

СПЕКТР ВОЗБУЖДЕНИЙ И БОЗЕ-КОНДЕНСАТ В ЖИДКОМ ${}^4\text{He}$

Ж.А.Козлов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Представлен обзор работ по исследованию жидкого ${}^4\text{He}$ методом неупругого рассеяния нейтронов на основе результатов, полученных на реакторах ИБР-30 и ИБР-2. Основное внимание уделено изучению структуры спектров возбуждений как в нормальной, так и в сверхтекучей фазах, поиску и исследованию бозе-конденсата.

The review of investigations of liquid ${}^4\text{He}$ by inelastic scattering of neutrons on the basis of results obtained at reactors IBR-30 and IBR-2 is presented. The main attention is given to the study of the structure of excitation spectra both in normal and in superfluid phases and to the search for and investigation of the Bose condensate.

ВВЕДЕНИЕ

Жидкость, образованная из атомов ${}^4\text{He}$, обладает рядом исключительных свойств. П.Л.Капица [1] открыл, что жидкий ${}^4\text{He}$ при температуре ниже $T_\lambda = 2,17$ К становится сверхтекучим. Свойство сверхтекучести, как показал Л.Д.Ландау [2], следует из формы спектра элементарных возбуждений бозе-жидкости и может осуществляться при условии, если скорость течения жидкости меньше критической, определяемой из спектра возбуждений. Рассмотрение жидкого ${}^4\text{He}$ как идеального бозе-газа позволило Ф.Лондону [3] предположить, что сверхтекучесть ${}^4\text{He}$ связана с явлением бозе-эйнштейновской - конденсации, т.е. с наличием макроскопического числа атомов ${}^4\text{He}$ в основном состоянии с импульсом $p = 0$. На явление конденсации в импульсном пространстве впервые обратил внимание в 1925 г. А.Эйнштейн. Н.Н.Боголюбов [4] показал, что для слабонеидеального бозе-газа бозе-конденсация сохраняется, а найденная структура энергетических уровней удовлетворяет условиям сверхтекучести Ландау. Влияние бозе-конденсата на форму спектра рассмотрено во многих теоретических работах, начало которым было положено Н.Н.Боголюбовым и С.Т.Беляевым [5]. Развитие этих идей привело к заключению о сложной структуре спектра возбуждений сверхтекучего ${}^4\text{He}$.

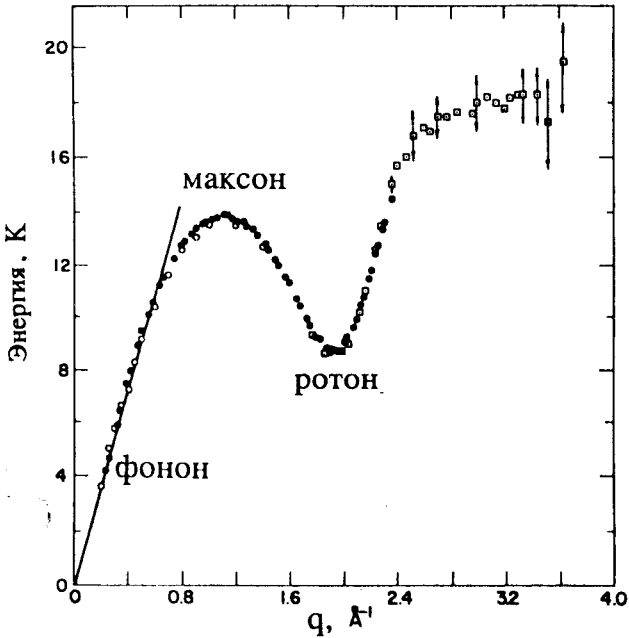


Рис.1. Кривая дисперсии сверхтекучего ${}^4\text{He}$ при температуре 1,1 К [7]

Нейтронные исследования жидкого ${}^4\text{He}$ связаны с возможностями изучения как коллективных, так и индивидуальных движений атомов. Поэтому представляет интерес исследование с помощью нейтронов спектра возбуждений в сверхтекучей и нормальной фазах жидкого ${}^4\text{He}$, а также изучение явления бозе-конденсации. Связывая результаты нейтронных исследований с богатым материалом по изучению сверхтекучести ${}^4\text{He}$, можно установить корреляции между явлениями сверхтекучести и бозе-конденсации. Особое место в этих корреляциях занимает спектр возбуждений, форма которого, с одной стороны, определяет условие сверхтекучести Ландау, а с другой — связана с наличием бозе-конденсата.

В 1961 г. Хеншоу и Вудс [6] методом неупругого рассеяния нейтронов измерили дисперсионную кривую возбуждений в сверхтекучем ${}^4\text{He}$, которая совпала по форме с предсказанием Ландау. В дальнейшем в нейтронных исследованиях ${}^4\text{He}$ уточнялись параметры кривой дисперсии в зависимости от температуры и давления при различных значениях волнового вектора q [7—10]. На рис.1 показана кривая дисперсии из работы [7], на которой обозначены фононная, максонная и ротонная области. На двухкомпонент-

ный характер спектра неупруго рассеянных нейтронов в сверхтекучем ${}^4\text{He}$ в области максонов и ротоннов было обращено внимание в 1978 г. Вудсом и Свенссоном [11]. В сущности, они предполагали, что нейтроны рассеиваются на нормальной и сверхтекучей компонентах независимо и по-разному. Естественно, были предприняты попытки найти теоретическое обоснование результатам этого эксперимента, однако найти его не удалось.

Параллельно с изучением спектра возбуждений велись поиски и исследования бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$ при больших передачах энергии $\epsilon \gg \Delta$ и волнового вектора $q \gg q_r$, где Δ и q_r — энергия и волновой вектор ротона. Предполагалось, что высокоэнергетические нейтроны рассеиваются на атомах ${}^4\text{He}$ как на квазисвободных частицах, и в этом случае удастся отделить спектр рассеянных нейтронов на атомах бозе-конденсата от остального спектра в силу того, что атомы бозе-конденсата не дают доплеровского уширения. Однако визуального разделения спектров получить не удалось, поэтому были использованы различные методы обработки спектров одноатомного рассеяния нейтронов, которые позволили оценить относительную плотность бозе-конденсата. Для увеличения надежности результатов такой анализ обычно проводился при разных температурах или давлениях.

Основные данные о динамике жидкости можно получить путем измерений дважды дифференциальных сечений рассеяния нейтронов, которые используются для описания жидкости с помощью динамического структурного фактора или, как часто называют, закона рассеяния $S(q, \omega)$, предложенного Ван Хове [12]. Динамический структурный фактор $S(q, \omega)$ связан с дважды дифференциальным сечением рассеяния нейтронов соотношением

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} = \frac{b^2}{2\pi\hbar} \frac{k}{k_0} S(q, \omega),$$

где k_0 и k — волновые векторы падающих и рассеянных нейтронов, b — длина когерентного рассеяния. Передачи волнового вектора q и энергии ϵ при рассеянии нейтронов равны

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}, \\ \epsilon &= \hbar\omega = E_0 - E, \end{aligned}$$

где E_0 и E — начальная и конечная энергии нейтронов.

Данный обзор посвящен исследованию жидкого ${}^4\text{He}$ методом неупругого рассеяния нейтронов на основе результатов, полученных на реакторах ИБР-30 и ИБР-2. Основное внимание обращено на изучение структуры

спектров возбуждений как в нормальной, так и в сверхтекучей фазах, на поиск и исследование бозе-конденсата и установление корреляций между явлениями сверхтекучести и бозе-конденсации.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

1.1. Установка. Эксперименты по изучению неупругого рассеяния нейтронов в жидком ${}^4\text{He}$ в Объединенном институте ядерных исследований (Дубна) были выполнены на двух спектрометрах: сначала на ДИН-1М [13,14] (реактор ИБР-30), и затем на ДИН-2ПИ [15] (реактор ИБР-2). Часть измерений при волновых векторах $q > 7 \text{ \AA}^{-1}$ была проведена в бустерном режиме работы ИБР-30, что позволило в 1,5—2 раза улучшить разрешающую способность по энергии из-за сокращения длительности импульса

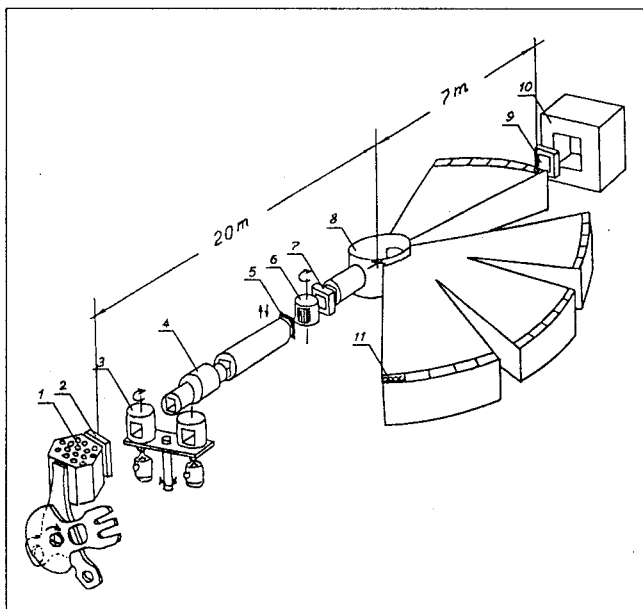


Рис.2. Схема спектрометра ДИН-2ПИ: 1 — активная зона ИБР-2, 2 — замедлитель, 3 — прерыватель для подавления фона, 4 — коллиматор, 5 — кадмиевая заслонка, 6 — селектор-монокроматор, 7 — монитор 1, 8 — камера образца, 9 — монитор 2, 10 — ловушка, 11 — ${}^3\text{He}$ -счетчики

мощности реактора и уменьшения времени жизни нейтронов в замедлителе. Оба спектрометра идентичны по сути и являются спектрометрами так называемой «прямой геометрии», хотя, конечно, имеются различия в конструкциях и основных характеристиках. Особенности этих спектрометров описаны в работе [15]. На рис.2 схематично показано размещение основных узлов спектрометра ДИН-2ПИ. Детекторные системы спектрометров позволяли одновременно проводить измерения интенсивностей рассеянных нейтронов в широком интервале углов рассеяния, например, на ДИН-2ПИ $\theta \approx 3+135^\circ$. Для измерений использовались криостаты [16], позволившие работать с образцом жидкого ${}^4\text{He}$ при температурах от 4,2 до 0,42 К. Точность поддержания температуры составляла $\pm 0,01$ К.

1.2. Времяпролетная методика. На обоих спектрометрах используется времяпролетная методика измерения спектров неупругого рассеяния нейтронов. Монохроматический пучок нейтронов, падающий на образец, формируется из вспышки импульсного реактора механическим прерывателем по методу времени пролета нейтронов первой базы. Энергия нейтронов, рассеянных на образце на угол θ , определяется по времени пролета второй базы между образцом и детектором.

Анализ экспериментальных спектров рассеянных нейтронов в области одночастичных возбуждений проводился в энергетической шкале, для чего измеряемая в эксперименте интенсивность, как функция угла рассеяния θ и времени пролета t нейтронов, преобразовывалась в динамический структурный фактор $S(q, \epsilon)$:

$$S(q, \epsilon) = (2\pi\hbar/b^2)(E_0^2/E^2) d^2J(\theta, t)/d\Omega dt, \quad (1.1)$$

где J — счет в канале временного спектра.

Экспериментальные спектры измерялись в условиях $\theta = \text{const}$, поэтому передачи волнового вектора q и энергии ϵ определяются из кинематического соотношения

$$q = 0,695 \left[2E_0 \mp \epsilon - 2 \cos \theta \sqrt{E_0(E_0 \mp \epsilon)} \right]^{1/2}, \quad (1.2)$$

где верхние знаки относятся к охлаждению нейтронов при рассеянии, а нижние — к нагреву. Так как кривые кинематических соотношений имеют различный характер пересечения с дисперсионной кривой при разных E_0 , ϵ и θ , то для приведения результатов по ширинам пиков и интенсивностям к условию $q = \text{const}$ удобно ввести переводной коэффициент j . В случае, когда в пределах ширины пиков кривая дисперсии и кинематическое соотношение имеют линейную зависимость, переводной коэффициент равен

$$j = \cos \alpha \left[1 - \left(\frac{dq}{d\epsilon} \right) \text{grad}_q \epsilon(q) \right], \quad (1.3)$$

где $\varepsilon(q)$ — дисперсионная кривая, α — угол отклонения кривой кинематического соотношения от вертикальной оси ε , и $dq/d\varepsilon$ определяется из (1.2). Для получения данных о ширинах (W_q) и интенсивностях (I_q) пиков при $q = \text{const}$ следует умножить результаты, полученные при $\theta = \text{const}$, на j : $W_q = W_{\theta} j$; $I_q = I_{\theta} j$.

Практически такой перевод возможен только для относительно узких пиков, для более широких пиков требуются другие подходы. Отметим, что используемая ранее формула Веллера — Фромана [17] для перевода данных в шкалу $q = \text{const}$ отличается от (1.3) множителем $\cos \alpha$, который при больших энергиях E_0 из-за $\alpha \sim 0$ несуществен.

1.3. Кадмиевая методика. Измерение фона, в основном, проводилось по так называемой кадмиевой методике [18]. С помощью кадмиевой заслонки, установленной перед механическим прерывателем, имеется возможность полностью перекрывать пучок тепловых нейтронов. Технически использование кадмиевой методики сводится к тому, что измерения как с жидким ^4He , так и с пустым криостатом проводятся путем чередования двух режимов: с кадмиевой заслонкой вне пучка и в пучке нейтронов. На других важных методических особенностях измерений и характеристиках спектрометров будем останавливаться при описании конкретных экспериментов.

Следует отметить, что на реакторе ИБР-2 имеется нетривиальная возможность для исследований жидкого ^4He методом неупругого рассеяния нейтронов в области передач энергии $\varepsilon \approx 1 + 10^3$ мкэВ и волнового вектора $q \approx 10^{-2} + 1 \text{ \AA}^{-1}$ с энергетическим разрешением $\Delta E < 10$ мкэВ [19]. Предполагается, что такая установка будет работать на «очень холодных нейтронах» ($E_0 \leq 1$ мэВ) с использованием метода «обратной геометрии» с многослойными монохроматорами в качестве фильтров. Предварительно проведенные испытания основных узлов установки показали ее работоспособность.

2. СТРУКТУРА СПЕКТРА ВОЗБУЖДЕНИЙ ЖИДКОГО ^4He

Представления о форме спектра возбуждений бозе-жидкости впервые были высказаны Ландау [2]. Исходя из экспериментального факта, что удельная теплоемкость He II при температуре $T \rightarrow 0$ убывает пропорционально T^3 , он постулировал, что жидкий ^4He вблизи основного состояния может рассматриваться как совокупность отдельных элементарных возбуждений или квазичастиц. В области малых волновых векторов, соответствующих квантам звука — фононам, энергия возбуждений линейно зависит от

волнового вектора q , причем коэффициент пропорциональности совпадает со скоростью звука c :

$$\varepsilon(q) = c\hbar q. \quad (2.1)$$

Выражение для статического структурного фактора $S(q)$ для жидкого ${}^4\text{He}$ при малых q и $T \rightarrow 0$ получено Бийлем [20], Фейнманом [21] и Питаевским [22]:

$$S(q) = \hbar q / 2Mc, \quad (2.2)$$

в предположении, что в $S(q)$ вносят вклад только однофононные процессы. При $T \neq 0$ $S(0) = \rho k_B T K_T$, где ρ — плотность атомов ${}^4\text{He}$, k_B — постоянная Больцмана и K_T — изотермическая сжимаемость.

В области малых частот колебаний ω , вследствие частых столкновений квазичастиц, распространение звуковых волн происходит в условиях локального термодинамического равновесия. В пределе $\omega \ll \nu$, где ν — частота столкновений, имеет место гидродинамический или *столкновительный* режим и возможно распространение хорошо определенной моды первого звука. При $\omega \gg \nu$ столкновения происходят редко (*бесстолкновительный* режим), и флуктуации плотности представляют высокочастотный аналог обычного звука, названный Ландау *нулевым* звуком. Затухание нулевого звука, связанное со столкновениями квазичастиц, мало, поэтому он является хорошо определенной модой, распространяющейся в неравновесной среде. В области перехода от первого звука к нулевому ($\omega \sim \nu$) столкновения происходят достаточно часто, чтобы подавить нуль-звуковую моду, но не настолько часто, чтобы могла распространяться незатухающая волна первого звука. Таким образом, этому переходу должен соответствовать максимум поглощения звуковой волны.

