

КВАНТОВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ЯДЕРНАЯ ОПТИКА

А.И.Ахиезер, Ю.А.Бережной, В.В.Пилипенко

Харьковский государственный университет, Харьков, Украина
Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины, Харьков

| | |
|---|-----|
| ВВЕДЕНИЕ | 458 |
| КВАНТОВЫЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ КАРТИНЫ | 460 |
| МОДИФИКАЦИИ КВАНТОВЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН | 466 |
| ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ | 471 |
| ДИФРАКЦИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЛУЧЕЙ | 476 |
| ПОЛЯРИЗАЦИЯ НУКЛОНОВ ПРИ ДИФРАКЦИОННОМ РАС- СЕЯНИИ | 480 |
| РАЗЛОЖЕНИЕ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ НА БЛИЖНЮЮ И ДАЛЬНЮЮ СОСТАВЛЯЮЩИЕ | 486 |
| ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ В РАССЕЯНИИ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ЯДРАМИ | 494 |
| РАДУЖНОЕ РАССЕЯНИЕ В ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ | 499 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 508 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ | 509 |

КВАНТОВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ЯДЕРНАЯ ОПТИКА

А.И.Ахиезер, Ю.А.Бережной, В.В.Пилипенко

Харьковский государственный университет, Харьков, Украина
Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины, Харьков

Рассмотрено современное состояние дифракционной теории ядерных столкновений. Обсуждаются общие принципы квантовой дифракции и поведение дифференциальных сечений и поляризационных характеристик упругого рассеяния частиц ядрами. Использовано разложение амплитуд рассеяния на ближнюю и дальнюю составляющие для анализа процессов рассеяния. Изучены различные процессы взаимодействия тяжелых ионов с ядрами. Приведены результаты анализа экспериментальных данных.

The current status of the diffraction theory of nuclear collisions is considered. The general principles of quantum diffraction and the behavior of differential cross sections and polarization observables of elastic scattering of particles by nuclei are discussed. The decomposition of scattering amplitudes into near-side and far-side components is used for the analysis of scattering processes. Different processes of heavy ion-nucleus interaction are studied. Results of the analysis of experimental data are presented.

1. ВВЕДЕНИЕ

Микрообъекты обладают как корпускулярными, так и волновыми свойствами. Существование последних приводит к возникновению различных интерференционных картин, наблюдаемых при взаимодействии микрочастиц. К ним относятся дифракционное и радужное рассеяния, проявления которых характерны прежде всего для ядерных столкновений. Эти типы рассеяний аналогичны хорошо известным оптическим явлениям. Поэтому их совокупность обычно называют ядерной оптикой.

Явление дифракции света открыл Франческо Мариа Гримальди (1618—1663). Оно было впервые описано в труде «Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride» («Физико-математический трактат о свете, цветах и радуге»), вышедшем в 1665 г. после его смерти. Именно Гримальди ввел термин «дифракция» (от латинского «diffractus» — разломанный), сохранившийся в физике до сих пор [1]. В дальнейшем дифракцию света изучали многие другие ученые, что позволило выяснить природу различных дифракционных картин в оптике и создать их теорию (подробнее см. [2, 3]). Дифракционные явления в оптике наблюдаются в том случае, когда когерентный

световой поток распространяется вблизи края непрозрачного экрана, поглощающего падающий на него свет. Эти явления, характеризующиеся отсутствием резкой границы между областями света и тени, представляют собой отклонения от геометрической оптики и непосредственно связаны с волновой природой света.

Взаимодействие квантовых объектов (молекул, атомов, атомных ядер, элементарных частиц) в определенных условиях может приводить к появлению дифракционной картины, аналогичной оптической дифракции света. Дифракция является общей квантово-механической картиной столкновений частиц в области достаточно больших энергий, если хотя бы одна из них имеет конечные размеры и сильно поглощает налетающие частицы. Дифракция содержится во всех моделях процессов рассеяния, как макроскопических, в которых рассеиватель рассматривается феноменологически в качестве однородной бесструктурной поглощающей мишени, так и микроскопических, в которых учитывается рассеяние налетающей частицы отдельными составляющими частями рассеивателя.

Атомные ядра в определенной, довольно широкой области энергий сильно поглощают налетающие на них адроны, т.е. ведут себя по отношению к ним как непрозрачные поглощающие экраны. Поэтому в таких условиях для интенсивности упругорассеянных адронов ядрами будет наблюдаться дифракционная картина. Если энергия налетающих частиц становится очень большой, то длина их свободного пробега в ядерном веществе может оказаться сравнимой с линейным размером ядра. Это означает, что ядро уже не будет сильно поглощать все попадающие в него частицы, т.е. оно станет для них полупрозрачным. Кроме того, граница ядра не является резкой, так как плотность ядерной материи постепенно уменьшается в поверхностной области ядра. Полупрозрачность и размытие границы ядра меняют определенным образом дифракционную картину рассеяния, которую также изменяют и другие свойства сталкивающихся частиц — их кулоновское взаимодействие, наличие спинов, несферичность ядер и т.д.

В дифракционной теории ядерного рассеяния, как и в оптической модели, многочастичная задача сводится к двухчастичной. Однако описание процесса взаимодействия налетающей частицы с ядром производится в этом случае с помощью параметризованной определенным образом в пространстве моментов или прицельных параметров матрицы рассеяния, а не на основе комплексного потенциала. Такой подход позволяет описать не только упругое рассеяние, но и неупругое рассеяние с возбуждением коллективных состояний в ядрах, а также различные ядерные реакции.

Кроме дифракционного рассеяния, существует еще один тип ядерного рассеяния, имеющий аналогию в оптике. Это радужное рассеяние, которое характеризуется затуханием осцилляций дифференциального сечения и наличием широкого максимума (радужный максимум) в области не очень малых

углов, за которым сечение быстро убывает. Ядерная радуга наблюдается в основном при рассеянии легких ядер ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^6\text{Li}$ и некоторых других с энергиями $E \gtrsim 25\text{--}30$ МэВ/нуклон средними и тяжелыми ядрами.

Дифракционная теория ядерного взаимодействия позволяет также описать различные ядерные реакции (зарядово-обменные реакции, расщепление сложных частиц, реакции передачи нуклонов и др.). Такие процессы не имеют аналогии в оптике. Поэтому ядерная дифракция намного разнообразнее и богаче оптической дифракции. Дифракционная теория позволяет получить из анализа экспериментальных данных важную информацию о ядерной структуре и механизмах разных ядерных процессов. Различные вопросы дифракционных ядерных процессов и радужного рассеяния изложены в [4–11].

2. КВАНТОВЫЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ КАРТИНЫ

Принцип неопределенности, являющийся одним из важнейших утверждений квантовой механики, накладывает определенные ограничения на измерения канонически сопряженных физических величин. Именно существование пар наблюдаемых величин, операторы которых не коммутируют между собой, определяет возникновение различных интерференционных картин, наблюдаемых при взаимодействии квантовых объектов. Такие явления связаны с определенным типом измерений квантовых величин, приведенным ниже.

Любое измерение квантовой наблюдаемой величины можно рассматривать как процесс выделения одного или большего числа собственных значений a_i из спектра данной физической величины A . При выделении полосы конечной ширины $C = \Delta a$ из непрерывного во всей бесконечной области спектра собственных значений оператора A наблюдается определенная интерференционная картина в распределении интенсивности в спектре собственных значений оператора B сопряженной наблюдаемой величины, коммутатор которого с оператором A определяется выражением

$$[A, B] = i\hbar. \quad (2.1)$$

Наиболее простым примером сопряженных величин являются координата x и импульс p_x , когда выделение области Δx обуславливает возникновение дифракционной картины шириной $\Delta p_x \gtrsim \hbar/\Delta x$ для сопряженной величины импульса. Квантовая дифракция не ограничивается этим простейшим случаем. Она наблюдается для любой пары величин A и B , коммутатор которых имеет форму (2.1), в результате чего справедливо соотношение неопределенностей для их дисперсий

$$\langle (\Delta A)^2 \rangle \langle (\Delta B)^2 \rangle \gtrsim \frac{1}{4} \hbar^2. \quad (2.2)$$

В действительности в квантовой механике дифракционные явления наблюдаются для любых пар сопряженных физических величин, если область C содержит достаточно большое число собственных значений a_i . В частности, это относится к операторам, имеющим дискретный спектр, который можно считать квазинепрерывным в том смысле, что амплитуды и фазы волновых функций сильно размыты по области C . Это случай «больших квантовых чисел», т.е. он соответствует квазиклассическому пределу. К таким операторам относятся, например, угол и орбитальный момент. Для них коммутационное соотношение имеет форму

$$[\varphi, l_z] = i\hbar, \quad (2.3)$$

а соотношение неопределенностей, равное

$$\langle (\Delta\varphi)^2 \rangle \langle (\Delta l_z)^2 \rangle \gtrsim \frac{1}{4} \hbar^2, \quad (2.4)$$

не строго точно, так как спектр оператора l_z дискретный и ограниченный. Однако для больших собственных значений $l_i \gg \hbar$ спектр оператора l_z можно рассматривать как квазинепрерывный (квазиклассический случай), т.е. обычная форма соотношения неопределенностей является хорошим приближением. Такая ситуация имеет место в области достаточно высоких энергий для многих процессов взаимодействия в ядерной физике и физике элементарных частиц, когда рассеиватель сильно поглощает налетающие частицы, а его характерный линейный размер велик по сравнению с длиной волны налетающей частицы.

