

# НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА МЕЗОНОВ В КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ТИПА

*М. К. Волков*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Дан обзор работ, посвященных построению феноменологических лагранжианов для сильных и электромагнитных взаимодействий мезонов при низких энергиях на базе модели с четырехкварковым взаимодействием сверхпроводящего типа. Рассмотрены скалярные, псевдоскалярные, векторные и два аксиально-векторных мезонных нонета. Показано, как благодаря спонтанному нарушению киральной симметрии легкие токовые кварки переходят в более тяжелые составляющие кварки. Описаны сильные и радиационные распады пяти мезонных нонетов, длины рассеяния  $\pi\pi$ - и  $\pi K$ -систем, электромагнитные радиусы и поляризуемости пионов и каонов.

The works devoted to the construction of phenomenological lagrangians for strong and electromagnetic meson interactions at low energies on the ground of the model with four-quark interaction of the superconductivity type are reviewed. The scalar, pseudoscalar, vector and two axial-vector meson nonets are considered. It is shown that the light current quarks turn into the heavy constituent quarks because of the spontaneous breaking of chiral symmetry. The strong and radiative decays of the five meson nonets,  $\pi\pi$ - and  $\pi K$ -scattering lengths, electromagnetic radii and polarizabilities of the pion and kaon are described.

## ВВЕДЕНИЕ

Успехи КХД в описании высокоэнергетических взаимодействий адронов хорошо известны. Однако в области средних и особенно низких энергий ее использование до сих пор встречается с многими принципиальными трудностями. Основная из них связана с тем, что хромодинамическая константа связи  $\alpha_s$  в этой области энергий перестает быть малой величиной, отчего обычная теория возмущений становится неприменимой. Поэтому для описания низкоэнергетических процессов и свойств элементарных частиц приходится предлагать другие приближенные методы и модели. Некоторые из них все же сохраняют связь с КХД, хотя она имеет чаще всего косвенный, а не прямой характер.

В этой статье будет изложен один из таких методов, позволяющий на основе эффективного 4-кваркового взаимодействия получать известные феноменологические мезонные лагранжианы, успешно описывающие низкоэнергетическую физику мезонов. Здесь имеются в виду  $\sigma$ -модель для скалярных и псевдоскалярных мезонов, модель типа Янга — Миллса для векторных и аксиально-векторных мезо-

I  
КХД

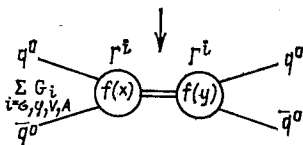
$$\frac{q^0 \gamma_\mu q^0}{\alpha_s} \left\{ \begin{array}{l} \gamma_\mu \\ \alpha_s \\ \alpha_s \end{array} \right\} \frac{q^0 \gamma_\nu q^0}{\gamma_\nu} + \dots$$

Потенциал «удерживающего» типа:

$$G_i \bar{q}(x_1) \Gamma^i f(x) q(x_2) \times q(y_1) \Gamma^i f(y) q(y_2) \\ f(x) \rightarrow 0, \\ x^2 = (x_1 - x_2)^2 \rightarrow \infty, \\ G_i > 0$$

II

Эффективное 4-кварковое взаимодействие сверхпроводящего типа

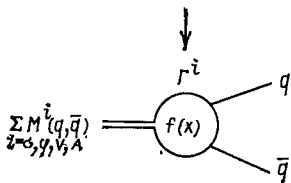


Токовые кварки  $q^0$ .  
Имеют массы:

$$m_u^0 \approx m_d^0 \approx 3 \text{ МэВ}, \\ m_s^0 = 80 \text{ МэВ}$$

III

Введение мезонных полей



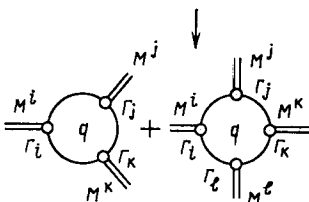
Перестройка вакуума, спонтанное нарушение киральной симметрии (подобное эффекту сверхпроводимости Бегдлюбова), превращение ТОКОВЫХ в СОСТАВЛЯЮЩИЕ кварки

$$M^i = \sigma_\alpha, \varphi_\alpha, V_\alpha, A_\alpha \\ (0 \leq \alpha \leq 8)$$

нонеты скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных мезонов

IV

Мезонные лагранжианы:  $\sigma$ -модель, модели типа модели Янга-Миллса, модель векторной доминантности



Взаимодействие мезонов через кварковые петли. Составляющие кварки  $q$ .  
Имеют массы:

$$m_u \approx m_d \approx 280 \text{ МэВ}, \\ m_s = 455 \text{ МэВ}$$

Рис. 1. Четыре основных этапа, встречающихся при выводе феноменологических мезонных лагранжианов

нов и модель векторной доминантности для электромагнитных взаимодействий мезонов.

На рис. 1 схематически изображены четыре основных этапа, встречающихся при выводе феноменологических мезонных лагранжианов в моделях рассматриваемого здесь типа.

На первом этапе мы имеем характерные для КХД кварковые диаграммы с глюонными обменами. Здесь присутствуют только физически ненаблюдаемые поля — токовые кварки и глюоны.

На втором этапе одноглюонные обмены аппроксимируются простой сепарабельной 4-кварковой формой в мезонных каналах — скалярном, псевдоскалярном, векторном и аксиально-векторном. Здесь

остается лишь один тип ненаблюдаемых полей — поля токовых кварков. Вместо константы  $\alpha_s$  появляются две константы 4-кварковых взаимодействий  $G_\sigma = G_\psi = G_1$  и  $G_V = G_A = G_2$ . Эти константы влияют только на определение масс мезонов. Кроме того, возникает нелокальная функция  $f(x)$  с параметром  $\Lambda$ , определяющим размер эффективной области действия  $qq$ -сил. Эти силы определяют свойства низколежащих связанных кварковых состояний — мезонов. При  $\Lambda \rightarrow \infty$ ,  $f(x) \rightarrow \delta^{(4)}(x)$  и 4-кварковые взаимодействия становятся локальными. В отличие от констант  $G_1$ , определяющих только массы мезонов, функция  $f(x)$  вместе с размерным параметром  $\Lambda$ , лежащим в области 1 ГэВ, определяет значения всех констант связи мезонов при их взаимодействиях друг с другом.

Следующий этап связан с введением мезонных полей как составных 2-кварковых состояний. Здесь впервые наряду с ненаблюдаемыми кварковыми полями появляются физически наблюдаемые поля мезонов. При введении мезонных полей возникает интересный эффект, связанный с перестройкой вакуума  $\bar{\nu}$  силу спонтанного нарушения киральной симметрии. Вследствие этого эффекта легкие токовые кварки, присутствующие в первоначальных лагранжианах, заменяются более тяжелыми составляющими кварками. Это явление очень похоже на возникновение энергетической щели в сверхпроводнике при низких температурах — эффект сверхпроводимости [1, 2]. Такая аналогия впервые была отмечена в [3, 4] (см. также [5]).

Наконец, последний этап связан с устранением остальных ненаблюдаемых полей — полей составляющих кварков, которые заключаются в кварковые петли, описывающие феноменологические мезонные вершины. В результате получают феноменологические лагранжианы, описывающие взаимодействие 36 сортов мезонов (четыре нонета) с минимальным числом произвольных параметров. Такими параметрами могут служить массы составляющих кварков  $m_u \approx m_d$ ,  $m_s$  и параметр обрезания  $\Lambda$ .

Одним из интересных результатов рассматриваемой модели является получение однозначной связи между массами токовых и составляющих кварков.

Поскольку на всем описанном здесь пути приходится делать целый ряд приближенных расчетов, важной руководящей идеей является сохранение приближенной киральной симметрии на всех этапах вычислений и выводов. Эта симметрия, наиболее характерная для сильных взаимодействий адронов, приближенно сохраняется и в окончательных феноменологических мезонных лагранжианах.

В конце статьи будут продемонстрированы некоторые результаты, полученные в модели при вычислении сильных и радиационных распадов мезонов, а также при описании различных их внутренних свойств, таких, как длины рассеяния  $\pi\pi$ - и  $\pi K$ -систем, электромагнитные радиусы и поляризуемости мезонов.

## 1. ПОЛУЧЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ 4-КВАРКОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Проблема получения эффективных 4-кварковых взаимодействий на основе фундаментального КХД лагранжиана обсуждалась в ряде работ (см., например, [6—11]). Здесь мы более подробно остановимся на работе [10].

В этой работе предложена модель мезонов в духе MIT-мешка, но учитывающая динамическое нарушение киральной симметрии. Авторы отходят от приближения статической ямы, и удержание кварков учитывается только в терминах относительных  $q\bar{q}$ -координат. Показано, что одноглюонные обмены в  $q\bar{q}$ -системе являются существенной компонентой в тех силах, которые управляют нарушением киральной симметрии. Эти обмены обеспечивают притяжение в пионном канале.

Картину адронного мешка можно описать эффективным лагранжианом вида

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_{\text{КХД}} + \mathcal{L}_{U(1)} + \mathcal{L}_B, \quad (1)$$

где  $\mathcal{L}_K$  — кварковые и глюонные кинетические члены;  $\mathcal{L}_{\text{КХД}}$  — кварк- и глюон-глюонные члены взаимодействия;  $\mathcal{L}_{U(1)}$  — малые инстантонные эффекты, нарушающие аксиальную  $U(1)$ -симметрию и  $\mathcal{L}_B$  — часть лагранжиана, описывающая удерживающий потенциал мешка.

MIT-группа использует лагранжиан (1) в форме

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1, \quad \mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_B, \quad \mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_{\text{КХД}} + \mathcal{L}_{U(1)}, \quad (2)$$

где теория возмущений строится по  $\mathcal{L}_1$ . В этом подходе  $\mathcal{L}_0$  не кирально-инвариантен даже при нулевой массе кварков.

В [10] рассмотрена альтернативная процедура

$$\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_{\text{КХД}} + \mathcal{L}_{U(1)}, \quad \mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_B, \quad (3)$$

в которой эффект удержания кварков трактуется как малый эффект в соответствующей области. Теперь  $\mathcal{L}_0$  становится кирально-инвариантной величиной для исчезающих кварковых масс. Если  $\mathcal{L}_0$  описывать достаточно тщательно, так чтобы найти связанные состояния, тогда для эффективного значения сильной константы связи  $\alpha_s$ , большего некоторого критического значения  $\alpha_s^{\text{крит}}$ , появляется спонтанное нарушение симметрии и возникает возможность найти голдстоуновские пионы. Эти пионы должны, с одной стороны, обладать достаточно малыми размерами с тем, чтобы можно было проигнорировать эффекты удержания кварков на этой шкале длины, с другой — размеры их должны быть достаточно велики, чтобы выполнялось неравенство  $\alpha_s > \alpha_s^{\text{крит}}$ .

Рассмотрим простейшие  $q\bar{q}$ -силы, вызванные одноглюонным обменом (для иллюстрации приближения):

$$A = \int d^4x \bar{q}(x) (i\hat{\partial} - m_q^0) q(x) - \frac{\pi}{2} \alpha_s \int d^4x d^4y \bar{q}(x) \lambda^\alpha \gamma_\mu q(x) \frac{-i}{4\pi^2(x-y)^2} \bar{q}(y) \lambda^\alpha \gamma_\mu q(y), \quad (4)$$

где  $m_q^0$  — токовые массы кварков, а  $\lambda^\alpha$  — матрицы Гелл-Мана ( $0 \leq \alpha \leq 8$ ). При замене  $(x-y)^{-2} \rightarrow \delta^{(4)}(x-y)$  получим модель Намбу — Иона — Лазинио [4]. Приближение работы [10] основано на утверждении, что глюон-обменное ядро  $K$  в  $q\bar{q}$ -бете-солпитеровском уравнении обеспечивает притяжение в мезонных каналах (цветные синглеты).

Вместо точного решения уравнения Бете — Солпитера одноглюонный обмен в [10] аппроксимируется простой сепарабельной формой в мезонных каналах. В результате действие (4) заменяется следующей формой:

$$A = \int d^4X d^4x \bar{q}_2 \{i\hat{\partial}(\delta^{(4)}(x) + g(x) - m_q^0 \delta^{(4)}(x))\} q_1 + \frac{1}{2} \int d^4X d^4x d^4y \{G_1 [\bar{q}_2 \lambda^\alpha f(x) q_1] [\bar{q}_4 \lambda^\alpha f(y) q_3] + G_1 [\bar{q}_2 \lambda^\alpha i\gamma_5 f(x) q_1] [\bar{q}_4 \lambda^\alpha i\gamma_5 f(y) q_3] - G_2 [\bar{q}_2 \lambda^\alpha \gamma_\mu f(x) q_1] [\bar{q}_4 \lambda^\alpha \gamma_\mu f(y) q_3] - G_2 [\bar{q}_2 \lambda^\alpha \gamma_\mu \gamma_5 f(x) q_1] [\bar{q}_4 \lambda^\alpha \gamma_\mu \gamma_5 f(y) q_3]\}, \quad (5)$$

где  $x_1 = X - x/2$ ;  $x_2 = X + x/2$ ;  $x_3 = X - y/2$ ;  $x_4 = X + y/2$ ;  $\bar{q}_1 = \bar{q}(x_1)$ ;  $q_2 = q(x_2)$  и т. д. При переходе от (4) к (5) необходимо провести ряд суммирований и переопределений так, чтобы в (5) величина  $(\bar{q}\lambda^\alpha f(x) q)$  имела квантовые числа мезонов, тогда как в (4) величина  $(\bar{q}\lambda^\alpha \gamma_\mu q)$  имела квантовые числа глюонов. Функция  $f(x)$  вводится для того, чтобы получить мягкое  $q\bar{q}$ -связанное состояние мезонной вершины. В цитируемой работе выбрана функция с простой формой в импульсном пространстве

$$f(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ipx} \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - p^2} = i \frac{\Lambda^3 K_1(\Lambda R)}{4\pi^2 R}, \quad (6)$$

где  $R = (-x_0^2 + \mathbf{x}^2)^{1/2}$  и  $K_1$  — функция Бесселя. Эта функция обеспечивает экспоненциальное обрезание по  $R$  в области  $1/\Lambda$  в пространственно-подобном направлении. При  $\Lambda \rightarrow \infty$   $f(x) \rightarrow \delta^{(4)}(x)$ .  $\Lambda$  — это размер области  $q\bar{q}$ -сил, определяющих свойства низколежащих связанных состояний. (Напомним, что хотя кулоновские силы имеют бесконечный радиус действия, лишь конечная область играет важную роль для определения нижайших связанных состояний.) Константы связи  $G_i$  можно выразить в терминах  $\alpha_s$  и  $\Lambda$ , вычисляя интегралы перекрытия. Глюон-обменные силы дают равные кон-

станты связи для скалярных и псевдоскалярных каналов и для векторных и аксиально-векторных каналов. Для тензорного канала получается нулевая константа  $G$ .

На этом кратком описании работы [10] мы закончим чисто качественный анализ перехода от первого этапа — КХД ко второму этапу — эффективному 4-кварковому взаимодействию, получающемуся после исключения глюонных полей. Эффективные 4-кварковые лагранжианы, близкие по форме к тем, которые будут в дальнейшем использоваться, получены также в [11].

## 2. МЕЗОННЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ ДЛЯ СКАЛЯРНЫХ И ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ НОНЕТОВ ( $\sigma$ -МОДЕЛЬ). СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ. ТОКОВЫЕ И СОСТАВЛЯЮЩИЕ КВАРКИ

В [4] впервые была предложена динамическая модель сильно-взаимодействующих элементарных частиц, основанная на аналогии со сверхпроводящей моделью Боголюбова [1]. Исходным лагранжианом был взят кирально-симметричный 4-фермионный лагранжиан с безмассовыми частицами. Мезоны появлялись как составные фермион-антифермионные состояния. Подобно тому как в сверхпроводнике при образовании электрон-электронных пар возникала энергетическая щель при низких энергиях, здесь также при введении мезонных полей как фермион-антифермионных пар происходило спонтанное нарушение киральной симметрии и фермионные поля приобретали массу.

Дальнейшее развитие модели Намбу — Иона — Лазинио на кварковом уровне было сделано в [12—16]. В [12, 13] рассматривались безмассовые кварковые поля, приобретающие затем массу за счет спонтанного нарушения киральной симметрии. В [12] впервые было показано, как из эффективных 4-кварковых взаимодействий скалярного и псевдоскалярного типа можно получить  $\sigma$ -модель, описывающую взаимодействие мезонов. В [14—16] была рассмотрена более реалистическая модель, где с самого начала учитывались эффекты нарушения киральной симметрии за счет введения не равных нулю токовых масс кварков. Было показано, как за счет спонтанного нарушения киральной симметрии легкие массы токовых кварков превращаются в более тяжелые массы составляющих кварков при введении мезонных полей. На конечном этапе были получены феноменологические мезонные лагранжианы, описывающие физические взаимодействия четырех мезонных нонетов (скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных) при низких энергиях.