В бесстолкновительной области кривая спектра возбуждений сначала отклоняется вверх, так что спектр описывается выражением

$$\varepsilon(q) = c\hbar q + \gamma q^3 + \dots, \quad \gamma > 0. \quad (2.3)$$

Затем групповая скорость возбуждений снова уменьшается, и при некотором $q = q^*$ спектр пересекает линию первого звука и уходит под нее. Такой вид спектра при температуре $T \rightarrow 0$, т.е. в отсутствие столкновений квазичастиц, приводит к своеобразному поведению затухания возбуждений, которое рассмотрено С.В.Иорданским и Л.П.Питаевским [23]. При отклонении спектра от линейной зависимости становится возможным распад на два, три и большее число возбуждений до бесконечности. С ростом q сначала становится невозможным распад на два возбуждения, затем на три, затем последовательно на большее число возбуждений. Имеется, таким образом,

последовательность порогов, которые сгущаются по направлению к точке q^* . При приближении к точке $q \rightarrow q^*$ возможен распад только на бесконечное число фононов $n \rightarrow \infty$. При $q > q^*$ распад возбуждения невозможен ни на какое число фононов. Таким образом, точка q^* является «особой» точкой, в которой затухание возбуждения обращается в нуль. Вероятность распада возбуждения вблизи q^* определяется выражением [23]:

$$W_{IP} \propto \left(\frac{\epsilon^6 \gamma}{\hbar^6 \rho c^8} \right)^n \exp(-5n \cdot \ln n), \quad n = \frac{q^{3/2} \gamma^{1/2}}{(\epsilon - c\hbar q)^{1/2}}. \quad (2.4)$$

Экспоненциальный характер обращения в нуль затухания возбуждения при наличии логарифма делает это обращение еще более быстрым.

Ландау предсказал, что в области $q \sim 1/a$, где a — значение межатомного расстояния, спектр возбуждений сверхтекучего ^4He имеет минимум

$$\epsilon(q) = \Delta + \hbar^2 \cdot (q - q_0)^2 / 2\mu,$$

где μ — эффективная масса ротона. Затухание возбуждений вблизи ротонного минимума в зависимости от температуры рассмотрено Ландау и Халатниковым [24], которые нашли, что ширина ротонных пиков равна

$$W(T) = 94 \sqrt{T} \exp(-\Delta/k_B T), \quad (2.5)$$

где W — полная ширина на половине максимума пика.

Поведение спектра возбуждений в сверхтекучем ^4He в заротонной области волновых векторов рассмотрено Питаевским [25]. С ростом q энергия возбуждений достигает некоторого порогового значения (точка окончания спектра), выше которого возбуждение неустойчиво относительно распада на два и большее число возбуждений с меньшей энергией.

Спектр возбуждений сверхтекучего ^4He Ландау, Питаевский и Фейнман получили без рассмотрения бозе-конденсата. В теоретических работах, начало которым положил Боголюбов, бозе-конденсат вводится изначально. Согласно микроскопической теории Боголюбова наличие бозе-конденсата приводит к дисперсионной кривой $\epsilon(q)$ фононного типа при малых волновых векторах в том смысле, что кривая имеет конечный наклон в начале координат, т.е. $d\epsilon/dq \neq 0$ при $q \rightarrow 0$. При этом следует иметь в виду, что предсказание линейности спектра получено в предположении об отсутствии каких-либо возбуждений атомов ^4He при нуле температуры.

Микроскопическая теория бозе-жидкости получила свое развитие с применением техники квантовой теории поля к системе многих бозе-частиц. Беляев [5] для системы взаимодействующих бозе-частиц при малой плотности определил энергетический спектр квазичастиц вблизи основного

состояния. При малых q квазичастицы являются фононами, при переходе в область высоких возбуждений или больших импульсов на кривой дисперсии возникает волнообразный изгиб (при рассмотрении газа из упругих шаров). По мере увеличения плотности бозе-конденсата этот изгиб увеличивается, и при достаточно большой плотности возникает сначала перегиб, а затем максимум и минимум, так что спектр качественно совпадает со спектром Ландау.

Теория жидкого ${}^4\text{He}$ затем развивалась Гугенгольцем и Пайнсом [26], Гаворе и Нозьером [27], Хоэнбергом и Мартином [28], Шепфалузи и Кондором [29], Грифффином и Ченгом [30] и другими. В этих работах рассматриваются два типа возбуждений: плотностные возбуждения типа «частица — дырка» (две частицы), описываемые функцией динамической восприимчивости χ , и квазичастичные (одна частица) возбуждения, описываемые одночастичной функцией Грина G . И квазичастичные возбуждения, и возбуждения частица — дырка относятся к флуктуациям плотности. Так, для сильно взаимодействующих жидкостей Гаворе и Нозьер показали, что оба типа возбуждений χ и G при малых q и $T=0$ имеют общую кривую дисперсии вида $\varepsilon(q) = c\hbar q$. Шепфалузи и Кондор, Грифффин и Ченг установили, что при $T > 0$ происходит гибридизация этих возбуждений через бозе-конденсат.

Грифффин, Глайд и Стирлинг [31—36] предложили несколько иную интерпретацию фонон-ротонных возбуждений, наблюдаемых в нейтронных экспериментах. В сверхтекучем ${}^4\text{He}$ общая динамическая восприимчивость χ имеет две компоненты: одночастичную функцию Грина G с весом в χ , зависящую от плотности бозе-конденсата $n_0(T)$, и динамическую восприимчивость χ' надконденсатных атомов. Авторы полагают, что χ и G также гибридизируются через бозе-конденсат. При малых q жидкость характеризуется коллективной модой типа нулевого звука, которая была предложена Пайнсом [37] для жидкостей с сильным взаимодействием между атомами. Эта мода существует в нормальной и сверхтекучей фазах ${}^4\text{He}$. С ростом q нуль-звуковая мода уширится, и в области ротона в нормальной фазе она очень широкая. Квазичастичные возбуждения в сверхтекучей фазе являются хорошо определенными, проявляются в виде острого пика при всех q и исчезают в нормальной фазе, где количество бозе-конденсата $n_0(T) = 0$.

Вудс и Свенссон [11] нашли, что их результаты для динамического структурного фактора $S(q, \varepsilon)$ в сверхтекучем ${}^4\text{He}$ в области максонов и ротоннов хорошо описываются выражением

$$S(q, \varepsilon) = n_s S_s(q, \varepsilon) + n_n S_n(q, \varepsilon) \frac{1 - \exp(-\varepsilon/k_B T_1)}{1 - \exp(-\varepsilon/k_B T)}; \quad (2.6)$$

$$n_s = \rho_s / \rho, \quad n_n = 1 - n_s,$$

где ρ_s — плотность сверхтекучей компоненты. Причем $S_n(q, \epsilon)$ представляет собой интенсивность пика нормального He I при $T_1 > T_\lambda$. Тепловой фактор заселенности близок к единице и существен только при $\epsilon < k_B T$. Свидетельством естественности такого предположения авторы считают тот факт, что получаемая ими из эксперимента величина $S(q, \epsilon) - \rho_n S_n(q, \epsilon)$ при волновых векторах $q = (1,5 + 2) \text{ \AA}^{-1}$ вела себя при изменении температуры как $A\rho_s$ (где $A = \text{const}$). Выражение (2.6), по существу, предполагает, что нейтроны как бы чувствуют нормальную и сверхтекучую компоненты отдельно. Естественно, были предприняты попытки найти теоретическое обоснование такой картины рассеяния [38,39]. Однако до настоящего времени таких обоснований найти не удалось. Более того, именно эти работы послужили основой формулировки концепции Гриффина — Глайда, о которой шла речь выше. С другой стороны, справедливость так называемой декомпозиции Вудса — Свенссона (2.6) была сильно поколеблена в последних экспериментальных работах [40,41]. Оказалось, что более правильный учет многофононных вкладов в одночастичную интенсивность рассеяния нейтронов приводит к нарушению эмпирического правила декомпозиции. Особенно заметно это проявилось при анализе экспериментов под давлением. Этот факт вообще поставил под сомнение идею Вудса — Свенссона о разложении интенсивности рассеяния на две составляющие.

Результаты наших работ [42—45] свидетельствуют о том, что в сверхтекучей фазе в фононной и максон-ротонной областях спектра, по-видимому, правильным является представление острого пика рассеяния нейтронов в виде суперпозиции двух компонент при исключении вклада многофононной части рассеяния. При этом компоненты имеют близкие значения по положению пиков и разные по ширине, поэтому их выделение зависит от наиболее адекватного математического описания экспериментальных пиков.

2.1. Технические возможности эксперимента. Мы использовали новые технические возможности спектрометра ДИН-2ПИ, учитывая особые свойства самого ^4He . Отметим методические особенности проведенных нами экспериментов по исследованию спектра возбуждений жидкого ^4He .

Разрешение. Важным параметром спектрометра является ширина функции энергетического разрешения. Для времяпролетной методики эта величина зависит от энергий падающих на образец (E_0) и рассеянных (E) нейтронов

$$\Delta E \propto \sqrt{aE_0^3 + bE^3 + \dots}, \quad (2.7)$$

где a и b — константы. Согласно (2.7) для получения лучшего разрешения энергия падающих нейтронов выбиралась по возможности низкой. Результаты измерений при самой низкой температуре $T = 0,42$ К и начальной энергии нейтронов ~ 2 мэВ показали, что полная ширина на половине высоты (ΔE) функции разрешения в области максона была не более 50 мкэВ, а в области ротонов и фотонов — не более 100 мкэВ. Нужно отметить, что расчетные оценки ширины функции разрешения, выполненные по методу Монте-Карло сотрудниками ФЭИ (Обнинск), дали значения ширин, близкие к экспериментальным ширинам пиков при $T = 0,42$ К.

Многофононное рассеяние. При энергиях выше кривой дисперсии однофононных возбуждений начинается широкая полоса, связанная с возбуждением двух и более квазичастиц. Это так называемые многофононные и многочастичные процессы. Зависимость максимума этой части рассеяния от q обозначена кривой 2 на рис.3. Это рассеяние имеет довольно сложную структуру и само является интересным объектом исследования [46,47]. Здесь же для нас важно то, что низкоэнергетические крылья многочастичных процессов могут повлиять на величину и форму той части рассеяния, которую принято называть однофононной или одночастичной. Особенно заметно это может сказаться в области максонов. Как видно из рис.3, начальная энергия 2 мэВ лежит ниже полосы многочастичных возбуждений в ${}^4\text{He}$, и, таким образом, процессы их рождения в значительной степени ослаблены, а их низкоэнергетические крылья дают малый вклад в область одночастичной

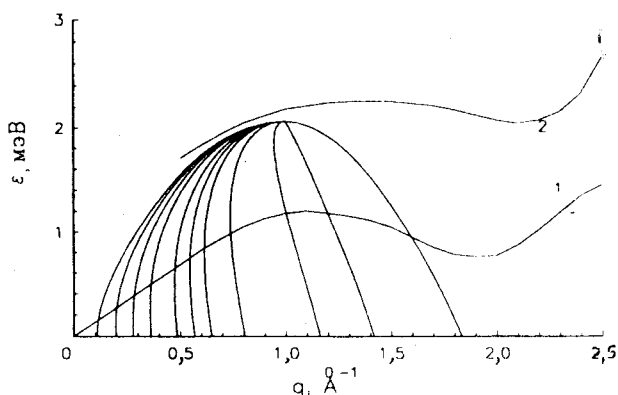


Рис.3. Дисперсионная кривая одночастичных возбуждений (1) и кривая максимума пика многофононного рассеяния нейтронов (2). Кинематические соотношения для нейтронов, рассеянных под различными углами при $E_0 = 2,08$ мэВ

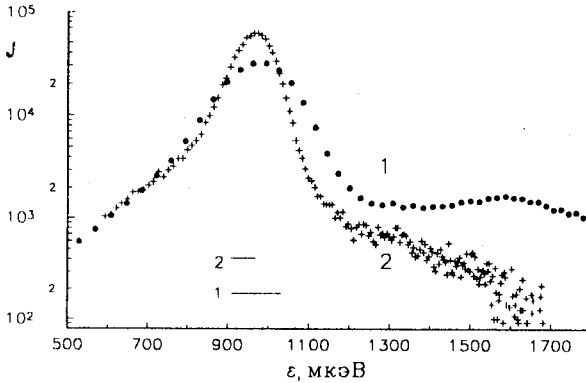


Рис.4. Экспериментальные спектры рассеяния нейтронов в ${}^4\text{He}$ при $q = 1,57 \text{ \AA}^{-1}$: 1) $T = 1,5 \text{ К}$ и $E_0 = 3,5 \text{ мэВ}$; 2) $T = 1,45 \text{ К}$ и $E_0 = 2,08 \text{ мэВ}$. Горизонтальные черточки показывают разрешение для данных пиков. Кривые нормированы на площадь одночастичных пиков

интенсивности рассеяния нейтронов. Наглядной иллюстрацией этого является рис.4, на котором для сравнения приведены экспериментальные спектры при $T \sim 1,5 \text{ К}$ и $q \sim 1,6 \text{ \AA}^{-1}$ для двух начальных энергий нейтронов: кривая 1 — $E_0 = 3,5 \text{ мэВ}$ и кривая 2 — $E_0 = 2,08 \text{ мэВ}$. Кривые нормированы на площадь одночастичного пика.

Из рис.4 хорошо видно, что при снижении начальной энергии нейтронов существенно уменьшилась ширина одночастичного пика и произошло значительное ослабление вклада многофононного рассеяния. Полностью избавиться от многофононного рассеяния, вероятно, не удастся, так низкоэнергетический хвост многофононного рассеяния заходит под пик одночастичных возбуждений. Конечно, дальнейшее снижение энергии падающих нейтронов еще более уменьшило бы вклад многофононного рассеяния, но при этом, во-первых, быстро уменьшается интенсивность падающих и, соответственно, рассеянных нейтронов и, во-вторых, что особенно важно, энергия E_0 приближается или, лучше сказать, становится сравнимой с дебаевской температурой жидкого ${}^4\text{He}$ ($T_D \approx 15 \text{ К}$), что может привести к искажению формы одночастичных пиков со стороны высоких частот.

Здесь нужно снова вернуться к экспериментам Вудса — Свенссона [11]. Приведем для наглядности рис.5 из работы [41]. Узкий пик Вудс и Свенссон связывают со сверхтекучей компонентой. Нормальную же компоненту они

получают из широкого пика, вычитая из него ту часть рассеяния, которая остается при снижении температуры ${}^4\text{He}$ до $T \sim 1,2$ К. Предполагается, что та часть широкого пика, которая зависит от температуры, относится к рассеянию на нормальной компоненте. А та часть, которая осталась после снижения температуры до $\sim 1,2$ К, относится к многофононному рассеянию, и при дальнейшем уменьшении температуры ниже 1,2 К это рассеяние изменится несущественно. Наши эксперименты показывают, что, скорее всего, весь широкий пик относится к многофононному рассеянию. И здесь нет противоречия. Широкий пик, отнесенный к рассеянию на нормальной компоненте, также является многофононным рассеянием с тем лишь отличием, что нейтроны рассеиваются на уже имеющихся в жидкости возбуждениях.