Другим примером является интерференционная картина дифракции в представлении прицельного параметра, также рассматриваемая в области высоких энергий. В этом случае сопряженной переменной для прицельного параметра будет переданный импульс. Разновидностью представления прицельного параметра является приближение эйконала, широко используемое для описания разных квантовых процессов.

Рассмотрим подробнее возникновение различных квантовых интерференционных картин, используя подход, развитый в [12]. Если квантовое измерение определяется проекционным оператором

$$T = \int_C |a' \rangle da' \langle a'|, \quad (2.5)$$

то изменение вектора состояния $|\psi \rangle$ в a -представлении в результате измерения T равно

$$\langle a|\psi \rangle_C = \langle a|T|\psi \rangle = \int_C da' \langle a|a' \rangle \langle a'|\psi \rangle. \quad (2.6)$$

Произведенное измерение T изменяет также волновую функцию в b -представлении:

$$\langle b|\psi\rangle_C = \langle b|T|\psi\rangle = \int_C da' \langle b|a'\rangle \langle a'|\psi\rangle. \quad (2.7)$$

Интерференционная картина в b -пространстве определяется интенсивностью

$$I_C(b) = |\langle b|\psi\rangle_C|^2. \quad (2.8)$$

Собственная функция $\langle b|a\rangle$ равна

$$\langle b|a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(-\frac{iab}{\hbar}\right). \quad (2.9)$$

Выделяя в волновой функции $\langle a|\psi\rangle$ амплитуду $\eta(a)$ и фазу $\Omega(a)$

$$\langle a|\psi\rangle = \eta(a) \exp\left(\frac{i\Omega(a)}{\hbar}\right), \quad (2.10)$$

для волновой функции $\langle b|\psi\rangle_C$ получаем выражение

$$\langle b|\psi\rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_C da \eta(a) \exp\left\{\frac{i}{\hbar} [\Omega(a) - ab]\right\}. \quad (2.11)$$

По аналогии с основным предположением классической оптической теории дифракции следует полагать, что фаза $\Omega(a)$ медленно меняется в области $C = \Delta a$. Поэтому фазу $\Omega(a)$ можно разложить в ряд в окрестности некоторой точки a_0 , находящейся в области C :

$$\Omega(a) = \Omega(a_0) + (a - a_0)\Omega'(a_0) + \frac{1}{2}(a - a_0)^2\Omega''(a_0) + \frac{1}{6}(a - a_0)^3\Omega'''(a_0) + \dots \quad (2.12)$$

Если в разложении фазы (2.12) основную роль играет линейный по a член, то будет наблюдаться дифракционная картина, аналогичная дифракции Фраунгофера в оптике; если основную роль в (2.12) играет квадратичный по a член, то имеет место дифракционная картина, являющаяся аналогом оптической дифракции Френеля; если же квадратичный по a член в (2.12) очень мал $|\Omega''(a_0)| \ll |\Omega'(a_0)|$, $|\Omega''(a_0)| \ll |\Omega'''(a_0)|$, а кубический член того же порядка величины, что и линейный, то возникает картина радужного рассеяния, представляющая собой интерференционную картину, не являющуюся дифракционной.

В случае дифракции Фраунгофера в (2.12) нужно ограничиться только линейным по a членом. Тогда выражение (2.11) принимает форму

$$\langle b|\psi \rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a_0) - a_0 b_0]\right\} \int da \eta_C(a) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(b - b_0)a\right], \quad (2.13)$$

где $b_0 = \Omega'(a_0)$, $\eta_C(a)$ — амплитуда волновой функции $\langle a|\psi \rangle_C$. Таким образом, волновая функция $\langle b|\psi \rangle_C$ в рассматриваемом случае представляет собой с точностью до фазового множителя преобразование Фурье от амплитуды $\eta_C(a)$.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от одной длинной и узкой щели шириной 2δ , середина которой определяется величиной a_0 . При этом амплитуда $\eta_C(a)$ предполагается постоянной в области щели $C = 2\delta$:

$$\eta_C(a) = \begin{cases} \eta_0, & -\delta \leq a \leq \delta, \\ 0, & a < -\delta, \quad a > \delta. \end{cases} \quad (2.14)$$

Подставляя (2.14) в (2.13), находим

$$\langle b|\psi \rangle_C = \frac{2\eta_0\delta}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a_0) - a_0 b_0]\right\} \frac{\sin \pi\xi}{\pi\xi}, \quad (2.15)$$

где введено обозначение $\xi = (b - b_0)\delta/\pi\hbar$.

Для интенсивности $I_C(b)$ с помощью формул (2.8), (2.15) получаем

$$I_C(b) = I_C(b_0) \left(\frac{\sin \pi\xi}{\pi\xi}\right)^2, \quad I_C(b_0) = \frac{2|\eta_0|^2\delta^2}{\pi\hbar}. \quad (2.16)$$

Теперь рассмотрим дифракцию Фраунгофера от круглого отверстия радиуса R . При этом волновая функция (2.6) будет двумерной $\langle a_1 a_2|\psi \rangle_C$, и предполагается, что она постоянна в области отверстия:

$$\langle a_1 a_2|\psi \rangle_C = \begin{cases} \eta_0 \exp(i\Omega_0), & \rho \leq R, \\ 0, & \rho > R, \end{cases} \quad (2.17)$$

где $\rho = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

Обобщая формулу (2.11) на двумерный случай и используя (2.17), имеем

$$\langle b_1 b_2|\psi \rangle_C = \frac{1}{2\pi\hbar} \int \int da_1 da_2 \langle a_1 a_2|\psi \rangle \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(a_1 b_1 + a_2 b_2)\right]. \quad (2.18)$$

Подчеркнем, что в этом случае фаза волновой функции $\langle a_1 a_2|\psi \rangle_C$ считается постоянной и не раскладывается в ряд. Переходя в (2.18) к полярным координатам $a_1 = \rho \cos \varphi$, $a_2 = \rho \sin \varphi$, $b_1 = b \cos \chi$, $b_2 = b \sin \chi$,

находим

$$\begin{aligned} \langle b_1 b_2 | \psi \rangle_C &= \frac{\eta_0 \exp(i\Omega_0)}{2\pi\hbar} \int_0^R d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \rho b \cos(\varphi - \chi)\right] = \\ &= \frac{R^2 \eta_0 \exp(i\Omega_0)}{\hbar} \frac{J_1(Rb/\hbar)}{Rb/\hbar}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Подставляя (2.19) в (2.8), получаем для интенсивности картину Эйри для дифракции Фраунгофера от круглого отверстия:

$$I_C(b) = I_C(0) \left[\frac{2J_1(Rb/\hbar)}{Rb/\hbar} \right]^2, \quad I_C(0) = \frac{|\eta_0|^2 R^4}{4\hbar^2}. \quad (2.20)$$

Перейдем теперь к дифракции Френеля от края полуплоскости $a_0 \leq a < \infty$. В этом случае основной вклад в интеграл формулы (2.11) дает окрестность точки стационарной фазы $a_s \in C$, определяемой из условия $\Omega'(a_s) = b$. Если точка a_s существует, то разложение фазы вблизи этой точки с точностью до членов второго порядка по a (предполагается, что $\Omega''(a_s) \neq 0$) имеет вид

$$\Omega(a) = \Omega(a_s) + (a - a_s)b + \frac{1}{2}(a - a_s)^2 \Omega''(a_s). \quad (2.21)$$