Следя указанным выше работам, опишем процедуру получения феноменологических мезонных лагранжианов на основе эффективных 4-кварковых взаимодействий сверхпроводящего типа. Лагран-

жиян, соответствующий действию (5), можно записать в следующей простой форме:

$$\mathcal{L}(q, \bar{q}) = \bar{q} (i\hat{\partial} - M^0) q + \frac{G_1}{2} [(\bar{q}\lambda^\alpha q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\lambda^\alpha q)^2] - \frac{G_2}{2} [(\bar{q}\gamma_\mu\lambda^\alpha q)^2 + (\bar{q}\gamma_5\gamma_\mu\lambda^\alpha q)^2], \quad (5')$$

где  $\bar{q} = (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s})$  — цветные кварковые поля [в (5') предполагается суммирование по цветным индексам];  $M^0 = (m_u^0, m_d^0, m_s^0)$  — матрица, соответствующая массам токовых кварков.

Если при регуляризации расходящихся интегралов, встречающихся при описании кварковых петель, использовать обрезание на верхнем пределе ( $\Lambda$ ), как это делается в [4, 12—16], то эта процедура будет соответствовать введению функции  $f(x)$  следующего вида:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p e^{ipx} \theta(\Lambda^2 - p^2) = \frac{\Lambda^2 J_2(\Lambda \sqrt{x_0^2 - \mathbf{x}^2})}{4\pi^2(x_0^2 - \mathbf{x}^2)}. \quad (6')$$

Нетрудно видеть, что эта функция очень похожа на функцию, выбранную в [10] (см. (6)). При  $\Lambda \rightarrow \infty$  она тоже обращается в  $\delta^{(4)}(x)$ . Как будет видно из наших оценок, размерный параметр  $\Lambda \approx 1$  ГэВ.

Покажем теперь, как вводятся мезонные поля и получаются феноменологические мезонные лагранжианы. С помощью производящего функционала  $W(\eta, \bar{\eta})$  эту процедуру можно провести в три приема:

$$\begin{aligned} W(\eta, \bar{\eta}) &= \frac{1}{N} \int dq d\bar{q} \exp i \int d^4x [\mathcal{L}(q, \bar{q}) + \eta\bar{q} + \bar{\eta}q] = \\ &= \frac{1}{N'} \int dq d\bar{q} \prod_{\alpha=0}^8 d\tilde{\sigma}_\alpha d\varphi_\alpha dV_\alpha dA_\alpha \exp i \int d^4x [\mathcal{L}'(q, \bar{q}, \tilde{\sigma}, \varphi, V, A) + \\ &\quad + \eta\bar{q} + \bar{\eta}q] = \\ &= \frac{1}{N''} \int \prod_{\alpha=0}^8 d\sigma_\alpha d\varphi_\alpha dV_\alpha dA_\alpha \exp i \int d^4x [\mathcal{L}''(\sigma, \varphi, V, A) - \\ &\quad - \int d^4y \bar{\eta}(x) S(x, y) \eta(y)], \quad (7) \end{aligned}$$

$$S^{-1}(x, y) = [i\hat{\partial}_x - M + \bar{\sigma}(x) + i\gamma_5\bar{\varphi}(x) + \hat{V}(x) + \gamma_5\hat{A}(x)] \delta^{(4)}(x - y).$$

Сначала в экспоненте стоит чисто кварковый лагранжиан (5'). Затем в  $\mathcal{L}'$  появляются наряду с кварковыми также и мезонные поля. Нако-

нец, на последнем этапе, после интегрирования по кварковым полям, остаются лишь наблюдаемые мезонные поля в лагранжиане  $\mathcal{L}''$ :

$$\mathcal{L}'(q, \bar{q}, \tilde{\sigma}, \varphi, V, A) = \bar{q} [i\hat{\partial} - M^0 + \tilde{\sigma} + i\gamma_5 \bar{\varphi} + \hat{V} + \gamma_5 \hat{A}] q - \frac{\tilde{\sigma}_\alpha^2 + \varphi_\alpha^2}{2G_1} + \frac{V_\alpha^2 + A_\alpha^2}{2G_2}, \quad (8)$$

$$\mathcal{L}''(\sigma, \varphi, V, A) = -\frac{\tilde{\sigma}_\alpha^2 + \varphi_\alpha^2}{2G_1} + \frac{V_\alpha^2 + A_\alpha^2}{2G_2} - i \text{Tr} [\ln S^{-1}(x, y)]_{x=y}. \quad (9)$$

Здесь  $\bar{\sigma} = \lambda^\alpha \sigma_\alpha$ ,  $\bar{\varphi} = \lambda^\alpha \varphi_\alpha$ ,  $\hat{V} = \lambda^\alpha \gamma_\mu V_\alpha^\mu$ ,  $\hat{A} = \lambda^\alpha \gamma_\mu A_\alpha^\mu$ ,  $\eta$  и  $\bar{\eta}$  — внешние источники (по повторяющимся индексам проводится суммирование). След  $\text{Tr}$  берется по групповым и спинорным индексам.\*

При переходе от  $\mathcal{L}'$  к  $\mathcal{L}''$  произошла перестройка вакуума в силу спонтанного нарушения киральной симметрии и массы токовых кварков  $M^0$  заменились массами составляющих кварков  $M$ . Это произошло из-за того, что вакуумные ожидания первоначально введенных  $\sigma$ -полей  $\tilde{\sigma}_0, \tilde{\sigma}_3, \tilde{\sigma}_8$  [лагранжиан  $\mathcal{L}'$ , формула (8)] оказываются не равными нулю:  $\langle \tilde{\sigma}_0, \tilde{\sigma}_3, \tilde{\sigma}_8 \rangle_0 \neq 0$ . Однако переопределением этих полей за счет кварковой массовой матрицы  $M$  можно добиться равенства нулю их вакуумных ожиданий:

$$-M^0 + \tilde{\sigma}_\alpha \lambda^\alpha = -M + \sigma_\alpha \lambda^\alpha \rightarrow \langle \sigma_0, \sigma_3, \sigma_8 \rangle_0 = 0. \quad (10)$$

При этом массы токовых кварков заменяются массами составляющих кварков. Несколько ниже мы еще раз вернемся к этому важному вопросу, связанному со спонтанным нарушением киральной симметрии.

Покажем теперь, как из лагранжиана (9) можно получить стандартную  $\sigma$ -модель, описывающую взаимодействия скалярных и псевдоскалярных мезонных нонетов. Для этого рассмотрим расходящиеся кварковые петли четырех видов, изображенные на рис. 2. В этих петлях встречаются расходимости только двух типов: квадратичные — интеграл  $I_1$  и логарифмические — интеграл  $I_2$ . Используя

\* В дальнейшем для  $\mathcal{L}''(\sigma, \varphi, V, A)$  будем использовать более простую форму

$$\mathcal{L}''(\sigma, \varphi, V, A) = -\frac{\tilde{\sigma}^2 + \varphi^2}{2G_1} + \frac{V_\alpha^2 + A_\alpha^2}{2G_2} - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - M} [\bar{\sigma} + i\gamma_5 \bar{\varphi} + \hat{V} + \gamma_5 \hat{A}] \right\}.$$



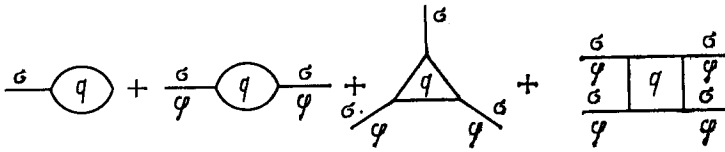


Рис. 2. Расходящиеся кварковые петли со скалярными и псевдоскалярными мезонными концами

обрезание на верхнем пределе  $\Lambda$  [см. функцию  $f(x)$ , формула (6')], получаем следующие выражения для этих интегралов\*:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= -i \frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{(m_q^2 - k^2)} \theta(\Lambda^2 - k^2) = \\ &= \frac{3}{(4\pi)^2} \left[ \Lambda^2 - m_q^2 \ln \left( \frac{\Lambda^2}{m_q^2} + 1 \right) \right]; \\ I_2 &= -i \frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{(m_q^2 - k^2)^2} \theta(\Lambda^2 - k^2) = \\ &= \frac{3}{(4\pi)^2} \left[ \ln \left( \frac{\Lambda^2}{m_q^2} + 1 \right) - \left( 1 + \frac{m_q^2}{\Lambda^2} \right)^{-1} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Тройки перед интегралами возникли от учета цвета кварков. Сумма диаграмм, изображенных на рис. 2, приводит к форме

$$\begin{aligned} &\text{Tr} \{ [p^2 I_2 + 2(I_1 + M^2 I_2)] [(\bar{\sigma} - M)^2 + \bar{\varphi}^2] - \\ &- I_2 [(\bar{\sigma} - M)^2 + \bar{\varphi}^2]^2 - [(\bar{\sigma} - M), \bar{\varphi}^2] \}. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь первый член является кинетическим членом ( $p$  — импульс мезона). Этот член полностью определяет перенормировку мезонных полей, которая, в свою очередь, определяет силу взаимодействия мезонных полей друг с другом (константы связи  $g_\alpha$ ):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= g_\alpha \sigma_\alpha^R, \quad \varphi_\alpha = g_\alpha \varphi_\alpha^R, \quad g_\alpha = (4I_2(m_i, m_j))^{-1/2}, \\ I_2(m_i, m_j) &= -i \frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k \theta(\Lambda^2 - k^2)}{(m_i^2 - k^2)(m_j^2 - k^2)} = \\ &= \frac{3}{(4\pi)^2} \frac{[1]}{(m_i^2 - m_j^2)} \left[ m_i^2 \ln \left( \frac{\Lambda^2}{m_i^2} + 1 \right) - m_j^2 \ln \left( \frac{\Lambda^2}{m_j^2} + 1 \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

\* Заметим, что при описании векторных и аксиально-векторных мезонов следует использовать градиентно-инвариантную регуляризацию. Такой регуляризацией может служить регуляризация Паули — Вилларса [17], которая приводит к выражениям для  $I_1$  и  $I_2$ , очень близким к (11):

$$\left. \begin{aligned} I_1^{\text{ПВ}} &= \frac{3}{(4\pi)^2} \left[ \Lambda^2 - m_q^2 \left( \ln \frac{\Lambda^2}{m_q^2} + 1 \right) \right], \\ I_2^{\text{ПВ}} &= \frac{3}{(4\pi)^2} \left[ \ln \frac{\Lambda^2}{m_q^2} - 1 + \frac{m_q^2}{\Lambda^2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (11')$$

В дальнейшем вместо матриц  $\lambda_0$  и  $\lambda_8$  удобнее будет использовать матрицы  $\lambda_u = (\sqrt{2}\lambda_0 + \lambda_8)/\sqrt{3}$  и  $\lambda_s = (-\lambda_0 + \sqrt{2}\lambda_8)/\sqrt{3}$ . Тогда, пренебрегая разностью масс  $m_u$  и  $m_d$ , получаем

$$g_\alpha |_{\alpha=1, 2, 3, u} = (4I_2(m_u))^{-1/2}, \quad g_\alpha |_{\alpha=4, 5, 6, 7} = \\ = (4I_2(m_u, m_s))^{-1/2}, \quad g_s = (4I_2(m_s))^{-1/2}.$$

Объединяя (12) с остальными членами лагранжиана  $\mathcal{L}''$  [см. (9)] и проводя перенормировку мезонных полей, приходим к лагранжиану, соответствующему  $\sigma$ -модели:

$$\mathcal{L}(\sigma^R, \varphi^R) = \frac{1}{4} \text{Tr} \left\{ (\partial_\mu \bar{\sigma}^R)^2 + (\partial_\mu \bar{\varphi}^R)^2 + g_\alpha^2 \left[ \frac{2}{g_\alpha} \left( \frac{M - M^0}{G_1} - 8MI_1(M) \right) \bar{\sigma}^R - \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{1}{G_1} - 8I_1(M) \right) ((\bar{\sigma}^R)^2 + (\bar{\varphi}^R)^2) - ((\bar{\sigma}^R)^2 - 2 \frac{M}{g_\alpha} \bar{\sigma}^R + (\bar{\varphi}^R)^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[ \left( \bar{\sigma}^R - \frac{M}{g_\alpha} \right), \bar{\varphi}^R \right]_-^2 \right\} - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{g_\alpha}{(i\hat{\partial} - M)} [\bar{\sigma}^R + i\gamma_5 \bar{\varphi}^R] \right\}'. \quad (14)$$

Штрих в последнем члене означает, что здесь содержатся сходящиеся части кварковых петлевых диаграмм (сюда входят и петли с пятью и большим числом внешних линий). В дальнейшем индекс  $R$  у полей будет опускаться.

Для удовлетворения условий (10) необходимо устранить из (14) члены, линейные по полям  $\sigma$ . Тем самым достигается выполнение условия  $\delta\mathcal{L}/\delta\sigma_i \Big|_{\sigma_i=0} = 0$ . В результате приходим к урав-

нениям, связывающим массы токовых и составляющих кварков:

$$m_i^0 = m_i [1 - 8G_1 I_1(m_i)] \quad (i = u, d, s). \quad (15)$$

Получим теперь грубую оценку массы составляющего кварка  $m_u$ . Для этого построим аксиальный ток, соответствующий лагранжиану (14):

$$A_\mu^{(\pi^-)} = \sigma_0 \partial_\mu \pi^- - \pi^- \partial_\mu \sigma_0 + \frac{m_u}{g_u} \partial_\mu \pi^-.$$

Если с его помощью описать распад  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}$ , то возникнет тождество Гольдбергера — Треймана

$$m_u/g_u = F_\pi, \quad (16)$$

где  $F_\pi = 93,3$  МэВ — константа распада пиона. Если при описании векторных и скалярных (псевдоскалярных) мезонов использовать один и тот же параметр обрезания  $\Lambda$ , то между константами  $g_u$  и  $g_\rho$  ( $g_\rho$  — константа распада  $\rho \rightarrow 2\pi$ ,  $g_\rho^2/4\pi \approx 3$ ) возникает связь (см. [13, 14]):

$$g_\rho = \sqrt{6} g_u. \quad (17)$$

Тогда из (17) и (16) можно получить оценку массы составляющего  $u$ -кварка \*:

$$m_u = 234 \text{ МэВ},$$

что, в свою очередь, соответствует  $\Lambda = 1050 \text{ МэВ}$ .

Вернемся еще раз к проблеме спонтанного нарушения киральной симметрии. Легко видеть, что мезон-кварковую часть лагранжиана (8) можно записать в кирально-инвариантной форме, если скалярными полями  $\tilde{\sigma}_0, \tilde{\sigma}_3, \tilde{\sigma}_8$  (или  $\tilde{\sigma}_u, \tilde{\sigma}_3, \tilde{\sigma}_s$ ) поглотить токовые массы кварков  $M^0$ . Тогда в терминах таких полей  $\sigma'_i$  мезонный лагранжиан  $\mathcal{L}(\sigma', \varphi)$  тоже примет кирально-инвариантную форму (с точностью до линейных по  $\sigma'$  членов,  $\sigma' = \sigma - \frac{M}{g_\alpha} = \tilde{\sigma} - \frac{M^0}{g_\alpha}$ ):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\sigma', \varphi) = & \frac{1}{2} [(\partial_\mu \sigma'_\alpha)^2 + (\partial_\mu \varphi_\alpha)^2] - \frac{1}{4} \text{Tr} [\mu^2 (\bar{\sigma}'^2 + \bar{\varphi}^2)] - \\ & - \frac{1}{4} \text{Tr} \{g_\alpha^2 ((\bar{\sigma}'^2 + \bar{\varphi}^2)^2 - [\bar{\sigma}', \bar{\varphi}]^2)\} + \frac{1}{2G_1} \text{Tr} \{g_\alpha M^0 \bar{\sigma}'\}. \end{aligned} \quad (14')$$

Скалярные и псевдоскалярные мезоны имеют здесь равные массы, но квадраты их отрицательны. Действительно, например:

$$\mu_u^2 = g_u^2 \left[ \frac{1}{G_1} - 8(I_1(m_u) + m_u^2 I_2(m_u)) \right] = m_\pi^2 - 2m_u^2 < 0,$$

поскольку  $g_u^2 \left( \frac{1}{G_1} - 8I_1(m_u) \right) = m_\pi^2$ , что следует из (14). Таким образом, появляется ситуация, характерная для возникновения спонтанного нарушения киральной симметрии [19, с. 252]. Как видно из рис. 3, плотность энергии  $\mathcal{H}(\sigma')$  в точке  $\sigma'_\alpha = 0$  ( $\varphi_\alpha = 0$ ) имеет положение неустойчивого равновесия. Поэтому необходимо ввести новые поля  $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}' + M/g$ , соответствующие минимальному положению  $\mathcal{H}(\sigma)$ , и разложение в ряд теории возмущений проводить в окрестности этой новой точки  $\langle \bar{\sigma}' \rangle_0 = -M/g$ . Здесь  $M$  — это матрица масс составляющих кварков.