Многократное рассеяние. Мы работали с довольно большим объемом образца жидкого ${}^4\text{He}$ ($\sim 3600 \text{ см}^3$) по сравнению с размерами образца других авторов ($\sim 60 \text{ см}^3$). С одной стороны, это дает выигрыш в интенсивности примерно в 60 раз, но, с другой стороны, в принципе это может привести к возрастанию роли процессов многократного рассеяния нейтронов и искажению истинной формы пика. Для проверки влияния таких эффектов, *во-первых*, были проведены специальные эксперименты с кадмиевой вставкой в контейнер образца, разбивающей весь объем на систему тонких слоев (толщиной 2 см). Сравнение результатов измерений при наличии такой вставки и без нее не выявили сколько-нибудь заметных различий в форме пиков рассеяния. Интенсивность же рассеяния уменьшилась примерно на 7% за счет перекрытия пучка нейтронов из-за толщины кадмиевых слоев. *Во-вторых*, необходимо заметить, что при снижении начальной энергии нейтронов уменьшается полное сечение рассеяния нейтронов [48]. Так, при $E_0 = 2,08 \text{ мэВ}$ $\sigma_{\text{tot}} \approx 0,2 \text{ б}$, и пропускание образца равно 0,94. Энергия нейтронов подбиралась так, чтобы вероятность повторного рассеяния в ${}^4\text{He}$ продолжала падать из-за дальнейшего падения полного сечения с уменьшением энергии. Кроме того, заметим, что если после первого рассея-

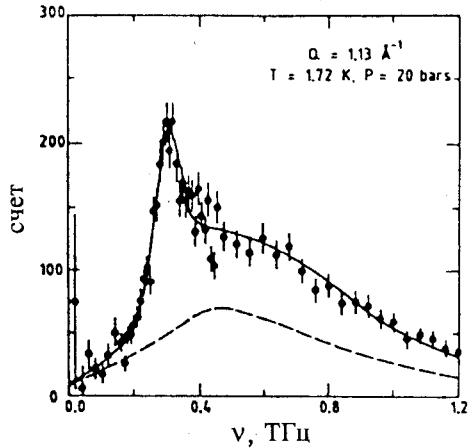


Рис.5. Сравнение спектра рассеянных нейтронов в сверхтекучем ${}^4\text{He}$ (●) с модельным описанием Вудса — Свенссона (сплошная линия). Штриховая линия — нормальная компонента $n_n S_n(q, \omega, T)$ [41]

ния энергия нейтронов становится несколько меньше энергии возбуждений в максоне, то повторное рассеяние становится возможным только в ограниченном телесном угле. К этим уменьшающим многократное рассеяние факторам нужно добавить следующее. При исследовании неупругих процессов многократное рассеяние становится важным, если нейтроны могут рассеиваться в образце упруго, т.е. без изменения энергии. В этом случае из-за относительно большого сечения упругого рассеяния приходится учитывать такие возможности рассеяния, как упругое + неупругое или неупругое + упругое рассеяние. В этом смысле сверхтекучий ^4He имеет исключительную особенность по сравнению с другими жидкостями — к настоящему времени не удалось экспериментально наблюдать упругое рассеяние. Поэтому в сверхтекучем ^4He многократное рассеяние может быть связано только с неупругими процессами. Таким образом, если вероятность первого рассеяния $n\sigma_{\text{tot}}^x \approx 0,06$, то повторное рассеяние не превышает 3% от первого [$n\sigma_{\text{tot}}(x/2) \leq 0,03$], и можно считать, что эффекты многократного рассеяния нейтронов в данных экспериментах не играют заметной роли.

Сделаем небольшое замечание. В конденсированных средах полное сечение рассеяния нейтронов при энергиях порядка нескольких мэВ скачкообразно падает. Такой спад обычно связан с уменьшением упругого когерентного рассеяния нейтронов при длинах волн $\lambda > 2d$, где d — максимальное расстояние между плоскостями. В сверхтекучем ^4He упругое рассеяние не наблюдается, а резкое уменьшение полного сечения при энергиях порядка 2 мэВ в основном связано с неупругими процессами или с уменьшением вклада многофононного рассеяния нейтронов.

Отметим, что использование низких начальных энергий нейтронов приводит к дополнительному улучшению фоновых условий эксперимента из-за большого времени пролета нейтронов, т.е. проведению измерений вдали от вспышки мощности реактора.

Неопределенность значения q , связанная с конечными размерами образца и детектора, при малых q составляет $\Delta q \sim 0,06 \text{ \AA}^{-1}$, при больших q эта величина меньше. Часть экспериментов была выполнена с $\Delta q \sim 0,02 \text{ \AA}^{-1}$.

Итак, использование низкой начальной энергии нейтронов привело к улучшению функции разрешения и фоновых условий, позволило подавить многочастичные процессы при рассеянии нейтронов, значительно повысить точность измерений и реально наблюдать и анализировать особенности в спектрах нейтронов в $(1 + 5) \cdot 10^2$ раз меньше, чем интенсивность в основном одночастичном пике рассеяния. Иллюстрацией возможностей эксперимента является тот факт, что в проведенных экспериментах наблюдались

пики, связанные с рассеянием нейтронов в жидком ${}^4\text{He}$ с приобретением энергии, т.е. с нагревом нейтронов в жидкости.

2.2. Экспериментальные результаты. Описание формы пиков неупругого рассеяния нейтронов. Динамический структурный фактор $S(q, \epsilon)$, определенный (1.1), рассчитывался из экспериментальных данных по формуле

$$S(q, \epsilon) \propto (E_0^2 / E^2) d^2 J(\theta, t) / d\Omega dt.$$

Анализ спектров рассеяния удобно провести отдельно для сверхтекучей и нормальной фаз жидкого ${}^4\text{He}$. Кроме того, можно выделить три характерные области значений волнового вектора q , для которых формы пиков также различаются. Это начальный фоновый участок кривой дисперсии при $q < 0,4 \text{ \AA}^{-1}$, затем максон-ротонная область возбуждений $q > 0,65 \text{ \AA}^{-1}$ и, наконец, переходная область при $0,4 < q < 0,65 \text{ \AA}^{-1}$, названная нами областью Y .

Анализ формы пика велся с помощью либо гауссианов (GG), либо лоренцианов (LG). Обозначения GG и LG предполагают, что собственные гауссовская и лоренцевская формы сворачиваются с гауссианом, описывающим функцию разрешения спектрометра. Выбор между этими двумя моделями при анализе некоторых пиков в пределах точности в настоящее время затруднителен, хотя если измеренный пик достаточно хорошо выделен, то лоренцевская форма предпочтительнее из-за лучшего описания крыльев пика.

Что касается описания формы пиков с помощью функции «гармонического осциллятора» (НО) [34], то при энергиях $\epsilon > k_B T$ это описание существенно отличается от описания лоренцианом LG. Причем при уменьшении температуры жидкого ${}^4\text{He}$ эта условная граница сдвигается в сторону меньших ϵ . Отличие в описаниях с помощью LG или НО становится более заметным при самых малых энергиях. Функция НО, одновременно описывающая и спектр охлаждения нейтронов и спектр нагрева (если, конечно, спектр нагрева наблюдается), удобна при описании экспериментальных данных, полученных в условиях $q = \text{const}$. В нашем случае, когда $\theta = \text{const}$, а $q \neq \text{const}$, описание формы пиков функцией НО усложняется тем, что кривые кинематических соотношений для охлаждения и нагрева нейтронов не совпадают.

Сверхтекучая фаза. В максон-ротонной области спектра одночастичный острый пик рассеяния нейтронов плохо описывается одним гауссианом GG или одним лоренцианом LG. Лучшее описание с точки зрения статистических критериев аппроксимации (величины χ^2 , коэффициентов корреляции параметров модели и др.) соответствует модели двух гауссианов (GG + GG) или двух лоренцианов (LG + LG). Две компоненты пика рассеяния значительно различаются по ширине, поэтому в дальнейшем мы будем

именовать одну из них «узкой» (n), а другую — «широкой» (w). Типичные примеры разложения приведены на рис.6.

В фоновой области спектра также наблюдаются узкая и широкая компоненты рассеяния нейтронов. По причинам, которые станут ясными из дальнейшего, узкая компонента здесь имеет, по-видимому, иную природу, чем компонента (n), и мы будем обозначать ее далее символом (os). Широкая компонента (w) хорошо видна в этой области только вблизи T_λ , а при более низких температурах ее интенсивность падает и выделить ее становится трудно.

В переходной области Y картина рассеяния нейтронов наиболее сложная. Интерполируя описание пиков с помощью (n), (os) и (w) компонент в переходную область Y , получаем, что здесь, по-видимому, наблюдаются сразу три компоненты рассеяния: (n), (os) и (w). При этом компонента (os) с ростом q начинает сильно затухать, и вблизи верхней границы области при $q \sim 0,65 \text{ \AA}^{-1}$ ее становится трудно выделить. Компонента (n) при уменьшении q и приближении к нижней границе области сближается по своим

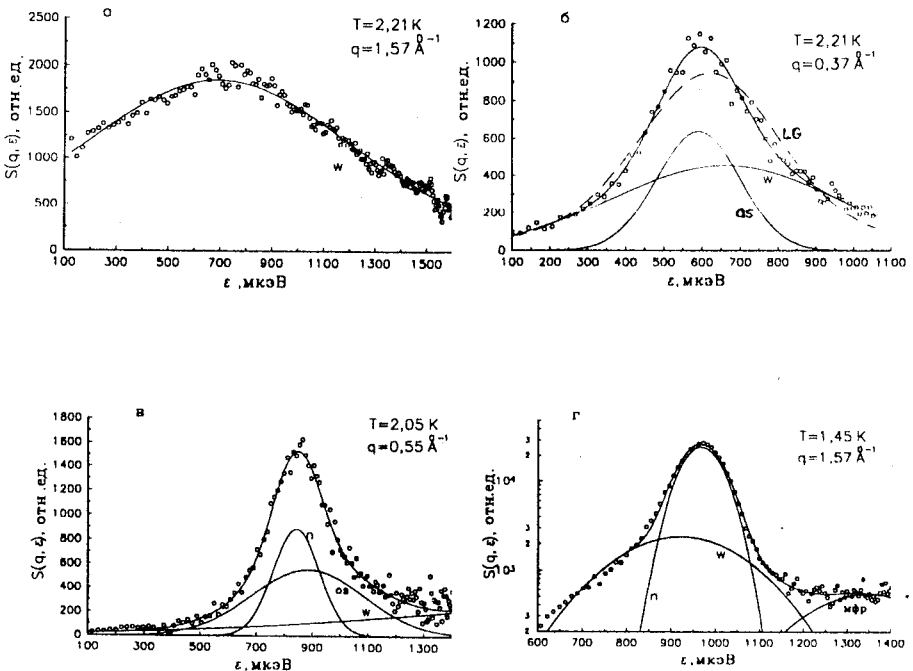


Рис.6. Кривые $S(q, \epsilon)$ при разных температурах и составляющие их разложения при различных q . Для сравнения ($б$) показано описание с помощью одного LG

параметрам с компонентой (os) и при $q < 0,4 \text{ \AA}^{-1}$ их трудно разделить. Широкая компонента (w) присутствует в этой области, но определяется хуже, чем в фоновой или максон-ротонной областях, и, вероятнее всего, она также затухает.

Нормальная фаза. Выше T_λ в максон-ротонной области спектра наблюдаются только широкие пики рассеяния (w), хорошо описываемые одним GG или одним LG. В фоновой области помимо широкой компоненты (w) хорошо видна узкая компонента (os). В переходной области Y эта компонента (os) начинает быстро затухать, и выше $q \sim 0,65 \text{ \AA}^{-1}$ она уже не наблюдается. Широкая компонента (w) в переходной области определяется плохо. Узкая компонента (n), характерная для He II, выше T_λ не наблюдается вообще.

Ошибки. На рисунках приводятся статистические ошибки. Положения пиков определяются с высокой точностью, и ошибки находятся в пределах графических символов. Относительно труднее они определяются при самых малых $q \sim 0,1 \text{ \AA}^{-1}$ при проведении экспериментов с величиной $\Delta q = 0,06 \text{ \AA}^{-1}$. Менее точно определяются параметры широких пиков (w) в области Y, особенно при высоких температурах, из-за того, что значения ширин этих пиков становятся сравнимыми с энергией падающих нейтронов. Основная систематическая ошибка связана с учетом вклада многофононного рассеяния, несмотря на его малую величину. Это сказывается главным образом в области максона, так как эта область находится ближе всего к максимуму многофононного пика, а также при определении параметров широкой компоненты (w) при низких температурах из-за ее малой интенсивности. Систематическая ошибка возможна также и из-за используемой модели при обработке экспериментальных результатов.

Дисперсионные кривые. Рассмотрим вначале максон-ротонную область спектра при $q > 0,65 \text{ \AA}^{-1}$. В сверхтекучей фазе дисперсионные кривые узкой (n) и широкой (w) компонент близки друг к другу. Различие между $\epsilon_n(q)$ и $\epsilon_w(q)$ менее 10%. Однако при всех температурах $T < T_\lambda$ наблюдается тенденция сдвига всей зависимости $\epsilon_w(q)$ в сторону меньших значений q по отношению к $\epsilon_n(q)$. Это приводит к тому, что максимумы в максоне и, вероятно, ротонные минимумы дисперсионных кривых (n) и (w) не совпадают (см. рис.7). Температурные зависимости для обеих компонент являются достаточно слабыми. Однако заметим, что если при низких температурах в максоне компонента (n) расположена выше компоненты (w), то вблизи λ -точки они меняются местами. При переходе через T_λ узкая компонента (n) исчезает, а дисперсионная кривая $\epsilon_w(q)$ существенно не меняется (см. рис.8,б).

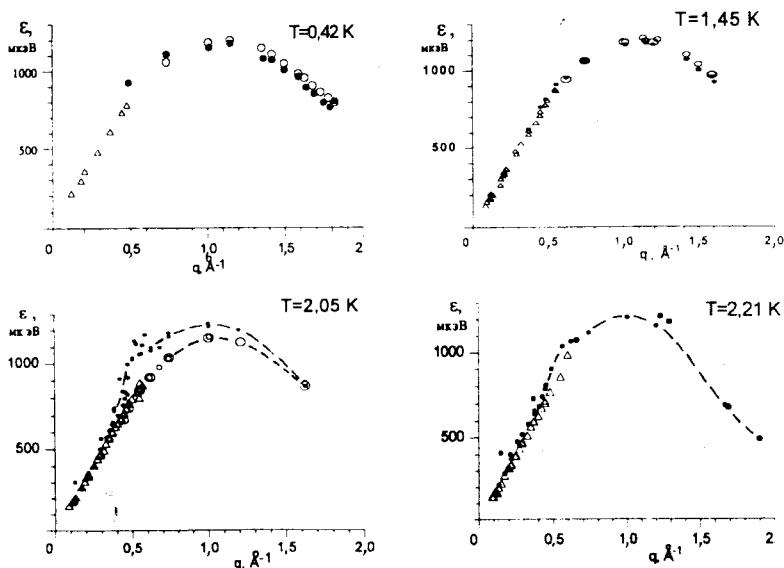


Рис.7. Кривые дисперсии при разных T для компонент: (n) — (o) и (w) — (●), (os) — (Δ)

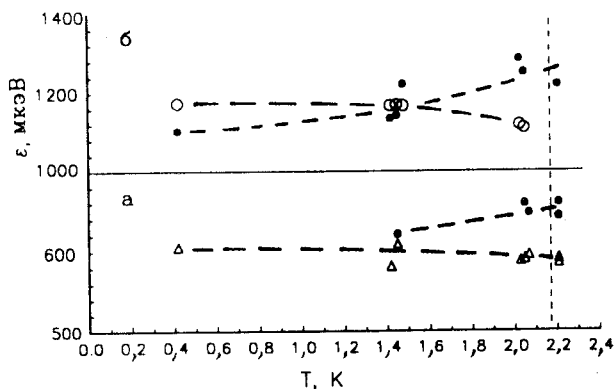


Рис.8. Изменение энергии возбуждений с температурой: а) $q = 0,37 \text{ \AA}^{-1}$; б) $q \sim 1 \text{ \AA}^{-1}$. Компонента (n) — (o), (w) — (●), (os) — (Δ)

В фоновной и переходной γ областях спектра законы дисперсии для компонент (n) и (os) не различаются (рис.7). Кривая дисперсии для широ-

кой компоненты $\epsilon_w(q)$ лежит выше, чем $\epsilon_{os}(q)$. Температурные зависимости $\epsilon_{os}(q)$ и $\epsilon_w(q)$ в этой части спектра также являются очень слабыми и практически не чувствуют перехода в нормальную фазу (см. рис.8,a).