Подставляя (2.21) в (2.11), находим

$$\langle b | \psi \rangle_C = \frac{\eta(a_s)}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar} [\Omega(a_s) - a_s b]\right\} \int_{-\infty}^{a_0} da \exp\left[\frac{i\Omega''(a_s)}{2\hbar} (a - a_s)^2\right]. \quad (2.22)$$

Делая в (2.22) замену переменных $a = a_s - \exp(i\pi/4) \sqrt{2\hbar/\Omega''(a_s)} t$, имеем

$$\langle b | \psi \rangle = \frac{\eta(a_s)}{2\sqrt{\Omega''(a_s)}} e^{i\tau} \operatorname{erfc}\left[e^{-\frac{i\pi}{4}} \sqrt{\frac{\Omega''(a_s)}{2\hbar}} (a_s - a_0)\right], \quad (2.23)$$

где $\tau = (i/\hbar)[\Omega(a_s) - a_s b] + i\pi/4$, а функция $\operatorname{erfc}(z)$ равна

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} dt e^{-t^2}. \quad (2.24)$$

Используя разложение $\Omega'(a_s) \approx \Omega'(a_0) + (a_s - a_0)\Omega''(a_0)$ и учитывая соотношения $\Omega'(a_s) = b$, $\Omega'(a_0) = b_0$, получаем

$$a_s = a_0 + \frac{b - b_0}{\Omega''(a_0)}. \quad (2.25)$$

Замечая, что $\Omega''(a_s) \approx \Omega''(a_0)$, находим

$$\langle b|\psi \rangle_C = \frac{\eta(a_s) \exp(i\tau)}{2\sqrt{\Omega''(a_s)}} \operatorname{erfc}\left(e^{-\frac{i\pi}{4}u}\right), \quad (2.26)$$

где введено обозначение $u = (b - b_0)/\sqrt{2\hbar\Omega''(a_0)}$.

Подставляя (2.26) в (2.8), получаем выражение для интенсивности в случае дифракции Френеля от полуплоскости:

$$I_C(b) = I_C(b_0) \frac{1}{4} \left| \operatorname{erfc}\left(e^{-\frac{i\pi}{4}u}\right) \right|^2, \quad I_C(b_0) = \frac{|\eta(a_s)|^2}{\Omega''(a_s)}. \quad (2.27)$$

Интенсивность $I_C(b)$ можно также выразить через интегралы Френеля:

$$I_C(b) = \frac{1}{2} I_C(b_0) \left\{ \left[\frac{1}{2} - C(w) \right]^2 + \left[\frac{1}{2} - S(w) \right]^2 \right\}, \quad (2.28)$$

где $w = \sqrt{2/\pi}u$, а интегралы Френеля определяются формулами

$$C(w) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^w dt \cos t^2, \quad S(w) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^w dt \sin t^2. \quad (2.29)$$

Наконец, рассмотрим картину радуги. Если существует точка радуги $a_r \in C$, определяемая из уравнения $\Omega''(a_r) = 0$, то фазу можно разложить в ряд вблизи этой точки:

$$\Omega(a) = \Omega(a_r) + (a - a_r)b_r + \frac{1}{6}(a - a_r)^3\Omega'''(a_r), \quad (2.30)$$

где $b_r = \Omega'(a_r)$, и предполагается, что линейный и кубический члены разложения (2.30) сравнимы по величине. В этом случае имеем

$$\begin{aligned} \langle b|\psi \rangle_C &= \frac{\eta(a_r)}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a_r) - a_r b]\right\} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} da \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[(a - a_r)(b_r - b) + \frac{1}{6}(a - a_r)^3\Omega'''(a_r)\right]\right\}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Используя определение функции Эйри

$$\operatorname{Ai}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp\left[i\left(zt + \frac{1}{3}t^3\right)\right], \quad (2.32)$$

находим

$$\langle b|\psi\rangle_C = \sqrt{\frac{2\pi}{\hbar}} \left[\frac{2\hbar}{\Omega'''(a_r)} \right]^{1/3} \eta(a_r) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [\Omega(a_r) - a_r b] \right\} \text{Ai}(z), \quad (2.33)$$

где введено обозначение $z = (b_r - b)/[\Omega'''(a_r)/2\hbar]^{1/3}$.

Подставляя (2.33) в (2.8), получаем приближение Эйри для картины радуги

$$I_C(b) = I_C(b_r) [\text{Ai}(z)]^2, \quad I_C(b_r) = \frac{2\pi}{\hbar} \left[\frac{2\hbar}{\Omega'''(a_r)} \right]^{2/3} |\eta(a_r)|^2. \quad (2.34)$$

Отметим, что картина радуги является интерференционной, но не дифракционной картиной, имеющей оптическую аналогию — прохождение света через прозрачную каплю жидкости с однократным внутренним отражением.

В заключение укажем на простую общую форму квантового аналога оптического принципа Бабиня. Для любого измерения T можно ввести дополнительное измерение T' , которое выделяет такую область значений спектра C' , что область $C + C'$ содержит весь спектр собственных значений оператора A . Очевидно, что связь оператора T' с оператором T определяется выражением $T' = 1 - T$. Соответственно имеет место соотношение

$$\langle b|\psi\rangle_C + \langle b|\psi\rangle_{C'} = \langle b|\psi\rangle. \quad (2.35)$$

Равенство (2.35) представляет собой квантовую форму принципа Бабиня, которая является следствием полноты набора векторов состояний $|a\rangle$:

$$T + T' = \int_C |a\rangle da \langle a| + \int_{C'} |a\rangle da \langle a| = \int_{C+C'} |a\rangle da \langle a| = 1. \quad (2.36)$$

3. МОДИФИКАЦИИ КВАНТОВЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН

Рассмотренные выше простые примеры интерференционных картин соответствовали дифракции на объектах с резкими границами (щель, отверстие, полуплоскость в оптической аналогии) и картине радуги в отсутствие сильного поглощения. В действительности, в квантовых процессах, представляющих собой рассеяние микрообъектов, дифракционные области имеют размытые диффузные границы, а картина радуги модифицируется сильным поглощением. Таким образом, реальные квантовые интерференционные картины отличаются от идеализированных картин (2.16), (2.19), (2.27), (2.34). Эти модификации можно рассмотреть в общем виде.

Наиболее просто размытие границы учитывается в случае френгоферовской дифракции. Будем полагать, что амплитуда волновой функции для дифракции на объекте с размытой границей $\eta_{\bar{C}}(a)$ связана с амплитудой на объекте с резкой границей $\eta_C(a)$ с помощью свертки

$$\eta_{\bar{C}}(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} da' \eta_C(a') \Phi_d(a - a') = \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \eta_C(a - \alpha) \Phi_d(\alpha). \quad (3.1)$$

Размывающая функция $\Phi_d(\alpha)$ характеризуется шириной d и удовлетворяет условиям

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \Phi_d(\alpha) = 1, \quad \lim_{d \rightarrow 0} \Phi_d(\alpha) = \delta(\alpha). \quad (3.2)$$

Подставляя (3.1) в (2.13), получаем

$$\langle b | \psi \rangle_{\bar{C}} = \langle b | \psi \rangle_C F(\zeta d), \quad (3.3)$$

где $\zeta = (b - b_0)/h$, а фактор $F(zd)$ определяется формулой

$$F(zd) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \Phi_d(t) e^{izt}. \quad (3.4)$$

Интенсивность $I_{\bar{C}}(b)$ в этом случае имеет вид

$$I_{\bar{C}}(b) = I_C(b) |F(\zeta d)|^2, \quad (3.5)$$

где величина $I_C(b)$ определяется дифракцией на объекте с резкой границей.

Величина $|F|^2$ плавно убывает с ростом b от максимальной величины $|F(0)|^2 = 1$ при $b = b_0$, обуславливая затухание френгоферовских осцилляций, которые тем сильнее, чем больше ширина d размывающей функции. Этот эффект подавления вторичных дифракционных максимумов есть обобщение оптического явления аподизации, заключающегося в модификации функции зрачка. Обычно аподизация в оптике используется для улучшения разрешающей способности оптической системы (например, закрывание центральной части линзы телескопа).

