{O}$  в формализме энергии-плотности (точки); в методе двойной свертки с  $\delta$ -силами Скирма (сплошная линия соответствует потенциалу ядерного взаимодействия, рассчитанному с плотностями, полученными в методе гиперсферических функций с набором параметров  $B1$ , а пунктирная — с  $B4$ ); с силами конечного радиуса с эффективным учетом ( $DL \neq 0$ , точка пунктир) и без учета ( $DE = 0$  — две точки пунктир) антисимметризации

Расчет показывает, что глубина потенциала взаимодействия определяется выбором плотности сталкивающихся ионов — увеличение плотности на малых расстояниях для набора  $B4$  по сравнению с набором  $B1$  соответственно приводит к углублению потенциала ядерного взаимодействия. Фолдинг-потенциал с силами конечного радиуса действия характеризуется более сильным взаимодействием при больших  $R$  по сравнению с результатом, полученным с использова-

Т а б л и ц а 5. Параметры потенциала (42) в формализме энергии-плотности

$b_1$	$b_2$	$b_3$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\eta_0$
-588,75	563,56	160,92	-0,424	-0,0973	-2,25	7,23

Т а б л и ц а 6. Параметры потенциала (29) в силах конечного радиуса гауссова типа Сатчлера и Лава

Вариант N-N-потенциала	$V_1$ , МэВ	$V_2$ , МэВ	$a_1$ , фм	$a_2$ , фм	$d$ , МэВ·фм <sup>3</sup>
1	553,18	1781,4	0,8	0,5	0
2	601,99	2256,4	0,8	0,5	-276 (1-0,005 E/A)

нием сил нулевого радиуса. В частности, потенциал ядерного взаимодействия, полученный с набором  $B1$  и  $\delta$ -силами Скирма — вариант  $a$  (см. табл. 2), в точке критического радиуса имеет значение  $V(R_{кр}) = 1,05$  МэВ, а для сил конечного радиуса действия соответственно  $-V(R_{кр}) = -2,74$  МэВ. Учет эффекта антисимметризации при расчете с силами конечного радиуса действия приводит к увеличению глубины потенциала при всех значениях  $R$ . Потенциал ядерного взаимодействия, полученный в формализме энергии-плотности, характеризуется оттакаивающим кором до  $R \approx 2,2$  фм. Его максимальная глубина  $V_0 = -31,35$  МэВ при  $R = 4,1$  фм значительно меньше, чем в других случаях. Таким образом, потенциал взаимодействия  $^{16}O - ^{16}O$ , рассчитанный в разных моделях [15, 17] с различными эффективными силами, заметно отличается на малых расстояниях, но в периферической области различие становится несущественным.

**Изучение упругих сечений угловых распределений в реакциях с тяжелыми ионами.** В этом разделе приводятся результаты расчетов в рамках оптической модели и сравнение их с экспериментом для реакций упругого рассеяния в столкновении тяжелых ионов.

Для построения оптического потенциала был использован микроскопический подход. По сравнению с феноменологическим [57] анализом рассеяния тяжелых ионов исследование упругих сечений реакций в микроскопическом подходе [58—61] имеет то несомненное преимущество, что оно позволяет получать информацию о проявлении структуры ядра в этих процессах.

В [1] были рассчитаны дифференциальные сечения упругого рассеяния  $^6Li$  на  $^{12}C$  для лабораторной энергии ионов лития  $E_{lab} = 90,0$  МэВ в рамках оптической модели. В качестве действительной части оптического потенциала использовался фолдинг-потенциал,

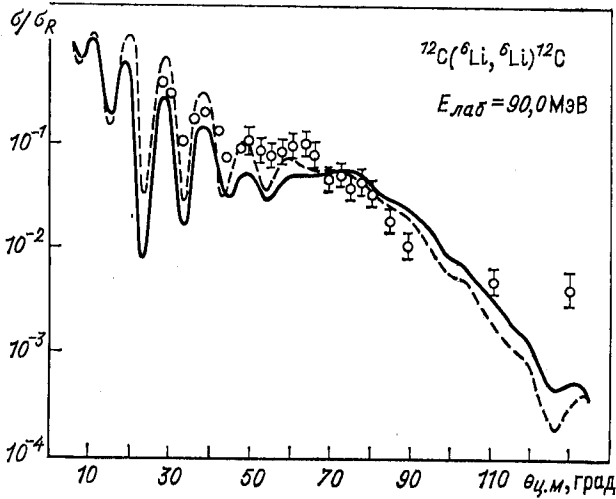


Рис. 17. Отношение углового распределения упругого рассеяния лития к резерфордовскому в с. ц. м. для  ${}^6\text{Li}-{}^{12}\text{C}$ :

сплошная и пунктирная кривые — результаты расчета в оптической модели с мнимыми потенциалами, параметры которых даны в табл. 7, и действительным потенциалом, отмеченным цифрой 5 на рис. 10

отмеченный цифрой 5 на рис. 10, а для мнимой части были использованы две формы: Вудса — Саксона (ВС) и Вудса — Саксона в квадрате (ВС2). При этом варьировались параметры  $W$ ,  $r_W$  и  $a_W$ , т.е. амплитуда, радиус и диффузность функции Вудса — Саксона. Параметры для потенциалов ВС и ВС2, которые дают наилучшее согласие в описании экспериментальных данных, а также объемный интеграл и средний квадратичный радиус для обоих (реального и мнимого) потенциалов, приведены в табл. 7. Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными [62]. На рис. 17 сплошной кривой показано наилучшим образом фитированное дифференциальное сечение с поглощением ВС2. Видно, что теоретические кривые находятся в удовлетворительном согласии с эксперименталь-

Таблица 7. Параметры мнимой части оптического потенциала для системы  ${}^6\text{Li}-{}^{12}\text{C}$  [1]

Оптический потенциал	$-W$ , МэВ	$r_W$ , фм	$a_W$ , фм	Объемный интеграл, МэВ·фм <sup>3</sup>	$\langle R^2 \rangle^{1/2}$ , фм
Реальный «5»	—	—	—	309,6	3,53
Мнимый ВС	29,8	0,915	1,157	178,1	5,18
ВС2	27,4	1,262	1,200	158,2	4,47

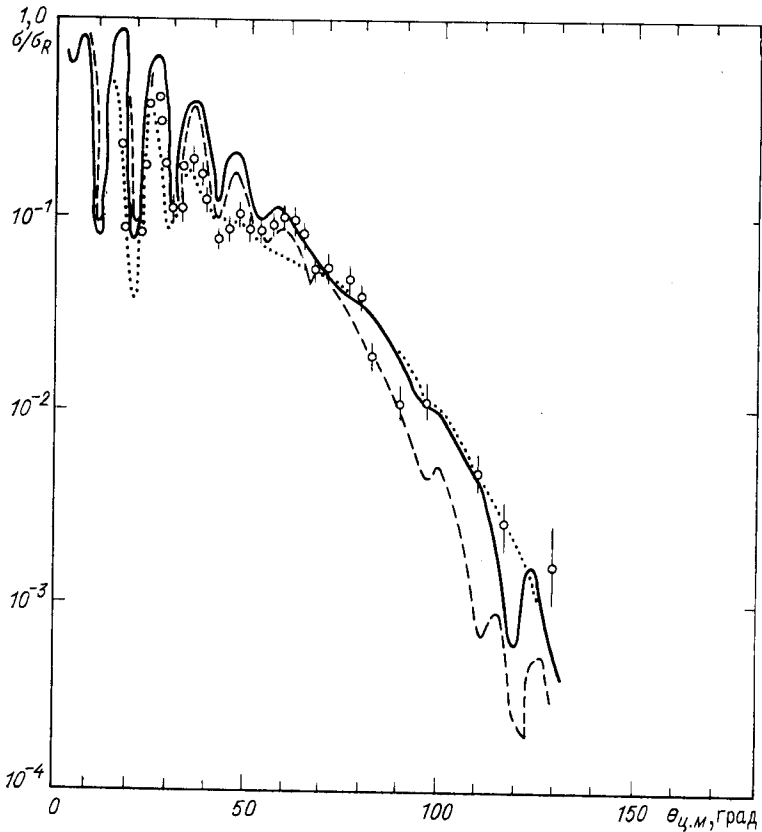


Рис. 18. Отношение сечений упругого рассеяния к Резерфордскому для реакций  ${}^6\text{Li}-{}^{12}\text{C}$  при энергии 90 МэВ: точки — экспериментальные значения сечений; пунктир — оптический расчет при использовании  $N-N$ -потенциала  $S1$ ; сплошная — потенциала  $S2$  и точечная — с использованием потенциала Вудса—Саксона

ными данными, причем дифференциальная структура воспроизводится хорошо.