Интегральные интенсивности. В сверхтекучей фазе характер зависимостей интегральных интенсивностей от волнового вектора для узкой и широкой компонент $Z_n(q)$ и $Z_w(q)$ в максон-ротонной области является сходным. В качестве иллюстрации эти зависимости при $T = 0,42; 1,45$ и

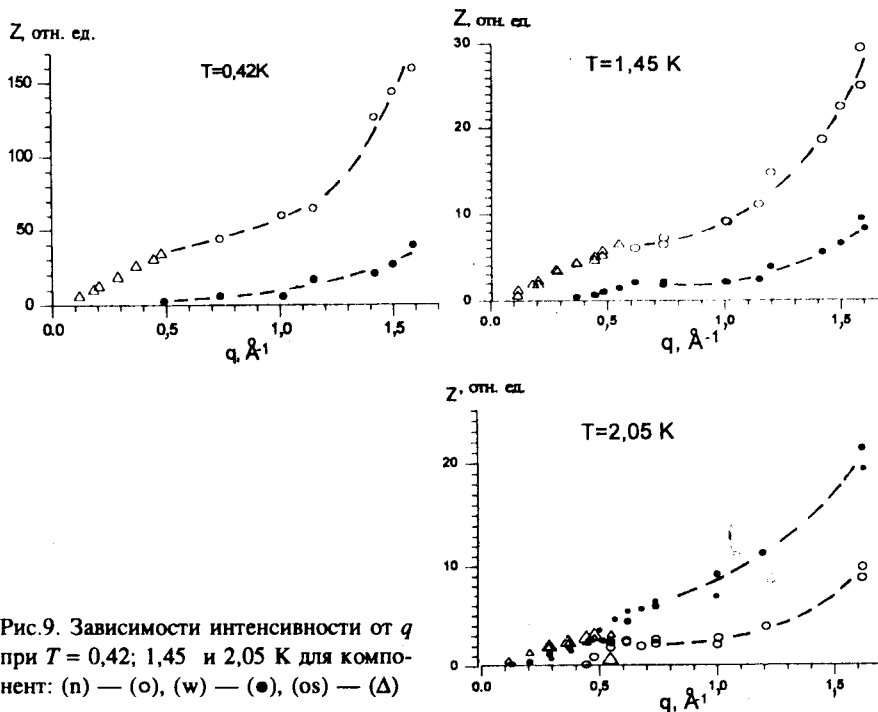


Рис.9. Зависимости интенсивности от q при $T = 0,42; 1,45$ и $2,05$ К для компонент: (n) — (o), (w) — (●), (os) — (Δ)

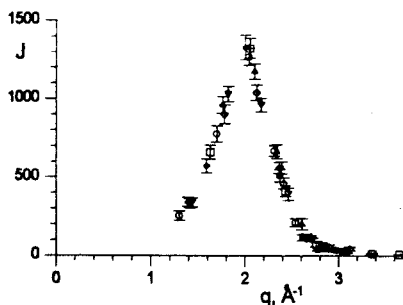


Рис.10. Зависимость интенсивности от q при $T = 1,2$ К в области ротонного минимума [49]

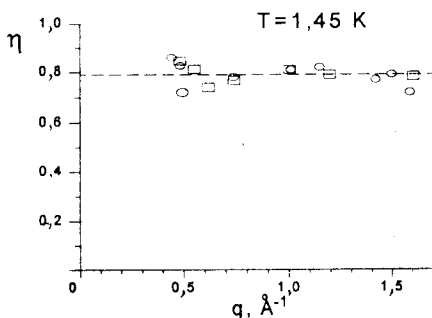


Рис.11. Кривая $\eta(q)$ при $T = 1,45$ К. Пунктирная линия — среднее значение

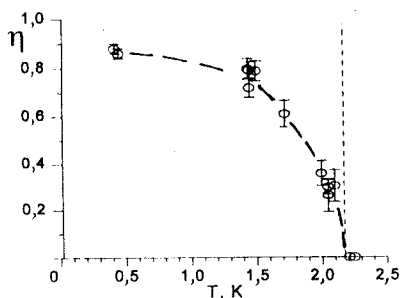


Рис.12. Зависимость $\eta(T)$

2,05 К приведены на рис.9. Обе кривые, очевидно, имеют известный максимум [7,49] в области рогонного минимума кривой дисперсии, который показан на рис.10 при однокомпонентном описании острого пика.

Анализ показывает, что при любой температуре отношение интенсивностей $\eta(q) = Z_n(q) / [Z_n(q) + Z_w(q)]$ в пределах разброса точек, можно сказать, не зависит от q (рис.11). Однако это отношение сильно зависит от температуры (см. рис.12)

На рис.13 зависимости $Z_n(T)$ и $Z_w(T)$ приведены для $q \sim 1,6 \text{ \AA}^{-1}$. Из рисунка видно, что узкая компонента рассеяния доминирует при низких температурах и фактически исчезает при приближении к T_λ . Наоборот, интенсивность широкой компоненты резко падает при понижении T .

В нормальной фазе жидкого ^4He остаются только широкие пики рассеяния (w), для которых характер зависимостей $Z_w(q)$ (рис.14) подобен аналогичной зависимости для широкой компоненты в сверхтекучей фазе.

Теперь обратимся к фононной части кривой дисперсии при $q < 0,65 \text{ \AA}^{-1}$. Температурные зависимости $Z_{os}(T)$ для разных значений q (см. рис.15) отличаются от аналогичных зависимостей $Z_n(T)$ (рис.13) тем, что при $T > T_\lambda$ значения $Z_{os}(T)$ не обращаются в нуль. Исходя из этого, можно предположить, что в сверхтекучей фазе узкая компонента (os) в фононной части сама состоит из двух близких по положениям и ширинам компонент: узкого пика рассеяния собственно (os), интенсивность которого, вероятно, слабо зависит от температуры, и узкого пика (n), интенсивность которого с температурой меняется в фононной области так же, как в максон-рогонной области.

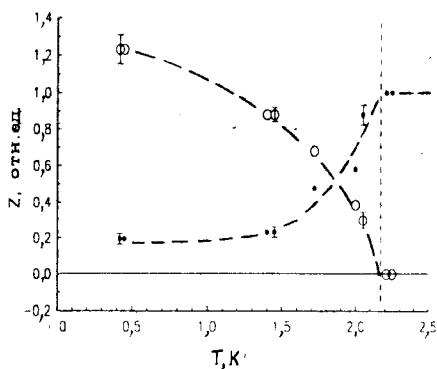


Рис.13. Зависимости интенсивности от температуры для компонент: (n) — (o), (w) — (•). Кривые нормированы на единицу для (w)-компоненты при $T > T_\lambda$

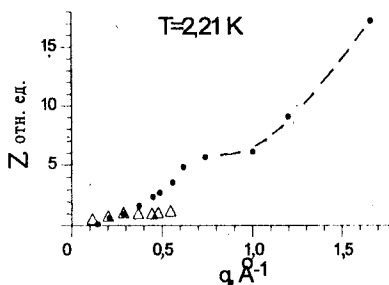


Рис.14. Зависимость интенсивности от q при $T = 2,21$ К для компонент: (w) — (•), (os) — (Δ)

Ранее упоминалось, что Бийлем [20] и Фейнманом [21] была установлена связь структурного фактора жидкого ${}^4\text{He}$ со спектром коллективных возбуждений (2.2), этот же результат на основе гидродинамики квантовой жидкости получен Питаевским [22]. Чтобы проверить выполнение этого соотношения, было сделано следующее. Суммированием всех компонент были получены данные об интегральных интенсивностях при температурах $T = 0,42; 1,45; 2,05$ и $2,21$ К с учетом как охлаждения, так и нагрева нейтронов при рассеянии. Фононная часть этих данных при $q \approx (0,1 \div 0,6) \text{ \AA}^{-1}$ описывалась двумя функциями:

$$Z_1(q) = a_1 + a_2q,$$

$$Z_2(q) = b_1 + b_2q + b_3q^2,$$

где a_i и b_i — постоянные. Для обеих кривых были получены статистические критерии качества аппроксимации χ_i^2 . Затем строилась зависимость от температуры так называемого дисперсионного отношения [99] $v^2 = \chi_1^2 / \chi_2^2$, которое характеризует степень отклонения экспериментальных данных от прямой линии. На рис.16,а,б показаны зависимости интегральных интенсивностей от волнового вектора и описание фононных областей прямой линией для данных при температуре 0,42 К и кривой —

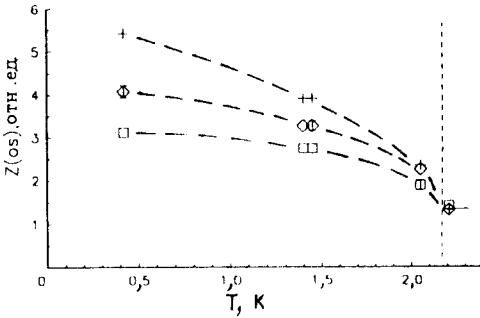


Рис.15. Изменение интенсивности компоненты (os) с температурой: $q = 0,28 \text{ \AA}^{-1}$ — (□), $q = 0,37 \text{ \AA}^{-1}$ — (◇), $q = 0,45 \text{ \AA}^{-1}$ — (+)

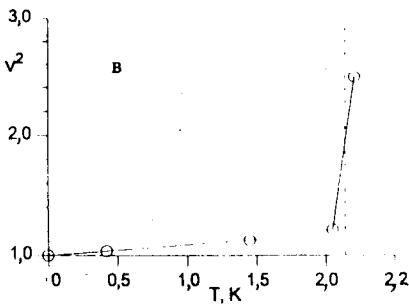
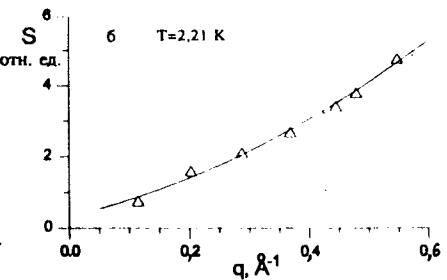
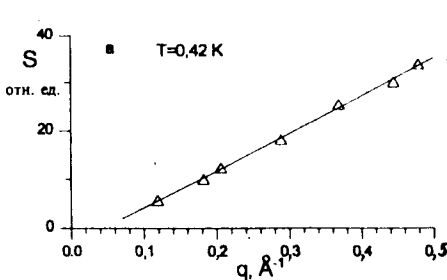


Рис.16. Зависимости интегральных интенсивностей от q при $T = 0,42$ и $2,21 \text{ K}$ и кривые, описывающие фоннную область, а также v^2 от T

для данных при 2,21 К. На рис.16,в показана зависимость v^2 от T . Из рисунка видно, что достаточно плавное искривление при повышении температуры ниже λ -точки сменяется резким скачком вблизи T_λ . Кружочек при $T=0 \text{ K}$ поставлен исходя из теории [20—22]. Можно утверждать, что зависимость статического структурного фактора от волнового вектора жидкого ^4He в фоннной области при понижении температуры стремится к прямой линии, а в точке фазового перехода претерпевает резкое изменение.

Ширины. Ширины пиков для компонент (n), (os) (w), полученные с помощью разложения спектров рассеянных нейтронов, приведены на рис.17 при $T=0,42; 1,45; 2,05$ и $2,21$ К. Ширина W определяется как полная ширина на половине максимума. Собственные значения ширин пиков $W_{in}(q, T)$ были получены вычитанием из экспериментальных ширин $W(q, T)$ ширины пика при самой низкой температуре $T=0,42$ К. При этом заметим, что $W(q, T)$ получены из измерений при $\theta = \text{const}$. Ширина компоненты (n) имеет в области максона минимум, связанный с наилучшим энергетическим разрешением благодаря самой низкой конечной энергии нейтронов. Ширина узкой компоненты (os) резко возрастает в переходной области Υ , что свидетельствует о быстром затухании в относительно узком интервале волновых векторов. Ширина широкой компоненты (w) имеет сильную зависимость от q в фоновой области спектра. В переходной области, как уже

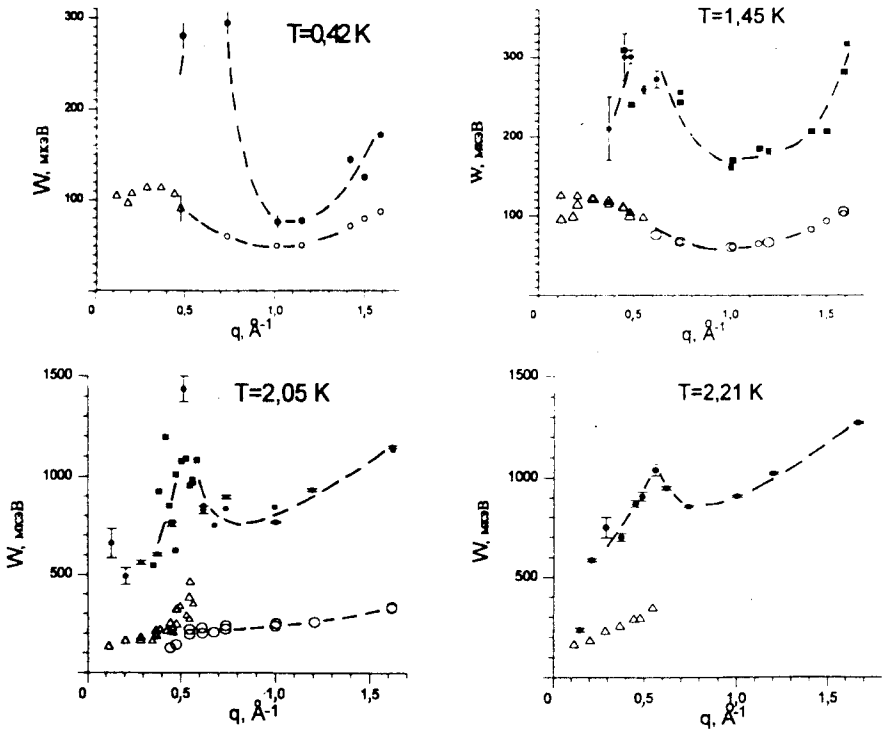


Рис.17. Зависимость ширины пиков от q при $T = 0,42; 1,45; 2,05; 2,21$ К для компонент: (n) — (○), (w) — (●), (os) — (Δ), (□) — компонента (w), измеренная с $\Delta q \sim 0,02 \text{\AA}^{-1}$

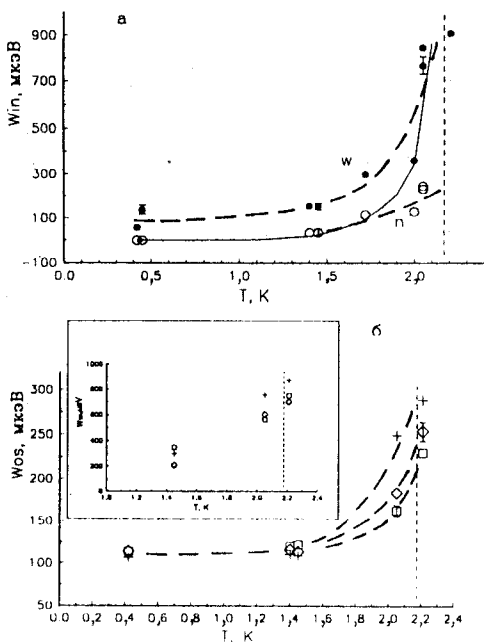


Рис. 18. Зависимость ширины пиков от температуры: а) $q \sim 1 \text{ \AA}^{-1}$. Компонента (n) — (o), (w) — (•). Разрешение вычтено. Сплошная кривая рассчитана для ширин ротонов по формуле (2.5). б) Компонента (os) и во вставке компонента (w); $q = 0,28 \text{ \AA}^{-1}$ — (□), $q = 0,37 \text{ \AA}^{-1}$ — (◇), $q = 0,45 \text{ \AA}^{-1}$ — (+). Разрешение не вычтено

говорилось, эта компонента имеет, по-видимому, большие значения ширины и выделяется плохо.

Поправка на переход в шкалу $q = \text{const}$ не вводилась из-за больших величин $W(q, T)$, а значит, большой нелинейности кинематического соотношения в пределах ширины пика, что могло приводить к искажениям. Не учитывалась также поправка, связанная с неопределенностью Δq . Напомним, что из-за различного характера пересечения кинематического соотношения и дисперсионной кривой на разных углах рассеяния нейтронов получается деформированная картина зависимости $W(q)$. Если бы удалось корректно ввести поправку на исключение этой деформации, т.е. перейти в шкалу $q = \text{const}$, то в максон-ротонной области спектра, вероятно, имели бы зависимости $W_n(q)$ и $W_w(q)$, слабо зависящие от q при всех температурах. Все компоненты рассеяния нейтронов в ^4He не имеют достаточно сильную зависимость ширины от температуры (см. рис. 18).