Рассмотрим теперь влияние размытия границы на френелевскую дифракционную картину. Определим величину $\eta_C(a)$ формулой

$$\eta_C(a) = \begin{cases} 1, & a \geq 0, \\ 0, & a < 0. \end{cases} \quad (3.6)$$

Тогда для $\eta_{\bar{C}}(a)$ находим

$$\eta_{\bar{C}}(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} da' \eta_C(a - a') \Phi_d(a') = \int_{-\infty}^a da' \Phi_d(a'). \quad (3.7)$$

Согласно (3.6) имеем $d\eta_C(a - a')/da = \delta(a - a')$. Поэтому получаем соотношения

$$\Phi_d(a) = \frac{d\eta_{\bar{C}}(a)}{da}, \quad F(zd) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{d\eta_{\bar{C}}(t)}{dt} e^{izt}. \quad (3.8)$$

Подставляя (3.7) в (2.11), имеем

$$\langle b|\psi\rangle_{\bar{C}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} da \eta_{\bar{C}}(a_0 - a) \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a) - ab]\right\}, \quad (3.9)$$

где величина a_0 определяет положение края полуплоскости.

Интеграл в формуле (3.9) нельзя оценить методом стационарной фазы, так как основной вклад в него дает окрестность точки a_0 , где функция $\eta_{\bar{C}}(a_0 - a)$ быстро меняется. Поэтому используем в этом случае иной подход. Функцию $\eta_{\bar{C}}(a)$ удобно представить в виде

$$\eta_{\bar{C}}(a) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} db' \frac{\exp(-\frac{iab'}{\hbar})}{b' + i0} F\left(\frac{b'd}{\hbar}\right). \quad (3.10)$$

Подставляя $F(zd)$ в форме (3.8) в формулу (3.10), можно легко убедиться в ее справедливости. Подставляя затем (3.10) в (2.11), находим

$$\langle b|\psi\rangle_{\bar{C}} = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} db' \frac{\exp(-\frac{ia_0b'}{\hbar})}{b' + i0} F\left(\frac{b'd}{\hbar}\right) \langle b - b'|\psi\rangle, \quad (3.11)$$

где функция $\langle b - b'|\psi\rangle$ равна

$$\langle b - b'|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} da \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a) - a(b - b')]\right\}. \quad (3.12)$$

Интеграл в (3.12) можно оценить методом стационарной фазы:

$$\langle \beta|\psi\rangle = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{\Omega''(a_\beta)}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a_\beta) - a_\beta\beta]\right\}, \quad (3.13)$$

где величина a_β зависит от $\beta = b - b'$.

Подставляя (3.13) в (3.11) и делая замену $b' = b - \beta$, имеем

$$\begin{aligned} \langle b|\psi \rangle_{\bar{C}} &= \frac{i}{2\pi} \exp\left(\frac{i\pi}{4} - \frac{ia_0b}{\hbar}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\beta}{\sqrt{\Omega''(a_\beta)}} \times \\ &\times \frac{F[(b-\beta)d/\hbar]}{b-\beta+i0} \exp\left\{\frac{i}{\hbar} [\Omega(a_\beta) - (a_\beta - a_0)\beta]\right\}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Осциллирующая часть подынтегрального выражения в формуле (3.14) имеет точку стационарной фазы, определяемую из уравнения

$$\frac{da_\beta}{d\beta} [\Omega'(a_\beta) - \beta] + a_0 - a_\beta = 0. \quad (3.15)$$

Из (3.15) получаем $a_{\beta_s} = a_0$, $\beta_s = \Omega'(a_0) = b_0$. Поэтому основной вклад в интеграл формулы (3.14) дают окрестность точки стационарной фазы $\beta_s = b_0$ и окрестность полюса $\beta_p = b$. В области $b > b_0$ основной вклад в интеграл дает точка стационарной фазы. В этом случае медленно меняющуюся функцию F можно вынести за знак интеграла в точке $\beta_s = b_0$, и мы получаем

$$\langle b|\psi \rangle_{\bar{C}} = F(\zeta d) \langle b|\psi \rangle_C, \quad (3.16)$$

$$\langle b|\psi \rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{a_0} da \exp\left\{\frac{i}{\hbar} [\Omega(a) - ab]\right\} \approx \langle b|\psi \rangle \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(e^{-\frac{i\pi}{4}} u\right), \quad (3.17)$$

где функция $\langle b|\psi \rangle$ определяется выражением (3.13).

Чтобы оценить интеграл в формуле (3.14) в области $b < b_0$, воспользуемся равенством

$$\frac{1}{b-\beta+i0} = -2\pi i \delta(b-\beta) + \frac{1}{b-\beta-i0}. \quad (3.18)$$

В этом случае находим

$$\langle b|\psi \rangle_{\bar{C}} = \langle b|\psi \rangle - F(\zeta d) [\langle b|\psi \rangle - \langle b|\psi \rangle_C]. \quad (3.19)$$

Поэтому окончательно можно написать

$$\langle b|\psi \rangle_{\bar{C}} = \begin{cases} \langle b|\psi \rangle [1 - F(\zeta d)] + \langle b|\psi \rangle_C F(\zeta d), & b \leq b_0, \\ \langle b|\psi \rangle_C F(\zeta d), & b \geq b_0. \end{cases} \quad (3.20)$$

Используя соотношение $\operatorname{erfc}(z) + \operatorname{erfc}(-z) = 2$ и формулу (3.13), имеем

$$I_{\bar{C}}(b) = I_{\bar{C}}(b_0) \begin{cases} \left| 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-e^{-\frac{i\pi}{4}} u\right) F(\zeta d) \right|^2, & u \leq 0, \\ \left| \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(e^{-\frac{i\pi}{4}} u\right) F(\zeta d) \right|^2, & u \geq 0, \end{cases} \quad (3.21)$$

где $I_{\bar{C}}(b_0) = 4/\Omega''(a_\beta)$.

Этот результат описывает затухание осцилляций и сжатие френелевской картины, полученной ранее для полуплоскости с резкой границей.

Наконец, рассмотрим картину радуги, модифицированную сильным поглощением. Предполагаем, что все волны с $a \leq a_0$ поглощаются рассеивателем. Тогда волновая функция $\langle b|\psi\rangle_{\bar{C}}$ выбирается в виде (2.11) с амплитудой $\eta_C(a - a_0)$, определяемой согласно (3.6):

$$\langle b|\psi\rangle_{\bar{C}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int da \eta_C(a - a_0) \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a) - ab]\right\}. \quad (3.22)$$

Воспользовавшись разложением фазы (2.30), находим

$$\begin{aligned} \langle b|\psi\rangle_{\bar{C}} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a_r) - a_r b]\right\} \times \\ &\times \int_{a_0}^{\infty} da \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[(a - a_r)(b_r - b) + \frac{1}{6}(a - a_r)^3 \Omega'''(a_r)\right]\right\}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Окончательно можно представить функцию $\langle b|\psi\rangle_{\bar{C}}$ в форме

$$\langle b|\psi\rangle_{\bar{C}} = \sqrt{\frac{2\pi}{\hbar}} \left[\frac{2\hbar}{\Omega'''(a_r)}\right]^{1/3} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[\Omega(a_r) - a_r b]\right\} \operatorname{Ai}(z, \kappa), \quad (3.24)$$

где введено обозначение $\kappa = [\Omega'''(a_r)/2\hbar]^{1/3}(a_0 - a_r)$, а неполная функция Эйри определяется выражением

$$\operatorname{Ai}(z, \kappa) = \frac{1}{2\pi} \int_{\kappa}^{\infty} dt \exp\left[i\left(zt + \frac{1}{3}t^3\right)\right]. \quad (3.25)$$

Подставляя (3.25) в (2.8), находим

$$I_{\bar{C}}(b) = I_{\bar{C}}(b_r) [\operatorname{Ai}(z, \kappa)]^2, \quad I_C(b_r) = \frac{2\pi}{\hbar} \left[\frac{2\hbar}{\Omega'''(a_r)}\right]^{2/3}. \quad (3.26)$$

Картина радуги в присутствии сильного поглощения характеризуется следующими особенностями. В области $b < b_r$ у интенсивности есть осцилляции, которые быстро затухают. При $b > b_r$ экспоненциальное убывание интенсивности становится более быстрым вследствие поглощения.

4. ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ

Рассмотрим теперь различные процессы ядерного рассеяния на основе развитого выше подхода. Начнем с рассеяния нейтронов. Если энергия нейтронов достаточно велика, так что выполняется условие $\lambda \ll R$, то ядра оказываются сильно поглощающими для нейтронов. В этом случае наблюдаемая картина рассеяния аналогична дифракции света от черного шара или диска в оптике, т.е. это дифракционная картина фраунгоферовского типа [13].

Будем исходить из разложения амплитуды рассеяния по полиномам Лежандра

$$f(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-S_l)P_l(\cos\theta), \quad (4.1)$$

где S_l — диагональный матричный элемент S -матрицы.

Если выполнено условие $\lambda \ll R$, то в амплитуду (4.1) вносит вклад большое число парциальных волн. При этом вследствие малого радиуса действия ядерных сил можно считать, что нейтрон поглощается ядром, если прицельный параметр $b \approx l\lambda$ меньше радиуса ядра R , и пролетает мимо него, если $b > R$. Иными словами, коэффициент проницаемости $\zeta_l = 1 - |S_l|^2$ равен единице для $l \leq kR = l_0$ ($k = 1/\lambda$ — волновой вектор нейтрона) и обращается в нуль при $l > l_0$. Поэтому получаем

$$S_l = \begin{cases} 0, & l \leq l_0, \\ 1, & l > l_0. \end{cases} \quad (4.2)$$

Резкое разделение значений моментов, для которых коэффициент проницаемости равен нулю и единице, имеет приближенный характер. Это обстоятельство связано с неточностью квазиклассического рассмотрения, которое использовалось при определении S_l , а также с размытием ядерной поверхности, обусловленным быстрым и плавным уменьшением плотности ядерной материи в поверхностной области ядра. Поэтому введение граничного орбитального момента $l_0 = kR \gg 1$, разделяющего значения моментов для матрицы рассеяния (4.2), имеет смысл с точностью до величины порядка единицы. Тем не менее можно пользоваться величиной S_l в форме (4.2) для определения качественного поведения амплитуды и сечения рассеяния нейтронов при $kR \gg 1$.

Для вычисления амплитуды (4.1), представляющей собой сумму большого числа членов, можно воспользоваться формулой суммирования Пуассона

$$\sum_{l=0}^{\infty} \Phi\left(l + \frac{1}{2}\right) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \int_0^{\infty} dL e^{2i\pi mL} \Phi(L), \quad (4.3)$$

где $L = l + 1/2$. Для амплитуды рассеяния находим

$$f(\theta) = \frac{i}{k} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \int_0^{\infty} dL L e^{2i\pi mL} [1 - S(L)] P_{L-\frac{1}{2}}(\cos \theta). \quad (4.4)$$

Оценки показывают, что члены с $m \neq 0$ малы по сравнению с основным членом $m = 0$, так как они содержат быстро осциллирующие множители $\exp(2i\pi mL)$, а основной вклад в амплитуду дают довольно большие величины L . Квазиклассический смысл величины m заключается в том, что она представляет собой число оборотов рассеиваемой частицы вокруг рассеивающего центра. Ясно, что в области достаточно больших энергий члены с $m \neq 0$ не играют существенной роли в (4.4). Можно показать, что суммарный вклад в амплитуду рассеяния членов с $m \neq 0$ по сравнению с основным членом с $m = 0$ является величиной порядка $1/L_0$, где $L_0 = l_0 + 1/2 \approx kR \gg 1$ [14, 15]. Поэтому амплитуду рассеяния можно представить в виде

$$f(\theta) = \frac{i}{k} \int_0^{\infty} dL L [1 - S(L)] P_{L-\frac{1}{2}}(\cos \theta). \quad (4.5)$$

Для $L \gg 1$ полиномы Лежандра можно заменить функцией Бесселя

$$P_{L-\frac{1}{2}}(\cos \theta) \approx J_0(L\theta). \quad (4.6)$$

Подставляя (4.2), (4.6) в (4.5) и учитывая, что $L_0 = kR$, получаем

$$f(\theta) = \frac{i}{k} \int_0^{kR} dL L J_0(L\theta) = iR \frac{J_1(kR\theta)}{\theta}. \quad (4.7)$$

Квадрат модуля амплитуды (4.7) определяет дифференциальное сечение рассеяния нейтронов ядрами:

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = R^2 \frac{J_1^2(kR\theta)}{\theta^2}. \quad (4.8)$$

Выражение для сечения (4.8) с точностью до коэффициента совпадает с отношением интенсивностей рассеянного черным шаром или диском и падающего света в оптике и описывает дифракционную картину фраунгоферовского типа. В такой картине доминируют малые углы рассеяния $\theta \lesssim \lambda/R$. На эту область углов рассеяния приходится около 84 % интенсивности нейтронов, рассеянных сильно поглощающими ядрами.

Используя формулы для интегральных сечений упругого рассеяния и реакции

$$\sigma_e = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |1 - S_l|^2, \quad (4.9)$$

$$\sigma_r = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |S_l|^2), \quad (4.10)$$

для матрицы рассеяния в форме (4.2), находим $\sigma_e = \sigma_r = \pi R^2$, т.е. эти сечения в рассматриваемом случае совпадают с максимальным сечением шара с радиусом R . Соответственно полное сечение равно $\sigma_t = \sigma_e + \sigma_r = 2\pi R^2$.

Выше предполагалось, что ядро поглощает все попадающие в него нейтроны, т.е. считалось, что длина пробега нейтрона в ядерном веществе мала по сравнению с линейным размером ядра. Такое предположение правильно в области энергий нейтронов $10 < E_n < 100$ МэВ, но оно становится неверным при $E_n > 100$ МэВ, так как при этом возникает заметная прозрачность ядра по отношению к попадающим в него нейтронам. В последнем случае ядерное вещество характеризуется комплексным показателем преломления. Это означает, что действительная и мнимая части фазы рассеяния одинаковы по порядку величины при $l \leq l_0$. Рассеяние нейтронов полупрозрачной сферой с радиусом R и комплексным показателем преломления впервые рассматривалось в [16].

Из экспериментов известно, что плотность ядерного вещества в поверхностной области ядра с шириной $d \ll R$ плавно меняется от величины ρ_0 , характерной для внутренней области ядра, до нуля. Отсюда ясно, что величина S_l , характеризующая поглощающие свойства ядра по отношению к налетающим адронам, также должна плавно меняться на поверхности ядра от нуля до единицы. Такое поведение S_l существенно меняет дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов.

Согласно (4.5), (4.6) амплитуду рассеяния нейтронов ядрами можно представить в виде

$$f(\theta) = \frac{i}{k} \int_0^{\infty} dL L [1 - S(L)] J_0(L\theta). \quad (4.11)$$

Перейдем в (4.11) от переменной L к прицельному параметру $b = L/k$. Тогда получаем

$$f(\theta) = ik \int_0^{\infty} db b [1 - S(b)] J_0(kb\theta). \quad (4.12)$$

Используя интегральное представление функции Бесселя

$$J_0(qb) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{iqb \cos \varphi}, \quad (4.13)$$

где переданный импульс равен $\mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$ ($q = 2k \sin(\theta/2) \approx k\theta$), получим следующее выражение для амплитуды рассеяния в представлении прицельного параметра:

$$f(q) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b [1 - S(\mathbf{b})] e^{i\mathbf{q}\mathbf{b}}. \quad (4.14)$$

Для ядер с резкой границей поглощения согласно (4.2) матрица рассеяния равна

$$S_0(b) = \begin{cases} 0, & b \leq R, \\ 1, & b > R. \end{cases} \quad (4.15)$$

Размытие ядерной поверхности можно учесть, выбирая $S(\mathbf{b})$ в форме

$$S(\mathbf{b}) = \int d^2b' S_0(b') \Phi_d(\mathbf{b}' - \mathbf{b}), \quad (4.16)$$

где размывающая функция $\Phi_d(\mathbf{b}' - \mathbf{b})$ должна подчиняться условиям

$$\int d^2b \Phi_d(\mathbf{b}) = 1, \quad \lim_{d \rightarrow 0} \Phi_d(\mathbf{b}' - \mathbf{b}) = \delta(\mathbf{b}' - \mathbf{b}). \quad (4.17)$$

Модель свертки (4.16) для учета размытия ядерной поверхности при дифракционном рассеянии частиц ядрами была впервые предложена в [17, 18] и получила в литературе название «fuzzy black disk model» (см., напр., [19, 20]). Используя (4.16), (4.17), находим

$$1 - S(b) = \int d^2b' [1 - S_0(b')] \Phi_d(\mathbf{b}' - \mathbf{b}). \quad (4.18)$$

Подставляя (4.18) в (4.14), получаем

$$f(\theta) = f_0(\theta) F_d(\theta), \quad (4.19)$$

где амплитуда рассеяния на ядре с резкой границей поглощения $f_0(\theta)$ определяется формулой (4.7).