Итак, мы приходим к следующей картине. При введении мезонных полей в производящий функционал  $W(\eta, \bar{\eta})$  получается лагран-

\* Если учесть существующие в данной модели переходы между псевдоскалярными и векторными мезонами  $\varphi \leftrightarrow A$  (см. формулу (31) и разд. § 6 этой статьи, а также [18]), то у полей  $\varphi$  возникнет дополнительная перенормировка  $\varphi^{R'} = Z^{-1/2} \varphi^R$ , где  $Z = (1 - 6m_q^2/m_A^2)^{-1}$  ( $m_A$  — масса  $A$ -мезона). Это приводит к изменению псевдоскалярной константы связи  $\tilde{g} = g_\pi = g_u Z^{1/2}$ . Тогда вместо (16) получаем  $m_u = g_\pi F_\pi = \frac{1}{\sqrt{6}} g_\rho F_\pi Z^{1/2} = 280 \text{ МэВ}$ , что соответствует  $\Lambda = 1250 \text{ МэВ}$ . Эти значения  $m_u$  и  $\Lambda$  и будут использоваться в дальнейшем.

жиан (8), в котором киральная симметрия нарушена с точностью до малых масс токовых кварков (на рис. 3 это соответствует точке

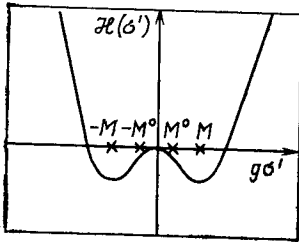


Рис. 3. Плотность энергии в  $\sigma$ -модели

$\langle \bar{\sigma}' \rangle_0 = \pm M^0/g$ ). Плотность энергии  $\mathcal{H}(\sigma')$ , соответствующая мезонному лагранжиану (14), в этой точке не имеет никакого равновесного состояния. Поглощая токовые массы  $\sigma$ -полями, мы можем прийти к точке неустойчивого равновесия, где восстанавливается киральная симметрия лагранжиана со всеми ее следствиями (равенство масс скалярных и псевдоскалярных мезонов, безмассовые кварки). Наконец, смещаясь в точку устойчивого равновесия ( $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}' + M/g$ ), мы

переходим к решениям, обладающим меньшей симметрией, чем имел предыдущий лагранжиан (спонтанное нарушение киральной симметрии). Действительно, скалярные и псевдоскалярные мезоны обладают теперь неодинаковыми массами, а кварки становятся более тяжелыми (составляющие кварки).

### 3. ФОРМУЛЫ ДЛЯ МАСС СКАЛЯРНЫХ И ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОННЫХ НОНЕТОВ. МАССА $s$ -КВАРКА

Квадратичную часть лагранжиана (14), не содержащую производных, можно записать в виде

$$\mathcal{L}^{(2)}(\sigma, \varphi) = -\frac{1}{4} \text{Tr} \left\{ \frac{g_\alpha^2}{G_1} (1 - 8G_1 I_1(M)) (\bar{\varphi}^2 + \bar{\sigma}^2) - [M, \bar{\varphi}]^2 + 4(M\bar{\sigma})^2 \right\}. \quad (18)$$

После дополнительной перенормировки  $\varphi$ -полей (см. с. 443) получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m^{(2)}(\varphi) = & -\frac{C_{uu} + C_{dd}}{4} (\pi^{02} + \varphi_u^2) - C_{ud} \pi^+ \pi^- - \\ & - C_{us} K^+ K^- - C_{ds} \bar{K}^0 K^0 - \frac{C_{ss}}{2} \varphi_s^2 + \frac{C_{dd} - C_{uu}}{2} \pi^0 \varphi_u - \\ & - Z[(m_d - m_u)^2 \pi^+ \pi^- + (m_s - m_u)^2 K^+ K^- + (m_s - m_d)^2 \bar{K}^0 K^0] - \frac{d_\varphi}{2} \varphi_s^2. \quad (19) \end{aligned}$$

Здесь  $C_{ij} = Z \frac{g^2(m_i m_j)}{G_1} [1 - 4G_1 (I_1(m_i) + I_1(m_j))]$ ,  $g(m_i, m_j) = (4I_2(m_i, m_j))^{-1/2}$ ,  $d_\varphi = 8 \cdot 10^5 \text{ МэВ}^2$ . Последний член в (19) обязан своим происхождением учету глюонных аномалий [6, 20, 21]. Он позволяет правильно описать массы  $\eta$ - и  $\eta'$ -мезонов [решение  $U(1)$ -проблемы]. Приведенное здесь значение  $d_\varphi$  соответствует углу смешивания синглет-октетных компонент  $\eta$ -мезонов, равному  $\theta^\circ = -18^\circ$ , что согласуется с последними экспериментальными данными [22].

Из (19) получаются следующие значения для масс мезонов псевдоскалярного нонета:

$$\left. \begin{aligned} m_{\pi^0}^2 &= \frac{1}{2} (C_{uu} + C_{dd}), \quad m_{\pi^\pm}^2 = C_{ud} + Z(m_d - m_u)^2; \\ m_{K^\pm}^2 &= C_{us} + Z(m_s - m_u)^2, \quad m_{K^0}^2 = C_{ds} + Z(m_s - m_d)^2; \\ m_{(\eta, \eta')}^2 &= \frac{1}{2} [C_{uu} + C_{ss} + d_\varphi \mp \\ &\mp \sqrt{(d_\varphi - \frac{C_{ss} - C_{uu}}{3})^2 + \frac{8}{9} (C_{ss} - C_{uu})^2}]. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Из первого уравнения, полагая  $m_u = m_d = 280$  МэВ,  $\Lambda = 1250$  МэВ, получаем оценку  $G_1 = 4,9 \cdot 10^{-6}$  МэВ<sup>-2</sup>. По массе  $m_{K^0}$  можно зафиксировать  $m_s$ . Для  $m_u = 280$  МэВ получаем  $m_s = 455$  МэВ.

Из уравнений (15) находим массы соответствующих токовых кварков:  $m_u = 3$  МэВ,  $m_s^0 = 80$  МэВ.

При указанном выше значении  $d_\varphi$  получаем следующие оценки на массы  $\eta$ - и  $\eta'$ -мезонов и угол  $\theta$ :  $m_\eta = 520$  МэВ,  $m_{\eta'} = 1030$  МэВ,  $\text{tg } 2\theta = \frac{2\sqrt{2}(C_{ss} - C_{uu})}{(C_{ss} - C_{uu} - 3d_\varphi)} = -0,725$ ,  $\theta = -18^\circ$ .

Здесь можно отметить, что для угла  $\theta$  в рамках нашей модели допустимы и несколько большие абсолютные значения. Действительно, при  $d = 7,5 \cdot 10^{-5}$  МэВ<sup>2</sup> получаем:  $m_\eta = 515$  МэВ,  $m_{\eta'} = 1006$  МэВ,  $\theta = -19^\circ$ . При  $d = 7 \cdot 10^{-5}$  МэВ  $m_\eta = 510$  МэВ,  $m_{\eta'} = 980$  МэВ,  $\theta = -20^\circ$ .

Перейдем теперь к описанию скалярных мезонов. Из (18) получаются следующие формулы для масс этих мезонов (в приближении  $m_u \approx m_d$ ):

$$\left. \begin{aligned} m_{\sigma_u}^2 &= Z^{-1}C_{uu} + 4m_u^2, \quad m_\delta^2 = Z^{-1}C_{uu} + 4m_u^2, \\ &(\lambda_0\sigma_0 + \lambda_s\sigma_s = \lambda_u\sigma_u + \lambda_s\sigma_s) \\ m_{\sigma_s}^2 &= Z^{-1}C_{ss} + 4m_s^2, \quad m_{\tilde{K}}^2 = Z^{-1}C_{us} + 4m_um_s. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Для  $m_u = 280$  МэВ,  $m_s = 455$  МэВ получаем  $m_{\sigma_u} = m_\delta \approx 570$  МэВ,  $m_{\tilde{K}} = 820$  МэВ,  $m_{\sigma_s} = 1100$  МэВ. Эти числа плохо соответствуют экспериментальным массам скалярных мезонов  $m_\epsilon \approx 700 \div 800$  МэВ,  $m_{S^*} = 975$  МэВ,  $m_\delta = 983$  МэВ,  $m_{\tilde{K}} = 1350$  МэВ.

Поскольку  $S^*$ -мезон может распадаться на два пиона, он не является чисто  $s$ -кварковым состоянием. Поэтому, как и в псевдоскалярном нонете, у скалярных мезонов также имеется отклонение от идеального угла смешивания  $\gamma_0$  ( $\gamma_0 = 35,3^\circ$ ):

$$\sigma_s = \epsilon \sin \gamma + S^* \cos \gamma, \quad \sigma_0 = \epsilon \cos \gamma - S^* \sin \gamma \quad (\gamma \neq \gamma_0).$$

Распады  $(\epsilon, S^*) \rightarrow 2\pi$  описываются лагранжианом, следующим из (14):

$$\mathcal{L}(\epsilon, S^*, \pi) = 2g_u m_u Z [\epsilon \cos(\gamma_0 - \gamma) + S^* \sin(\gamma_0 - \gamma)] \pi^2. \quad (22)$$

Отсюда для ширин этих распадов получаем ( $\bar{\gamma} = \gamma_0 - \gamma$ ):

$$\begin{aligned} \Gamma_{\epsilon \rightarrow 2\pi} &= \cos^2 \bar{\gamma} \frac{3(g_u m_u)^2}{2\pi m_\epsilon} Z \left[ 1 - \left( \frac{2m_\pi}{m_\epsilon} \right)^2 \right]^{1/2}, \\ \Gamma_{S^* \rightarrow 2\pi} &= \sin^2 \bar{\gamma} \frac{3(g_u m_u)^2}{2\pi m_{S^*}} Z \left[ 1 - \left( \frac{2m_\pi}{m_{S^*}} \right)^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Чтобы получить экспериментальное значение  $\Gamma_{S^* \rightarrow 2\pi} = 26$  МэВ, необходимо положить  $\bar{\gamma} = \pm 14^\circ$  для  $m_u = 280$  МэВ. Тогда в грубом приближении массы  $\epsilon$ - и  $S^*$ -мезонов будут равны:

$$\begin{aligned} m_\epsilon &= [m_{\sigma_u}^2 \cos^2 \bar{\gamma} + m_{\sigma_s}^2 \sin^2 \bar{\gamma}]^{1/2} = 620 \text{ МэВ}, \\ m_{S^*} &= [m_{\sigma_u}^2 \sin^2 \bar{\gamma} + m_{\sigma_s}^2 \cos^2 \bar{\gamma}]^{1/2} = 1080 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Из формулы (23) следует, что  $\Gamma_{\epsilon \rightarrow 2\pi} \approx m_\epsilon$ . Это не противоречит экспериментальным оценкам.

Формулы, близкие к (21), были получены в [23]. Для описания смешивания  $\sigma_u$ - и  $\sigma_s$ -полей там добавлялся в лагранжиан (18) член вида  $-\frac{1}{2} d_\sigma \sigma_0^2$  подобно тому, как это имело место в случае псевдоскалярных мезонов. Основное отличие формул работы [23] от наших формул (21) заключается в том, что там вместо масс составляющих кварков  $m_s$  и  $m_u$  фигурирует одна и та же масса  $m_{\text{дин}} \approx m_u$ . В результате получено хорошее соответствие с массами  $\epsilon$ - и  $S^*$ -мезонов. Действительно, если в (21) положить  $m_s = m_u = 280$  МэВ, то для  $\gamma = \pm 16^\circ$  и  $d_\sigma = 2,9 \cdot 10^5$  МэВ<sup>2</sup> получаем  $m_\epsilon = 700$  МэВ,  $m_{S^*} = 990$  МэВ.

$m_{\text{дин}}$  — это то приращение к массе токового кварка, которое возникает за счет появления в модели «головастиков» [первая петлевая диаграмма на рис. 2, связанная со скалярными полями  $\sigma_0, \sigma_3, \sigma_8$  (или  $\sigma_u, \sigma_3, \sigma_s$ )]. Она равна разности масс составляющих и токовых кварков и, в отличие от значений этих кварков, мало меняется при переходе от  $u$ - и  $d$ -кварков к  $s$ -кваркам, находясь в области значений, равных приблизительно 300 МэВ.

Для массы  $m_\delta$  в работе [23] также найдено приращение, связанное с учетом глюонных аномалий [см. последний член в (19)]:

$$m_\delta^2 = m_{\sigma_u}^2 + \frac{2}{3} d_\sigma = m_{\sigma_u}^2 + 29m_\pi^2; \quad m_\delta = 930 \text{ МэВ}.$$

В результате, если следовать этой точке зрения, то для масс  $\epsilon$ -,  $S^*$ - и  $\delta$ -мезонов можно получить вполне удовлетворительное согласие

с экспериментом. Однако значение массы  $\tilde{K}$ -мезона и здесь остается сильно заниженным. Возможно, в этот мезон большие вклады дают 4-кварковые состояния.

4. ВЕКТОРНЫЕ И АКСИАЛЬНО-ВЕКТОРНЫЕ МЕЗОНЫ [15]

Суммируя кварковые петли расходящегося типа с двумя, тремя и четырьмя внешними векторными мезонами, подобно тому как это делалось в разд. 2, получаем следующий вклад в лагранжиан:

$$-\frac{1}{3} \text{Tr} \{I_2(M) [\bar{V}_{\mu\nu} - i[\bar{V}_\mu, \bar{V}_\nu]_-]^2\},$$

где  $\bar{V}_{\mu\nu} = \lambda_\alpha [\partial_\mu V_\nu^\alpha - \partial_\nu V_\mu^\alpha]$ , а  $[\bar{V}_\mu, \bar{V}_\nu]_-$  — коммутатор операторов  $\bar{V}_\mu = \lambda_\alpha V_\mu^\alpha$ . После проведения перенормировки

$$V_\mu^\alpha = \sqrt{\frac{3}{8I_2}} V_\mu^{R\alpha} = \frac{g_\rho^\alpha}{2} V_\mu^{R\alpha} \tag{24}$$

векторная часть лагранжиана (9) приводится к виду

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(V) = & \frac{m_{\tilde{V}}^2}{2} (V_\mu^\alpha)^2 - \frac{1}{8} \text{Tr} \left\{ \bar{V}_{\mu\nu} - \frac{g_\rho^\alpha}{2} [\bar{V}_\mu, \bar{V}_\nu]_- \right\}^2 - \\ & - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - M} \frac{g_\rho^\alpha}{2} \hat{V} \right\}', \end{aligned} \tag{25}$$

где  $g_\rho^\alpha = \left( \frac{2}{3} I_2(m_i, m_j) \right)^{-1/2}$  [см. (11') и (13)];  $m_{\tilde{V}\alpha}^2 = (g_\rho^\alpha)^2 / 4G_2$ .

Если для скалярных (псевдоскалярных) и векторных мезонов использовать одинаковую регуляризацию с одним и тем же параметром обрезания  $\Lambda$ , то между константами  $g_\rho$  и  $g$  возникает связь  $g_\rho = \sqrt{6} g$ , как легко видеть из (24). При значении  $m_u = 280$  МэВ для правильного описания распада  $\rho \rightarrow 2\pi$  следует взять значение  $\Lambda = 1250$  МэВ [оно получается из уравнения  $(g_\rho^u)^2 / 4\pi = 3 = \frac{3}{8\pi I_2(m_u)}$ ,  $I_2(m_u) = 1/8\pi$ ]\*.

Посмотрим теперь, какие значения следуют из (25) для масс векторных мезонов

$$\left. \begin{aligned} m_\rho^2 = m_\omega^2 &= \frac{3}{8G_2 I_2(m_u)}, \quad m_\phi^2 = m_\rho^2 \frac{I_2(m_u)}{I_2(m_s)}; \\ m_{K^*}^2 &= m_\rho^2 \frac{I_2(m_u)}{I_2(m_u, m_s)} + \frac{3}{2} (m_s - m_u)^2. \end{aligned} \right\} \tag{26}$$

Отсюда получаем

$$G_2 = \frac{3\pi}{m_\rho^2} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ МэВ}^{-2}, \quad m_\phi \approx 1090 \text{ МэВ},$$

$$m_{K^*} = 930 \text{ МэВ}.$$

\* Напомним, что здесь используется регуляризация Паули — Вилларса (11').