Спектр нагрева нейтронов. Исследования жидкого ^4He с помощью неупругого рассеяния нейтронов в настоящее время стало возможным не только при охлаждении нейтронов в жидкости, но и при их нагреве. При нагреве нейтрон получает информацию об имеющихся в жидкости возбуждениях, в то время как при охлаждении нейтрон сам создает такие возбуждения. Здесь обсуждаются результаты, относящиеся только к низкоэнергетической части фононной кривой. Это связано с тем, что интенсивность рассеянных нейтронов пропорциональна заселенности уровней, а из-за низкой температуры жидкости такие измерения возможно вести только при самых малых энергиях возбуждений. Измерения спектров неупругого рассеяния при нагреве и при охлаждении нейтронов позволяют использовать соотношение детального равновесия для исследования этих процессов. При

Рис.19. Экспериментальный спектр неупругого рассеяния нейтронов жидким ^4He при $T = 2,05$ К; $\theta = 7,6^\circ$ и $E_0 = 1,83$ мэВ — (○), и фон без ^4He — (●). Стрелкой показан центр упругого пика. N — номер канала временного спектра

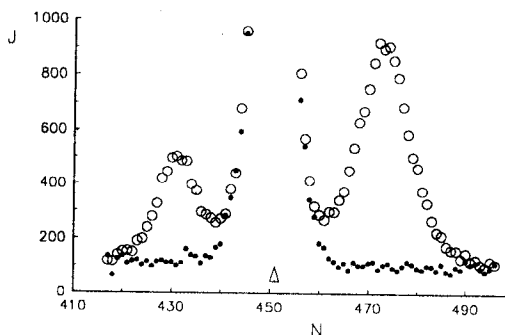
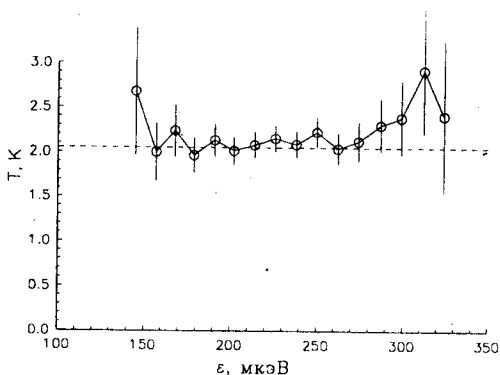


Рис.20. Зависимость расчетных значений T от ϵ , полученных из экспериментальных данных $S(q, \epsilon)$. Температура образца $T = 2,05$ К



этом, конечно, нужно помнить, что из-за измерений при $\theta = \text{const}$ кинематические соотношения для охлаждения и нагрева нейтронов, в принципе, не совпадают.

Эксперименты по неупругому рассеянию нейтронов при их нагреве и охлаждении проводились при низких энергиях падающих нейтронов $E_0 = 1,83$ и $2,08$ мэВ. Пренебрежимо малая интенсивность многофононного и многократного процессов, а также низкий уровень фона установки позволили вести измерения при волновых векторах $q > 0,08 \text{ \AA}^{-1}$ с неопределенностью $\Delta q \sim 0,02 \text{ \AA}^{-1}$. На рис.19 представлен экспериментальный спектр неупругого рассеяния нейтронов жидким ^4He при угле рассеяния $\theta = 7,6^\circ$ и температуре образца $T = 2,05$ К, а также фон без ^4He . Правый пик относится к охлаждению нейтронов, а левый — к нагреву. Центральный пик обязан фону.

Динамический структурный фактор при нагреве нейтронов $S(q, -\epsilon)$ относится к $S(q, \epsilon)$ при их охлаждении как фактор заселенности

$$S(q, -\epsilon) = S(q, \epsilon) \exp(-\epsilon/k_B T). \quad (2.8)$$

Знание $S(q, -\epsilon)$ и $S(q, \epsilon)$ позволяет вычислить из соотношения (2.8) значение температуры и сравнить ее с измеряемой термопарой в эксперименте. Как видно из рис.20, расчетная температура совпала с измеренной температурой $T = 2,05$ К. Увеличение ошибок при малых и больших ϵ связано с относительно меньшей статистикой на крыльях пика.

2.3. Обсуждение результатов. Подводя итоги анализа экспериментальных данных, можно обратить внимание на то, что, по-видимому, в жидком ${}^4\text{He}$ имеются две характерные области значительной перестройки энергетических спектров возбуждений и три различных типа возбуждений: (n), (os) и (w), которые проявляются по-разному в зависимости от температуры и волнового вектора. Во-первых, сильные качественные и количественные изменения в характере рассеяния нейтронов в гелии происходят в очень узком интервале температур или фактически в точке сверхтекучего перехода T_λ . Во-вторых, явные изменения в характере возбуждений как в сверхтекучем, так и в нормальном ${}^4\text{He}$ происходят в узкой области волновых векторов $(0,5 + 0,65) \text{ \AA}^{-1}$ при переходе от фононов к максонам.

Разложение острого пика рассеяния нейтронов на несколько компонент с совершенно различными зависимостями $\epsilon(T)$, $Z(T)$ и $W(T)$, предложенное в работах [42—44], является новым результатом. Такое математическое разложение потребовалось потому, что положения этих компонент в координатах $\epsilon - q$ оказались близкими друг к другу. В то же время такое разложение стало возможным, так как интенсивности и ширины этих компонент имеют разные зависимости от температуры и чаще всего значительно отличаются

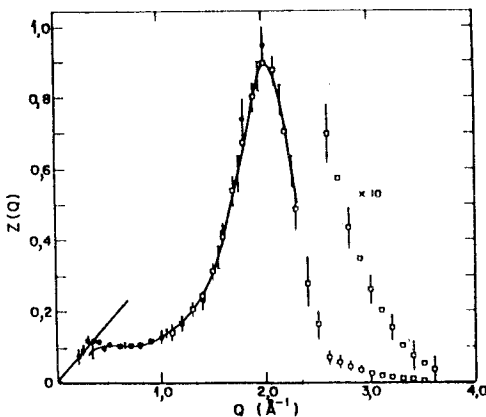


Рис.21. Вклад интенсивности однофононных возбуждений в $S(q)$ при $T = 1,1$ К [7]

по величине. Вероятно, без использования процедуры разложения прямо в эксперименте двухкомпонентную структуру спектра рассеянных нейтронов в жидком ${}^4\text{He}$ можно было бы наблюдать при измерении максонротонного пика на спин-эхо спектрометре [50].

Прямое сопоставление наших экспериментальных результатов с данными других авторов вызывает определенные затруднения. В предыдущих работах острые пики рассеяния нейтронов в ${}^4\text{He}$, как правило, описы-

вались как однокомпонентные структуры. Полезно сравнить наши результаты для $Z(q)$ с данными, полученными Каули и Вудсом [7]. Зависимость $Z(q)$ при $T = 1,1$ К из работы [7] приведена на рис.21. Если суммировать интенсивности всех компонент из наших данных при температуре $T = 1,45$ К, то получим очень похожую q -зависимость. Наиболее прецизионные измерения других авторов в последние годы выполнялись только для некоторых выбранных значений волнового вектора. Так, при давлении насыщенных паров это $q = 0,4 \text{ \AA}^{-1}$ (фононы) и $q = 1,92 \text{ \AA}^{-1}$ (ротоны) [40]. Наши данные по параметрам $\epsilon(q)$, например, для $q = 0,37 \text{ \AA}^{-1}$ (см. рис.7), находятся в хорошем согласии с работой [40]. В экспериментах Мезеи и Стирлинга [51] были получены наиболее точные результаты для собственных ширин пиков, которые прекрасно совпали с теоретической кривой, рассчитанной по формуле (2.5) Ландау, Халатникова [24] при однокомпонентном описании пика. Наши результаты совпадают с расчетными для ширин (n)-компоненты при $T \leq 1,7$ К и близки к ширинам (w)-компоненты при $T \geq 2$ К (см. рис.18,a).

Изменения при переходе λ -точки. При $T < T_\lambda$ к сложной структуре дисперсионных кривых в He I добавляется новая компонента (n), которая не наблюдается выше точки фазового перехода. Интенсивность этой ветви при $q > 0,65 \text{ \AA}^{-1}$ с понижением температуры резко увеличивается и становится определяющей при низких температурах. Однако заметим, что даже при самых низких температурах $T = 0,42$ К интенсивность (w)-компоненты не зануляется и $\eta \approx 0,88$ (см. рис.12,13). В фононной же области интенсивность (w)-компоненты при низких температурах в пределах ошибок не наблюдается.

Переходная область Y. Наблюдаемые нами в переходной Y-области волновых векторов $(0,4 + 0,65) \text{ \AA}^{-1}$ компоненты рассеяния нейтронов имеют особенности. Компонента (os) здесь быстро затухает. Широкая компонента (w) имеет особенности в зависимостях $\epsilon_w(q)$, $W_w(q)$ и $Z_w(q)$ (см. рис.10, 12, 17, 21). Узкая компонента (n) как бы сливается или переходит в компоненту (os). В этой же области q исчезает аномалия кривой дисперсии, т.е. кривая дисперсии пересекает линию скорости первого звука [52].

Мы уже касались работы Иорданского и Питаевского [23], в которой рассмотрено поведение параметров дисперсионной кривой при положительной аномальной дисперсии. Этот вопрос в свое время активно обсуждался также в работе [53]. В работах [54,55] было обнаружено, что прецизионные измерения $\epsilon(q)$ в фононной области свидетельствуют, что эта зависимость на некотором участке лежит выше прямой $\epsilon = \hbar q$. Эти измерения относились к температурам 1,1 + 2,3 К. Такое явление, когда фазовая скорость возбуджений превышает величину скорости первого звука, получило назва-

ние аномальной дисперсии. Согласно данным нашей работы, показанным на рис.22 для разных температур и узкой компоненты ($os + n$), видно, что аномальная дисперсия наблюдается при $T \leq 1,45$ К при всех измеренных волновых векторах $0,08 < q < 0,65 \text{ \AA}^{-1}$. При $T = 2,05$ и $2,21$ К и $q < 0,3 \text{ \AA}^{-1}$ дисперсионная кривая приближается к прямой скорости первого звука, т.е. видна, вероятно, область перехода от нулевого звука к первому. Здесь важно также отметить, что дисперсионная кривая пересекает прямую скорости первого звука в области $q \sim 0,6 + 0,7 \text{ \AA}^{-1}$. С уменьшением температуры точка пересечения движется вниз по q . Вообще говоря, настоящие результаты вполне согласуются с данными наиболее точных предыдущих измерений [55], если рассматривать однокомпонентную структуру острого пика. Что касается компоненты (w), то картина аномальной дисперсии для нее наиболее богата. Кривая дисперсии для (w) лежит выше кривых для (os) и (n) и, кроме того, наблюдается резкое изменение ее наклона в области Υ .

Полученные в работе [23] формулы носят универсальный характер; они могут быть использованы как в случае жидкого ^4He , так и для других жидкостей. Используем их для компонент (n), (os) и (w) по отдельности. Для примера рассмотрим (w)-компоненту при $T = 2,05$ К. Из кривой дисперсии находим $q_w^* = (0,80 \pm 0,02) \text{ \AA}^{-1}$. Вычислим значение $\gamma_w = (\epsilon - c\hbar q) / q^3 =$

$= 2,26 \text{ мэВ} \cdot \text{\AA}^3$, где c — скорость первого звука. Соответственно, для ($os + n$)-компоненты:

$q_{os+n} = 0,68 \text{ \AA}^{-1}$ и $\gamma_{os+n} =$

$= 0,50 \text{ мэВ} \cdot \text{\AA}^3$. Зависимости расчетных значений $n(q)$ и $W_{IP}(q)$ по формулам

(2.4) показаны для (w)- и ($os + n$)-компонент на рис.23. Из рисунка видно, что минимальное число фононов n , на которое распадаются возбуждения при $q < 0,5 \text{ \AA}^{-1}$, мало отличается от единицы, но затем резко увеличивается и при приближении к q^* уходит на бесконечность. Вероятности распада возбуждений на фононы $W_{IP}(q)$ имеют вид пиков

с максимумом при $q \approx 0,5 \text{ \AA}^{-1}$. На рис.17 при $q \approx 0,5 \text{ \AA}^{-1}$ для (w)-компоненты виден пик, который может быть принят как пик распада возбуждений на фононы. Для ($os + n$)-компоненты такой пик в эксперименте не наблюдается, и это объясняется тем, что его величина в

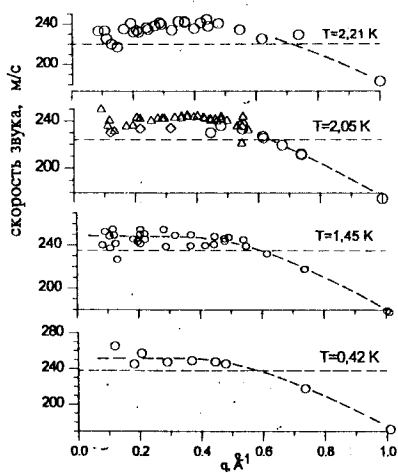


Рис.22. Скорости звука при четырех температурах для компоненты ($os + n$). Горизонтальные линии показывают величины скорости первого звука [52]

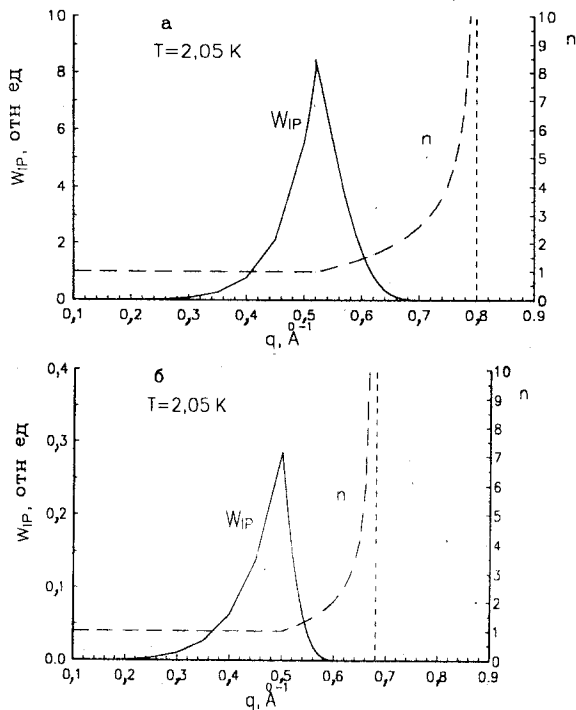


Рис.23. Зависимости расчетных W_{IP} и n от волнового вектора: а) (w)-компонента и б) ($os + n$)-компонента. Рисунки взаимно нормированы. Вертикальными линиями отмечены значения q^*

максимуме примерно в 30 раз меньше, чем для (w)-компоненты (см. рис.23,б), и, вероятно, для его наблюдения потребуются другие условия эксперимента. Кроме того, надо отметить, что ширина пика для ($os + n$)-компоненты значительно меньше ширины для (w)-компоненты. Понятно, что вероятность распада на фононы накладывается на вероятность другого процесса, связанного с взаимодействием возбуждений друг с другом, и на рис.17 наблюдается суммарная картина.

Структура спектра возбуждений жидкого ${}^4\text{He}$. Если проанализировать результаты наших работ [42—45], работ Вудса — Свенссона [11] и Гриффина — Глайда [31—35], то можно предположить, что спектр нейтронов, рассеянных жидким ${}^4\text{He}$, состоит из острого и широкого пиков, ко-

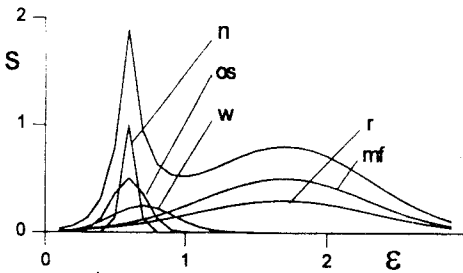


Рис.24. Схематичный спектр рассеянных жидким ${}^4\text{He}$ нейтронов и его компоненты

торые, в свою очередь, состоят из (n), (os), (w) и (r), (mf) компонент. На рис.24 схематично показаны все названные пики возбуждений. В нормальной фазе жидкого ${}^4\text{He}$ в области острого пика видны две ветви возбуждений. Одна из них (w) наблюдается во всей изученной области волновых векторов q и характеризуется большой шириной пиков. Вторая ветвь (os) хорошо видна при малых значениях q и

быстро затухает при $q \sim 0,5 + 0,6 \text{ \AA}^{-1}$. Обе указанные ветви характерны и для сверхтекучего ${}^4\text{He}$. Их законы дисперсии, поведение интенсивностей и ширин как функций q находятся в едином русле соответствующих зависимостей для нормальной фазы. На фоне указанных выше двух компонент рассеяния нейтронов в сверхтекучей фазе появляется дополнительная ветвь, соответствующая узкой компоненте (n). В обеих фазах жидкого ${}^4\text{He}$ наблюдаются также компоненты (r) и (mf), которые в обсуждавшихся экспериментах сильно подавлены.