Фактор затухания $F_d(\theta)$, учитывающий влияние размытия ядерной поверхности на амплитуду рассеяния, равен

$$F_d(\theta) = \int d^2b \Phi_d(b) e^{i\mathbf{q}\mathbf{b}}. \quad (4.20)$$

Выбирая $\Phi_d(b)$ в форме

$$\Phi_d(b) = \frac{d}{2(\pi^2 d^2 + b^2)^{3/2}}, \quad (4.21)$$

имеем

$$F_d(\theta) = e^{-\pi dk\theta}. \quad (4.22)$$

Учет размытия ядерной поверхности приводит к экспоненциальному убыванию огибающей максимумов дифференциального сечения упругого рассеяния нейтронов ядрами, в то время как сечение для ядра с резкой границей поглощения (4.8) убывает как θ^{-3} . Экспоненциальное убывание сечения с ростом угла рассеяния подтверждается многочисленными экспериментальными данными. Отметим, что учет размытия ядерной поверхности не меняет амплитуду рассеяния на нулевой угол и, как следствие, полное сечение σ_t .

Величину $S(b)$, учитывающую размытие ядерной поверхности, можно выбирать в разных формах. Широко используется следующая параметризация $S(b)$:

$$S(b) = w(b), \quad w(b) = \left[1 + \exp\left(\frac{R-b}{d}\right) \right]^{-1}. \quad (4.23)$$

В этом случае для фактора затухания получается приближенное выражение [14, 15]

$$F_d(\theta) = \frac{\pi dk\theta}{\text{sh } \pi dk\theta}. \quad (4.24)$$

Так как $\text{sh } \pi dk\theta \sim \exp(\pi dk\theta)$ для $\pi dk\theta \gg 1$, то для параметризации матрицы рассеяния (4.23) огибающая максимумов дифференциального сечения упругого рассеяния также убывает экспоненциально с ростом θ .

Иногда для $S(b)$ используется параметризация [21], учитывающая как размытие ядерной поверхности, так и преломление рассеиваемых волн:

$$S(b) = \left[1 + \exp\left(\frac{R-b}{d} - i\gamma\right) \right]^{-1}, \quad (4.25)$$

где параметр γ характеризует преломление на ядерной поверхности ($\gamma > 0$).

Выражение (4.25) можно формально получить из (4.23), заменив радиус ядра R комплексной величиной $R - i\gamma d$. Считая γ малой величиной, $\gamma d \ll R$, можно разложить выражение (4.24) в ряд:

$$S(b) = w(b) + i\gamma d \frac{dw(b)}{db}. \quad (4.26)$$

Присутствие производной в мнимой части $S(b)$ является следствием того факта, что преломление играет существенную роль в основном на поверхности ядра.

Небольшую прозрачность ядерного вещества можно учесть, вводя в параметризацию $S(b)$ малый параметр $\varepsilon \ll 1$ [14, 15]:

$$S(b) = w(b) + \varepsilon[1 - w(b)] + i\gamma d \frac{dw(b)}{db}. \quad (4.27)$$

Используя формулы (4.12), (4.27), для амплитуды и дифференциального сечения упругого рассеяния нейтронов ядрами получаем выражения

$$f(\theta) = iR \frac{\pi k d \theta}{\text{sh } \pi k d \theta} \left[\frac{J_1(kR\theta)}{\theta} - i\gamma k d J_0(kR\theta) \right], \quad (4.28)$$

$$\frac{d\sigma_e(\theta)}{d\Omega} = R^2 \left(\frac{\pi k d \theta}{\text{sh } \pi k d \theta} \right)^2 \left[\frac{J_1^2(kR\theta)}{\theta^2} + \gamma^2 k^2 d^2 J_0^2(kR\theta) \right]. \quad (4.29)$$

Учет поверхностного преломления приводит к тому, что сечение в минимумах не обращается в нуль, так как функции Бесселя $J_0(kR\theta)$ и $J_1(kR\theta)$ с возрастанием угла θ осциллируют в противофазе.

Амплитуду рассеяния (4.14) можно также записать в форме

$$f(q) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b \omega(\mathbf{b}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{b}}, \quad (4.30)$$

где введено обозначение

$$\omega(\mathbf{b}) = 1 - S(\mathbf{b}). \quad (4.31)$$

Профильная функция $\omega(\mathbf{b})$ играет важную роль в дифракционной теории рассеяния. Она определяет свойства ядра как поглощающей среды по отношению к рассеиваемым волнам. Профильная функция $\omega(\mathbf{b})$ аналогична функции зрачка в оптике, а влияние полупрозрачности и размытия ядерной поверхности на дифференциальное сечение упругого рассеяния подобно аподизации (изменению функции зрачка) в оптике [3].

5. ДИФРАКЦИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЛУЧЕЙ

При дифракционном рассеянии заряженных частиц ядрами величина S_l даже при больших l отлична от единицы вследствие кулоновского взаимодействия, существующего при сколь угодно больших величинах прицельных параметров. Впервые дифракционное рассеяние заряженных частиц (протонов) поглощающими ядрами рассматривалось в [22], а в [23] эта теория была обобщена для рассеяния тяжелых заряженных частиц. Такой подход впоследствии получил название модели Ахиезера—Померанчука—Блэра и использовался для анализа различных экспериментальных данных по упругому рассеянию протонов, дейтронов, ядер ^3He и ^4He ядрами (см., например, [24–28]).

В классическом описании кулоновского рассеяния точечных заряженных частиц прицельный параметр b связан с углом рассеяния θ формулой

$$b = \frac{n}{k} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}, \quad (5.1)$$

где $n = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v$ — кулоновский параметр; k и v — волновой вектор и скорость рассеиваемой частицы на бесконечности; Z_1 и Z_2 — зарядовые числа частицы и ядра.

Частица пролетает на наименьшем расстоянии ρ от рассеивающего центра, равном

$$\rho = \frac{n}{k} \left(1 + \operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} \right). \quad (5.2)$$

Если рассеиватель имеет форму сферы с радиусом R , то мы можем определить критический угол θ_c , соответствующий касательной траектории. Этот угол определяется из соотношения

$$R = \frac{n}{k} \left(1 + \operatorname{cosec} \frac{\theta_c}{2} \right). \quad (5.3)$$

Критический угол θ_c соответствует критической величине прицельного параметра

$$b_c = \frac{n}{k} \operatorname{ctg} \frac{\theta_c}{2}. \quad (5.4)$$

В дальнейшем будем полагать, что все частицы с $\rho \leq R$ поглощаются ядром, а все частицы с $\rho > R$ пролетают мимо ядра, рассеиваясь в его кулоновском поле. Так как длина волны рассеиваемой заряженной частицы мала по сравнению с линейным размером ядра, то можно использовать квазиклассическое приближение. Граничный момент l_0 , соответствующий касательной траектории, в этом случае связан с b_c формулой

$$l_0(l_0 + 1) \approx \left(l_0 + \frac{1}{2} \right)^2 = (kb_c)^2. \quad (5.5)$$

Из (5.2) находим

$$\theta_c = 2 \operatorname{arctg} \frac{n}{l_0 + \frac{1}{2}}. \quad (5.6)$$

В результате получаем формулу, связывающую граничный момент l_0 с ядерным радиусом:

$$l_0 + \frac{1}{2} = L_0 = kR \sqrt{1 - \frac{2n}{kR}}. \quad (5.7)$$

Если $n \ll kR$, то $l_0 + 1/2 \approx kR$, как и в случае рассеяния нейтронов. Таким образом, можно полагать, что заряженная частица с достаточно большой

энергией ($kR \gg 1$) поглощается ядром, если $l \leq l_0$, т.е. в этом случае $S_l = 0$. Если же $l > l_0$, то заряженная частица рассеивается в кулоновском поле ядра. Иными словами, при $l > l_0$ фазы рассеяния такие же, как и для чисто кулоновского рассеяния. В последнем случае кулоновская фаза рассеяния ξ_l определяется выражением

$$e^{2i\xi_l} = \frac{\Gamma(1+l+in)}{\Gamma(1+l-in)}. \quad (5.8)$$

Поэтому амплитуду дифракционного рассеяния необходимо вычислить для $S_l(n)$ в форме

$$S_l(n) = \begin{cases} 0, & l \leq l_0, \\ \exp(2i\xi_l), & l > l_0. \end{cases} \quad (5.9)$$

Величину $S_l(n)$ можно также представить в виде $S_l(n) = S_l \exp(2i\xi_l)$, где S_l — матрица рассеяния для нейтральных частиц, которая для ядра с резкой границей поглощения определяется выражением (4.2).