Экспериментальные значения равны [24]

$$m_\varphi = 1020 \text{ МэВ}, m_{K^*} = 892 \text{ МэВ}.$$

Такое согласие можно считать удовлетворительным.

Рассматривая расходящиеся треугольные и четырехугольные диаграммы смешанного типа, где помимо векторных мезонов участвуют во взаимодействии также скалярные и псевдоскалярные мезоны, получаем лагранжиан

$$\mathcal{L}(\sigma, \varphi, V) = \frac{1}{4} \text{Tr} \left\{ D_\mu \left( \bar{\sigma} - \frac{M}{g_\alpha} \right) D^\mu \left( \bar{\sigma} - \frac{M}{g_\alpha} \right) + D_\mu \bar{\varphi} D^\mu \bar{\varphi} \right\}, \quad (27)$$

где  $D_\mu \bar{a} = \partial_\mu \bar{a} - i \frac{g_\rho^\alpha}{2} [\bar{V}_\mu, \bar{a}]$  — ковариантная производная от скалярных и псевдоскалярных полей. В этом лагранжиане содержится член, описывающий распад  $\rho \rightarrow 2\pi$ , по которому фиксируется константа  $g_\rho$ .

Перейдем теперь к описанию взаимодействия аксиально-векторных мезонов. Рассматривая расходящиеся кварковые петли и проводя перенормировку, совпадающую с (24), получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(A) = & \frac{1}{4} \text{Tr} \left\{ (m_V^2 + 6M^2) \bar{A}_\mu^2 - \frac{1}{2} \bar{A}_{\mu\nu}^2 + \frac{g_\rho}{8} [\bar{A}_\nu, \bar{A}_\mu]^2 \right\} - \\ & - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - M} \frac{g_\rho}{2} \hat{A} \gamma_5 \right\}'. \end{aligned} \quad (28)$$

Взаимодействие аксиально-векторных мезонов со скалярными и псевдоскалярными мезонами, полученные тем же способом, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\sigma, \varphi, A) = \\ = \frac{1}{4} \text{Tr} \left\{ -6M^2 \bar{A}_\mu^2 + \frac{g_\rho^2}{4} \left[ \left\{ \left( \bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right), \bar{A}_\mu \right\}_+^2 + \left\{ \bar{\varphi}, \bar{A}_\mu \right\}_+^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

Из (28) и (29) получаем формулы для масс аксиально-векторных мезонов

$$\begin{aligned} m_{A_1}^2 = m_{A_u}^2 = m_\rho^2 + 6m_u^2, \quad m_{A_{1/2}}^2 = m_{K^*}^2 + \frac{3}{2}(m_u + m_s)^2, \\ m_{A_s}^2 = m_\varphi^2 + 6m_s^2, \end{aligned}$$

что приводит к следующим числовым оценкам:  $m_{A_1} = m_{A_u} = 1 \text{ ГэВ}$ ,  $m_{A_{1/2}} = m_{Q_1} = 1300 \text{ МэВ}$ ,  $m_{A_s} = 1600 \text{ МэВ}$ .

Экспериментальные значения равны [24]  $m_{A_1} = 1275 \text{ МэВ}$ ,  $m_D = 1283 \text{ МэВ}$ ,  $m_{Q_1} = 1270 \text{ МэВ}$ ,  $m_E = 1420 \text{ МэВ}$ .

Если заметить, что между  $A_u$  и  $A_s$  имеется смешивание, которое здесь не учтено, то согласие можно считать удовлетворительным на качественном уровне.



Приведем еще лагранжианы, описывающие смешанные взаимодействия  $\sigma$ -,  $\varphi$ -,  $A$ - и  $\varphi$ -,  $A$ -,  $V$ -мезонов:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}(\sigma, \varphi, A) &= \frac{1}{4} \text{Tr} \{g_\rho \bar{A}_\nu [\{\partial_\nu \bar{\sigma}, \bar{\varphi}\}_+ - \{\bar{\sigma}, \partial_\nu \bar{\varphi}\}_+], \\ \mathcal{L}(\varphi, A, V) &= \frac{i}{8} \text{Tr} \left\{ \frac{g_\rho^2}{g} (\{\bar{A}_\nu, \bar{\varphi}\}_+ [\bar{V}_\nu, M]_- - \right. \\ &\quad \left. - \{\bar{A}_\nu, M\}_+ [\bar{V}_\nu, \bar{\varphi}]_-) \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

В заключение укажем, что общий лагранжиан для всех рассмотренных здесь взаимодействий можно записать в очень компактной форме

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\sigma, \varphi, V, A) &= \frac{1}{4} \text{Tr} \left\{ g^2 \left[ \left( \bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right), \bar{\varphi} \right]_-^2 - \right. \\ &\quad \left. - \left[ \left( \bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right)^2 + \bar{\varphi}^2 \right]^2 \right\} - \frac{1}{2} (G_V^{\mu\nu} G_{V\mu\nu} + G_A^{\mu\nu} G_{A\mu\nu}) + \\ &\quad + \left[ D_\mu \left( \bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right) + \frac{g_\rho}{2} \{\bar{A}_\mu, \bar{\varphi}\}_+ \right]^2 + \\ &\quad + \left[ D_\mu \bar{\varphi} - \frac{g_\rho}{2} \{\bar{A}_\mu, \left( \bar{\sigma} - \frac{M}{g} \right)\}_+ \right]^2, \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$G_V^{\mu\nu} = \partial_\mu \bar{V}^\nu - \partial_\nu \bar{V}^\mu - i \frac{g_\rho}{2} ([\bar{V}^\mu, \bar{V}^\nu]_- + [\bar{A}^\mu, \bar{A}^\nu]_-);$$

$$G_A^{\mu\nu} = \partial_\mu \bar{A}^\nu - \partial_\nu \bar{A}^\mu - i \frac{g_\rho}{2} ([\bar{A}^\mu, \bar{V}^\nu]_- + [\bar{V}^\mu, \bar{A}^\nu]_-),$$

а  $D_\mu$  — ковариантная производная [см. (27)].

## 5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ВЕКТОРНАЯ ДОМИНАНТНОСТЬ

Электромагнитные взаимодействия вводятся в нашей модели градиентно-инвариантным способом на основе исходного кваркового лагранжиана (5'). Поэтому на начальном этапе фотоны могут взаимодействовать с заряженными мезонами только через кварковые петли. В отличие от мезонов, являющихся составными объектами, кинетический член для фотонов вводится самостоятельно в лагранжиан (5'). Учет кварковых петель приводит только к перенормировке электромагнитных полей и заряда.

Часть лагранжиана, описывающая электромагнитные взаимодействия, имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{э.м}} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 - \frac{e}{i\hat{\partial} - M} Q\hat{A} \right\},$$

где

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu; \quad Q = \frac{1}{2} \left( \lambda_3 + \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{2} \left( \lambda_3 + \frac{\lambda_u + \sqrt{2}\lambda_s}{3} \right).$$

Здесь  $Q$  — оператор заряда кварков.

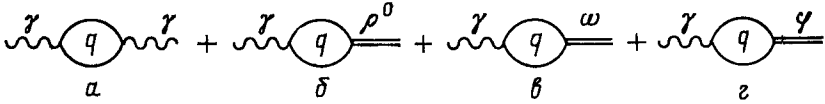


Рис. 4. Расходящиеся кварковые петли с внешними фотонами и векторными мезонами  $\rho^0$ ,  $\omega$  и  $\phi$

После вычисления расходящейся собственно-энергетической диаграммы фотона (рис. 4, а) получаем следующее выражение для  $\mathcal{L}_{\text{в.м.}}^*$

$$\mathcal{L}_{\text{в.м.}} = -\frac{1}{4} (F'_{\mu\nu})^2 - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 - \frac{e'}{i\hat{\partial} - M} Q \hat{A}' \right\}, \quad (32)$$

где

$$A'_\mu = \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{e^2}{g_\rho^2} \right)^{1/2} A_\mu; \quad e' = \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{e^2}{g_\rho^2} \right)^{-1/2} e.$$

Помимо собственно-энергетических диаграмм с участием фотона имеются еще расходящиеся диаграммы смешанного типа, описывающие переходы  $\gamma\rho^0$ ,  $\gamma\omega$  и  $\gamma\phi$  (рис. 4, б—г). Учет этих диаграмм приводит к возникновению в лагранжиане членов вида

$$\frac{1}{2} \frac{e'}{g_\rho} F'_{\mu\nu} \left( \rho_{\mu\nu}^0 + \frac{1}{3} \omega_{\mu\nu} + \frac{\sqrt{2}}{3} \varphi_{\mu\nu} \right).$$

В результате та часть лагранжиана, которая описывает электромагнитные взаимодействия мезонов и кварков, принимает форму

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{в.м.}} = & \frac{m_\rho^2}{2} (\omega_\mu^2 + \rho_\mu^{02}) + \frac{m_\phi^2}{2} \varphi_\mu^2 - \frac{1}{4} (\rho_{\mu\nu}^{02} + \omega_{\mu\nu}^2 + \varphi_{\mu\nu}^2 + F_{\mu\nu}'^2) + \\ & + \frac{1}{2} \frac{e'}{g_\rho} F'_{\mu\nu} \left( \rho_{\mu\nu}^0 + \frac{1}{3} \omega_{\mu\nu} + \frac{\sqrt{2}}{3} \varphi_{\mu\nu} \right) - \\ & - i \text{Tr} \ln \left\{ 1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - M} \left( \frac{g_\rho}{2} \hat{V} - e' Q \hat{A}' \right) \right\}'. \end{aligned}$$

Произведем диагонализацию кинетических членов с помощью замены полей

$$\rho_\mu^0 = \tilde{\rho}_\mu^0 + \frac{e'}{g_\rho} A'_\mu, \quad \omega_\mu = \tilde{\omega}_\mu + \frac{e'}{3g_\rho} A'_\mu, \quad \varphi_\mu = \tilde{\varphi}_\mu + \frac{\sqrt{2}e'}{3g_\rho} A'_\mu.$$

\* Штрих над фигурной скобкой имеет тот же смысл, что и в формулах (14), (25) и (28).

Электромагнитное поле и заряд  $e'$  перенормируются при этом следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_\mu &= \left(1 - \frac{4}{3} \frac{e'^2}{g_\rho^2}\right)^{1/2} A'_\mu, \quad \tilde{e} = \left(1 - \frac{4}{3} \frac{e'^2}{g_\rho^2}\right)^{-1/2} e' = \\ &= \left[\left(1 - \frac{4}{3} \frac{e'^2}{g_\rho^2}\right) \left(1 + \frac{4}{3} \frac{e^2}{g_\rho^2}\right)\right]^{-1/2} e \rightarrow \tilde{e} = e. \end{aligned} \quad (33)$$

Легко видеть, что в результате двух перенормировок [(32) и (33)] электрический заряд принимает свое первоначальное значение. Окончательный лагранжиан имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{э.м} &= \frac{m_\rho^2}{2} (\tilde{\rho}_\mu^2 + \tilde{\omega}_\mu^2) + \frac{m_\phi^2}{2} \tilde{\phi}_\mu^2 - \frac{1}{2} (\tilde{\rho}_{\mu\nu}^2 + \tilde{\omega}_{\mu\nu}^2 + \tilde{\phi}_{\mu\nu}^2 + \tilde{F}_{\mu\nu}^2) + \\ &+ \left(\frac{e}{3g_\rho}\right)^2 (5m_\rho^2 + m_\phi^2) \tilde{A}_\mu^2 + \frac{e}{g_\rho} \left[m_\rho^2 (\tilde{\rho}_\mu^0 + \frac{\tilde{\omega}_\mu}{3}) + \right. \\ &\left. + \frac{\sqrt{2}}{3} m_\phi^2 \tilde{\phi}_\mu\right] \tilde{A}_\mu - i \operatorname{Tr} \ln \left\{1 + \frac{1}{i\hat{\partial} - M} \frac{g_\rho}{2} \hat{\tilde{V}}\right\}'. \end{aligned} \quad (34)$$

Нетрудно убедиться теперь, что фотоны могут взаимодействовать с заряженными частицами только через нейтральные векторные мезоны. Тем самым автоматически получилась модель, описывающая векторную доминантность. Под знаком логарифма член с фотонами полностью поглотился векторными мезонами.

Подобным же образом можно включить в нашу модель и слабые взаимодействия, вводя в лагранжиан (5') вместо  $\partial_\mu$  ковариантную производную  $\bar{D}_\mu$ , характерную для теории Салама — Вайнберга. Такая процедура проделана в [14].

6.  $\pi \rightarrow A_1$ -ПЕРЕХОДЫ И МАССЫ  $\pi$ -,  
 $d$ -КВАРКОВ. РАСПАД  $\omega \rightarrow 2\pi$  И РАЗНОСТЬ МАСС  $K^0$  И  $K^+$ -МЕЗОНОВ

Остановимся более подробно на переходах типа  $\pi \rightarrow A_1$  и возникающей отсюда дополнительной перенормировке псевдоскалярных полей (см. разд. 2).

Из формулы (31) следует возможность  $\pi \rightarrow A$ -переходов, которые описываются лагранжианом

$$\Delta\mathcal{L} = \sqrt{\frac{3}{8}} \operatorname{Tr} \{M [\bar{A}^\mu, \partial_\mu \bar{\phi}]_+\}. \quad (35)$$

Учет этих переходов дает поправку к кинетическим членам у псевдоскалярных мезонов [ср. с формулой (12)]:

$$\Delta\mathcal{L}^{\text{кин}}(\phi) = p^2 \operatorname{Tr} \left\{F_2(M) \left(1 - \frac{6M^2}{m_A^2}\right) \bar{\phi}^2\right\}, \quad (36)$$

что и приводит к дополнительной перенормировке псевдоскалярных полей [18]

$$\varphi^{R'} = Z^{-1/2} \varphi^R \quad (Z_\pi = (1 - 6m_u^2/m_{A_1}^2)^{-1} \approx 1,4). \quad (37)$$

В результате константа взаимодействия псевдоскалярных полей с кварками  $g_{\varphi qq}$ , входящая в тождество Голдбергера — Треймана  $\tilde{g} = g_{\varphi qq} = M/F$ , следующим образом выразится через интеграл  $I_2(M)$  или константу  $g_\rho$  распада  $\rho \rightarrow \pi\pi$ :

$$\tilde{g}_\pi^2 = \left[ 4I_2(m_u) \left( 1 - \frac{6m_u^2}{m_{A_1}^2} \right) \right]^{-1} = \frac{1}{6} g_\rho^2 Z_\pi = \frac{m_u^2}{F_\pi^2}.$$

Последнее соотношение можно рассматривать как уравнение, определяющее массу составляющего  $u$ -кварка:

$$\left( \frac{m_u}{F_\pi} \right)^2 \left( 1 - \frac{6m_u^2}{m_{A_1}^2} \right) = g_\rho^2/6. \quad (38)$$

Отсюда следует, что  $m_u = 280$  МэВ.

Поскольку константы  $g_\rho$  и  $F_\pi$  играют очень важную роль в нашей модели, определяя значения многих других физических величин, важно отметить, что учет  $\pi \rightarrow A_1$ -переходов и дополнительной перенормировки пионных полей не сказывается на значениях этих параметров. Действительно, сумма диаграмм, описывающих процессы  $\rho \rightarrow \pi\pi$  и  $\rho \rightarrow \pi$  ( $A_1 \rightarrow \pi$ ) с учетом перенормировки пионных полей, дает

$$\begin{aligned} T_{\rho \rightarrow \pi\pi}^{(1)} &= g_\rho Z (p^+ - p^-)^\mu \rho_\mu^0 \pi^+ \pi^-, & T_{\rho \rightarrow \pi(A_1 \rightarrow \pi)}^{(2)} &= -\frac{6m_u^2}{m_{A_1}^2} T_{\rho \rightarrow \pi\pi}^{(1)}, \\ T_{\rho \rightarrow \pi\pi}^{(1+2)} &= g_\rho (p^+ - p^-)^\mu \rho_\mu^0 \pi^+ \pi^-, \end{aligned} \quad (39)$$

где  $p^+$  и  $p^-$  — импульсы пионов. Диаграмма, описывающая процесс  $\rho \rightarrow (A_1 \rightarrow \pi) (A_1 \rightarrow \pi)$ , дает несущественный вклад. Таким образом, легко видеть, что константа  $g_\rho$  не меняется.