Какой же физический смысл имеют все описанные ветви возбуждений? Здесь можно высказать следующие соображения.

Узкая компонента (n), наблюдаемая только в сверхтекучей фазе ${}^4\text{He}$, однозначно может быть отнесена к канонизированной кривой дисперсии Ландау для элементарных возбуждений. Интенсивность этой компоненты, как видно из рис.12,13, сильно зависит от температуры и при низких температурах является фактически определяющей во всей картине рассеяния нейтронов в гелии. Узкая компонента (n) хорошо видна в максон-ротонной области спектра вплоть до $q \sim 0,4 \text{ \AA}^{-1}$, где она сближается с компонентой (os) и при более низких q наблюдается вместе с компонентой (os).

Узкая компонента (os), характерная для области малых q как в нормальной, так и в сверхтекучей фазах жидкого ${}^4\text{He}$, скорее всего, является ветвью коллективных возбуждений типа нулевого звука. Этот вопрос подробно обсуждался в ряде работ, например [32]. Подобная ветвь характерна для всех без исключения жидкостей, включая ${}^3\text{He}$ [56] и жидкие металлы. Результаты наших работ показывают, что эта коллективная ветвь возбуждений (os) при достижении определенной величины волнового вектора $q \sim 0,4 + 0,65 \text{ \AA}^{-1}$ заметно уширяется и затухает. Отметим, что такое затухание нулевого звука характерно для всех ван-дер-ваальсовых жидкостей, в

которых он не наблюдается при волновых векторах выше $0,8-1,0 \text{ \AA}^{-1}$, как хорошо определенная мода.

Широкая компонента (w) характерна для обеих фаз жидкого ${}^4\text{He}$. В настоящее время имеются различные трактовки физического смысла широкой компоненты. Прежде всего приведем интерпретацию В.Б.Приезжева, основанную на сравнении дисперсионных кривых возбуждений в квантовых и классических жидкостях. Эксперименты по рассеянию нейтронов в металлах, жидком водороде и других жидкостях в некотором интервале обратных импульсов дают дисперсионные кривые, подобные кривой Ландау в жидком ${}^4\text{He}$, но с гораздо большей шириной. Наличие таких ветвей может быть связано с квазикристаллической природой жидкостей относительно коротковолновых возбуждений с длинами волн порядка от межатомного расстояния до нескольких координационных сфер. Жидкий ${}^4\text{He}$, являясь преимущественно квантовой жидкостью, сохраняет некоторые свойства классической жидкости. В простейшем подходе, основанном на вариационном принципе, фонон-ротонная дисперсионная кривая $\epsilon(q)$ связана со структурным фактором $S(q)$ соотношением

$$\epsilon(q) = \hbar^2 q^2 / 2MS(q).$$

Известное рассуждение Фейнмана относительно тождественности частиц показывает, что при малых q и $T = 0$ фононные возбуждения с волновой функцией

$$\Psi = \left[\sum_s \exp(iqr_s) \right] \Phi \quad (2.9)$$

являются единственно возможными возбуждениями жидкости. При конечных температурах и возрастании q до величины порядка обратного расстояния между частицами картина меняется. Малые колебательные движения атомов в гармонической волне и диффузионное движение отдельных атомов становятся одного порядка. Волновая функция вида (2.9) по-прежнему удовлетворяет вариационному принципу, но теперь ее единственность не может быть выведена из тех же соображений, что и при малых q . Поэтому можно допустить существование волновых функций другого типа, отвечающих «нормальному» состоянию жидкости. Эти волновые функции должны отражать квазикристаллический характер движения атомов гелия и быть локализованными около медленно диффундирующих центров, движение которых описывается классическими переменными. Коллективные возбуждения этой «нормальной» компоненты соответствуют квазикристаллическим фононам в классических жидкостях. Большая ширина этих возбуждений связана с малостью числа квазикристаллических координационных сфер или малостью длины когерентности.

Здесь уместно отметить, что относительный вклад интенсивностей узкого (n) и широкого (w) пиков может являться еще одним экспериментально измеряемым параметром дальнего порядка, температурная зависимость которого качественно подобна традиционным параметрам порядка: плотности бозе-конденсата и плотности сверхтекучей компоненты.

Иная трактовка двухветвевой структуры жидкого ${}^4\text{He}$ дается в работе В.С.Ярунина [57]. Так же, как компонента (n) связана с наличием бозе-конденсата, так и компонента (w) связывается с наличием атомов с импульсом $p=0$, которые имеются в сверхтекучей и нормальной фазах жидкого ${}^4\text{He}$. Различие между ними заключается в том, что в первом случае атомы бозе-конденсата находятся в положении равновесия в минимуме потенциальной кривой, а во втором — атомы с импульсом $p=0$ возбуждаются из состояния вне минимума.

Попытка объяснить природу компоненты (w) с помощью рассеяния нейтронов на термически возбужденных квазичастицах наталкивается на трудность. При таком подходе при уменьшении температуры интенсивность компоненты (w) должна стремиться к нулю из-за уменьшения числа квазичастиц в жидкости. В нашем случае (см. рис.12,13) компонента (w) наблюдается даже при самых низких температурах.

Широкая компонента (g), максимум которой находится при энергиях выше спектра одночастичных возбуждений $\epsilon > 1,2$ мэВ, наблюдается в обеих фазах жидкого ${}^4\text{He}$. Она имеет сильную зависимость от температуры, с уменьшением T интенсивность компоненты (g) по определению падает до нуля. Эту моду рассеяния связывают с рассеянием нейтронов на термически возбужденных квазичастицах. Для жидких ферми-систем теория таких возбуждений хорошо разработана [37] и использована для интерпретации данных [56] по рассеянию нейтронов в жидком ${}^3\text{He}$. Некоторое обобщение для бозе-системы сделано в работах [38,39]. Физический смысл таких процессов заключается в передаче энергии рассеивающихся нейтронов уже имеющимся в системе термически возбужденным квазичастицам (фононам, максонам, ротонам). Энергетический спектр таких возбуждений принципиально отличается тем, что вместо линии кривой дисперсии в координатах $\epsilon - q$ имеет место широкая полоса или континуум, где каждому значению q соответствует определенный интервал ϵ . Таким образом, пики рассеяния нейтронов, связанные с этими возбуждениями, должны иметь большую ширину. Указанный механизм рассеяния нейтронов всегда связан с флуктуациями плотности среды и должен наблюдаться в обеих фазах ${}^4\text{He}$. Интенсивность возбуждений такого рода должна быстро уменьшаться при понижении температуры, поскольку значительно уменьшается число термически возбужденных квазичастиц в жидкости. Вообще говоря, этот процесс может быть отнесен к многофононному рассеянию нейтронов или, по крайней

мере, к двухфононному, т.к. нейтрон рассеивается на имеющемся в жидкости возбуждении и при рассеянии рождает хотя бы одно новое возбуждение. Следует, однако, уточнить, что в максонной области волновых векторов максимум этого широкого пика находится при энергиях порядка 2—3 мэВ, и это можно объяснить тем, что при рассеянии на термически возбужденных квазичастицах, кроме рассмотренного выше процесса, может происходить испускание одновременно двух, трех и большего числа возбуждений.

Широкая компонента (mf), слабо зависящая от температуры, также наблюдается в обеих фазах жидкого ${}^4\text{He}$. При уменьшении температуры жидкого ${}^4\text{He}$, когда интенсивность компоненты (g) падает, картина этой компоненты рассеяния становится более рельефной. На спектре (mf) проявляются пики, которые, согласно работе [34], связаны с испусканием двух, трех и более квазичастиц при рассеянии нейтронов. Компонента (mf) относится к многофононному рассеянию нейтронов.

3. ПОИСК И ИССЛЕДОВАНИЕ БОЗЕ-КОНДЕНСАТА В ЖИДКОМ ${}^4\text{He}$

Хотя связь между сверхтекучестью He II и наличием бозе-конденсата не является непосредственной [58], уже давно высказывается предположение, что ниже температуры λ -точки в жидком ${}^4\text{He}$ имеется бозе-конденсат из атомов с нулевым импульсом [59,60]. Это предположение основывается в первую очередь на аналогии с неидеальным бозе-газом, однако пока нет вполне строгого доказательства приведенного утверждения [58]. За последние полвека было проведено большое число экспериментов по поиску в сверхтекучем ${}^4\text{He}$ бозе-конденсата, которые могли бы, кроме того, подтвердить или опровергнуть непосредственную связь между сверхтекучестью и наличием бозе-конденсата.

Рассмотрим наиболее важные предложения по поиску в сверхтекучем ${}^4\text{He}$ бозе-конденсата и их осуществление. Условно некоторые из них объединим вместе.

В 1950 г. Гольдштейн и др. [61] предположили, что эффект бозе-эйнштейновской статистики может быть увиден при рассеянии нейтронов жидким ${}^4\text{He}$. Это была одна из первых попыток построить теорию рассеяния медленных нейтронов жидким гелием. Рассматривая неупругое рассеяние нейтронов с энергиями много больше $k_B T$ жидкости, они получили, что при переходе через λ -точку сечения рассеяния в области малых углов уменьшится за счет бозе-конденсации части атомов. Кроме того, и в спектре нагрева нейтронов должно наблюдаться уменьшение сечения, связанное

с невозможностью нагрева нейтронов на атомах бозе-конденсата. Однако эксперименты, выполненные в Лос-Аламосе [62] и Харуэлле [63], не показали ожидаемого изменения в интенсивности рассеяния нейтронов при прохождении через λ -точку.

Наибольшее число экспериментов было проведено в условиях, в которых высокоэнергетическое рассеяние нейтронов характеризуется как одноатомное [64—66]. Предполагалось, что измеренный динамический структурный фактор разделится на два слагаемых, одно из которых относится к рассеянию на атомах бозе-конденсата, а другое — на надконденсатных атомах. Проведенные измерения при больших волновых векторах вплоть до $q = 23 \text{ \AA}^{-1}$ [71—74] показали, что отдельно наблюдать пик бозе-конденсата не удается, так как он уширяется благодаря взаимодействию в конечном состоянии [71,75,76]. Поэтому были использованы различные математические модели для описания спектров рассеяния нейтронов, которые позволили оценить плотность бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$. Для получения более надежных результатов эксперименты проводились при разных температурах. Оценки для плотности бозе-конденсата при $T = 0$ находятся в интервале $n_0/n \sim 0+14\%$.

Отметим работы по определению плотности бозе-конденсата из парной коррелятивной функции $g(r)$, полученной из измерений статического структурного фактора $S(q)$ в жидкости [67—70]. Парная коррелятивная функция $g(r)$ для жидкого ${}^4\text{He}$ является функцией температуры в силу того, что часть атомов при температуре $T < T_0$ переходит в бозе-конденсатное состояние. Пространственная неопределенность для атомов с импульсом $\hbar p = 0$ приводит к уменьшению амплитуды осцилляций функции $g(r)$ относительно $g(r) = 1$. Измерения температурной зависимости плотности бозе-конденсата дали для $T = 0$ величину $n_0/n \sim 14\%$.

В теоретических работах Гаворе и Нозьера [27], Реатто и Честера [77,78] были получены точные формулы для импульсного распределения атомов $n(p)$ при $p \rightarrow 0$ и температурах $T \rightarrow 0$ и $T > 0$. С помощью экспериментальной проверки этих зависимостей имеется возможность определить плотность бозе-конденсата. Но уровень современной техники пока не позволил провести такие измерения.

В работе [79] для оценки плотности бозе-конденсата предлагается использовать небольшие концентрации примеси ${}^3\text{He}$, которая, наряду с разрушением сверхтекучего состояния, разрушает и бозе-конденсат. Если функция распределения по импульсам в жидком ${}^4\text{He}$ $n(p)$ для атомов с $p \neq 0$ слабо зависит от малых концентраций примеси ${}^3\text{He}$, то при $T < T_\lambda$ все отличие в форме спектров нейтронов, рассеянных в чистом ${}^4\text{He}$ и на смеси

${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$, будет обуславливаться наличием бозе-конденсата. Ценность такой оценки n_0/n в том, что данный метод не зависит от предположений о виде функции закона рассеяния $S(q, \epsilon)$. Сложность же использования метода связана с тем, что в этих экспериментах из-за большого сечения захвата нейтронов на атомах ${}^3\text{He}$ необходим очень интенсивный пучок нейтронов.

Из других предложений можно отметить работу [80], в которой обсуждается метод определения плотности бозе-конденсата из данных о средней кинетической энергии на атом в жидкости.

Исследования температурной зависимости относительной плотности бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$, выполненные в Объединенном институте ядерных исследований, проводились в области одноатомных возбуждений методом неупругого рассеяния нейтронов при температурах $T = 0,42 + 4,2 \text{ К}$. При анализе спектров нейтронов, рассеянных жидким ${}^4\text{He}$, в качестве математической модели использовалась форма с одним и с двумя гауссианами. Обработка экспериментальных данных велась на основе регуляризованного итерационного процесса Гаусса — Ньютона [81]. Рассмотрим эти эксперименты подробнее.

3.1. Экспериментальные условия. Эксперименты по исследованию плотности бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$ проводились по методу времени пролета нейтронов на спектрометре ДИН-1М в бустерном режиме работы реактора ИБР-30. Начальная энергия нейтронов, падающих на образец, выбиралась вблизи $E_0 \sim 190 \text{ мэВ}$. Спектры нейтронов, рассеянных жидким ${}^4\text{He}$, измерялись на трех углах рассеяния $\theta = 96,5; 109,5; 122,6^\circ$. Энергии ядер отдачи для указанных углов составляют $\epsilon_0 \approx 82; 93; 102 \text{ мэВ}$, и передачи волнового вектора $q_0 \approx 12,6; 13,4; 14,1 \text{ \AA}^{-1}$. Выбор начальной энергии нейтронов и углов рассеяния связан с тем, что в исследуемой области передач энергии и волнового вектора рассеивающая система ведет себя как квазисвободная, т.к. удовлетворяет, с одной стороны, требованию малости энергии коллективных возбуждений по сравнению с переданной нейтроном энергии, и, с другой стороны, отношение переданной нейтроном энергии к энергии возбуждения свободного атома гелия близко к единице. В данных экспериментах это отношение составляло величину $0,98 \pm 0,02$.

С увеличением начальной энергии нейтронов влияние взаимодействия в конечном состоянии уменьшается и улучшается применимость теории [64,65]. При этом приходится учитывать то, что ширина аппаратной линии, которая пропорциональна $E_0^{3/2}$, растет быстрее, чем доплеровская ширина, которая растет как $E_0^{1/2}$. В рассматриваемых экспериментах отношение квадратов ширин функции разрешения спектрометра и доплеров-

ского уширения на атомах ${}^4\text{He}$ составляет величину порядка 0,2. Поэтому при увеличении начальной энергии свыше 190 мэВ ширина одноатомного пика будет в значительной мере определяться функцией разрешения установки, и анализ формы пика станет нереальным. Для получения более точной формы спектра нейтронов, рассеянных жидким ${}^4\text{He}$, измерения велись с максимально возможной статистической точностью. Интегральный счет в пике одноатомных возбуждений при разных температурах жидкости составляет величину $(2+5) \cdot 10^5$ импульсов.

3.2. Описание моделей для анализа. Первые эксперименты по изучению спектра одноатомных возбуждений ${}^4\text{He}$ в жидкости с помощью неупругого рассеяния нейтронов [49,82—84] показали, что при достигнутых экспериментальных условиях ($q \approx 14 \text{ \AA}^{-1}$) предложение Хоэнберга и Плацмана [64] осуществить не удастся. Отметим, что и в более поздних экспериментах [73] при $q = 23 \text{ \AA}^{-1}$ также не удалось прямым образом выделить бозе-конденсатный пик. Оценки показывают, что нужного эффекта, вероятно, можно достичь при $q > 100 \text{ \AA}^{-1}$. Поэтому при анализе экспериментальных данных был использован метод математического разложения спектра рассеянных нейтронов на конденсатную и надконденсатную части [65]. Для получения более надежных результатов для плотности бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$, а также для установления возможной связи явлений бозе-конденсации и сверхтекучести исследовались температурные зависимости параметров математического разложения, в том числе и относительной плотности бозе-конденсата [49, 85—92].