В работе [6] было проведено теоретическое исследование упругого рассеяния ионов  ${}^6\text{Li}$  с двумя разными энергиями (30,6 и 90 МэВ) на ядре  ${}^{12}\text{C}$ . Результаты расчета показаны на рис. 18, 19.

На рис. 18 представлены угловые распределения упругого рассеяния  ${}^6\text{Li} - {}^{12}\text{C}$  при энергии 90 МэВ и соответствующие расчеты с применением микроскопических  $N - N$ -потенциалов  $S1$  и  $S2$ . На рис. 19 показано угловое распределение  ${}^6\text{Li} - {}^{12}\text{C}$  при энергии 30,6 МэВ с использованием  $N - N$ -потенциала  $S2$ . Мнимая часть оптического потенциала бралась в форме Вудса — Саксона, параметры которого указаны в табл. 8.



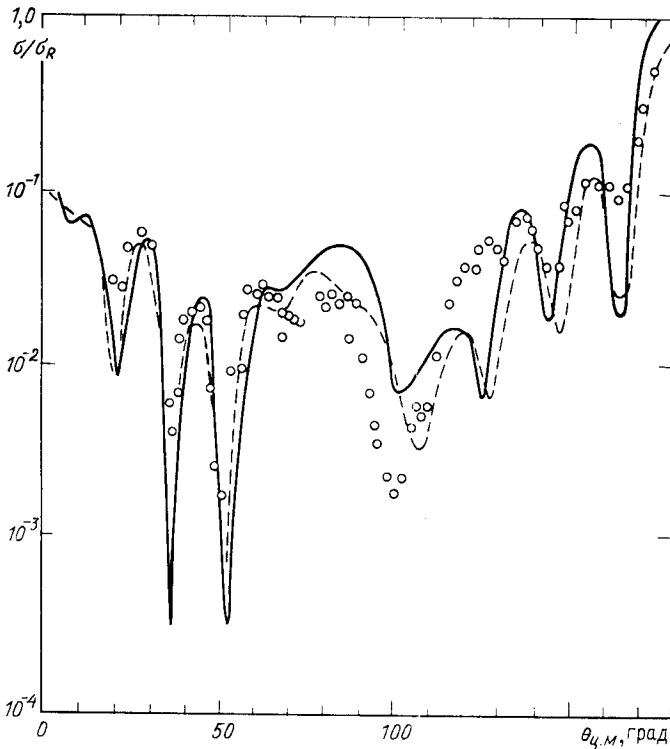


Рис. 19. Отношение сечений упругого рассеяния к резерфордскому для реакций  ${}^6\text{Li}-{}^{12}\text{C}$  при энергии 30,6 МэВ:

точки — экспериментальные значения сечений; сплошная кривая — оптический расчет при использовании  $N-N$ -потенциала  $S_2$ , пунктир — с применением потенциала Вудса—Саксона

Видно, что расчет, соответствующий уменьшению амплитуды в 1,5 раза, которая отвечает вкладу трехчастичных сил, приводит к лучшему описанию экспериментальных данных (на 20 %) под большими углами, начиная с  $\theta = 80^\circ$  (рис. 18). Кроме того, резуль-

Таблица 8. Параметры для действительной (типа Скирма) и мнимой (типа Вудса—Саксона) частей оптического потенциала

Система	$E$ , МэВ	Вариант $N-N$ -потенциала	$-t_0$ , МэВ/фм <sup>3</sup>	$t_3$ , МэВ/фм <sup>3</sup>	$-W$ , МэВ	$r_W$ , фм	$a_W$ , фм
${}^6\text{Li}-{}^{12}\text{C}$	90	S1	1057,3	14463,5	45	0,89	0,8
		S2	1170,0	9331,0	48	0,89	0,8
${}^6\text{Li}-{}^{12}\text{C}$	30,6	S2	1170,0	9331,0	12,5	0,89	0,8

таты показывают, что потенциал  $S_2$  дает качественное описание кривых как при 30,6 МэВ, так и при 90 МэВ. Нелокальность потенциала здесь определяется изменением его мнимой части. Аналогичный результат был получен в [62], где для описания данных по упругому рассеянию  ${}^6\text{Li} - {}^{12}\text{C}$  при 19 энергиях был построен феноменологический фолдинг-потенциал (действительная часть потенциала). На основе этого потенциала варьированием его мнимой части, которая бралась в форме Вудса — Саксона, было получено хорошее согласие с экспериментальными данными.

Проведенные в [6] исследования представляют интерес с той точки зрения, что в них удается получить качественное описание экспериментальных данных по упругому рассеянию  ${}^6\text{Li} - {}^{12}\text{C}$  при двух энергиях 30,6 и 90 МэВ с одной и той же действительной частью потенциала без перенормировки амплитуд в  $\delta$ -силах Скирма. Нелокальность потенциала определяется в этом случае уменьшением его мнимой части.

Принятый в [1, 6] вариант расчета упругих сечений реакций, когда мнимая часть оптического потенциала выбиралась в форме Вудса — Саксона, позволяет реализовать независимый выбор трех параметров потенциала поглощения. Тем самым учитывается то обстоятельство, что радиус мнимой части оптического потенциала, как правило, больше радиуса вещественной части. Однако в фолдинг-модели также используют другой вариант учета потенциала поглощения [15]. В этом случае форма мнимой части потенциала берется такой же, как и у вещественной части фолдинг-потенциала, а глубина потенциала поглощения регулируется множителем. В связи с этим во всех других работах, которые будут здесь обсуждаться, проводилась теоретическая апробация предлагаемого микроскопического подхода по следующей схеме: действительная и мнимая части исследуемого потенциала брались рассчитанные в микроскопической модели. При этом предполагалось, что мнимый потенциал имеет такую же форму, как и реальный, и варьировалась лишь амплитуда сил при мнимой части [см. формулу (44)].

В этом случае при описании упругого рассеяния имеется единственный свободный параметр  $\beta$  (в отличие от оптической модели с шестью подгоночными параметрами).

На рис. 20 показаны результаты расчета [2] отношения сечений упругого рассеяния к резерфордскому и сравнение их с экспериментом [62, 63]. Параметр  $\beta$  для этих трех случаев был найден равным 0,7—0,9.

Несмотря на простоту потенциала, который здесь был использован только с одним свободным параметром, согласие с экспериментом оказалось хорошим.

Этот подход был использован также в [8] для анализа дифференциальных сечений упругого рассеяния  ${}^{16}\text{O} - {}^{16}\text{O}$  при трех различных энергиях падающих частиц:  $E_{\text{лаб}} = 41, 49, 63$  МэВ [64]. На рис. 21 показано сравнение с экспериментом результатов расчета с  $N - N$

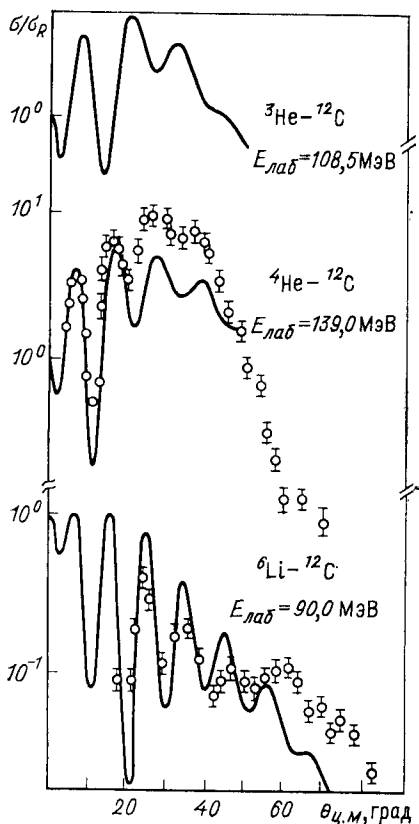


Рис. 20. Результаты расчета и сравнение их с экспериментом (точки) отношения сечений упругого рассеяния к резерфордскому для реакций  $^3\text{He}-^{12}\text{C}$ ,  $^4\text{He}-^{12}\text{C}$ ,  $^6\text{Li}-^{12}\text{C}$

взаимодействием типа  $\delta$ -сил Скинра (вариант *a*, табл. 2), дифференциальных сечений для трех различных энергий. Параметр при мнимой части оптического потенциала варьировался в зависимости от энергии налетающего иона с целью лучшего воспроизведения экспериментальных данных и был равен соответственно  $\beta = 0,04; 0,1; 0,2$ . Тонкая линия представляет результаты феноменологического расчета на основе потенциала Вудса — Саксона [64]. При энергии налетающего иона  $E_{\text{лаб}} = 63$  МэВ результаты микроскопического расчета находятся в лучшем согласии с экспериментальными данными. Особенно хорошее описание по сравнению с феноменологической моделью достигается на малых углах. При уменьшении энергии налетающего иона дифференциальные сечения воспроизводятся только качественно.