Для заряженных частиц амплитуда рассеяния (4.1) принимает вид

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\xi_l} S_l - 1) P_l(\cos \theta). \quad (5.10)$$

Амплитуду рассеяния (5.10) удобно записать как сумму двух слагаемых:

$$f(\theta) = f_c(\theta) + f_n(\theta). \quad (5.11)$$

Здесь $f_c(\theta)$ — амплитуда кулоновского рассеяния заряженной частицы точечным зарядом, равным заряду ядра:

$$\begin{aligned} f_c(\theta) &= \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\xi_l} - 1) P_l(\cos \theta) = \\ &= -\frac{n}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{2i\xi_0 - 2in \ln \sin \frac{\theta}{2}}, \end{aligned} \quad (5.12)$$

где $\xi_0 = (1/2i) \ln \Gamma(1+in)/\Gamma(1-in)$ — кулоновская фаза для нулевого момента $l = 0$.

Величина $f_n(\theta)$ представляет собой ядерную часть амплитуды рассеяния, искаженную кулоновским взаимодействием:

$$f_n(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{2i\xi_l} (S_l - 1) P_l(\cos \theta). \quad (5.13)$$

Переходя от суммирования к интегрированию, используя (4.6) и заменяя в интеграле переменную L прицельным параметром $b = L/k$, получаем

$$f_n(\theta) = ik \int_0^R db b e^{2i\xi(kb)} J_0(kb\theta), \quad (5.14)$$

где учтено соотношение $L_0/k = R$ для $n \ll 1$. В этом случае амплитуду и дифференциальное сечение упругого дифракционного рассеяния заряженных частиц ядрами можно записать в виде [4]:

$$f(\theta) = iR (kR)^{2in} \left[\left(1 + \frac{4n^2}{k^2 R^2} \right) \frac{1}{\theta} J_1(kR\theta) + \frac{2in}{kR\theta^2} J_0(kR\theta) \right], \quad n \ll kR, \quad (5.15)$$

$$\frac{d\sigma_e(\theta)}{d\Omega} = R^2 \left[\left(1 + \frac{8n^2}{k^2 R^2} \right) \frac{1}{\theta^2} J_1^2(kR\theta) + \frac{4n^2}{k^2 R^2 \theta^4} J_0^2(kR\theta) \right], \quad n \ll kR. \quad (5.16)$$

Выражение (5.16) показывает, что учет кулоновского взаимодействия при $n \ll kR$ приводит к частичному заполнению минимумов дифференциального сечения, не изменяя положений экстремумов последнего.

Отметим, что при рассеянии заряженных частиц ядрами существуют две области, которые разделяет угол θ_c . В области $\theta < \theta_c$ основной вклад в сечение дает кулоновское рассеяние, а в области $\theta > \theta_c$ — ядерное дифракционное рассеяние. Поэтому область углов $\theta < \theta_c$ называется кулоновской, а область $\theta > \theta_c$ — ядерной. Из формулы (5.6) видно, что при слабом кулоновском взаимодействии, $n \ll kR$, критический угол $\theta_c \approx 2n/kR \ll 1$, т.е. в этом случае кулоновское рассеяние играет существенную роль только в области очень малых углов рассеяния и в минимумах дифференциального сечения. Формулы (5.15), (5.16) справедливы в ядерной области $\theta > \theta_c$.

При сравнении рассчитанных и экспериментально измеренных сечений необходимо учитывать размытие ядерной поверхности, полупрозрачность ядер и поверхностное преломление рассеиваемых волн. Поэтому амплитуду рассеяния для $\theta > \theta_c$ удобно записать в виде

$$f_n(\theta) = ik \int_0^\infty db b e^{2i\xi(kb)} [1 - S(b)] J_0(kb\theta), \quad (5.17)$$

где $S(b)$ определяется выражением (4.27).

Учет поверхностного преломления приводит к появлению мнимой части матрицы рассеяния и ее интерференции с кулоновской фазой. В частности, эта интерференция приводит к различному поведению дифференциальных сечений в минимумах для упругого рассеяния частиц с противоположными знаками зарядов на одних и тех же ядрах (например, π^+ и π^-).

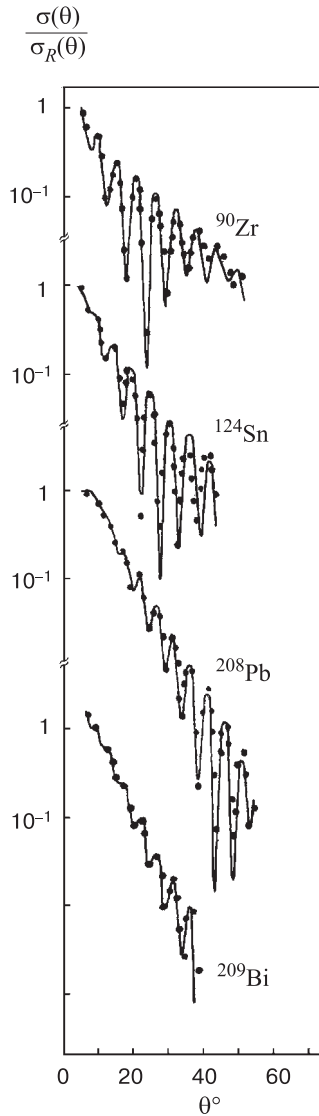


Рис. 1. Отношение $\frac{\sigma(\theta)}{\sigma_R(\theta)}$ для упругого рассеяния α -частиц с энергией 104 МэВ различными ядрами. Кривые рассчитаны в [29], экспериментальные данные из работы [30]

На рис. 1 показаны отношения дифференциальных сечений $\sigma(\theta)$ упругого рассеяния α -частиц с энергией 104 МэВ различными ядрами к резерфордским сечениям $\sigma_R(\theta)$. На этом рисунке видны аномально глубокие минимумы сечений, обусловленные интерференцией ядерного и кулоновского взаимодействий. На рис. 1 показано, что дифракционная теория объясняет упругое рассеяние заряженных частиц ядрами.

Отметим, что в случае сильного кулоновского взаимодействия, которое имеет место при рассеянии тяжелых ионов средними и тяжелыми ядрами для $n \gg 1$, $n \sim l_0$ наблюдается сильная интерференция между ядерным и кулоновским взаимодействием. Этот случай требует специального рассмотрения, которое приведено в разд. 8.

6. ПОЛЯРИЗАЦИЯ НУКЛОНОВ ПРИ ДИФРАКЦИОННОМ РАССЕЯНИИ

Так как ядерное взаимодействие зависит от спинов, то при столкновении адронов, имеющих отличные от нуля спины, может возникнуть их поляризация. При рассеянии частиц со спином $1/2$ ядрами с нулевыми спинами поляризация обусловлена спин-орбитальным взаимодействием [31]. Добавляя к комплексному оптическому потенциалу спин-орбитальный член, можно изучать на основе оптической модели поляризационные характеристики нуклонов, упруго рассеянных ядрами. Однако такие расчеты можно проводить только численно, что затрудняет качественное понимание механизма поляризационных явлений. Поляризация нуклонов на основе теории возмущений изучалась в [32]. Различные аспекты исследования спиновых явлений в рассеянии протонов ядрами рассмотрены в [33].