При анализе экспериментальный спектр нейтронов, рассеянных жидким ${}^4\text{He}$, описывался с помощью двух гауссовских кривых в соответствии с теорией Паффа и Тенна [65] с поправкой негауссовского вида, предложенной в работах [85,86]:

$$\varphi(t) = E^2 A_1 \exp(P_1) + E^2 A_4 \exp(P_2) + (A_7 + A_8)t,$$

$$P_1 = -(\varepsilon - \varepsilon_0 + A_3)^2 / A_2 \cdot q^2; \quad P_2 = -(\varepsilon - \varepsilon_0 + A_6)^2 / A_5 \cdot q^2, \quad (3.1)$$

где $A_1 + A_8$ — свободные параметры, t — номер канала временного спектра или время пролета нейтронов. Первый гауссиан описывает рассеяние нейтронов на надконденсатных атомах, второй — на бозе-конденсате. Введение третьего члена связано с тем, что двухгауссовская модель не полностью описывает экспериментально наблюдаемый спектр в области больших передач энергии. Эта асимметрия одноатомного пика наблюдалась и в других экспериментах. Первоначально увеличение интенсивности на высокоэнергетическом крыле пытались объяснить присутствием в $n(p)$ в области боль-

ших импульсов либо максимума, либо монотонно убывающей части спектра [93—95]. В настоящее время асимметрия одноатомного пика связывается с эффектом взаимодействия в конечном состоянии, которое приводит к появлению аддитивного члена в $S(q, \epsilon)$. Так, в работах [36,71,94] обсуждается разделение динамического структурного фактора на симметричную и асимметричную части $S(q, \epsilon) = S_s(q, \epsilon) + S_a(q, \epsilon)$, причем при увеличении волнового вектора $S_a(q, \epsilon) \rightarrow 0$, а симметричная часть все более удовлетворяет импульсному приближению (IA) $S_s(q, \epsilon) \rightarrow S_{IA}(q, \epsilon)$. В нашем случае третий член частично связан с многократным рассеянием нейтронов.

С ростом волнового вектора ширина гауссовской кривой для надконденсатных атомов ($A_2^{1/2}$) увеличивается пропорционально q , так же, как и доплеровское уширение, поэтому для параметра A_2 вводится множитель q^2 . Введение зависимости q^2 для конденсатной части может быть объяснено тем, что взаимодействие в конечном состоянии также пропорционально q^2 [65], если считать полное сечение рассеяния ${}^4\text{He}-{}^4\text{He}$ слабо меняющейся функцией в этой области q . Множитель E^2 возникает при переходе от закона рассеяния $S(q, \epsilon)$ к временному спектру рассеяния нейтронов. Сдвиги искомым гауссианов относительно энергии возбуждений свободного атома гелия A_3 и A_6 отражают тот факт, что атомы гелия находятся в жидкости и являются квазисвободными.

Анализ всех экспериментальных данных проводился также и без включения бозе-конденсатного члена ($A_4 = 0$), т.е. с использованием одногауссовской модели:

$$\varphi(t) = E^2 A_1 \exp(P_1) + (A_7 + A_8 t). \quad (3.2)$$

За свободные параметры в (3.1) и (3.2) принимались амплитуды гауссовских кривых A_1 и A_4 , квадраты ширин A_2 и A_5 , сдвиги A_3 и A_6 (в расчетах, в основном, приравнивали $A_3 = A_6$) и параметры A_7 и A_8 . Статистические ошибки параметров вычислялись с применением теории ошибок метода наименьших квадратов [96]. Относительная плотность бозе-конденсата определялась как отношение

$$\xi = n_0/n = \varphi(n_0)/[\varphi(n_0) + \varphi(n_1)],$$

где $\varphi(n_0)$ и $\varphi(n_1)$ — площади спектров для конденсатной и надконденсатной частей соответственно. При анализе экспериментальных данных использовалась программа COMPIL, ОИЯИ С-401, Дубна [81].

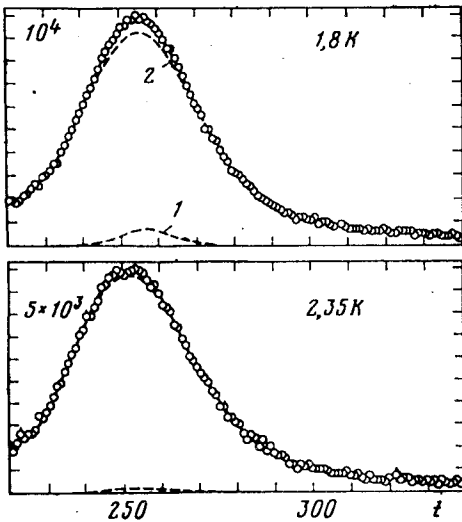


Рис.25. Экспериментальные спектры нейтронов, рассеянные жидким ${}^4\text{He}$ при $q = 13,4 \text{ \AA}^{-1}$, $T = 1,8; 2,35 \text{ K}$. Расчетные кривые, относящиеся к бозе-конденсатной (кривая 1) и надконденсатной (кривая 2) частям, показаны пунктиром

На рис.25 представлены экспериментальные спектры нейтронов, рассеянных жидким ${}^4\text{He}$ при температурах $T = 1,8; 2,35 \text{ K}$ для угла рассеяния $\theta = 109,5^\circ$. Пунктирными линиями показаны расчетные кривые, относящиеся к конденсатной (кривая 1) и надконденсатной (кривая 2) частям.

Ширина гауссовской кривой для конденсатной части определяется энергетическим разрешением спектрометра и величиной взаимодействия в конечном состоянии. В данном случае расчетное значение квадрата ширины для бозе-конденсатного гауссиана A_5 в основном определяется энергетическим разрешением спектрометра, которое в пределах нескольких процентов не зависит от угла рассеяния и температуры и в пределах ошибок, совпадает с соответствующей величиной разрешения.

Значения параметров A_3 и A_6 для разных измерений колеблются в интервале $0 + 4 \text{ мэВ}$. Исходя из расчетов, можно сказать, что переданная атому ${}^4\text{He}$ в жидкости энергия при рассеянии нейтронов меньше передачи энергии свободному атому примерно на 2%.

3.3. Анализ экспериментальных данных. Численный анализ экспериментальных данных на основе зависимостей (3.1), (3.2) сводится к решению нелинейной системы уравнений для различных значений t относительно неизвестных $A_1 + A_8$, при этом считали $A_3 = A_6$. Число неизвестных принималось равным $m_1 = 5$ и $m_2 = 7$ для одногауссовской и двухгауссовской моделей соответственно. При решении использовались статистические веса вида $1/\sigma_i^2$, где σ_i — стандартное отклонение измеряемых величин и $i = 1, 2, \dots, 121$. Это дает возможность воспользоваться близостью к единице величины χ_i^2/s_i , как статистическим критерием качества аппроксимации [96], где $i = 1, 2$; $s_i = 121 - m_i$ — число степеней свободы.

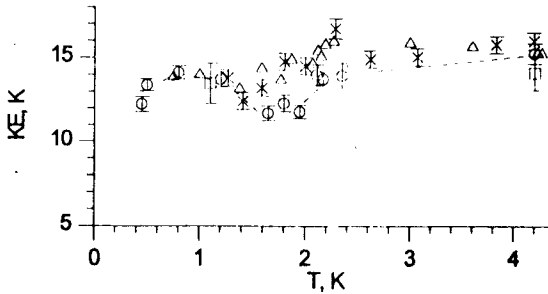


Рис.26. Зависимость средней кинетической энергии на атом ${}^4\text{He}$ от температуры: (O) и (- -) — данные наших работ [88,90], (Δ) — термодинамические данные [80], (X) — данные [97], (\square) — данные [98]

Ширина надконденсатной части спектра определяется тепловым движением атомов ${}^4\text{He}$ или средней кинетической энергией на атом в жидкости KE. Значения KE рассчитывались из спектра нейтронов, описываемого конденсатным и надконденсатным гауссианами. На рис.26 показаны вычисленные значения KE с помощью двухгауссовской модели. При $T > T_\lambda$ значения KE, в пределах ошибок, совпадают для обеих моделей, а при $T < T_\lambda$ значения KE, полученные из одногауссовской модели, примерно на 1 К ниже. Это объясняется тем, что при $T > T_\lambda$ обе модели равнозначны для описания экспериментального спектра, а при $T < T_\lambda$ спектр нейтронов лучше описывается двухгауссовской моделью. Для сравнения на рис.26 показаны результаты для KE из [80,97,98], которые по характеру кривой схожи с нашими, но по величине дают несколько большее значение.

Проведенный анализ экспериментальных данных с помощью одногауссовской и двухгауссовской моделей показывает удовлетворительное описание спектров нейтронов, рассеянных жидким ${}^4\text{He}$. Усложнение двухгауссовской модели путем добавления новых гауссианов не улучшает описания измеренных спектров. Сравнение величин χ_1^2/s_1 для одногауссовской модели и χ_2^2/s_2 для двухгауссовской показывает, что с точки зрения статистического критерия экспериментальные данные, полученные при температурах $T > T_\lambda$, лучше описываются одногауссовской моделью, а при $T < T_\lambda$ — двухгауссовской. Рассмотрим так называемое дисперсионное отношение [99] $v^2 = (\chi_1^2/s_1)/(\chi_2^2/s_2)$, которое характеризует, с какой вероятностью могут

быть приняты или отвергнуты при сравнении используемые модели. При $T > T_\lambda$ дисперсионное отношение равно $v^2 = 0,99 + 1,01$. При $T < T_\lambda$ с уменьшением температуры дисперсионное отношение v^2 быстро увеличивается и при $T \leq 1,8$ К становится больше 1,2. Используя табулированные значения для v^2 из работы [99], для $s_1 = 116$ и $s_2 = 114$ находим, что критерий значимости для принятия двухгауссовской модели при $T < T_\lambda$ составляет величину $f > 80\%$, а для принятия одногауссовской модели $f < 20\%$. В то же время при температурах $T > T_\lambda$ критерии значимости для принятия одногауссовской или двухгауссовской модели примерно равны и составляют величину $f \approx 50\%$.

3.4. Температурная зависимость относительной плотности бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$. Результаты анализа экспериментальных данных по определению относительной плотности бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$ в области температур $T = 0,42 + 4,2$ К представлены на рис.27. Температурная зависимость n_0/n имеет особенность при температуре $T \approx T_\lambda$. При $T < T_\lambda$ с уменьшением T наблюдается увеличение количества бозе-конденсата. При $T > T_\lambda$ полученная величина плотности конденсата в пределах статистических ошибок остается постоянной, т.е. не изменяется, поэтому можно предположить, что эта величина является систематической ошибкой, связанной с используемой экспериментальной методикой и с методом двухгауссовского разложения спектров нейтронов. Уровень систематической ошибки может быть оценен усреднением результатов расчета относительной плотности конденсата при $T > T_\lambda$ ($\sim 0,5\%$).

Вычисленные значения относительной плотности бозе-конденсата при температурах $T < T_\lambda$ описывались эмпирической формулой

$$\xi = \xi_0 [1 - (T/T_0)^m],$$

где ξ_0 — относительная плотность бозе-конденсата при $T = 0$, T_0 — температура бозе-конденсации. Значения свободных параметров ξ_0 , T_0 , m определялись методом наименьших квадратов:

$$\xi_0 = (7 \pm 0,5) \% ; \quad T_0 = (2,22 \pm 0,05) \text{ К} ; \quad m = 3 \pm 0,7.$$

Проведенный анализ показывает температурную зависимость плотности бозе-конденсата. При $T < T_0$ наблюдается бозе-конденсат, а при $T > T_0$ в пределах точности эксперимента и математической обработки спектров бозе-конденсат не обнаружен. Температура бозе-конденсации в пределах ошибок совпадает с температурой перехода жидкого ${}^4\text{He}$ в сверхтекучее состояние

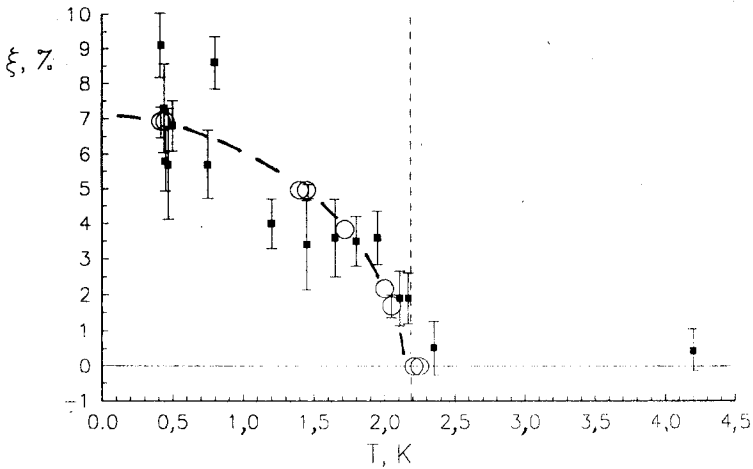


Рис.27. Температурная зависимость относительной плотности бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$: (■) относятся к результатам анализа одноатомного рассеяния нейтронов, (○) — компонента (n) спектра одночастичных возбуждений, нормированная к ξ в области температур $0,4 + 0,5$ К

$T_0 \simeq T_\lambda$. Характер зависимости плотности бозе-конденсата совпадает с температурной зависимостью измеренной плотности сверхтекучей компоненты в жидком ${}^4\text{He}$ [100]. Выше λ -точки бозе-конденсата нет, он появляется в λ -точке и быстро растет с понижением температуры.

Интересно привести результаты оценки максимальной плотности бозе-конденсата при $T = 1,2$ К, полученные в конце 60-х годов. Предположим, что при температуре $T = 4,2$ К плотность бозе-конденсата равна нулю, и все изменения в форме спектра нейтронов, рассеянных жидким ${}^4\text{He}$, при снижении температуры с 4,2 до 1,2 К связаны только с конденсацией атомов ${}^4\text{He}$. Используя экспериментальные спектры, измеренные нами при волновых векторах $q = 12 + 14 \text{ \AA}^{-1}$, получим, что максимальное количество бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$ при $T = 1,2$ К равно $\xi_{\text{max}} = (5,9 \pm 0,4)\%$. Этот результат вполне согласуется с данными, показанными на рис.27.

Для сравнения приведем измеренные в последнее время значения плотности бозе-конденсата из работ [71—74]. Полученная в этих работах температурная зависимость относительной плотности бозе-конденсата по характеру близка с ранее нами измеренной. Для плотности бозе-конденсата при $T = 0$ К они получили $n_0/n \simeq 9\%$, что хотя и достаточно близко, но все же различается по значению плотности бозе-конденсата.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подчеркнем основные результаты исследований жидкого ^4He методом неупругого рассеяния нейтронов на реакторах ИБР-30 и ИБР-2 с использованием спектрометров ДИН-1М и ДИН-2ПИ, которые были проведены в широкой области передач энергии $\epsilon \approx 0,1 + 200$ мэВ, волнового вектора $q \approx 0,08 + 14 \text{ \AA}^{-1}$ и температур $T = 0,42 + 4,2$ К.

1. Измерена структура спектра возбуждения в жидком ^4He .

— Спектр возбуждений в фонон-максон-ротонной области имеет сложную структуру, зависящую от волнового вектора и температуры. Разложение острого пика рассеяния нейтронов на несколько компонент с совершенно различными зависимостями $\epsilon(T)$, $Z(T)$ и $W(T)$ является новым результатом. В нормальной фазе жидкого ^4He видны две ветви возбуждений. Одна из них (w) наблюдается во всей изученной области волновых векторов q и характеризуется большой шириной пиков. Вторая ветвь (os) хорошо видна только при малых q . Обе указанные ветви характерны и для сверхтекучего ^4He . При $T < T_\lambda$ к структуре дисперсионных кривых в He I добавляется новая компонента (n), которая не наблюдается выше точки фазового перехода. Интенсивность этой ветви при $q > 0,65 \text{ \AA}^{-1}$ с понижением температуры резко увеличивается и становится определяющей при низких T .

— Для всех трех компонент возбуждений (n), (os), (w) в фононной области спектра наблюдается положительная аномальная дисперсия, причем для компоненты (w) при увеличении температуры она становится особенно заметной. С уменьшением q кривые дисперсии всех трех компонент сближаются.

— Дисперсионная кривая для (w)-компоненты как бы несколько сдвинута, сдвинута в область меньших волновых векторов относительно дисперсионной кривой для компоненты (n). Таким образом, максонный максимум и, вероятно, ротонный минимум для компоненты (w) наблюдаются при меньших q , чем для компоненты (n).