В [8] изучался вопрос о влиянии вклада трехчастичных сил в  $N-N$ -взаимодействии на результаты расчетов сечения упругого

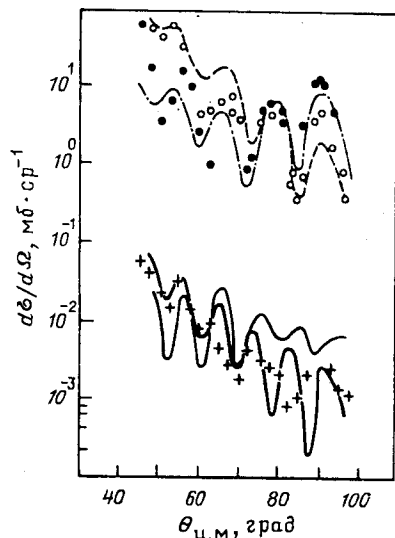


Рис. 21. Сечение упругого рассеяния  $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ , рассчитанное с  $\delta$ -силами Скинра, и соответствующие экспериментальные данные для  $E_{\text{лаб}} = 41$  МэВ (—,  $\circ$ ); для  $E_{\text{лаб}} = 49$  МэВ (---,  $\bullet$ ) и для  $E_{\text{лаб}} = 63$  МэВ (-.-.-,  $+$ )

рассеяния ионов. На рис. 22 дано сравнение дифференциальных сечений, рассчитанных с потенциалами  $N-N$ -взаимодействия типа  $\delta$ -сил Скимра для трех различных наборов параметров, с экспериментальными данными, полученными при  $E_{\text{лаб}} = 63$  МэВ. Оценки по  $\chi^2$  указывают, что наилучшее согласие с экспериментальными

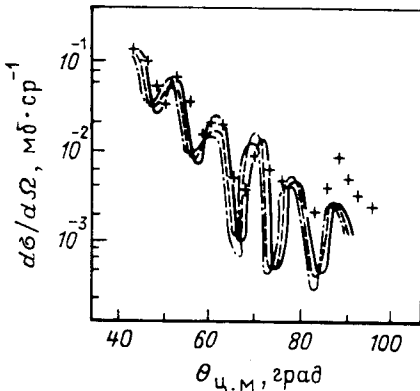


Рис. 22. Экспериментальные данные сечения упругого рассеяния  $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$  (+) и результаты расчета для трех вариантов  $\delta$ -сил Скимра (—  $a$ ; - - -  $b$ ; - · - · -  $c$ ) из табл. 2

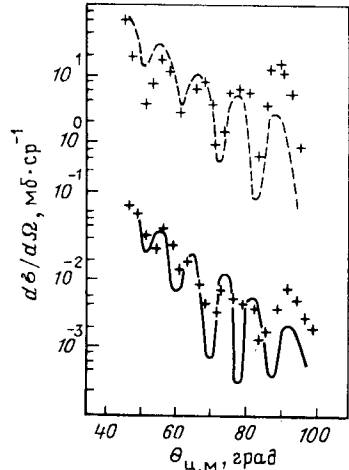


Рис. 23. Сечение упругого рассеяния  $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$  для  $E_{\text{лаб}} = 49$  МэВ (- - -) и  $E_{\text{лаб}} = 43$  МэВ (—) с силами гауссова типа Сатчлера и Лава (точки — результат эксперимента)

данными достигается при наибольшем вкладе трехчастичных сил. В целом неплохое описание экспериментальных данных удается получить до углов рассеяния  $\theta = 65^\circ$  для  $\beta = 0,2$ .

В [7, 8] изучались реакции упругого рассеяния ионов с включением в схему расчета нуклон-нуклонных сил гауссова типа Сатчлера и Лава. Так, в [8] были построены и сравнивались с экспериментом дифференциальные сечения упругого рассеяния  $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$  при энергиях 49 и 63 МэВ. Результаты расчета показаны на рис. 23. Параметр при мнимой части оптического потенциала был найден равным 0,3. Из рис. 23 следует, что наилучшее описание получается при более высокой энергии. Однако использование потенциала с силами конечного радиуса действия позволяет получить неплохое описание упругого рассеяния для более широкого интервала углов по сравнению с теми результатами, которые получаются при использовании  $\delta$ -сил Скимра и при энергии  $E_{\text{лаб}} = 49$  МэВ. Следовательно, данный тип потенциала дает более реалистичное описание упругого рассеяния двух ионов.

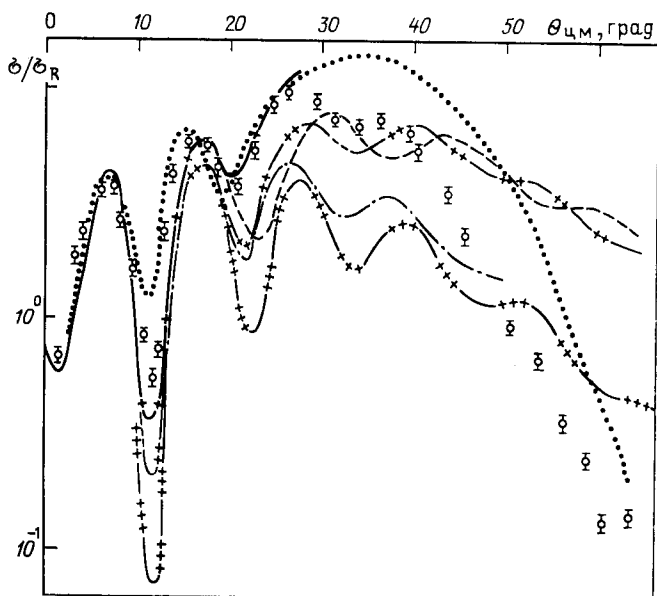


Рис. 24. Результаты расчетов сечений упругого рассеяния  ${}^4\text{He}-{}^{12}\text{C}$  при энергии 139 МэВ совместно с экспериментальными данными из [53]:

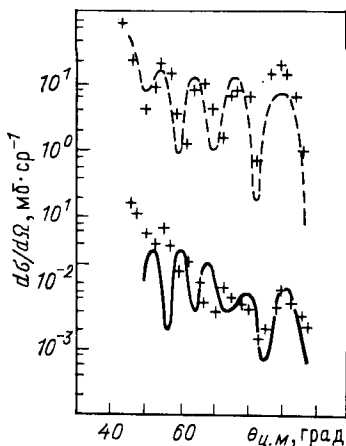
... —  $R = 4,2$ ,  $a = 0,47$ ,  $W_0 = -16,9$ ; силы Сатчлера и Лава: [x —  $\beta = 0,2$ ; xx —  $\beta = 0,4$ ; xxx —  $\beta = 0,6$ ;  $\delta$ -силы Скирма: — — —  $\beta = 0,4$ ; - - -  $\beta = 0,6$

На рис. 24 приведены результаты расчетов [7] сечений упругого рассеяния  ${}^4\text{He} + {}^{12}\text{C}$  при энергии 139 МэВ совместно с экспериментальными данными из [53].

Для параметра  $\beta = 0,4$  имеется удовлетворительное согласие с экспериментальными данными вплоть до углов рассеяния  $\theta = 40^\circ$ . В дальнейшем с ростом угла рассеяния экспериментальное сечение спадает значительно быстрее, чем теоретическое. Можно назвать целый ряд причин такого расхождения теории с экспериментом. Во-первых, как отмечалось выше, более реалистической формой для потенциала поглощения является форма Вудса — Саксона. Во-вторых, сам фолдинг-потенциал может быть скорректирован за счет некоторых факторов: учета зависимости эффективного взаимодействия от плотности распределения вещества в ядре, вклада процессов второго порядка и т. д.

На рис. 24 для сравнения приведен также результат расчета сечения с  $N-N$ -взаимодействием типа  $\delta$ -сил Скирма. Можно видеть, что различие в угловых распределениях для сил конечного радиуса и  $\delta$ -сил Скирма незначительно. Поскольку взаимодействие Скирма включает плотностной член, а реалистическое взаимодействие не зависит от плотности распределения вещества в ядре, нельзя

Рис. 25. Сечение упругого рассеяния  $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$  для  $E_{\text{лаб}} = 49$  МэВ (пунктир) и  $E_{\text{лаб}} = 63$  МэВ (сплошная кривая) с потенциалом, полученным в формализме энергии-плотности



сделать однозначного вывода о роли конечного радиуса эффективных сил из данных расчетов.

В [8] сделана попытка использовать для описания упругого рассеяния  $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$  потенциал ядерного взаимодействия, полученный в формализме энергии-плотности. Результаты расчета показаны на рис. 25. Этот потенциал имеет отталкивающий кор и относительно малую глубину. Для описания экспериментальных данных авторы [8] были вынуждены ввести два свободных параметра  $V = (\alpha + i\beta) U$ . Для  $\alpha = 2,7$  и  $\beta = 0,3$  удалось получить удовлетворительное описание экспериментальных данных для  $E_{\text{лаб}} = 49$  МэВ. Однако оказалось невозможным описать эксперимент при  $E_{\text{лаб}} = 63$  МэВ в области углов рассеяния  $\theta < 80^\circ$ .