Аналогичная ситуация имеет место и при определении константы  $F_\pi$  из распада  $\pi^\pm \rightarrow \mu\nu$ . Там также константа  $Z$ , возникающая множителем при  $F_\pi$  в прямом процессе  $\pi^\pm \rightarrow \mu\nu$ , сокращается при рассмотрении дополнительного процесса с промежуточным  $A_1$ -мезоном  $\pi \rightarrow A_1 \rightarrow \mu\nu$ :

$$\left. \begin{aligned} T_{\pi \rightarrow \mu\nu}^{(1)} &= iG_F \frac{m_u}{\tilde{g}_\pi} Z p^\mu l_\mu; & T_{\pi \rightarrow A_1 \rightarrow \mu\nu}^{(2)} &= -\frac{6m_u^2}{m_{A_1}^2} T_{\pi \rightarrow \mu\nu}^{(1)}, \\ T_{\pi \rightarrow \mu\nu}^{(1+2)} &= iG_F \left( \frac{m_u}{\tilde{g}_\pi} = F_\pi \right) p^\mu l_\mu, \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

где  $p^\mu$  — импульс  $\pi$ -мезона;  $l_\mu$  — лептонный ток;  $G_F$  — константа Ферми.

Описанные выше результаты, связанные с возникновением дополнительной перенормировки псевдоскалярных полей, можно получить также с помощью диагонализации квадратичных членов в лагранжиане (31), подобно тому как это делалось Газеоровичем и Геффеном в [25].

Перейдем теперь к описанию распада  $\omega \rightarrow 2\pi$ , который позволит определить разность масс  $u$ - и  $d$ -кварков.

Амплитуда распада  $\omega \rightarrow 2\pi$  описывается двумя диаграммами, изображенными на рис. 5, и имеет форму

$$T_{\omega \rightarrow 2\pi} = C (p^+ - p^-)^\mu \omega_\mu \pi^+ \pi^-. \quad (41)$$

Здесь  $p^+$  и  $p^-$  — импульсы  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов, а константа  $C = C_1 + C_2$  состоит из двух частей:  $C_1$  описывает процесс сильного перехода

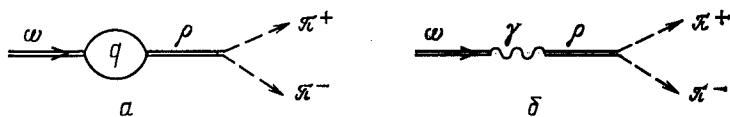


Рис. 5. Диаграммы, описывающие распад  $\omega \rightarrow 2\pi$

$\omega \rightarrow \rho$  (рис. 5, а), идущий за счет разности масс  $u$ - и  $d$ -кварков:

$$C_1 = \frac{8 (\pi \alpha_\rho)^{3/2} m_\omega^2}{3 (m_\rho^2 - m_\omega^2 + i m_\rho \Gamma_\rho)} \left[ I_2(m_u) - I_2(m_d) \approx \frac{3}{(4\pi)^2} \ln \left( \frac{m_d}{m_u} \right)^2 \right];$$

$C_2$  описывает процесс электромагнитного перехода  $\omega \rightarrow \rho$  (рис. 5, б). Она имеет знак, противоположный  $C_1$ :

$$C_2 = - \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_\rho}} \frac{2\alpha m_\rho^2}{3 (m_\rho^2 - m_\omega^2 + i m_\rho \Gamma_\rho)}.$$

Используя экспериментальное значение ширины распада  $\omega \rightarrow 2\pi$ , равное 139 кэВ, получаем для разности масс  $u$ - и  $d$ -кварков значение

$$\Delta = m_d - m_u = 4 \text{ МэВ}. \quad (42)$$

При таком значении  $\Delta$  хорошо описывается разность масс  $K^0$ - и  $K^\pm$ -мезонов. Действительно, из формул (20) получаем

$$m_{K^0}^2 - m_{K^\pm}^2 = C_{d_s} - C_{u_s} - 2 (m_s - m_u) \Delta Z. \quad (43)$$

Тогда при значениях  $m_u$ ,  $m_s$ ,  $G_1$  и  $\Delta$ , приведенных в разд. 3, и для  $Z_K \approx Z_\pi = 1,4$  получаем

$$C_{d_s} - C_{u_s} = 2,3 (m_d^2 - m_u^2).$$

В результате из формул (42) и (43) следует, что

$$m_{K^0} - m_{K^\pm} = 4 \text{ МэВ}. \quad (44)$$

Разность масс  $\pi^\pm$ - и  $\pi^0$ -мезонов почти полностью определяется электромагнитными поправками, что также согласуется с формулами (20).

Полученные здесь и в разд. 3 оценки масс составляющих и токовых кварков вполне соответствуют общепринятым представлениям (см., например, [26, 27]).

## 7. СИЛЬНЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ РАСПАДЫ МЕЗОНОВ

Чтобы продемонстрировать, как работает наша модель, приведем здесь результаты вычисления ширин сильных и радиационных распадов скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных мезонов [14, 15, 28—32]. С точки зрения наших методов вычисления почти все распады можно разбить на две категории. Первые из них идут через сходящиеся кварковые петли аномального типа. Типичным примером распада этой категории является распад  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ . Как правило, это радиационные распады и при их вычислении используется та часть полученного нами лагранжиана, которая записана в форме  $\text{Tr} \ln \{ \dots \}$ .

Ко второй категории принадлежат распады, описываемые расходящимися кварковыми диаграммами. Для вычисления ширин таких распадов используются эффективные вершины феноменологического лагранжиана (31). Однако встречаются и распады, для описания которых необходимо привлечь диаграммы как первой, так и второй категории (например, распады  $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$ ,  $\omega \rightarrow 3\pi$ ,  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ ).

Ввиду большого количества материала здесь будут вычислены ширины лишь наиболее характерных распадов четырех указанных выше нонетов. При описании аксиально-векторного нонета  $1^{++}$  будет рассмотрен также аксиально-векторный нонет  $1^{+-}$ , поскольку мезоны  $Q_1$  и  $Q_2$  из этих нонетов сильно смешиваются друг с другом.

Прежде чем перейти к численному описанию физических процессов, сделаем следующее замечание. Используя регуляризацию Паули — Вилларса (11') и тождества Голдбергера — Треймана

$$g_\pi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_\pi}{I_2(m_u)}} = \frac{m_u}{F_\pi}; \quad g_K = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_K}{I_2(m_u, m_s)}} = \\ = \frac{m_u + m_s}{2F_K}; \quad g_s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_s}{I_2(m_s)}} = \frac{m_s}{F_s}, \quad (45)$$

можно вычислить значения  $F_K$  и  $F_s$ :  $F_K = 1,16 F_\pi$ ;  $F_s = 1,28 F_\pi$ . Здесь константы  $Z_\pi$ ,  $Z_K$  и  $Z_s$  полагались приблизительно равными друг другу, поскольку массы аксиально-векторных мезонов, ответственных за эту дополнительную перенормировку, также приблизительно равны. Полученные значения согласуются с экспериментальными оценками [33, 34].

**Псевдоскалярные мезоны.** Как было показано в разд. 2, в секторе скалярных и псевдоскалярных мезонов возникает хорошо известная  $\sigma$ -модель [35]. Эта модель очень близка по своим результатам

и физическим следствиям к нелинейной киральной модели, рассмотренной в [36, 37]. Поскольку в этих работах подробно описаны многочисленные распады мезонов псевдоскалярного октета, мы не будем здесь повторно останавливаться на их изучении, а отметим только распады  $\eta'$ -мезона и распад  $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ , описание которого вызывало трудности в нелинейной киральной модели (см. [36]).

Распады  $\eta' \rightarrow \gamma (\rho^0, \omega)$  вычислены в [30]. Они принадлежат к первой категории распадов, поскольку идут через треугольные кварковые петли аномального типа\*. Их амплитуды имеют вид

$$T_{\eta' \rightarrow \omega \gamma} = \frac{e g_\rho}{8\pi^2 F_\pi} \cos \bar{\theta} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_\omega^\mu \epsilon_\gamma^\nu p^\rho q^\sigma, \quad T_{\eta' \rightarrow \rho \gamma} = 3T_{\eta' \rightarrow \omega \gamma},$$

где  $q$  — импульс фотона;  $p$  — импульс  $\omega$ - или  $\rho$ -мезона;  $\bar{\theta} = \theta_0 - \theta$ ;  $\epsilon_\omega^\mu$  и  $\epsilon_\gamma^\nu$  — поляризации  $\omega$ -мезона и фотона;  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$  — полностью антисимметричный тензор. Поскольку известно два различных экспериментальных значения для угла  $\theta$  ( $\theta = -18^\circ$  [22] и  $\theta = -11^\circ$  [24]), приведем здесь два варианта результатов для ширин процессов:

$$\Gamma_{\eta' \rightarrow \omega \gamma} = \begin{cases} 7,6 \text{ кэВ} (\theta = -18^\circ) \\ 10 \text{ кэВ} (\theta = -11^\circ) \end{cases}, \quad \Gamma_{\eta' \rightarrow \rho \gamma} = \begin{cases} 75 \text{ кэВ} (\theta = -18^\circ) \\ 100 \text{ кэВ} (\theta = -11^\circ) \end{cases}.$$

Экспериментальные значения равны

$$\Gamma_{\eta' \rightarrow \omega \gamma} = \begin{cases} (7,8 \pm 1,4) \text{ кэВ} [24], \\ (6,1 \pm 1,4) \text{ кэВ} [58] \end{cases}, \quad \Gamma_{\eta' \rightarrow \rho \gamma} = \begin{cases} (83,4 \pm 4,5) \text{ кэВ} [24], \\ (66 \pm 10) \text{ кэВ} [58] \end{cases}.$$

Распады  $(\eta, \eta') \rightarrow 2\gamma$  описываются амплитудами

$$T_{\begin{matrix} \eta \rightarrow 2\gamma \\ \eta' \rightarrow 2\gamma \end{matrix}} = \frac{\alpha}{3\pi F_\pi} \left\{ \begin{array}{l} [5 \sin \bar{\theta} - \sqrt{2} \frac{F_\pi}{F_s} \cos \bar{\theta}] \\ [5 \cos \bar{\theta} + \sqrt{2} \frac{F_\pi}{F_s} \sin \bar{\theta}] \end{array} \right\} \times \\ \times \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{\gamma_1}^\mu \epsilon_{\gamma_2}^\nu q_1^\rho q_2^\sigma \quad (\alpha = e^2/4\pi). \quad (46)$$

Откуда для ширин этих распадов следует

$$\Gamma_{\eta' \rightarrow 2\gamma} = \begin{cases} 4,4 \text{ кэВ} (\theta = -18^\circ) \\ 5,3 \text{ кэВ} (\theta = -11^\circ) \end{cases}, \quad \Gamma_{\eta \rightarrow 2\gamma} = \begin{cases} 0,65 (\theta = -18^\circ) \\ 0,47 (\theta = -11^\circ) \end{cases}.$$

Экспериментальные значения равны

$$\Gamma_{\eta' \rightarrow 2\gamma} = (5,32 \pm 0,56) \text{ кэВ} [24]; (4,16 \pm 0,30) \text{ кэВ} [58],$$

$$\Gamma_{\eta \rightarrow 2\gamma} = \begin{cases} (0,32 \pm 0,05) \text{ кэВ} [24] \\ (0,56 \pm 0,12 \pm 0,10) \text{ кэВ} [39] \end{cases}.$$

\* Модель с аномальными кварковыми петлями рассматривалась также в [38].

Преимущества описываемой здесь модели по сравнению с прежними нелинейными киральными моделями [36, 37] особенно отчетливо видны при описании процесса  $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ . Действительно, в рамках нелинейной киральной модели для этого распада получались очень заниженные результаты [40]. Это происходило из-за полного сокращения вкладов от кварковых петлевых диаграмм, что являлось следствием точной киральной симметрии. В модели [14, 15] роль фиктивной  $\sigma$ -частицы играет реальный  $\delta$ -резонанс и поэтому полной компенсации кварковых диаграмм, изображенных на рис. 6, а и б,

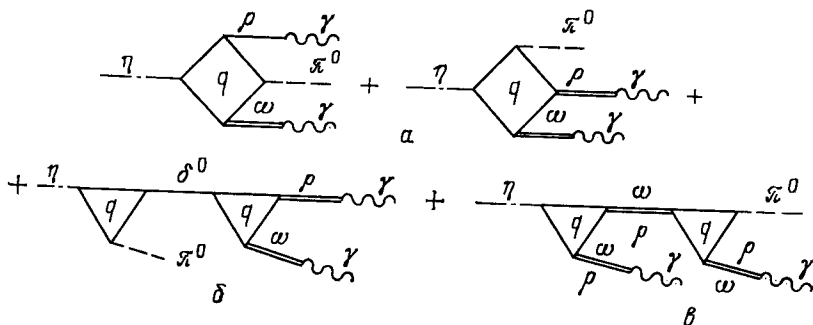


Рис. 6. Диаграммы, описывающие распад  $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$

не происходит. Напротив, они дают заметный вклад в ширину распада  $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$  вместе с диаграммой рис. 6, в с промежуточными векторными мезонами.

Подробное вычисление ширины распада  $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$  сделано в [30]. Здесь мы приведем лишь оценки вкладов от отдельных групп диаграмм (рис. 6,  $\theta = -18^\circ$ ):

$$\Gamma_{(a+b)} = 0,3 \text{ эВ}, \quad \Gamma_{(c)} = 0,4 \text{ эВ}, \quad \Gamma_{\text{инт}} = 0,4 \text{ эВ},$$

$$\Gamma_{\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = \begin{cases} 1,1 \text{ эВ} (\theta = -18^\circ) \\ 0,89 \text{ эВ} (\theta = -11^\circ) \end{cases}$$

Экспериментальное значение равно [41]: \*\*

$$\Gamma_{\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = (0,81 \pm 0,22) \text{ эВ.}$$

**Скалярные мезоны.** Приведем примеры распадов скалярных мезонов, идущих через конечные кварковые петли. В [30] вычислена ширина распада  $\delta \rightarrow 2\gamma$ . На основе этого распада покажем, как вы-

\* В работе [30] оценки проводились для значения  $m_u = 240$  МэВ. Было получено  $\Gamma_{\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = \begin{cases} 1,2 \text{ эВ} (\theta = -18^\circ) \\ 0,98 \text{ эВ} (\theta = -11^\circ) \end{cases}$ .

\*\* Согласно последним экспериментальным данным [39] это значение увеличилось приблизительно в 1,5 раза.



числяются радиационные распады скалярных мезонов. Распад  $\delta \rightarrow 2\gamma$  идет через конечную кварковую петлю с мезонами  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\delta$  на концах диаграммы. Из лагранжианов (14) и (44) получаем

$$T_{\delta \rightarrow \omega\gamma} = \frac{eg_\rho Z^{-1/2}}{(2\pi)^2 F_\pi} (q_1^\mu q_2^\nu - g^{\mu\nu} q_1 q_2) \varepsilon_\omega^\mu \varepsilon_\gamma^\nu,$$

$$T_{\delta \rightarrow \rho\gamma} = \frac{1}{3} T_{\delta \rightarrow \omega\gamma}, \quad T_{\delta \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{2\alpha Z^{-1/2}}{3\pi F_\pi} (q_1^\mu q_2^\nu - g^{\mu\nu} q_1 q_2) \varepsilon_1^\mu \varepsilon_2^\nu,$$

откуда для соответствующих ширин следует  $\Gamma_{\delta \rightarrow \omega\gamma} = 120$  кэВ,  $\Gamma_{\delta \rightarrow \rho\gamma} = 16$  кэВ,  $\Gamma_{\delta \rightarrow \gamma\gamma} = 0,9$  кэВ.

Для распадов  $\varepsilon \rightarrow 2\gamma$  и  $S^* \rightarrow 2\gamma$  получаем формулы [32, 42], похожие на (46) [распады  $(\eta, \eta') \rightarrow 2\gamma$ ]:

$$T_{\left(\begin{smallmatrix} \varepsilon \rightarrow 2\gamma \\ S^* \rightarrow 2\gamma \end{smallmatrix}\right)} = \frac{2\alpha Z^{-1/2}}{9\pi F_\pi} \left\{ \begin{array}{l} \left[ 5 \cos \bar{\gamma} + \sqrt{2} \frac{F_\pi}{F_s} \sin \bar{\gamma} \right] \\ \left[ 5 \sin \bar{\gamma} - \sqrt{2} \frac{F_\pi}{F_s} \cos \bar{\gamma} \right] \end{array} \right\} (g^{\mu\nu} q_1 q_2 - q_1^\mu q_2^\nu) \varepsilon_1^\mu \varepsilon_2^\nu. \quad (47)$$

Отсюда следует, что для  $\bar{\gamma} = 14^\circ$  и  $m_\varepsilon = 730$  МэВ  $\Gamma_{\varepsilon \rightarrow 2\gamma} = 1,1$  кэВ,  $\Gamma_{S^* \rightarrow 2\gamma} = 0,01$  кэВ.

Для радиационных распадов  $\delta$ -мезона пока не существует экспериментальных данных\*. Для распада  $S^* \rightarrow \gamma\gamma$  из реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$  получена верхняя граница на ширину  $\Gamma_{S^* \rightarrow \gamma\gamma}^{эксп} < 0,8$  кэВ [43]. Для ширины распада  $\varepsilon \rightarrow \gamma\gamma$  в [44] дана оценка  $\Gamma_{\varepsilon \rightarrow \gamma\gamma}^{эксп} \sim 5 \div 9$  кэВ.