— Измерена зависимость статистического структурного фактора от волнового вектора в фононной области при температурах $T = 0,42 + 2,21$ К. Показано, что при повышении температуры ниже λ -точки достаточно плавный уход от прямой линии, полученной Фейнманом и Питаевским, сменяется резким скачком вблизи T_λ .

— В жидком ^4He при переходе из области фононов к максонам при $q \sim 0,5 + 0,65 \text{ \AA}^{-1}$ обнаружена особенность на дисперсионной кривой. Компонента (os) здесь быстро затухает. Широкая компонента (w) имеет особенности в зависимостях $\epsilon_w(q)$, $W_w(q)$ и $Z_w(q)$. Узкая компонента (n) как бы сливается или переходит в компоненту (os). В этой же области q исчезает

аномалия кривой дисперсии, т.е. кривая дисперсии пересекает линию скорости первого звука. Особенность на дисперсионной кривой при $q \sim 0,5 + 0,65 \text{ \AA}^{-1}$ может быть объяснена согласно теории Иорданского и Питаевского распадом возбуждений на фононы. Это, вероятно, тот случай, когда распад возбуждений на фононы наблюдается отдельно от процессов, связанных с взаимодействием возбуждений друг с другом.

— Измерена температурная зависимость времени жизни возбуждений (n) и (w) в максонной области. Сравнение ее с расчетной согласно теории Ландау и Халатникова для ротонов показало, что при $T < 1,7 \text{ K}$ расчетная кривая совпадает с экспериментальной для компоненты (n), а при приближении к λ -точке — с экспериментальной для компоненты (w).

— Анализ спектров нагрева и охлаждения нейтронов в жидком ${}^4\text{He}$ показал, что значения температур, полученные с использованием соотношения детального равновесия и измеренные термопарой, совпали.

— Экспериментально измеренный относительный вклад интенсивностей узкой (n) и широкой (w) компонент может быть принят как еще один параметр дальнего порядка, температурная зависимость которого качественно подобна традиционным параметрам порядка: плотности бозе-конденсата и плотности сверхтекучей компоненты.

2. При исследовании структуры спектра возбуждений в жидком ${}^4\text{He}$ применялась новая методика. Основным пунктом ее является использование нейтронов с очень низкой начальной энергией, которая выбиралась ниже энергии многофононных возбуждений. Это привело к улучшению функции разрешения и подавлению процессов многофононного рассеяния. Так была подготовлена почва для анализа формы острого пика рассеяния нейтронов.

3. Измерена зависимость относительной плотности бозе-конденсата в области температур $T = 0,42 + 4,2 \text{ K}$ двумя независимыми и разными методами.

— Плотность бозе-конденсата получена с помощью анализа спектров одноатомного рассеяния нейтронов при передачах энергии $\epsilon \approx 100 \text{ мэВ}$ и волнового вектора $q \approx 14 \text{ \AA}^{-1}$.

— Измерена зависимость интегральной интенсивности компоненты (n) от температуры, которая, согласно теории, пропорциональна плотности бозе-конденсата.

— Анализ экспериментальных данных показал, что относительная плотность бозе-конденсата в жидком ${}^4\text{He}$ при $T = 0 \text{ K}$ равна $n_0/n = (7 \pm 0,5) \%$.

— Температура бозе-конденсации в пределах ошибок совпадает с температурой перехода жидкого ${}^4\text{He}$ в сверхтекучее состояние $T_0 = T_\lambda$.

— Характер температурной зависимости относительной плотности бозе-конденсата, можно сказать, совпадает с температурной зависимостью

плотности сверхтекучей компоненты. Выше T_λ бозе-конденсата, в пределах ошибок, нет, он появляется в λ -точке и быстро растет с понижением температуры.

Автор выражает благодарность В.Л.Аксенову, А.М.Балагурову, В.В.Голикову, Л.П.Питаевскому за внимание и полезные обсуждения результатов работы, а также Л.Александрову, И.В.Богоявленскому, В.А.Загребнову, Л.В.Карнацевичу, В.Г.Колобродову, В.Б.Приезжеву, А.В.Пучкову и В.С.Ярунину за сотрудничество. Автор хранит благодарную память о работе и внимании Ф.Л.Шапиро и В.А.Парфенова к работам по исследованию жидкого ^4He .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kapitsa P.L. — Nature, 1938, vol.141, p.74.
2. Ландау Л.Д. — ЖЭТФ, 1941, т.11, с.592; J.Phys. USSR, 1947, vol.11, p.91.
3. London F. — Nature, 1938, vol.141, p.643.
4. Боголюбов Н.Н. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1947, т.11, с.77.
5. Беляев С.Т. — ЖЭТФ, 1958, т.34, с.417; ЖЭТФ, 1958, т.34, с.433.
6. Henshaw D., Woods A.D.B. — Phys. Rev., 1961, vol.121, p.1266.
7. Cowley R.A., Woods A.D.B. — Can. J. of Physics, 1971, vol.49, p.177.
8. Svensson E.C., Sears V.F., Woods A.D.B., Martel P. — Phys. Rev. B, 1979, vol.21, p.3638.
9. Dietrich O.W., Graf E.H., Huang C.H., Passell L. — Phys. Rev., 1972, vol.5A, p.1377.
10. Mezei F. — Phys. Rev. Lett., 1980, vol.44, No.24, p.1601.
11. Woods A.D.B., Svensson E.C. — Phys. Rev. Lett., 1978, vol.41, No.14, p.974.
12. Van Hove L. — Phys. Rev., 1954, vol.95, p.249.
13. Liforov V.G., Nikolaev M.N., Novikov A.G. et al. — Research Appl. of Nucl. Pulsed Systems, Vienna, 1966.
14. Лифоров В.Г., Нозик В.З., Парфенов В.А., Семенов В.А. — Препринт ФЭИ-140, Обнинск, 1968.
15. Абрамов А.В. и др. — Атомная энергия, 1989, т.66, с.316.
16. Bogoyavlenskii I.V., Milenko Yu.Yu., Karnatsevich L.V., Kozlov Zh.A. et al. — Cryogenics, 1983, vol.3, p.498.
17. Waller I., Froman P.Q., — Ark. Fys., 1952, vol.4, p.183.
18. Глазков Ю.А., Лисичкин Ю.В., Парфенов В.А. — III Всес. конф. по нейтронной физике, Киев, 1975. Нейтронная физика, 1976 ч.26 с.76.
19. Ермаков В.А., Козлов Ж.А., Челноков М.Л. — Сообщение ОИЯИ 3-89-479, Дубна, 1989.
20. Bijl A. — Physica, 1940, vol.7, p.869.
21. Feynman R.P. — Phys. Rev., 1954, vol.94, p.262.
22. Питаевский Л.П. — ЖЭТФ, 1956, т.31, с.536.
23. Иорданский С.В., Питаевский Л.П. — ЖЭТФ, 1979, т.76, с.769.

24. Ландау Л.Д., Халатников И.М. — ЖЭТФ, 1949, т.19, с.637;
Халатников И.М. — Теория сверхтекучести. М.: Физматгиз, 1971.
25. Питаевский Л.П. — ЖЭТФ, 1959, т.36, с.1168.
26. Hogenholtz N., Pines D. — Phys. Rev., 1959, vol.116, p.489.
27. Gavoret J., Nozieres P. — Ann. Phys. (N.Y.), 1964, vol.28, 349.
28. Hohenberg P.C., Martin P.C. — Ann. Phys. (N.Y.), 1965, vol.34, p.291.
29. Szepfaluzy P., Kondor I. — Ann. Phys. (N.Y.), 1974, vol.62, p.1.
30. Griffin A., Cheung T.H. — Phys. Rev., 1973, vol.A7, No.6, p.2086.
31. Griffin A. — Can. J. of Phys., 1987, vol.65, No.11, p.1357.
32. Stirling W.G., Glyde H.R. — Phys. Rev. B, 1990, vol.41, p.4224.
33. Glyde H.R., Griffin A. — Phys. Rev. Lett, 1990, vol.65, p.1454.
34. Glyde H.R. — Phys. Rev. B, 1992, vol.45, p.7321.
35. Glyde H.R. — J. of Low Temp. Phys., 1993, vol.93, p.861.
36. Glyde H.R. — Excitations in Liquid and Solid Helium, 1994, Clarendon Press, Oxford.
37. Пайнс Д., Нозьер Ф. — Теория квантовых жидкостей: Пер. с англ. М.: Мир, 1967.
38. Griffin A., Talbot E.F. — Phys. Rev. B, 1981, vol.24, p.5075.
39. Talbot E.F., Griffin A. — Phys. Rev. B, 1984, vol.29, p.2531.
40. Stirling W.G., Glyde H.R. — Phys. Rev. B, 1990, vol.41, p.4224.
41. Talbot E.F., Glyde H.R., Stirling W.G., Svensson E.C. — Phys. Rev. B, 1988, vol.38, p.11229.
42. Боговященский Н.М., Богоявленский И.В., Карнацевич Л.В., Козлов Ж.А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1993, т.57, с.414; JETP Lett., 1993, vol.57, p.428; Препринт ОИЯИ Р3-92-578, Дубна, 1992.
43. Богоявленский И.В., Карнацевич Л.В., Козлов Ж.А. и др. — ФНТ (Украина), 1994, т.20, с.626; Low Temp. Phys. (Ukraine), 1994, vol.20, p.489.
44. Blagoveschenskii N.M., Bogoyavlenskii I.V., Karnatsevich L.V., Kozlov Zh.A. et al. — Phys. Rev., 1994, vol.50, p.16550; Препринт ОИЯИ Р3-94-125, Дубна, 1994.
45. Kozlov Zh.A., Siurakshina L.A., Yarunin V.S. — Third ESF Workshop: Network on Quantum Fluids and Solids. 20-26 April 1995, p.179.
46. Monousakis E., Pandharipande V.R. — Phys. Rev. B, 1986, vol.33, p.150.
47. Andersen K.H., Stirling W.G., Scherm R. et al. — Physica B, 1992, vol.180/181, p.851.
48. Hughes D.J., Schwartz R.B. — Neutron Cross Section. BNL, N.Y., 1958.
49. Козлов Ж.А., Парфенов В.А., Сиджимов Б. — Сообщение ОИЯИ Р3-7519, Дубна, 1973.
50. Mezei F. — Phys. Rev. Lett., 1980, vol.44, No.24, p.1601.
51. Mezei F., Stirling W.G. — 75-th Jubilee Conf. on Helium-4. J.G.M. Armitage ed. World Scientific, Singapore 1983, p.111.
52. Есельсон Б.Н., Григорьев В.Н., Иванцов В.Г., Рудаковский Э.Я. — Свойства жидкого и твердого гелия. М.: Изд. стандартов, 1978.
53. Svensson E.C., Sears V.F. — Physica, 1986, vol.137, B, p.126.
54. Svensson E.C., Martel P., Woods A.D.B. — Phys. Rev. Lett., 1976, vol.57A, No.54, p.439.

55. Stirling W.G. — 75-th Jubilee Conf. on Helium-4. J.G.M. Armitage ed. World Scientific, Singapore 1983, p.109.
56. Scherm R., Guckelsberger K., Fak B. et al. — Phys. Rev. Lett., 1987, vol.59, No54, p.217.
57. Ярунин В.С. — Теор. и мат. физ., 1993, т.96, с.37; JINR Preprint E17-94-152, Dubna, 1994; Yarunin V.S., Siurakshina L.A. — Physica A, 1995, vol.215, p.261—269.
58. Гинзбург В.Л. — УФН, 1969, т.97, с.601.
59. London F. — Superfluids, N.Y., 1954, vol.1, p.2.
60. Боголюбов Н.Н. — Избранные труды, т.2,3, Киев: Наукова думка, 1970.
61. Goldstein L., Sweeney D., Goldstein M. — Phys. Rev., 1950, vol.77, p.319.
62. Sommers H.S.Jr., Dash J.G., Goldstein L. — Phys. Rev., 1955, vol.97, p.855.
63. Egelstaff P.A., London H. — Proc. Roy. Soc. (London), 1957, vol.A242, p.374.
64. Hohenberg P.C., Platzman P.M. — Phys. Rev., 1966, vol.152, p.198.
65. Puff R., Tenn J. — Phys. Rev., 1970, vol.A1, p.125.
66. Puff R. — Phys. Rev., 1965, vol.137, p.A406.
67. Hyland G.J., Rowlands G., Gummings F.W. — Phys. Lett., 1970, vol.31A, p.465; Phys. Kondens. Materie, 1970, vol.12, p.90.
68. Hyland G.J., Rowlands G. — J. of Low Temp. Phys., 1972, vol.7, p.271; Phys. Lett., 1977, vol.62A, p.154.
69. Robkoff H.N., Ewen D.A., Hallock R.B. — Phys. Rev. Lett., 1979, vol.43, p.2006.
70. Sears V.F., Svensson E.C. — Phys. Rev. Lett., 1979, vol.43, p.2009.
71. Silver R.N. — Phys. Rev., 1988, vol.37, p.3794.
72. Sosnick T.R., Snow W.M., Sokol P.E., Silver R.N. — Europhys. Lett., 1989, vol.9, p.707.
73. Sosnick T.R., Snow W.M., Sokol P.E. — Phys. Rev. B, 1994, vol.41, p.11185.
74. Sokol P.E. — Neutron News, 1993, vol.4, p.22.
75. Whitlock P.A., Panoff R. — Can. J. Phys., 1987, vol.65, p.1409.
76. Ceperley D.M., Pollock E.F. — Phys. Rev. Lett., 1986, vol.56, p.351.
77. Francis W.P., Chester G.V., Reatto L. — Phys. Rev., 1970, vol.A1, p.86.
78. Reatto L., Chester G.V. — Phys. Rev., 1966, vol.155, p.88.
79. Загребнов В.А., Приезжев В.Б. — Препринт ОИЯИ P17-9634, Дубна, 1969.
80. Sears V.F. — Phys. Rev. B, 1983, vol.28, p.5109.
81. Александров Л. — Препринты ОИЯИ 5-6821, Дубна, 1972; P5-7258, Дубна, 1973; P5-7259, Дубна, 1973.
82. Cowley R.A., Woods A.D.B. — Can. J. Phys., 1971, vol.49, p.177.
83. Harling O. — Phys. Rev. Lett., 1970, vol.24, p.1046.
84. Mook H.A., Scherm R., Wilkinson M.K. — Phys. Rev., 1972, vol.A6, p.2268.
85. Козлов Ж.А., Александров Л., Загребнов В.А. и др. — Препринт ОИЯИ P4-7895, Дубна, 1974.
86. Александров Л., Загребнов В.А., Козлов Ж.А. и др. — ЖЭТФ, 1975, т.68, с.1825.
87. Докукин Е.Б., Козлов Ж.А., Парфенов В.А., Пучков А.В. — Письма в ЖЭТФ, 1976, т.23, с.497.
88. Докукин Е.Б., Козлов Ж.А., Парфенов В.А., Пучков А.В. — ЖЭТФ, 1978, т.75, с.2273.

89. Благовещенский Н.М., Докукин Е.Б., Козлов Ж.А. и др. — НТ-21, 1980, с.131.
90. Благовещенский Н.М., Богоявленский И.В., Карнацевич Л.В., Козлов Ж.А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1983, т.37, с.152.
91. Богоявленский И.В., Карнацевич Л.В., Козлов Ж.А., Пучков А.В. — ФНТ (Украина), 1990, т.16, с.139.
92. Bogoyavlenskii I.V., Karnatsevich L.V., Kozlov Zh.A., Puchkov A.V. — Physica B (North-Holland), 1992, vol.176, p.152.
93. McMillan W. — Phys. Rev., 1965, vol.138, p.A442.
94. Martel P., Svensson E.C., Woods A.D.B. et al. — J. Low. Temp. Phys., 1976, vol.23, p.285.
95. Kalos M.H., Levesque D., Verlet L. — Phys. Rev., 1974, vol.A9, p.2178.
96. Линник Ю.В. — Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1962.
97. Gibbs A.G., Harling O.K. — Phys. Rev., 1973, vol.A7, p.1748.
98. Woods A.D.B., Sears V.F. — J. Phys., 1977, vol.C10, p.L341.
99. Клепиков Н.П., Соколов С.Н. — Анализ и планирование экспериментов методом максимума правдоподобия. М.: Наука, 1964.
100. Andronikashvili E. — J. Phys. (USSR), 1946, vol.10, p.201.