Проведенные в [1, 6—8] исследования упругих сечений реакций позволяют сделать ряд общих замечаний.

С помощью микроскопических ядерных плотностей, полученных в методе гиперсферических функций и тестованных по совокупности экспериментальных данных, построены потенциалы ядерного взаимодействия для ионов  $A = 4, 6, 12, 16$  в фолдинг-модели и формализме энергии-плотности. В этом случае вариацией только одного параметра при мнимой части оптического потенциала удастся получить сравнимое с феноменологическим описание дифференциального сечения упругого рассеяния ионов ( $A \leq 16$ ), когда приходится использовать до шести параметров, например, в случае потенциала Вудса — Саксона.

Выбор  $N - N$ -взаимодействия при получении плотности ядра определяет поведение потенциала ядерного взаимодействия ионов на малых расстояниях; в периферической области это различие не существенно. Сравнительно одинаковое описание упругого рассеяния как с реалистическим потенциалом ядерного взаимодействия на основе сил конечного радиуса, так и потенциалом, рассчитанным с  $\delta$ -силами Скимра, указывает на важность учета трехчастичных сил. При небольшом изменении фолдинг-потенциала как в случае  $\delta$ -сил Скимра, так и для сил конечного радиуса действия не наблюдается заметного расхождения в описании сечения упругого рассеяния. Однако появление отталкивательного кора в потенциале ядерного взаимодействия приводит к необходимости заметной перенормировки

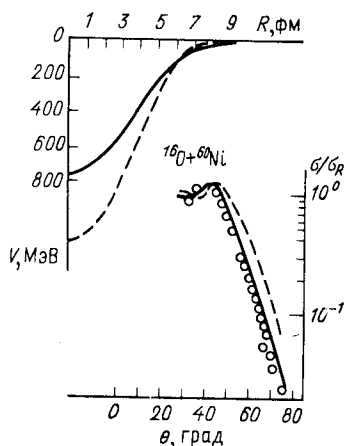


Рис. 26. Фолдинг-потенциал и упругое сечение рассеяния для системы  $^{16}\text{O}-^{60}\text{Ni}$  при энергии 61,42 МэВ, вычисленные с МЗУ (с нулевым радиусом взаимодействия) — сплошные (штриховые) линии

амплитуды потенциала. Следовательно, внутренняя часть потенциала ядерного взаимодействия может влиять на результаты упругого рассеяния ионов.

И, наконец, в [9] сфера излагаемого здесь микроскопического подхода была расширена и применена к более тяжелым ионам. Изучались реакции упругого рассеяния ионов  $^6\text{Li}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  на  $^{58,60}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{124}\text{Sn}$ ,  $^{142,144}\text{Nd}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ .

В этом случае для легких ионов использовались плотности, полученные в методе гиперсферических функций [5]. Ядерные плотности для тяжелых ионов были найдены в рамках квазичастично-фононной модели [10]. Сравнение этих плотностей с теми, которые были использованы в аналогичных исследованиях в [14, 15], показывает, что плотности для легких ионов из [5] более корректно описывают асимптотику ядра, а плотности для тяжелых ионов-мишеней фактически очень близки к плотностям оболочечных расчетов, использованным в [14]. Однако различие состоит в том, что в [9] для плотностей основного состояния учитываются также эффекты монополярного спаривания.

В табл. 9 приведены параметры одночастичного потенциала и константы спаривания  $G_{N,Z}$  для всех изучаемых ядер [13]. Рисунок 26 демонстрирует зависимость результатов расчета угловых распре-

Таблица 9. Параметры потенциала Вудса — Саксона и константы спаривательного взаимодействия

A	N, Z	$r_0$ , фм	$V_0$ , МэВ	$\kappa$ , фм <sup>2</sup>	$\alpha$ , фм <sup>-1</sup>	$G_{N,Z}$ , МэВ
59	N=31	1,31	46,2	0,413	1,613	0,280
	Z=27	1,24	53,7	0,38	1,587	0,302
91	N=53	1,29	44,7	0,413	1,613	0,168
	Z=39	1,24	56,9	0,338	1,587	0,194
124	N=71	1,28	43,2	0,413	1,613	0,122
	Z=51	1,24	59,9	0,346	1,587	0,136
141	N=83	1,27	46,0	0,413	1,613	0,116
	Z=59	1,24	57,7	0,349	1,587	0,122
209	N=127	1,26	44,8	0,376	1,587	0,074
	Z=83	1,24	60,3	0,371	1,587	0,080

лений сечений упругого рассеяния тяжелых ионов от выбора эффективного  $N - N$ -взаимодействия. Здесь показаны фолдинг-потенциалы для системы  $^{16}\text{O} - ^{60}\text{Ni}$  (верхний рисунок) и соответствующие сечения упругого рассеяния при энергии 61, 42 МэВ, полученные для двух различных типов  $N - N$ -взаимодействий. Пунктиром отмечены результаты расчета с  $N - N$ -силами нулевого радиуса действия типа Скирма [29], сплошными линиями — с силами конечного радиуса юкавского типа МЗУ [14]. Точками показаны экспериментальные данные из [65]. Фолдинг-потенциал, полученный с  $N - N$ -эффективными силами МЗУ, мельче на малых расстояниях между взаимодействующими ионами и глубже в области радиуса сильного поглощения по сравнению с соответствующими результатами для  $\delta$ -сил типа Скирма. По-видимому,  $N - N$ -силы юкавского типа лучше отражают реальную ситуацию в ядре. Поэтому угловые распределения, полученные с силами МЗУ, лучше описывают экспериментальные данные, чем соответствующие результаты расчета с  $\delta$ -силами. Все дальнейшие расчеты сечений упругого рассеяния тяжелых ионов [9] были выполнены с МЗУ-силами. На рис. 27 показаны результаты расчета упругих сечений реакций ионов  $^6\text{Li}$  с различными тяжелыми ионами  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{124}\text{Sn}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ . Здесь проведено сравнение с экспериментальными сечениями упругого рассеяния для  $^6\text{Li} + ^{58}\text{Ni}$  при 22,8 МэВ из [66]; для той же системы при энергии 50,6 МэВ из [67]; для системы  $^6\text{Li} + ^{90}\text{Zr}$  при 34 МэВ из [68]. И, наконец, упругие сечения для рассеяния ионов  $^6\text{Li}$  на ядрах  $^{124}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$  при энергии 50,6 МэВ взяты из [67]. Эти исследования позволяют сделать вывод о том, что в предложенном подходе, т. е. с плотностями ядер, полученными в микроскопическом методе, при расчете сечений всего лишь с одним свободным параметром в целом удается хорошо описать совокупность экспериментальных данных.

На рис. 27 показаны также результаты упругого рассеяния  $^6\text{Li} + ^{58}\text{Ni}$  для двух различных энергий падающих частиц. Расчеты показали, что удастся воспроизвести экспериментальные данные при различных энергиях с одной и той же амплитудой мнимой части оптического потенциала  $\beta = 0,9$ . Этот вывод отличается от того, что было получено в [6] при описании рассеяния  $^6\text{Li}$  на легком ионе  $^{12}\text{C}$ . В этих расчетах амплитуда мнимой части для упругого рассеяния при энергии 30,6 МэВ в 4 раза меньше, чем соответствующее значение при энергии 90 МэВ.

По-видимому, амплитуда мнимой части оптического потенциала имеет меньшее влияние для тяжелых ионов на результаты расчета сечений упругого рассеяния, чем для легких.