**Векторные мезоны.** Рассмотрим сначала распады, относящиеся ко второй категории. Это распады  $\rho \rightarrow \pi\pi$ ,  $K^* \rightarrow K\pi$ ,  $\varphi \rightarrow \bar{K}K$ . Амплитуды этих распадов имеют вид  $T_{V \rightarrow \varphi\varphi} = g_\rho a_V (p_1 - p_2)^\nu \varepsilon_V^\nu$ , где  $a_\rho = 1$ ;  $a_{K^*} = \frac{1}{2}$ ;  $a_\varphi = 1/\sqrt{2}$ . По распаду  $\rho \rightarrow \pi\pi$  фиксируется константа  $g_\rho$ . Для остальных распадов в приближении  $g_\rho \approx g_{K^*} \approx g_\varphi$  получаем

$$\Gamma_{K^* \rightarrow K\pi} = 45 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_{\varphi \rightarrow K+K^-} = 2 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_{\varphi \rightarrow \bar{K}^0 K^0} = 1,3 \text{ МэВ}. \quad (48)$$

Экспериментальные значения равны [24]:

$$\Gamma_{K^* \rightarrow K\pi} = (50,8 \pm 0,9) \text{ МэВ}, \quad \Gamma_{\varphi \rightarrow K+K^-} = (2,06 \pm 0,04) \text{ МэВ},$$

$$\Gamma_{\varphi \rightarrow K_L K_S} = (1,46 \pm 0,08) \text{ МэВ}.$$

\* На прошедшей летом 1985 г. конференции по физике высоких энергий в Бари (Италия) Клаус Вакер из SLACa сообщил недавно полученную оценку:

$$\Gamma_{(\delta \rightarrow \gamma\gamma)} \text{Br}(\delta \rightarrow \eta\pi) = (0,19 \pm 0,07 \pm \frac{0,1}{0,1}) \text{ кэВ}.$$

Там же С. Купер дал новые данные по распаду  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ :  $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma} = (7,3 \pm 0,2) \text{ эВ}$ .

Перейдем теперь к описанию радиационных распадов векторных мезонов, относящихся к первой категории. Это распады вида  $V \rightarrow \varphi\gamma$ , идущие через аномальные треугольные диаграммы \*. Ширины распадов для таких процессов записываются в виде

$$\Gamma_{V \rightarrow \varphi\gamma} = \frac{\alpha\alpha_\rho}{6\pi} \left( \frac{a_{V\varphi}}{16\pi F_\varphi} \right)^2 \left( \frac{m_V^2 - m_\varphi^2}{m_V} \right)^3,$$

где  $a_{\omega\pi} = 6$ ;  $a_{\rho\pi} = 2$ ;  $a_{\omega\eta} = 2 \sin \bar{\theta}$ ;  $a_{\rho\eta} = 6 \sin \bar{\theta}$ ;  $a_{K^0 K^0} = 3,9$ ;  $a_{K^+ K^+} = 2,5$ ;  $a_{\varphi\eta} = 4 \cos \bar{\theta}$ ;  $a_{\varphi\pi} = 6 \sin \beta$  ( $\beta = 3^\circ$ ) \*\*.

Т а б л и ц а 1. Радиационные распады псевдоскалярных, скалярных и векторных мезонов (процессы первой категории). Прочерки означают отсутствие экспериментальных данных

Распад	Теория, кэВ		Эксперимент [24], кэВ
	( $\theta = -11^\circ$ )	( $\theta = -18^\circ$ )	
$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$		$7,3 \cdot 10^{-3}$	$(7,85 \pm 0,57) \cdot 10^{-3}$
$\eta \rightarrow \gamma\gamma$	0,46		$0,32 \pm 0,05$ ; $0,56 \pm 0,12 \pm 0,10$ [39]
$\eta' \rightarrow \gamma\gamma$	5,2		$5,32 \pm 0,56$ ; $(4,16 \pm 0,30)$ [58]
$\eta' \rightarrow \omega\gamma$	9,8		$7,8 \pm 1,4$ ; $(6,1 \pm 1,4)$ [58]
$\eta' \rightarrow \rho\gamma$	97		$84 \pm 4,5$ ; $(66 \pm 10)$ [58]
$\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$	$0,89 \cdot 10^{-3}$		$(0,81 \pm 0,22) \cdot 10^{-3}$ [41]
$\varepsilon \rightarrow \gamma\gamma$		1,1	5—9 [44]
$S^* \rightarrow \gamma\gamma$		0,01	< 0,8 [43]
$\delta \rightarrow \gamma\gamma$		0,9	—
$\delta \rightarrow \rho\gamma$		16	—
$\delta \rightarrow \omega\gamma$		120	—
$\rho \rightarrow \pi\gamma$		87	$70 \pm 10$
$\rho \rightarrow \eta\gamma$	54		$55 \pm 14$ ; $(83 \pm 17)$ [58]
$\omega \rightarrow \pi\gamma$		840	$861 \pm 50$
$\omega \rightarrow \eta\gamma$	6,4		$3 \pm 2,5$ ; $-1,6$
$\varphi \rightarrow \pi^0\gamma$		5	$5,9 \pm 2,1$ ; $(5,5 \pm 0,6)$ [59]
$\varphi \rightarrow \eta\gamma$	84		$63 \pm 8$ ; $(55 \pm 3)$ [59]
$K^+ \rightarrow K^+\gamma$		50	$51 \pm 5$
$K^0 \rightarrow K^0\gamma$		105	$76 \pm 36$ ; $(116 \pm 5,7 \pm 8,1)$ FNAL

Результаты вычисления этих ширин собраны в табл. 1. Подробное описание расчетов этих процессов можно найти в [14, 30, 31, 42].

\* Подобные процессы подробно изучались в [38].

\*\* При вычислении коэффициентов  $a_{K^+ K^+}$  и  $a_{K^0 K^0}$  учтена разность масс  $m_u \neq m_s$  в треугольной диаграмме.  $\beta = 3^\circ$  — угол  $\varphi$ -смешивания.

**Аксиально-векторные мезоны** [28, 31, 32]. Для более полного изучения распадов аксиально-векторных мезонов необходимо вместе с нонетом  $1^{++}$ , рассмотренным в разд. 5, описать также нонет  $1^{+-}$  ( $J^{PC}$ ), поскольку странные мезоны  $Q_1$  и  $Q_2$  из этих двух нонетов довольно сильно смешаны друг с другом.

Для описания пятого нонета лагранжиан (5) следует дополнить еще одним членом, где кварки имеют связь с производной и  $(\gamma_5 \lambda_\alpha)$ -матрицами. В результате приходим к кварк-мезонным вершинам вида

$$\mathcal{L}(B, q) = \frac{g_B}{2} B_\alpha^\mu (\bar{q} \gamma_5 \lambda_\alpha \overleftrightarrow{D}_\mu q). \tag{49}$$

Здесь  $B_\alpha^\mu$  — поля  $1^{+-}$ -нонета,  $\overleftrightarrow{D}_\mu = \partial_\mu - i \frac{g_\rho}{2} \overleftrightarrow{V}_\mu$  — ковариантная производная,  $g_B = (2I_1(M))^{-1/2}$ , где  $I_1$  — квадратично-расходящийся интеграл с обрезанием  $\Lambda = 1250$  МэВ [см. (11)].

Рассмотрим распад  $A_1 \rightarrow \pi\rho$ . Он описывается двумя типами диаграмм, изображенных на рис. 7. Расходящаяся часть первой диа-

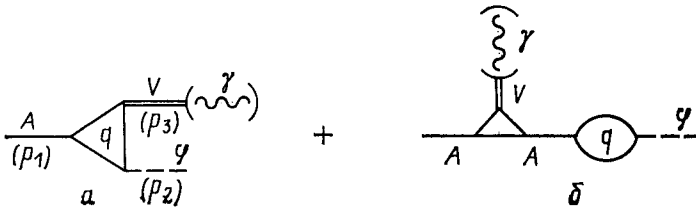


Рис. 7. Диаграммы, описывающие сильные и радиационные распады  $A$ -мезонов

граммы полностью сокращается с соответствующей частью из второй диаграммы, и амплитуда процесса  $A_1 \rightarrow \pi\rho$  определяется оставшейся частью второй диаграммы, имеющей вид

$$T_{A_1 \rightarrow \pi\rho} = -i \frac{g_\rho^2 \tilde{g}}{8\pi^2} \frac{m_u^2}{m_{A_1}^2} \{ -32\pi^2 I_2 q^2 g^{\mu\nu} + \\ + (8q^2 + 9l^2 - 5p^2) g^{\mu\nu} + 3(p^\mu q^\nu - g^{\mu\nu} p q) \}.$$

Здесь  $p$ ,  $q$  и  $l$  — импульсы  $A_1$ -,  $p$ - и  $\pi$ -мезонов соответственно. Чтобы придать этой амплитуде градиентно-инвариантную форму (с точностью до  $m_p^2$ -членов), можно воспользоваться сдвиговой неоднозначностью диаграммы  $(\rho A_1 A_1)$ , которая приводит к появлению в амплитуде члена вида

$$\Delta = C [g^{\mu\nu} (p+l)^\lambda + g^{\nu\lambda} (p+l)^\mu + g^{\mu\lambda} (p+l)^\nu] l^\lambda.$$

Выбирая параметр  $C$  так, чтобы уничтожить члены с импульсами  $p^2$  и  $l^2$ , получаем

$$T_{A_1 \rightarrow \pi p} = -i \left( \frac{3}{2\pi} \right)^2 g_{\rho} \tilde{g} \frac{m_u}{m_{A_1}^2} \left\{ g^{\mu\nu} m_{\rho}^2 \left[ \alpha - \left( \frac{4\pi}{3} \right) I_2 \right] + \right. \\ \left. + \beta (p^{\mu} q^{\nu} - g^{\mu\nu} p q) \right\}, \quad (50)$$

где

$$\alpha = \frac{m_{A_1}^2 - \frac{7}{3} m_{\pi}^2}{m_{A_1}^2 - 3m_{\pi}^2} \approx 1; \quad \beta = \frac{m_{A_1}^2 - 2m_{\pi}^2}{m_{A_1}^2 - 3m_{\pi}^2} \approx 1.$$

В результате для ширины распада  $A_1 \rightarrow \pi p$  приходим к значению

$$\Gamma_{A_1 \rightarrow \pi p} = 290 \text{ МэВ},$$

что вполне согласуется с экспериментальными данными [24]:

$$\Gamma_{A_1 \rightarrow \pi p}^{\text{эксп}} = (315 \pm 45) \text{ МэВ}.$$

Распад  $B \rightarrow \pi \omega$  описывается двумя диаграммами, приведенными на рис. 8. Им соответствует амплитуда

$$T_{B \rightarrow \pi \omega} = 2\tilde{g} g_{\rho} g_B I_2(m_u) \left[ \frac{2}{3} m_{\omega}^2 g^{\mu\nu} + p^{\nu} q^{\mu} - g^{\nu\mu} p q \right], \quad (51)$$

где  $p$  и  $q$  — импульсы  $B$ - и  $\omega$ -мезонов. Отсюда для ширины распада получаем значение  $\sim 140$  МэВ, что хорошо соответствует старым дан-

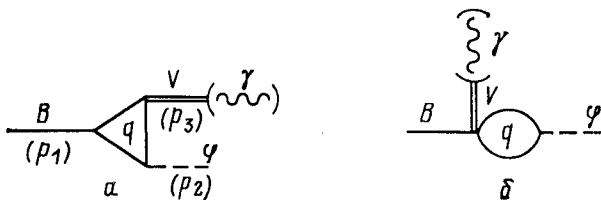


Рис. 8. Диаграммы, описывающие сильные и радиационные распады  $B$ -мезонов

ным [24]— $(137 \pm 10)$  МэВ, но почти в 2 раза ниже нового экспериментального значения [45]— $(234 \pm 29)$  МэВ.

Перейдем теперь к рассмотрению распадов  $Q_1$ - и  $Q_2$ -мезонов, которые являются смесями  $1^{++}$ - и  $1^{+-}$ -нонетов. Для описания смешивания используем формулы

$$Q_1^{\dagger} = i \cos \varphi Q_A^{\dagger} + \sin \varphi Q_B^{\dagger}, \\ Q_2^{\dagger} = -i \sin \varphi Q_A^{\dagger} + \cos \varphi Q_B^{\dagger}.$$

В общем виде амплитуды распадов  $Q_i \rightarrow V\phi$  можно записать в форме

$$T_{Q \rightarrow V\phi} = ag^{\mu\nu} + b(p^\mu q^\nu - g^{\mu\nu} pq),$$

где  $p$  и  $q$  — импульсы  $Q$ - и  $V$ -мезонов соответственно, а константы  $a$  и  $b$  содержат сумму вкладов от распадов  $Q_A$ - и  $Q_B$ -мезонов. Конкретный вид этих констант для различных процессов приведен в [28]. Результаты расчетов при угле смешивания  $\phi = 32^\circ$  и сравнение с экспериментальными данными приведены в табл. 2. Значение  $\phi = 32^\circ$

Таблица 2. Ширины  $A(B) \rightarrow V\phi$ -распадов мезонов из  $1^{++}$ - и  $1^{+-}$ -нонетов

Распад	Теория, МэВ	Эксперимент [24], МэВ
$B \rightarrow \omega\pi$	140	$137 \pm 10$ ( $234 \pm 29$ ) [45]
$A_1 \rightarrow \rho\pi$	290	( $315 \pm 45$ )
$Q_1 \rightarrow \rho K$	39	$38 \pm 5,4 \pm 8,4$
$\rightarrow \omega K$	13	$10 \pm 1,8 \pm 2,2$
$\rightarrow K^*\pi$	9	$14,4 \pm 4,5 \pm 3,2$
$Q_2 \rightarrow \rho K$	5,4	$5,4 \pm 5,4$
$\rightarrow \omega K$	1,8	$1,8 \pm 1,8$
$\rightarrow K^*\pi$	200	$169 \pm 11 \pm 9$
$H \rightarrow \rho\pi$	350	$320 \pm 50$
$H' \rightarrow K^*K$	200	—
$E \rightarrow KK^*$	$56 (\zeta = 25^\circ)$ $90 (\zeta = 16^\circ)$	$52 \pm 10$

не противоречит оценкам, полученным в [46]. Синглет-октетные компоненты  $1^{++}$ - и  $1^{+-}$ -нонетов группируются в  $H$ - и  $H'$ -мезоны и  $D$ - и  $E$ -мезоны. Мы получаем удовлетворительное согласие с экспериментом для случая идеального смешивания у  $H$ - и  $H'$ -мезонов и для угла отклонения от идеального смешивания  $\zeta$ , равного  $25^\circ$ , у  $D$ - и  $E$ -мезонов (табл. 2).

Таблица 3. Ширины радиационных распадов мезонов из  $1^{++}$ - и  $1^{+-}$ -нонетов

Распад	Теория, кэВ	Эксперимент, кэВ
$B \rightarrow \pi\gamma$	70	$(230 \pm 60)$ [45]
$A_1 \rightarrow \pi\gamma$	330	$(640 \pm 246)$ [45]
$Q_1^+ \rightarrow K^+\gamma$	615	
$Q_1^0 \rightarrow K^0\gamma$	45	
$Q_2^+ \rightarrow K^+\gamma$	40	
$Q_2^0 \rightarrow K^0\gamma$	177	
$H \rightarrow \pi\gamma$	550	

Поскольку амплитуды распадов  $A(B) \rightarrow V\phi$  получены в градиентно-инвариантной форме, нетрудно вычислить ширины радиационных распадов  $A(B) \rightarrow \gamma\phi$ , используя модель векторной доминантности (см. [28] и табл. 3). Теоретические оценки оказываются несколько заниженными по сравнению с известными экспериментальными данными [45].