На рис. 28 приведены результаты расчетов [9] сечений упругого рассеяния ионов  $^{12}\text{C}$  на ядрах  $^{142}\text{Nd}$ ,  $^{144}\text{Nd}$  при энергии 70,4 МэВ,  $^{90}\text{Zr}$  при энергии 98 и 60 МэВ,  $^{208}\text{Pb}$  при энергии 96 МэВ, а также соответствующие экспериментальные данные из [69—72]. Для всех исследованных ядер, за исключением ядра  $^{208}\text{Pb}$ , удается хорошо описать экспериментальные данные по упругому рассеянию ионов



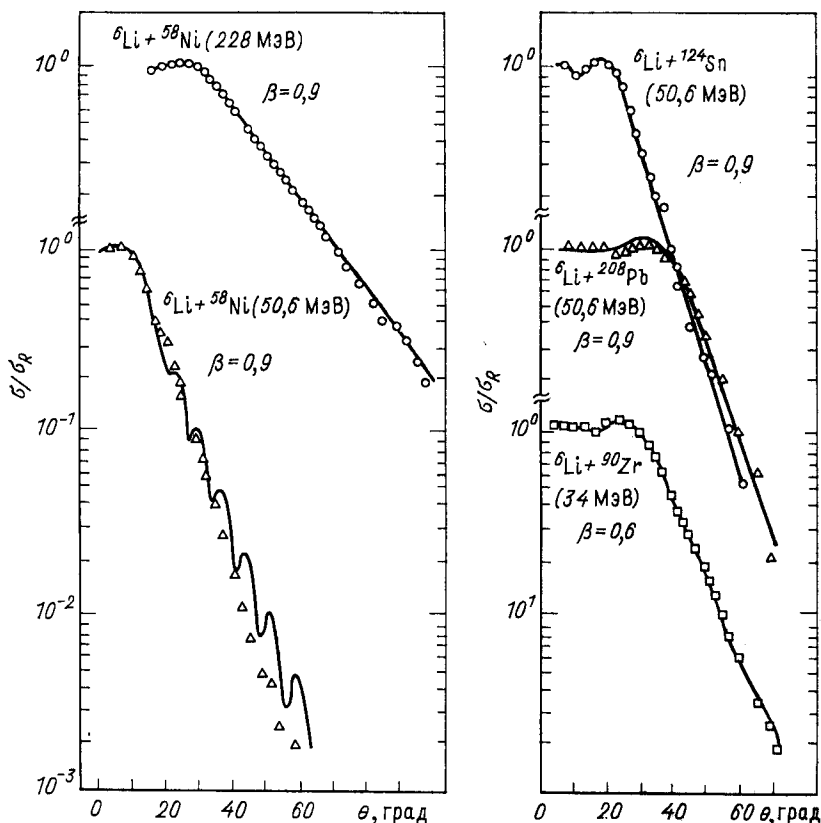


Рис. 27. Результаты расчетов сечений упругого рассеяния ионов  $^6\text{Li}$  на тяжелых ионах  $^{58,60}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{124}\text{Sn}$ ,  $^{208}\text{Pb}$

$^{12}\text{C}$ . При этом амплитуда мнимой части значительно меньше, чем в случае ионов  $^6\text{Li}$  ( $\beta = 0,1 \div 0,3$ ). Это указывает, по-видимому, на то, что плотность, полученная в методе гиперсферических функций для ядра  $^{12}\text{C}$ , достаточно хорошо отражает реальную ситуацию в ядре. Исключение составляет упругое сечение рассеяния иона  $^{12}\text{C}$  на мишени  $^{208}\text{Pb}$ . В этом случае не удается описать сечение упругого рассеяния, начиная с  $\theta = 40^\circ$ . При этом амплитуда мнимой части относительно велика  $\beta = 0,7$  в таких расчетах. Из рис. 28 видно, что с одним и тем же параметром  $\beta = 0,3$  удается описать сечение рассеяния на изотопах  $^{142}\text{Nd}$ ,  $^{144}\text{Nd}$  при энергии падающих частиц 70,4 МэВ, в то время как плотности  $^{142}\text{Nd}$ ,  $^{144}\text{Nd}$  отличаются тем, что в случае полумагического ядра  $^{142}\text{Nd}$  нет нейтронного спаривания.

На рис. 29 показаны результаты расчета [9] сечения упругого рассеяния ионов  $^{16}\text{O}$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$  при двух энергиях падающих

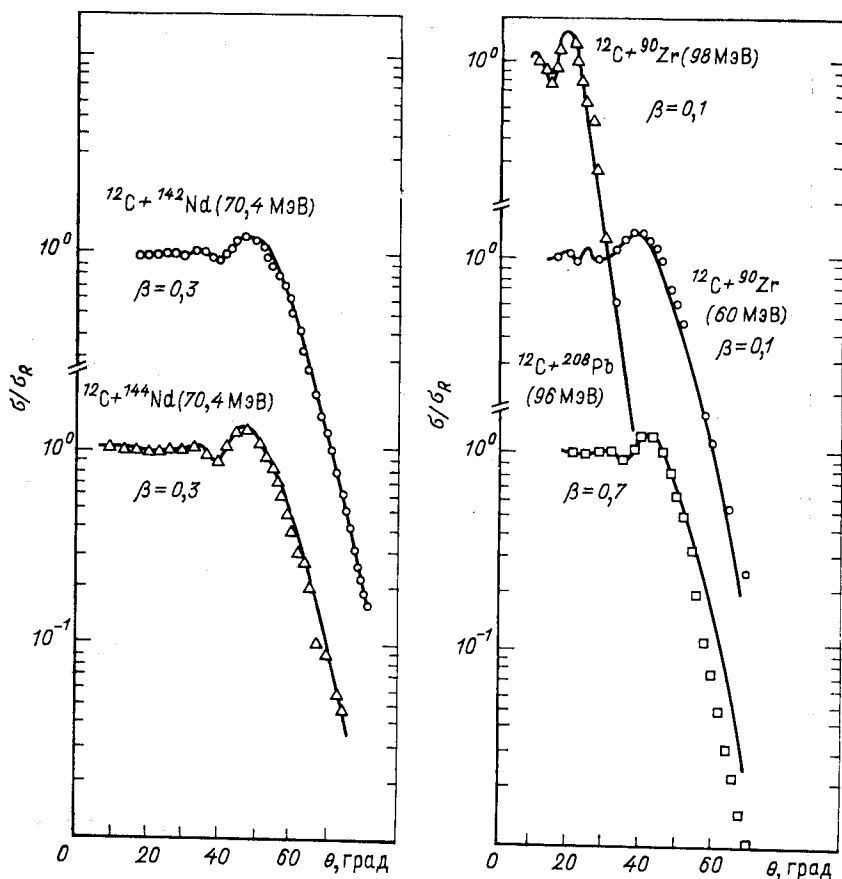


Рис. 28. Результаты вычислений сечений упругого рассеяния ионов  $^{12}\text{C}$  тяжелыми ионами  $^{142,144}\text{Nd}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{208}\text{Pb}$

частиц: 61,42 МэВ [65] и 141,7 МэВ [73]. Результаты расчета показали, что теоретическое сечение при более низкой энергии (61,42 МэВ) хорошо воспроизводит экспериментальные данные, в то время как экспериментальные данные по угловым распределениям сечения упругого рассеяния  $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$  при энергии 141,7 МэВ не удается воспроизвести никаким варьированием амплитуды при мнимой части оптического потенциала. Наиболее вероятная причина этого расхождения заключается в недостаточном числе парциальных волн (около 50), учитываемых в расчете упругого сечения.

Таким образом, проведенное в [9] теоретическое исследование упругих сечений реакций ионов  $^6\text{Li}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  с ионами  $^{58,60}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{124}\text{Sn}$ ,  $^{142,144}\text{Nd}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  показало, что в целом удается воспроизвести экспериментальные результаты всего лишь с одним свободным пара-

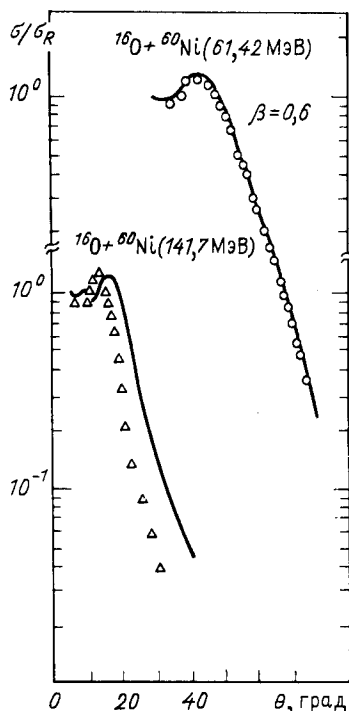


Рис. 29. Результаты расчета упругого сечения  $^{16}\text{O} - ^{60}\text{Ni}$

метром. Микроскопическая специфика волновых функций исследованных ядер проявляется в этих расчетах. Амплитуда мнимой части оптического потенциала имеет меньшее влияние для тяжелых ионов на результаты расчета сечений упругого рассеяния, чем для легких.

**Исследование сечений неупругого рассеяния ионов с возбуждением монополюсного гигантского резонанса.** Излагаемый в настоящем обзоре микроскопический подход был применен к изучению сечений неупругого рассеяния ионов [2] с возбуждением состояний монополюсного гигантского резонанса в легких ядрах.

Сечение углового распределения изучалось в методе связанных каналов. Амплитуда мнимой части оптического потенциала предполагалась пропорциональной его действительной части и была отнормирована в упругом канале.

Актуальность этих исследований, как было отмечено выше, обусловлена тем, что, с одной стороны, в последние годы был проведен широкий круг работ по обнаружению и идентификации монополюсных гигантских резонансов в ядрах [74—82]. Однако вопрос о существовании монополюсных резонансов в легких ядрах ( $A \leq 16$ ) до сих пор не решен однозначно.

В частности, в [74] были получены экспериментальные результаты по сечению неупругого рассеяния с возбуждением  $0^+$ -состояния при энергии 20,3 МэВ и шириной 1 МэВ ядра  $^{12}\text{C}$  в реакции  $^3\text{He} - ^{12}\text{C}$  и обсуждался вопрос о природе этого состояния. С другой стороны, метод гиперсферических функций может претендовать на надежность теоретических предсказаний в описании монополюсных колебаний [3]. В связи с этим в [2] было проведено детальное исследование неупругих сечений реакций с возбуждением монополюсного резонанса в ядре  $^{12}\text{C}$ . При этом в схему расчета были включены плотности для основных и монополюсно-возбужденных состояний ядер, полученные в методе гиперсферических функций [5]. Результаты расчета показаны на рис. 30. Здесь даны неупругие сечения с возбуждением  $0^+$  ( $E_n = 20,3$  МэВ) в ядре  $^{12}\text{C}$  для различных падающих частиц:  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$ , а также показаны соответствующие экспериментальные данные для системы  $^3\text{He} - ^{12}\text{C}$ .

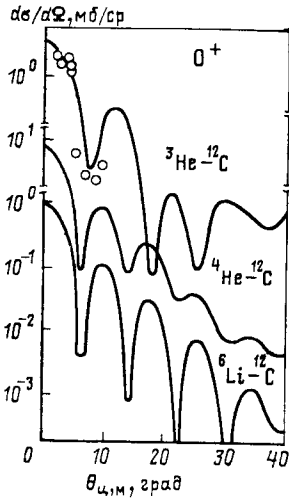


Рис. 30. Результаты расчета и сравнение их с экспериментом (точки) сечения неупругого рассеяния с возбуждением  $0^+$  ( $E_B = 20,3$  МэВ) в ядре  $^{12}\text{C}$  для различных падающих частиц:  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$

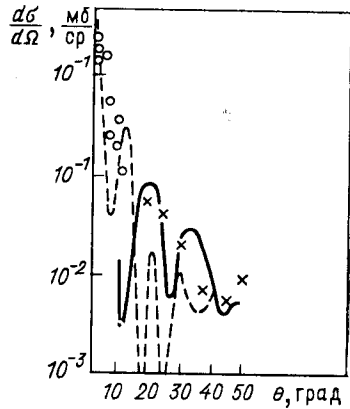


Рис. 31. Сравнение экспериментальных данных (точки) и результатов расчета для неупругого сечения рассеяния с возбуждением монополярного резонанса в  $^4\text{He}$  и  $^{12}\text{C}$ :

сплошная кривая — для  $E_B^\alpha = 20,2$  МэВ;  
пунктир — для  $E_B^{12\text{C}} = 20,3$  МэВ

В [77] изучался вопрос о проявлении монополярных гигантских резонансов в неупругом рассеянии ионов на ядре  $^4\text{He}$ . В ней было рассчитано сечение неупругого рассеяния ядра  $^{12}\text{C}$  на мишени  $^4\text{He}$  с возбуждением монополярного резонанса в ядре  $^4\text{He}$  при энергии  $E_B = 20,2$  МэВ. Результаты расчета и сравнение их с экспериментальными данными из [78] показаны на рис. 31. Результаты расчетов [2, 77] находятся в удовлетворительном согласии с описанием экспериментальных данных без дополнительной перенормировки параметров  $N - N$ -взаимодействия как в упругом, так и в неупругом каналах.

Таким образом, в излагаемом здесь микроскопическом подходе всего лишь с одним свободным параметром, с незначительной потерей степени точности по сравнению с феноменологическим потенциалом Вудса — Сакеона, имеющим шесть свободных параметров, удается воспроизвести упругие и неупругие сечения реакций с тяжелыми ионами. Однако в микроскопическом подходе приведенные вероятности монополярных переходов вычисляются с использованием волновых функций основного и возбужденного состояний ядра, в то время как в феноменологическом подходе они извлекаются из анализа неупругого сечения реакции.

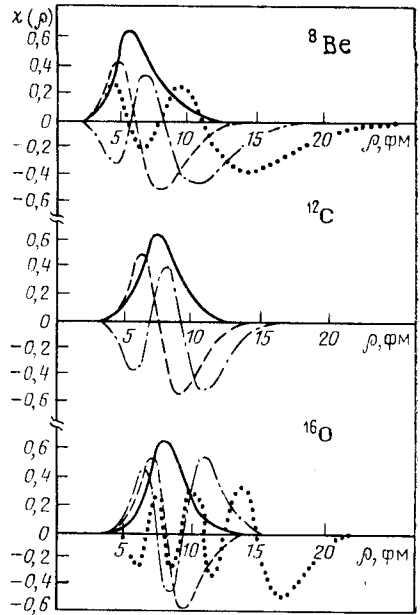
Результаты оценки монополярного правила сумм, полученного в [74] в феноменологическом описании неупругого рассеяния частиц

$^3\text{He}$  с энергией 108,5 МэВ на ядре  $^{12}\text{C}$  на малые углы, и работы [2], в которой проводится микроскопический расчет с использованием плотностей ядер, полученных в рамках метода гиперсферических функций, не совпадают. В связи с этим ниже мы кратко остановимся на некоторых результатах, полученных в методе гиперсферических функций при описании свойств монополярных гигантских резонансов легких ядер. В [2—4, 83] были проведены исследования в формализме метода гиперсферических функций, в которых предсказывались свойства монополярных резонансов в легких ядрах. Изучались энергии возбуждения, ширина, монополярное правило сумм. На рис. 32 показаны радиальные волновые функции  $\chi(\rho)$  для основного и монополярно-возбужденных состояний ядер  $^8\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ; в табл. 10 приведены энергии возбуждения монополярных гигантских резонансов, средние квадратичные радиусы, распределение монополярной суммы легких ядер из [4]. В целом результаты теоретических предсказаний [4] подтвердились на эксперименте [74], однако отличаются в оценке

Таблица 10. Энергия связи, энергия возбуждения монополярных гигантских резонансов, средние квадратичные радиусы, распределение монополярной суммы (16) легких ядер

Ядро	$N$	$E_{CB}$ , МэВ	$E_B$ , МэВ	$\langle r^2 \rangle_{ii}^{1/2}$ , фм	$S_{0i}$ , %
$^4\text{He}$	0	-28,00	0	1,767	0
	1	-3,68	24,32	3,487	74,7
$^8\text{Be}$	0	-40,12	—	2,353	—
	1	-21,59	18,63	2,940	90,4
	2	-9,23	30,89	3,774	6,5
	3	-1,99	38,03	5,116	1,2
$^{12}\text{C}$	0	-83,10	—	2,385	—
	1	-61,57	21,53	2,689	95,6
	2	-43,78	39,32	3,046	3,5
	3	-29,43	53,67	3,474	0,4
	4	-18,21	64,99	4,000	0,1
	5	-9,79	73,31	4,671	0,0
	6	-3,84	79,26	5,572	—
$^{16}\text{O}$	0	-146,52	0	2,252	—
	1	-121,14	25,38	2,449	90,6
	2	-98,74	47,78	2,665	2,2
	3	-79,14	67,38	2,904	0,2
	4	-62,06	84,46	3,173	0,0
	5	-47,70	99,12	3,476	—
	6	-34,98	112,54	3,823	—
	7	-24,64	122,88	—	—

Рис. 32. Радиальные волновые функции  $\chi(\rho)$  для основного и монополюсно-возбужденных состояний ядер  ${}^8\text{Be}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$



монополюсного правила сумм. Проанализируем этот вопрос более детально на примере ядра  ${}^{12}\text{C}$ , так как именно для этого ядра в [74] был обнаружен высоколежащий монополюсный уровень при энергии возбуждения  $E_v = 20,3 \text{ МэВ}$ .

Энергия возбуждения монополюсного гигантского резонанса ядра  ${}^{12}\text{C}$ . В [5] была рассчитана энергия возбуждения монополюсно-гигантского резонанса ядра  ${}^{12}\text{C}$  для различных нуклон-нуклонных потенциалов. При этом оказалось, что результаты теоретических предсказаний для потенциала Бринка — Баккера [39] совпадают с

тем значением, которое недавно было обнаружено на эксперименте [74].

Энергетически взвешенная монополюсная сумма. В [4] был проведен расчет распределения энергетически

взвешенной монополюсной суммы как функции энергии возбуждения для ядер  $A = 4 \div 16$  (в том числе для ядра  ${}^{12}\text{C}$ ). Было показано, что 70—90% монополюсной суммы приходится на первое монополюсно-возбужденное состояние и около 10% — на второе. Причем полученный результат универсален для всех исследованных ядер ( $A = 4 \div 16$ ) и слабо меняется при изменении  $N - N$ -взаимодействий и при использовании разных подходов (рис. 33 и табл. 11).