Сильные распады  $A \rightarrow \sigma\phi$  так же, как и распады  $A \rightarrow V\phi$ , описываются двумя типами диаграмм. Однако, в отличие от распадов  $A \rightarrow V\phi$ , основной вклад в распад  $A \rightarrow \sigma\phi$  будет давать первая (прямая) диаграмма. Учет же диаграмм с  $A \rightarrow \phi$ -переходами приводит лишь к перенормировке первой амплитуды. Действительно:

$$T_{A_1 \rightarrow \varepsilon\pi}^{(1)} = ig_\rho Z^{1/2} \left( 1 - \frac{6\tilde{g}^2}{(4\pi)^2} \right) \cos \bar{\gamma} (p-q)^\mu \varepsilon_\mu^{(A_1)};$$

$$T_{A_1 \rightarrow \varepsilon(A_1 \rightarrow \pi)}^{(2)} = -\frac{6m_u^2}{m_{A_1}^2} T_{A_1 \rightarrow \varepsilon\pi}^{(1)};$$

$$T_{A_1 \rightarrow \varepsilon\pi}^{(1+2)} = ig_\rho Z^{-1/2} \left( 1 - \frac{6\tilde{g}^2}{(4\pi)^2} \right) \cos \bar{\gamma} (p-q)^\mu \varepsilon_\mu^{(A_1)}. \quad (52)$$

Здесь  $\bar{\gamma} = 14^\circ$  [см. (23)]. Для  $m_\varepsilon = 730$  МэВ получаем

$$\Gamma_{A_1 \rightarrow \varepsilon\pi} = 34 \text{ МэВ.}$$

Аналогичные амплитуды получаются для распадов  $D \rightarrow \delta\pi$  и  $E \rightarrow \delta\pi$ , только в первом случае вместо  $\cos \bar{\gamma}$  будет стоять  $\cos \zeta$ , а во втором —  $\sin \zeta$ . В распадах  $Q_1(Q_2) \rightarrow K\varepsilon$  участвуют в основном  $A$ -компоненты  $Q_i$ -мезонов. Результаты вычисления ширин этих распадов приведены в [28].

Таблица 4. Радиационные распады аксиально-векторных мезонов (процессы первой категории. Углы смешивания синглет-октетных компонент  $E$  и  $D$  равны  $51^\circ$ . Угол  $\phi\phi$ -смешивания равен  $3^\circ$ )

Распад	Теория, кэВ	Распад	Теория, кэВ
$E \rightarrow \phi\gamma$	60	$D \rightarrow \omega\gamma$	125
$E \rightarrow \omega\gamma$	20	$D \rightarrow \rho\gamma$	1200
$E \rightarrow \rho\gamma$	165	$A_1 \rightarrow \omega\gamma$	300
$D \rightarrow \phi\gamma$	3	$A_1 \rightarrow \rho\gamma$	34

К распадам первой категории относятся распады вида  $A \rightarrow V\gamma$ . Они идут через треугольные диаграммы аномального типа. Для вычисления амплитуд этих распадов необходимо производить  $q^2$ -разложение треугольных диаграмм. Отсылая за подробностями вычисления к [31], приведем здесь только числовые оценки соответствующих ширин распадов (табл. 4).

На этом мы закончим описание мезонных распадов и перейдем к изучению таких внутренних характеристик мезонов, как длины  $\pi\pi$ - и  $\pi K$ -рассеяния, электромагнитные радиусы и поляризуемости.

### 8. $\pi\pi$ - И $\pi K$ -РАССЕЯНИЕ

Длины рассеяния  $\pi\pi$ - и  $\pi K$ -систем вычислялись нами ранее в рамках нелинейной киральной модели [47]. Покажем теперь, как эти длины вычисляются в предложенной здесь модели [29, 48].

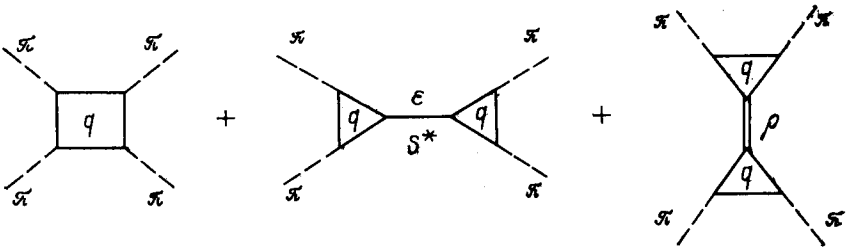


Рис. 9. Диаграммы, описывающие  $\pi\pi$ -рассеяние

$\pi\pi$ -Рассеяние описывается четырьмя диаграммами, изображенными на рис. 9\*. Постоянные части этих кварковых петель содержатся в лагранжианах (14) и (27) в качестве констант взаимодействия соответствующих мезонов. Однако для вычисления длин рассеяния нам необходимы также и  $q^2$ -члены. Коэффициенты при этих членах можно вычислить, разлагая петлевые диаграммы по квадратам внешних импульсов. Поскольку все эффективные константы взаимодействия лагранжианов (14) и (27) описывались логарифмически-расходящимися кварковыми петлями, следующий шаг разложения, необходимый для получения  $q^2$ -членов, приводит к сходящимся интегралам, и коэффициенты при этих членах определяются однозначно.

Задача сводится к переопределению константных членов после выделения из расходящихся интегралов  $q^2$ -членов. Мы будем исходить из естественного требования, чтобы на своей массовой поверхности формфактор соответствующего процесса точно совпадал с его физической константой. Например, формфактор распада  $\rho \rightarrow 2\pi$  имеет вид \*\*

$$T_{\rho \rightarrow 2\pi} = -ig_{\rho} \left( 1 + \frac{q^2 - m_{\rho}^2 + p_i^2 - m_{\pi}^2 + p_j^2 - m_{\pi}^2}{8\pi^2 F_{\pi}^2} \right) p_i^{\nu} \epsilon_{ijk} \pi^k \pi^j \rho_{\nu}^i, \quad (53)$$

\* Здесь следует еще добавить диаграмму с пионной петлей. Поскольку такие диаграммы тщательно исследованы в [47], мы не будем их рассматривать в этой статье. Они дают заметные вклады только в высшие длины рассеяния.

\*\* Аналогичная формула для формфактора  $\rho$ -мезона была предложена в [28].

где  $q, p_i, p_j$  — импульсы  $\rho$ -мезона и пионов соответственно;  $g_\rho$  — константа распада  $\rho$ -мезона.

Формфакторы распадов ( $\varepsilon, S^*$ )  $\rightarrow 2\pi$  равны

$$T_{(S^* \rightarrow 2\pi)}^{(\varepsilon \rightarrow 2\pi)} = 2m_u g_\pi Z^{1/2} \times \left\{ 1 - \frac{q^2 - m_{(\varepsilon, S^*)}^2 - 3[(p_1^2 - m_\pi^2) + (p_2^2 - m_\pi^2)]}{Z(4\pi F_\pi)^2} \right\} \pi^2 \begin{cases} \varepsilon \cos \bar{\gamma} \\ S^* \sin \bar{\gamma} \end{cases} \quad (54)$$

Для описания  $\pi\pi$ -рассеяния необходимо рассмотреть также четырехугольную кварковую диаграмму. Ее вклад в амплитуду рассеяния равен

$$T_{4\pi} = -\frac{g_\pi^2}{2} \left[ Z - \frac{s}{(2\pi F_\pi)^2} \right] (\pi^2)^2, \quad (55)$$

где  $s = (p_1 + p_2)^2$ ,  $p_1$  и  $p_2$  — импульсы налетающих пионов.

Для амплитуды  $\pi\pi$ -рассеяния теперь можно записать следующее выражение:

$$A(s, t, u) = -4g_\pi^2 Z \left\{ 1 - \frac{s}{Z(2\pi F_\pi)^2} + \frac{(2m_u)^2}{s - m_\varepsilon^2} \left[ 1 - \frac{s - m_\varepsilon^2}{Z(4\pi F_\pi)^2} \right]^2 \cos \bar{\gamma} + \frac{(2m_u)^2}{s - m_{S^*}^2} \left[ 1 - \frac{s - m_{S^*}^2}{Z(4\pi F_\pi)^2} \right]^2 \sin^2 \bar{\gamma} \right\} + g_\rho^2 \left\{ \frac{s - u}{m_\rho^2 - t} \left( 1 + \frac{t - m_\rho^2}{8\pi^2 F_\pi^2} \right)^2 + \frac{s - t}{m_\rho^2 - u} \left( 1 + \frac{u - m_\rho^2}{8\pi^2 F_\pi^2} \right)^2 \right\}. \quad (56)$$

Длины рассеяния, получающиеся из этой амплитуды, собраны в табл. 5. Они находятся в удовлетворительном согласии с имеющимися экспериментальными данными [49, 50] \*.

Таблица 5. Длины рассеяния  $\pi\pi$ - и  $\pi K$ -систем ( $m_\varepsilon = 730$  МэВ)

Длины $\pi\pi$	Теория	Эксперимент		Длины $\pi K$	Теория	Эксперимент [50]
		[50a]	[50б]			
$a_0^0$	0,26	$0,26 \pm 0,05$	$0,23 \pm 0,03$	$a_0^{1/2}$	0,1	$0,13 \pm 0,09$
$a_2^0$	-0,05	$-0,028 \pm 0,012$	$-0,06 \pm 0,07$	$a_0^{3/2}$	-0,1	$-0,13 \pm 0,03$
$a_1^1$	0,04	$0,038 \pm 0,002$	—	$a_1^{1/2}$	0,018	$0,018 \pm 0,002$
$a_2^0$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$(1,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$	—	$a_0^{(-)}$	0,07	$0,09 \pm 0,02$
$a_2^2$	$3 \cdot 10^{-4}$	$(1,3 \pm 3) \cdot 10^{-4}$	—	$a_1^{(-)}$	0,0044	$0,0065 \pm 0,001$
$a_3^1$	$4 \cdot 10^{-5}$	$(6 \pm 2) \cdot 10^{-5}$	—			

\*В табл. 5 учтены также вклады в длины  $\pi\pi$ -рассеяния от пионных петель (см. [47]):  $a_2^0(\pi) = 7 \cdot 10^{-4} m_\pi^{-5}$ ;  $a_2^2(\pi) = 10^{-4} m_\pi^{-5}$ ;  $a_3^1(\pi) = 1 \cdot 10^{-5} m_\pi^{-7}$ .



Сделаем несколько качественных замечаний, следующих из формулы (56). Оказывается, что длины рассеяния  $s$ - и  $p$ -волн почти полностью определяются первыми тремя диаграммами рис. 9. Вклады диаграмм с  $\rho$ -мезонами пренебрежимо малы. В то же время роль последних диаграмм резко возрастает при определении длин рассеяния  $d$ - и  $f$ -волн, где они дают преобладающие вклады. Особо интересная ситуация возникает при определении  $a_2^2$ , где вклады диаграмм с  $\epsilon$ - и  $S^*$ -мезонами, с одной стороны, и  $\rho$ -мезонами, с другой, почти равны друг другу, но противоположны по знаку. Эта величина очень чувствительна к малейшему изменению массы  $\epsilon$ -мезона, поэтому ее теоретическое значение определяется с большой погрешностью. Большие погрешности имеются и в экспериментальных данных [ $a_2^2 = (1,3 \pm 3) \cdot 10^{-4} m_\pi^5$ ]. Качественно наши расчеты хорошо воспроизводят экспериментальную картину, что свидетельствует о правильном выборе формфакторов (53) — (55).

Аналогичные вычисления для длин  $\pi K$ -рассеяния приводят к результатам, приведенным в табл. 5 [48].

Учет формфакторов у промежуточных мезонов оказывается важным и при вычислении ширин некоторых распадов. Так, для распадов  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ ,  $\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ ,  $\omega \rightarrow 3\pi$  [38, 51],  $\phi \rightarrow 3\pi$  [31] можно получить удовлетворительное согласие с экспериментом лишь при учете формфактора промежуточного  $\rho$ -мезона\*.

### 9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ РАДИУСЫ И ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ПИОНОВ И КАОНОВ

Поскольку в нашей схеме для электромагнитных взаимодействий адронов автоматически возникает модель векторной доминантности, то не удивительно, что результаты расчетов электромагнитных радиусов пионов и каонов полностью совпадают с результатами, следующими из модели векторной доминантности. Соответствующие вычисления можно найти в [14, 42, 51]. Здесь будут приведены только конечные результаты (табл. 6). Укажем, что при расчетах тоже надо учитывать формфактор промежуточного  $\rho$ -мезона.

Таблица 6. Электромагнитные радиусы  $\pi$ - и  $K$ -мезонов

Радиус, фм	$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{\pi^\pm}}$	$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{K^\pm}}$	$\sqrt{ \langle r^2 \rangle_{K^0} }$
Теория	0,63	0,58	0,24
Эксперимент [50]	$0,663 \pm 0,023$	$0,53 \pm 0,05$	$0,28 \pm 0,09$

\* Это замечание относится и к вычислению процесса  $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$  [52], близко к распаду  $\omega \rightarrow 3\pi$ .

Более подробно остановимся на вычислении электрической ( $\alpha$ ) и магнитной ( $\beta$ ) поляризуемостей пионов и каонов. В настоящее время существует довольно много работ, посвященных этой проблеме (см., например, [53]). Раньше мы вычисляли эти величины в рамках нелинейной киральной модели [47]. Здесь при вычислении поляризуемостей будут учтены вклады как от четырехугольных кварковых диаграмм, так и от диаграмм с промежуточными скалярными ( $\epsilon, S^*$ ,  $\delta$ ), векторными ( $\rho, \omega, K^*$ ) и аксиально-векторными ( $A, B, H$ ,

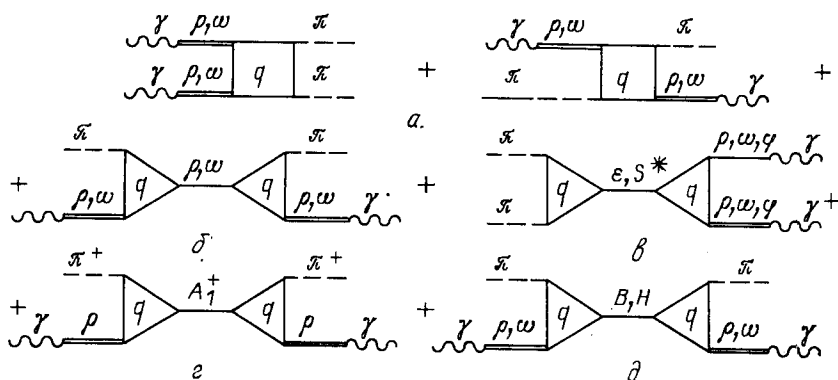


Рис. 10. Диаграммы, описывающие комpton-эффект на пионе

$H', Q_1, Q_2$ ) мезонами (рис. 10). Напомним, что нелинейная киральная модель учитывает вклады только от диаграмм типа 10, *a* и *b* [54] \*.

Четырехугольные кварковые диаграммы рис. 10 вычислены в [54]. Соответствующий им лагранжиан имеет вид

$$\mathcal{L}^{\square} = \frac{\alpha}{\pi (6F_{\pi})^2} (\pi^+ \pi^- + 5\pi^0 \pi^0 + K^+ K^- + 4\bar{K}^0 K^0) F_{\mu\nu}^2.$$

Поскольку все процессы, необходимые для описания остальных диаграмм, уже вычислены в предыдущем разделе, нам остается лишь собрать соответствующие результаты. Запишем коэффициенты электрической и магнитной поляризуемостей в виде  $\alpha_{\pi} = \alpha_{\pi}^{(1)} + \alpha_{\pi}^{(2)}$  и  $\beta_{\pi} = \beta_{\pi}^{(1)} + \beta_{\pi}^{(2)}$ . Коэффициенты с индексом (1) равны по величине и противоположны по знаку ( $\alpha_{\pi}^{(1)} = -\beta_{\pi}^{(1)}$ ). Они появляются в результате рассмотрения четырехугольных кварковых

\* Учет диаграмм с промежуточными векторными и аксиально-векторными мезонами позволяет найти нетривиальное значение для суммы ( $\alpha + \beta$ ), которая в нелинейной киральной модели всегда равна нулю [47].