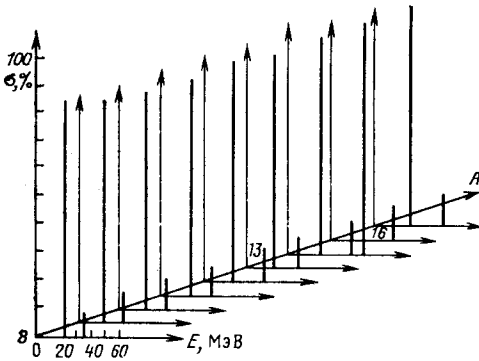


Рис. 33. Распределение монополюсной интегральной суммы легких ядер ( $A = 8 \div 16$ ) как функции энергии возбуждения

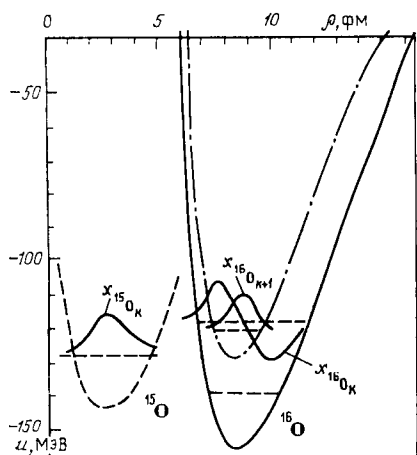
На рис. 33 показано распределение монополюсной интегральной суммы легких ядер ( $A = 8 \div 16$ ) как функция энергии возбуждения ядра. В табл. 11 проведено сравнение результатов расчета свойств монополю-

Таблица 11. Результаты расчета распределения монополюной интегральной суммы ядра  $^{16}\text{O}$  в различных моделях

Литература	$\Delta E$ , МэВ	$\sigma$ , %	Литература	$\Delta E$ , МэВ	$\sigma$ , %
[3]	29 52	59 11	[85]	24	56
[84]	27 50 70	68 6 1	[86]	15—30 29—35 35—50	51 31 11
			[87]	30,5	—

ного гигантского резонанса ядра  $^{16}\text{O}$ , выполненного методом гиперсферических функций для потенциала Волкова [40] и типа потенциала Юкавы [84], с соответствующими результатами из [85—87], полученными с помощью других моделей.

О ширине монополюного гигантского резонанса. В методе гиперсферических функций становится очевидным тот факт, что среди гигантских резонансов различной мультипольности монополюные гигантские резонансы выделены своей малой шириной. Это определяется спецификой природы их радиальной волновой функции. На рис. 34 [83] в качестве примера показаны эффективные потенциалы и решения в нем для ядра  $^{16}\text{O}$ , отвечающие монополюному и дипольному резонансам, а также эффективный потенциал и решения в нем для основного состояния соседнего ядра ( $^{15}\text{O}$ ). Видно, что как ширина разброса, так и распадная ширина монополюного резонанса, которому отвечает волновая функция с узлом, должны быть значительно меньше соответствующих ширин резонансов другой мультипольности, имеющих радиальные волновые функции без узла. Действительно, эти ширины определяются интегралами перекрывания собственной волновой функции либо с волновыми функциями других мультипольностей, либо с волновой функцией основного состояния конечного ядра. В качестве примера в [83]



эти ширины определяются интегралами перекрывания собственной волновой функции либо с волновыми функциями других мультипольностей, либо с волновой функцией основного состояния конечного ядра. В качестве примера в [83]

Рис. 34. Эффективные потенциалы и решения в них для различных состояний ядер  $^{15}\text{O}$  и  $^{16}\text{O}$ :

сплошная кривая — результаты расчета для ядра  $^{16}\text{O}$  в основном состоянии; пунктир — соответствующие данные для ядра  $^{15}\text{O}$  в основном состоянии; штрихпунктир — результаты расчета для ядра  $^{16}\text{O}$  в состоянии  $J^\pi$ ,  $T = 1^-, 1$

были проведены оценки распадных ширин монопольного гигантского резонанса ядра  $^{16}\text{O}$  с вылетом  $\alpha$ -частиц, протонов и нейтронов. Было получено значение для такой ширины около 1 МэВ. Эти предсказания также находятся в согласии с экспериментальными результатами [74].

Таким образом, проведенное исследование в рамках метода гиперсферических функций указывает на коллективную природу высоколежащего возбужденного  $0^+$  ( $E_b = 20,3$  МэВ)-состояния в ядре  $^{12}\text{C}$ .

Предложенный микроскопический подход может быть применен к изучению неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами и при возбуждении состояний другой мультипольности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре изложен микроскопический подход к изучению упругих и неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами.

В этом случае при построении потенциала взаимодействия двух тяжелых частиц использованы плотности ядер, полученные в микроскопических моделях, проверенные по совокупности экспериментальных данных. Плотности для легких ядер рассчитывались в методе гиперсферических функций. Ядерные плотности для тяжелых ионов были найдены в рамках квазичастично-фононной модели.

В таком подходе построены не только потенциалы взаимодействия в основном состоянии, но и получены соответствующие потенциалы в возбужденном состоянии, а также недиагональные матричные элементы потенциала, которые описывают неупругие процессы.

Расчет сечений рассеяния тяжелых ионов проводился с одним свободным параметром, а именно, варьировалась лишь амплитуда сил при мнимой части оптического потенциала.

Расчеты продемонстрировали универсальность метода при описании упругих и неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами. Хорошее согласие с опытными данными удалось получить без дополнительной перенормировки параметров расчета в упругом и неупругом каналах.

Таким образом, в излагаемом здесь микроскопическом подходе всего лишь с одним свободным параметром, с незначительной степенью потери точности по сравнению с феноменологическим потенциалом Вудса — Саксона, имеющим шесть свободных параметров, удается воспроизвести упругие и неупругие сечения реакций с тяжелыми ионами. Однако в микроскопическом подходе приведенная вероятность перехода вычисляется с использованием волновых функций основного и возбужденного состояний ядра, в то время как в феноменологическом подходе эти величины извлекаются из анализа неупругого сечения реакции. Следовательно, знание природы волновой функции, участвующей в расчетах, открывает возможности изучения структуры ядра в реакциях с тяжелыми ионами. В таком формализме был изучен вопрос о возможном проявлении монополь-



ных гигантских резонансов в легких ядрах. Сделаны определенные предсказания об энергии возбуждения, энергетически взвешенной монополюсной сумме, ширине таких резонансов. Некоторые из этих предсказаний подтверждены экспериментами в Гренобле.

Предложенный метод может быть применен к изучению неупругих сечений реакций с тяжелыми ионами и при возбуждении состояний другой мультипольности.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность В. Г. Соловьеву, Ф. Гарееву, В. М. Шилову, многочисленным обсуждения с которыми оказали существенную помощь в написании обзора, а также В. В. Бурову, Р. Дымажу, М. Касчиеву, Д. И. Кхоа, Р. Г. Назмитдинову, Г. Саупе, А. А. Широковой, в совместных работах с которыми были получены некоторые результаты, вошедшие в обзор.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dymarz R., Molina J. L., Shitikova K. V.— Z. Phys., 1981, v. A299, p. 245.
2. Dymarz R., Shitikova K. V. JINR, E7-81-653, Dubna, 1981.
3. Shitikova K. V.— Nucl. Phys., 1979, v. A231, p. 365.
4. Касчиев М., Шитикова К. В.— ЯФ, 1979, т. 30, с. 1479.
5. Burov V. V., Dostovalov V. N., Kaschiev M., Shitikova K. V.— J. Phys. V: Nucl. Phys., 1981, v. 7, p. 139.
6. Демьянова А. С., Шитикова К. В.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 1431.
7. Burov V. V., Knyazkov O. M., Shirokova A. A., Shitikova K. V.— Z. Phys., 1983, v. A313, p. 319.
8. Nazmitdinov R. G., Saupé G., Shitikova K. V. JINR, E4-83-368, Dubna, 1983; ЯФ, 1984, т. 39, с. 1415.
9. Dao Tien Khoa, Shitikova K. V. JINR, E4-84-305, Dubna, 1984.
10. Соловьев В. Г.— ЭЧАЯ, 1978, т. 9, с. 580.
11. Симонов Ю. А.— ЯФ, 1966, т. 3, с. 630; Базь А. И. и др.— ЭЧАЯ, 1972, т. 3, с. 1; Смирнов Ю. Ф., Шитикова К. В.— ЭЧАЯ, 1977, т. 8, с. 847.
12. Вдовин А. И., Соловьев В. Г.— ЭЧАЯ, 1983, т. 14, с. 237.
13. Ponomarev V. Yu. e.a.— Nucl. Phys., 1979, v. A323, p. 446.
14. Satchler G. R., Love W. G.— Phys. Lett., 1976, v. 65B, p. 415; Phys. Repts, 1979, v. 55, p. 183.
15. Satchler G. R. Direct nuclear reactions. N.Y.: Oxford University Press, 1983.
16. Feshbach H.— Ann. Phys., 1962, v. 19, p. 287.
17. Lombard R. J.— Ann. Phys., 1973, v. 77, p. 380; Ngo H., Ngo Ch.— Nucl. Phys., 1980, v. A388, p. 140.
18. Greenless G. W., Pyle G. J., Tang Y. C.— Phys. Rev., 1968, v. 171, p. 1115.
19. Sinha B. C.— Phys. Repts, 1975, v. 20, p. 1.
20. Izumoto F., Krewald S., Faessler A.— Nucl. Phys., 1981, v. A357, p. 471.
21. Khadkikar S. B., Rikus L., Faessler A.— Nucl. Phys., 1981, v. A369, p. 495.
22. Sartor R., Faessler A.— Ibid., 1982, v. A376, p. 263.
23. Faessler A., Rikus L., Khadkikar S. B.— Ibid., 1983, v. A401, p. 157.
24. Rana G., Ngô C., Faessler A. e.a.— Nucl. Phys., 1984, v. A414, p. 309.
25. Spitz G., Hahn K., Schmid E. W.— Z. Phys., 1981, v. A303, p. 209.
26. Kowalski K. L., Picklesimer A.— Nucl. Phys., 1981, v. A369, p. 336.
27. Panda K. S., Behera B., Satpathy R. K.— J. Phys. Nucl. Phys., 1981, v. 7, p. 937.
28. Vinas F. J., Lorano M., Maturga G.— Phys. Rev., 1981, v. 23C, p. 780.

29. Skyrme T. H. R.— *Philos. Mag.*, 1958, v. 1, p. 1043; Vautherin D., Brink D. M.— *Phys. Lett.*, 1970, v. 32B, p. 149.
30. Toudeur F., Brack M., Farine M., Pearson J. M.— *Nucl. Phys.*, 1984, v. 420A, p. 297.
31. Князьков О. М.— *Вестн. МГУ. Сер. физ. хим.*, 1980, т. 10, с. 34.
32. Князьков О. М.— *ЯФ*, 1981, т. 33, с. 1176.
33. Knyasov O. M., Hefter E. F.— *Z. Phys.*, 1981, v. A301, p. 277.
34. Богданова Н., Широкова А. А., Шитикова К. В. ОИЯИ, P4-83-547, Дубна, 1983.
35. Vinh-Mau N.— *Phys. Lett.*, 1977, v. 71B, p. 5.
36. Goto Y., Horinchi M.— *Progr. Theoret. Phys.*, 1979, v. 62, p. 662.
37. Kamimura M.— *Nucl. Phys.*, 1981, v. A351, p. 273.
38. Лукьянов В. К., Поль Ю. С.— *ЭЧАЯ*, 1974, т. 5, с. 955.
39. Brink D. M., Boeker E.— *Nucl. Phys.*, 1967, v. A91, p. 1.
40. Volkov A. V.— *Nucl. Phys.*, 1965, v. A74, p. 33.
41. Буров В. В., Лукьянов В. К. ОИЯИ, P4-11098, Дубна, 1977.
42. Weruttz C., Uberall H.— *Phys. Rev.*, 1966, v. 149, p. 762; Baumgartner M., Gubler H. P., Heller M. e.a.— *Nucl. Phys.*, 1981, v. A368, p. 189.
43. Sotona M., Zofka J.— *Phys. Rev.*, 1974, v. 10C, p. 2646.
44. Bouten M., Bouten M. C.— *Phys. Lett.*, 1968, v. 26B, p. 191.
45. Bouten M., Bouten M. C.— *Lett. Nuovo cimento*, 1978, v. 22, p. 415.
46. Рыбаченко В. Ф., Садовой А. А., Чулков Н. М.— *ЯФ*, 1969, т. 10, с. 1165.
47. Камунтавичус Г. П.— *ЯФ*, 1978, т. 27, с. 98.
48. Аверьянов И. К., Садовой А. А., Чулков Н. М., Вахламова Л. А.— *ЯФ*, 1973, т. 17, с. 258.
49. Дымаж Р., Молина Х. Л., Шитикова К. В. Международный симпозиум по синтезу и свойствам новых элементов. Дубна, 1980, с. 68.
50. Молина Х. Л., Шитикова К. В. ОИЯИ, P7-80-60, Дубна, 1980.
51. Eckart G., Holzwarth G.— *Z. Phys.*, 1977, v. A281, p. 385.
52. Sinha B., Moszkowski S. A.— *Phys. Lett.*, 1979, v. 81B, p. 288.
53. Smith S. M. e.a.— *Nucl. Phys.*, 1973, v. A207, p. 273.
54. Schwadt P., Jacobs W. W., Kaitchuck M. D. e.a.— *Phys. Rev.*, 1981, v. 24C, p. 1522.
55. Cook J.— *Nucl. Phys.*, 1982, v. A375, p. 238.
56. Cook J., Gils H. J., Rebel H. e.a.— *Nucl. Phys.*, 1982, v. A388, p. 173.
57. Демьянова А. С., Манько В. И.— *ЯФ*, 1983, т. 38, с. 1189.
58. Majka Z., Gils H. J., Rebel H.— *Phys. Rev.*, 1982, v. 25C, p. 2996.
59. Baye D., Pecher N.— *Nucl. Phys.*, 1982, v. A379, p. 330.
60. Woods C. L., Broun B. A., Jelley N. A.— *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, 1982, v. 8, p. 1699.
61. Goldfarb L. J. B., Gambhir Y. K.— *Nucl. Phys.*, 1983, v. A401, p. 557.
62. Damyanova A. S., Manko V. I. Intern. Conf. on Extreme States in Nuclear Systems. Dresden, 1980, p. 46.
63. Brink D. M., Satchler G. R.— *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, 1981, v. 7, p. 43.
64. Maher J. V. e.a.— *Phys. Rev.*, 1969, v. 188, p. 1665.
65. Rehm K. E. e.a.— *Phys. Rev.*, 1975, v. C12, p. 1945.
66. Weiss W. e.a.— *Phys. Lett.*, 1976, v. 61B, p. 237.
67. Chua L. T. e.a.— *Nucl. Phys.*, 1976, v. A273, p. 243.
68. Puigh R. J., Kemper K. W.— *Ibid.*, 1979, v. A313, p. 363.
69. Hills D. L. e.a.— *Phys. Rev.*, 1977, v. C16, p. 1467.
70. Thornton S. T. e.a.— *Phys. Rev.*, 1976, v. C13, p. 1502.
71. Renner T. R.— *Phys. Rev.*, 1979, v. C19, p. 765.
72. Ball J. B. e.a.— *Nucl. Phys.*, 1975, v. A252, p. 208.
73. Satchler G. R. e.a.— *Ibid.*, 1978, v. A298, p. 313.
74. Lebrun D., Buenard M., Martin P. e.a.— *Phys. Lett.*, 1980, v. 97B, p. 358.
75. Buenard M., Lebrun D., Martin P. e.a.— *Phys. Rev. Lett.*, 1980, v. 45, p. 1667.
76. Garg U., Bogucki P., Bronson J. D. e.a.— *Ibid.*, p. 1670.

77. Nazmitdinov R. G., Saupé G., Shirokova A. A., Shitikova K. V. Proc. Intern. Conf. on Nucl. Phys. Florence, 1983, v. 1, p. 492.
78. Jahn R. e.a.— Phys. Lett., 1976, v. 65B, p. 339.
79. Youngblood D. H., Boguchi P., Bronson J. D. e.a.— Phys. Rev., 1981, v. 23C, p. 1997.
80. Morsch H. P., Bogge M., Turek T. e.a.— Ibid., 1979, v. 20C, p. 1600.
81. Lui Y. W., Bogucki P., Bronson J. D. e.a.— Phys. Lett., 1980, v. 93B, p. 31.
82. Rozsa C. M., Youngblood D. H., Bronson J. D. e.a.— Phys. Rev., 1980, v. 21C, p. 1252.
83. Широкова А. А., Шитикова К. В.— Изв. АН СССР, Сер. физ., 1979, т. 43, с. 2396.
84. Strobel G. L.— Nucl. Phys., 1976, v. A271, p. 162.
85. Krewald S., Rosenfelder R., Galonska I. K., Faessler A.— Nucl. Phys., 1976, v. A269, p. 112.
86. Liu K. F., Brown G. E.— Ibid., v. A265, p. 385.
87. Blocki J., Flooard H.— Phys. Lett., 1979, v. 85B, p. 163.