диаграмм и диаграмм с промежуточными скалярными  $\varepsilon$  (700)- и  $S^*$  (975)-мезонами \*:

$$\alpha_{\pi^\pm}^{(1)} = \frac{\alpha(8\Delta - 1)}{18\pi F_\pi^2 m_\pi} = (7,1 + 0,03 - 0,8) \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3 = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3; \quad (57)$$

$$\alpha_{\pi^0}^{(1)} = -\frac{5\alpha \left( \frac{4}{5} \Delta - 1 \right)}{9\pi F_\pi^2 m_\pi} = (7,4 + 0,03 - 8,5) \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3 = -1,1 \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3, \quad (58)$$

где  $\Delta = m_u^{2l} \left[ \frac{a(m_\varepsilon)}{m_\varepsilon^2} \cos \bar{\gamma} (5 \cos \bar{\gamma} + \sqrt{2} \sin \bar{\gamma}) + \frac{a(m_{S^*})}{m_{S^*}^2} \times \right. \\ \left. \times \sin \bar{\gamma} (5 \sin \bar{\gamma} - \sqrt{2} \cos \bar{\gamma}) \right]$ . В выражениях (57) и (58) в круглых скобках указаны вклады  $\varepsilon$  (700)-,  $S^*$  (975)-мезонов и четырехугольных кварковых диаграмм соответственно. Множитель  $a(m) = 1 + \left( \frac{m}{4\pi F_\pi} \right)^2 \frac{1}{Z}$  [обязан своим] происхождением фактору мезонной вершины  $1 + (m^2 - q^2) / [(4\pi F_\pi)^2 Z]$ . Если в (57) и (58) не учитывать факторы [ $a(m) = 1$ ] и перейти к кирально-симметричному пределу ( $m_\varepsilon^2 = m_\pi^2 + 4m_u^2$ ,  $m_u \rightarrow \infty$ ,  $\bar{\gamma} = 0$ ), то получается результат, полностью совпадающий с результатом работы [54]:

$$\alpha_{\pi^\pm} = \frac{\alpha}{2\pi F_\pi^2 m_\pi} = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3, \quad \alpha_{\pi^0} = 0.$$

Коэффициенты электрической и магнитной поляризуемостей, помеченные индексом (2), не имеют аналога в киральной теории и появляются за счет вкладов диаграмм с промежуточными аксиально-векторными  $A_1$  (1270)-,  $H$  (1190)-,  $H'$  (1480)-,  $B$  (1235)-мезонами ( $\alpha_\pi^{(2)}$ ) и диаграмм с промежуточными векторными  $\rho$  (770)- и  $\omega$  (783)-мезонами ( $\beta_\pi^{(2)}$ ):

$$\alpha_{\pi^\pm}^{(2)} = \alpha m_\pi \left[ \frac{\alpha_\rho}{(2\pi F_\pi)^2 (m_{A_1}^2 - m_\pi^2)} + \pi \left( \frac{2a}{3} \right)^2 \frac{1}{m_B^2 - m_\pi^2} \right] = \\ = (4,3 + 0,4) \cdot 10^{-5} \text{ фм}^3 = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ фм}^3;$$

$$\alpha_{\pi^0}^{(2)} = \alpha \pi (2a)^2 m_\pi \left[ \frac{\cos^2 \chi}{m_H^2 - m_\pi^2} + \frac{\sin^2 \chi}{m_{H'}^2 - m_\pi^2} + \frac{1}{9(m_B^2 - m_\pi^2)} \right] = \\ = (3,23 + 0,32 + 0,39) \cdot 10^{-5} \text{ фм}^3 = 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ фм}^3;$$

$$\beta_{\pi^\pm}^{(2)} = \frac{\alpha \alpha_\rho}{(2\pi F_\pi)^2} \frac{m_\pi}{m_\rho^2 - m_\pi^2} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3;$$

\* Здесь следовало бы ввести член с  $\varepsilon'$ :  $\alpha_{\pi^0}^{(\varepsilon')}$   $= \frac{4\alpha m_u^2 a}{\pi m_\pi (3m_\varepsilon \cdot F_\pi)^2} \approx 10^{-3} \text{ фм}^3$ .

Однако, поскольку вклад от этого члена почти полностью сокращается с вкладом от пионной петли в  $\alpha_{\pi^0}$  (см. [47]), здесь эти два эффекта просто не будут учитываться.

$$\beta_{\pi^0}^{(2)} = \frac{\alpha\alpha_{\rho}m_{\pi}}{(2\pi F_{\pi})^2} \left( \frac{9}{m_{\omega}^2 - m_{\pi}^2} + \frac{1}{m_{\rho}^2 - m_{\pi}^2} \right) =$$

$$= (1,0 + 0,1) \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3 = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3$$

( $a = \frac{0,21}{m_u}$ , см. разд. 7 и [32]).

Отсюда видно, что аксиально-векторные мезоны практически не меняют электрической поляризуемости пионов и лишь вклад векторного  $\omega$  (783)-мезона в магнитную поляризуемость нейтрального пиона является существенным. Обратим внимание, что теперь значение суммы  $(\alpha + \beta)$  отличается от нуля:

$$(\alpha + \beta)_{\pi^{\pm}} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3 = (1,2 + 0,43 + 0,04) \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3;$$

$$(\alpha + \beta)_{\pi^0} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3 = (1,0 + 0,12 + 0,03) \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3.$$

Для заряженных пионов в круглой скобке выписаны последовательные вклады  $\rho$  (770)-,  $A_1$  (1270)- и  $B$  (1235)-мезонов, а для нейтральных пионов — вклады  $\omega$  (783)-,  $\rho$  (770)- и  $H$  (1190)-мезонов. Оценка суммы электрической и магнитной поляризуемостей нейтрального пиона близка к дисперсионной:  $(\alpha + \beta)_{\pi^0}^{\text{дисп}} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3$ . В случае заряженного пиона получается примерно в два с половиной раза меньшее значение:  $(\alpha + \beta)_{\pi^{\pm}}^{\text{дисп}} = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ фм}^3$  [55].

Полученные здесь оценки поляризуемостей пионов приведены в табл. 7. В качестве сравнения укажем пока единственное экспериментальное<sup>1</sup> число  $\alpha_{\pm}^{\text{эксп}} = (8,5 \pm 1,8) \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3$  [56].

Таблица 7. Теоретические значения электрической и магнитной  $(\alpha + \beta)$  поляризуемостей  $\pi$  и  $K$  (в единицах  $10^{-3} \text{ фм}^3$ ) ( $m_{\pi} = 730 \text{ МэВ}$ )

$\alpha_{\pi^{\pm}}$	$\beta_{\pi^{\pm}}$	$\alpha_{\pi^0}$	$\beta_{\pi^0}$	$\alpha_{K^{\pm}}$	$\beta_{K^{\pm}}$	$\alpha_{K^0}$	$\beta_{K^0}$
6,4	-6,2	-1	2,2	1,1	-0,5	0,6	2,5

Аналогично вычисляется и поляризуемость каонов [32]. В табл. 7 приведены значения, полученные в нашей модели.

## 10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным достоинством предлагаемой модели является то, что с ее помощью удается построить феноменологические лагранжианы, описывающие взаимодействия большого числа мезонов. (Здесь рассмотрены взаимодействия 45 различных мезонов — скалярные, псевдоскалярные, векторные и два аксиально-векторных нонета. В модель можно включить и мезоны с чармом [16].) При этом используется малое число параметров. Достаточно всего лишь пяти параметров, что-

бы получить в целом верную картину для взаимодействия и для масс мезонов, но в довольно грубом приближении. Этими основными параметрами являются параметры  $G_1$  и  $G_2$ , ответственные за главные вклады в массы мезонов, параметр обрезания  $\Lambda$ , характеризующий эффективную область кварк-антикваркового взаимодействия, и массы составляющих кварков  $m_u \approx m_d$  и  $m_s$ , которые вместе с параметром  $\Lambda$  определяют константы взаимодействия мезонов друг с другом. Для определения этих параметров можно использовать пять физических величин: константы распадов  $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$  и  $\rho \rightarrow 2\pi$  ( $F_\pi$  и  $g_\rho$ ) и массы пиона, каона и  $\rho$ -мезона. Для сравнения напомним, что в КХД мы имеем три параметра:  $m_u \approx m_d$ ,  $m_s$  и  $\alpha_s$ .

Чтобы добиться более точного описания физических явлений, нам приходится увеличивать число параметров, учитывая небольшое различие между  $m_u$  и  $m_d$ , равное 4 МэВ (для описания процессов  $\omega \rightarrow 2\pi$ ,  $\eta$  ( $\eta'$ )  $\rightarrow 3\pi$  и разности масс  $m_{K^0}$  и  $m_{K^+}$ ).

Еще одна группа параметров связана с введением углов смешивания синглет-октетных компонент в различных нонетах. Мы здесь использовали экспериментальные значения для этих углов [24].

Наша модель дает не только вполне разумные оценки констант связи мезонных взаимодействий, но и количественно-правильные связи констант  $F_K$  и  $F_s$  с  $F_\pi$  [см. (45)]. Тем самым удается описать отклонение модели от точной  $SU(3)$ -группы.

Массы псевдоскалярных и векторных мезонов описываются в модели также достаточно удовлетворительно вместе с такими тонкими эффектами, как разности масс  $K^{0-}$ ,  $K^\pm$ - и  $\pi^0$ ,  $\pi^\pm$ -мезонов.

Хуже обстоит дело с формулами для масс скалярных и аксиально-векторных частиц. Здесь удается получить лишь качественно верные результаты. Особенно сильные расхождения с экспериментальными значениями наблюдаются у скалярных мезонов  $\delta$  и  $\tilde{K}$ . Вполне возможно, что в эти мезоны большой вклад дают 4-кварковые состояния [57]. Хотя есть и иные мнения, объясняющие увеличение массы  $\delta$ -мезона [23].

Особенно интересные результаты получаются в модели при объяснении происхождения масс токовых и составляющих кварков и их связи друг с другом. Модель позволяет тщательно проследить, как за счет спонтанного нарушения киральной симметрии, возникающего при введении мезонных полей как связанных кварк-антикварковых состояний, легкие токовые кварки, фигурирующие в исходном 4-кварковом лагранжиане, переходят в более тяжелые составляющие кварки. Утяжеление кварков происходит за счет появления в модели так называемых «диаграмм-головастиков», связанных со скалярными полями  $\sigma_u$ ,  $\sigma_s$  и  $\sigma_3$ . Они и приводят к появлению дополнительных «динамических» масс у составляющих кварков. Удастся получить формулы, однозначно связывающие величины токовых и составляющих кварков.

Модель безусловно далека еще от своего завершения. Основной

нерешенной проблемой является получение эффективных 4-кварковых взаимодействий из КХД при низких энергиях. В работах, упомянутых в разд. 1, были сделаны пока лишь первые попытки получить такую связь на чисто качественном уровне. В настоящее время многие авторы продолжают работу в этом направлении. Решение указанной проблемы позволило бы разрешить многие другие вопросы, связанные, например, с более однозначным выбором функции  $f(x)$  [см. (6)], более правильным описанием кварковых петель и т. п. Описание кварковых пропагаторов в виде обычных пропагаторов спинорных частиц с постоянной массой  $m_q$  безусловно не соответствует требованию удержания кварков. Масса кварка скорее всего является функцией от его импульса. Поэтому получение более корректной формы, описывающей поведение кварка в петле (или в мешке), является очень важной задачей на пути усовершенствования предложенной здесь модели.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н. Н. — ЖЭТФ, 1958, т. 34, с. 58—65, 73—79; Боголюбов Н. Н., Толмачев В. В., Ширков Д. В. Новый метод теории сверхпроводимости. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 128 с.
2. Bardeen J., Cooper L. W., Schrieffer I. R. — Phys. Rev., 1957, v. 106, p. 162—166.
3. Арбузов Б. А., Тавхелидзе А. Н., Фаустов Р. Н. — ДАН СССР, 1961, т. 139, с. 345—347.
4. Nambu Y., Jona-Lasinio G. — Phys. Rev., 1961, v. 122, p. 345—358.
5. Scadron M. D. — Ann. Phys., 1983, v. 148, p. 257—300.
6. Карчев Н. И., Славнов А. А. — ТМФ, 1985, т. 65, с. 192—200.
7. Dhar A., Wadia S. R. — Phys. Rev. Lett., 1984, v. 52, p. 959—962.
8. Дьяконов Д. И., Эйдез М. И. — Письма в ЖЭТФ, 1983, т. 38, с. 358—360.
9. Witten E. — Nucl. Phys., 1983, v. 223B, p. 422—432.
10. Goldman T., Naymaker R. W. — Phys. Rev., 1981, v. 24D, p. 724—751.
11. Brockmann R., Weise W., Werner E. — Phys. Lett., 1983, v. 122B, p. 201—206.
12. Eguchi T. — Phys. Rev., 1976, v. 14D, p. 2755—2763.
13. Kikkawa K. — Progr. Theoret. Phys., 1976, v. 56, p. 947—955.
14. Волков М. К., Эберт Д. — ЯФ. 1982. т. 36, с. 1265—1277; Z. Phys., 1983, v. 16C, p. 205—210.
15. Волков М. К., Креопалов Д. В. — ТМФ, 1983, т. 57, с. 21—34; ЯФ, 1984, т. 39, с. 924—931.
16. Эберт Д. Препринт ОИЯИ Е2-83-795, Дубна, 1983. 11 с.
17. Pauli W., Willars F. — Rev. Mod. Phys., 1949, v. 21, p. 434—444; Медведев Б. П., Павлов В. П., Суханов А. Д. — ЖЭТФ, 1970, т. 58, с. 2099—2109.
18. Волков М. К., Осипов А. А. Сообщение ОИЯИ Р2-85-390, Дубна, 1985. 7 с.
19. Де Альфаро В., Фубини С., Фурлан Г., Росетти К. Токи в физике адронов: Пер. с англ. М.: Мир, 1976, с. 252 (670 с.)
20. Di Vecchia P., Nicedemi F., Pettorino R., Veneziano G. — Nucl. Phys., 1981, v. 181B, p. 318—334.
21. Волков М. К. — ЭЧАЯ, 1982, т. 13, с. 1070—1093.
22. Apel W. D. e.a. — Phys. Lett., 1979, v. 83B, p. 131—135.
23. Scadron M. D. — Phys. Rev., 1982, v. 26D, p. 239—247.
24. Particle Data Group. — Phys. Lett., 1982, v. 111B.

25. Gasiorowicz S., Geffen D. A.— Rev. Mod. Phys., 1969, v. 41, p. 531—573.
26. Клоуз Ф. Кварки и партоны: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 438 с.
27. Scadron M. D.— Rep. Progr. Phys., 1981, v. 44, p. 213—292.
28. Волков М. К., Иванов А. Н. Сообщение ОИЯИ P2-85-566, Дубна, 1985. 10 с.
29. Волков М. К., Осипов А. А.— ЯФ, 1984, т. 39, с. 694—698.
30. Волков М. К., Креопалов Д. В. — ЯФ, 1983, т. 37, с. 1297—1302.
31. Волков М. К.— ЯФ, 1984, т. 40, с. 974—976.
32. Волков М. К., Осипов А. А.— ЯФ, 1985, т. 41, с. 1027—1034.
33. Pagels H.— Phys. Rep., 1975, v. 16C, p. 219—311.
34. Paschos E. A., Turke U.— Phys. Lett., 1982, v. 116B, p. 360—364.
35. Volkov M. K.— Ann. Phys., 1984, v. 157, p. 282—303.
36. Волков М. К.— ЭЧАЯ, 1979, т. 10, с. 693—726.
37. Ebert D., Volkov M. K.— Fortschr. Phys., 1981, v. 29, p. 127—186.
38. Иванов А. Н., Шехтер В. М.— ЯФ, 1980, т. 31, с. 530—536; 1980, т. 32, с. 796—801; Иванов А. Н.— ЯФ, 1981, т. 33, 1679—1691.
39. Weinstein A. e.a.— Phys. Rev., 1983, v. 28D, p. 2896—2899.
40. Волков М. К., Эберт Д.— ЯФ, 1979, т. 30, с. 1420—1427.
41. Бинон Ф. и др.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1534—1538.
42. Волков М. К., Осипов А. А. Препринт ОИЯИ E2-83-921, Дубна, 1983. 14 с.
43. Edwards C. e.a.— Phys. Lett., 1982, v. 110B, p. 82—86.
44. Mennessier G.— Z. Phys., 1983, v. 16C, p. 241—255.
45. Daum C. e.a.— Nucl. Phys., 1981, v. 187B, p. 1—41.
46. Zielinski M. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1984, v. 52, p. 1195—1198; Collick W. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1984, v. 53, p. 2374—2377.
47. Волков М. К., Первушин В. Н. Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М.: Атомиздат, 1978. 240 с.
48. Волков М. К., Осипов А. А. Сообщение ОИЯИ P2-83-490, Дубна, 1983. 6 с.
49. Nagels M. N. e.a.— Nucl. Phys., 1979, v. 147B, p. 189—276.
50. a. Dumbrajs O. e.a.— Nucl. Phys., 1983, v. 216B, p. 277—335; б. Бельков А. А., Бунятов С. А.— ЭЧАЯ, 1982, т. 13, с. 5—39.
51. Эберт Д., Волков М. К. Труды V семинара по физике высоких энергий и теории поля. Протвино, 1982, том. II, с. 159—169.
52. Быковский Б. В. Сообщение ОИЯИ P2-84-5, Дубна, 1984. 7 с.
53. Петрунькин В. А.— ЭЧАЯ, 1981, т. 12, с. 692—753.
54. Волков М. К., Эберт Д.— ЯФ, 1981, т. 34, с. 182—185.
55. Львов А. И., Петрунькин В. А. Препринт ФИАН 170. М., 1977. 8 с.
56. Antipov Yu. M. e.a.— Phys. Lett., 1983, v. 121B, p. 445—448.
57. Ачасов Н. Н., Девянин С. А., Шестаков Г. Н.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1337—1348.
58. Baltrusaitis R. M. e. a. —Phys. Rev., 1985, v. 32D, p. 2883—2892.
59. Druzhinin V. P. e. a. —Phys. Lett., 1984, v. 144B, p. 136—140.