В S -матричном подходе [34–42] можно получить простые аналитические выражения для поляризационных наблюдаемых и проанализировать их поведение как функций угла рассеяния. Запишем амплитуду рассеяния частиц со спином $1/2$ бесспиновыми ядрами в форме

$$\hat{f} = g(\theta) + h(\theta) \mathbf{n}\sigma, \quad (6.1)$$

где $g(\theta)$ — центральная часть амплитуды рассеяния, $h(\theta)$ — ее спин-орбитальная часть, σ — совокупность матриц Паули, $\mathbf{n} = [\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f] / |[\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f]|$ — единичный вектор, перпендикулярный плоскости реакции, \mathbf{k}_i и \mathbf{k}_f — волновые векторы рассеиваемого нуклона во входном и выходном каналах.

Амплитуды $g(\theta)$ и $h(\theta)$ удобно представить в виде разложений по полиномам Лежандра

$$g(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} [(l+1)S_l^+ + lS_l^- - (2l+1)] P_l(\cos \theta), \quad (6.2)$$

$$h(\theta) = -\frac{1}{2k} \frac{d}{d\theta} \sum_{l=0}^{\infty} [S_l^+ - S_l^-] P_l(\cos \theta), \quad (6.3)$$

где S_l^{\pm} — элементы матрицы рассеяния, соответствующие состояниям рассеиваемого нуклона с полным моментом $j = l \pm 1/2$.

Дифференциальное сечение $d\sigma_e/d\Omega$, поляризация $P(\theta)$ и функция поворота спина $Q(\theta)$ для упругого рассеяния первоначально не поляризованного пучка нуклонов определяются выражениями

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = |g(\theta)|^2 + |h(\theta)|^2, \quad (6.4)$$

$$P(\theta) = \frac{2\text{Re } g(\theta)h^*(\theta)}{|g(\theta)|^2 + |h(\theta)|^2}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{n}P, \quad (6.5)$$

$$Q(\theta) = \frac{2\text{Im } g(\theta)h^*(\theta)}{|g(\theta)|^2 + |h(\theta)|^2}. \quad (6.6)$$

Наблюдаемые $d\sigma_e/d\Omega$, $P(\theta)$ и $Q(\theta)$ образуют полный (но не единственно возможный) набор величин, дающих полную информацию об упругом рассеянии нуклонов ядрами с нулевым спином. Действительно, для определения двух комплексных функций $g(\theta)$ и $h(\theta)$ нужно знать только три действительные функции угла рассеяния, так как общая фаза амплитуды рассеяния ненаблюдаема [43].

Определим теперь величины S_l^{\pm} , связанные с фазами рассеяния δ_l^{\pm} соотношением $S_l^{\pm} = \exp(2i\delta_l^{\pm})$. Фазы рассеяния в приближении эйконала

связаны с оптическим потенциалом $U(r)$, включающим спин-орбитальное взаимодействие, формулой

$$\delta^\pm(b) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz U(r), \quad r = \sqrt{b^2 + z^2}, \quad (6.7)$$

где b — прицельный параметр.

Оптический потенциал для рассеяния нейтральных частиц ядрами имеет форму

$$U(r) = V(r) + iW(r) + \mu_s \frac{r_s^2}{r} \frac{dV_s(r)}{dr} \mathbf{l}\boldsymbol{\sigma}, \quad (6.8)$$

где константа μ_s характеризует величину спин-орбитального взаимодействия; $r_s = R_s A^{-1/3}$, R_s — радиус спин-орбитальной части потенциала; функция $V_s(r)$ отличается от действительной центральной части потенциала $V(r)$ только величиной ее радиуса.

Действительная и мнимая части фазы рассеяния равны

$$\operatorname{Re} \delta^\pm(b) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz \left[V(r) + \mu_s \frac{r_s^2}{r} \frac{dV_s(r)}{dr} \langle \mathbf{l}\boldsymbol{\sigma} \rangle \right], \quad (6.9)$$

$$\operatorname{Im} \delta^\pm(b) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz [W(r)], \quad (6.10)$$

где среднее значение оператора $\mathbf{l}\boldsymbol{\sigma}$ определяется выражением

$$\langle \mathbf{l}\boldsymbol{\sigma} \rangle = \begin{cases} l, & j = l + 1/2, \\ -(l + 1), & j = l - 1/2. \end{cases} \quad (6.11)$$

Обычно спин-орбитальную часть оптического потенциала выбирают чисто действительной. Поэтому $\operatorname{Im} \delta^+(b) = \operatorname{Im} \delta^-(b)$. Так как функция $V(r)$ близка к ступеньке, то вследствие наличия в потенциале спин-орбитального члена действительная часть потенциала (2.74) в соответствии с (6.11) будет иметь разные величины радиусов и глубин для параллельных и антипараллельных взаимных ориентаций векторов \mathbf{l} и $\boldsymbol{\sigma}$. Такими же свойствами обладают действительные части фаз рассеяния $\operatorname{Re} \delta^\pm(b)$. Учитывая, что $|\operatorname{Re} \delta^\pm(b)| \ll 1$, представим величины S_l^\pm в форме

$$S_l^\pm = [1 + 2i \operatorname{Re} \delta_l^\pm] \exp(-2 \operatorname{Im} \delta_l^\pm), \quad (6.12)$$

где $l \approx kb$, $\delta_l^\pm = \delta^\pm(b)$.

Матрица рассеяния, описывающая дифракционное взаимодействие частиц с ядрами и учитывающая полупрозрачность ядерной материи и поверхностное преломление, согласно (4.23), (4.27) и (6.12) имеет вид

$$S_l^\pm = w(l) + \varepsilon [1 - w(l)] + i\tilde{\gamma} \frac{dw^\pm(l)}{dl}, \quad (6.13)$$

где $\tilde{\gamma} = \gamma kd$.

Функции $w^\pm(l)$ в (6.13) подобны величине $w(l)$, определенной в (4.23), и отличаются только величинами граничных моментов $l_0^\pm = l_0 \pm \nu$, т.е. размеры областей, в которых величины $\text{Re } \delta^\pm(l)$ существенно отличаются от нуля, немного различаются. Так как $\nu \ll l_0$, то

$$w^\pm(l) = w(l - l_0 \mp \nu) = w(l - l_0) \mp \nu \frac{dw(l - l_0)}{dl}. \quad (6.14)$$

Поэтому получаем

$$S_l^+ - S_l^- = i\tilde{\gamma} \frac{d}{dl} [w^+(l) - w^-(l)] = -i\mu \frac{d^2 w(l)}{dl^2}, \quad (6.15)$$

где константа $\mu = 2\tilde{\gamma}\nu$ характеризует величину спин-орбитального взаимодействия. Таким образом, матрица рассеяния с учетом спин-орбитального взаимодействия имеет форму [36]:

$$S_l^\pm = w(l) + \varepsilon [1 - w(l)] + i\tilde{\gamma} \frac{dw(l)}{dl} \mp i\mu \frac{d^2 w(l)}{dl^2}. \quad (6.16)$$

Для определения амплитуд $g(\theta)$ и $h(\theta)$ перейдем в (6.2), (6.3) от суммирования по l к интегрированию по $L = l + 1/2$ с помощью формулы (4.3). Полагая для упрощения $\varepsilon = 0$ и используя (6.16), получаем

$$g(\theta) = \frac{i}{k} \int_0^\infty dL L J_0(L\theta) \left[1 - w(L) - i\tilde{\gamma} \frac{dw(L)}{dL} \right], \quad (6.17)$$

$$h(\theta) = -\frac{i\mu}{k} \int_0^\infty dL L J_1(L\theta) \frac{d^2 w(L)}{dL^2}. \quad (6.18)$$

После замены переменных $b = L/k$ и интегрирования в (6.18) по частям находим

$$g(\theta) = ik \int_0^\infty db b J_0(kb\theta) \left[1 - w(b) - \frac{i\tilde{\gamma}}{k} \frac{dw(b)}{db} \right], \quad (6.19)$$

$$h(\theta) = i\mu\theta \int_0^{\infty} db b J_0(kb\theta) \frac{dw(b)}{db}. \quad (6.20)$$

Подставляя в (6.19), (6.20) функцию $w(b)$ в форме (4.23), имеем

$$g(\theta) = iR \frac{\pi k d\theta}{\text{sh}\pi k d\theta} \left[\frac{J_1(kR\theta)}{\theta} - i\tilde{\gamma} J_0(kR\theta) \right], \quad (6.21)$$

$$h(\theta) = i\mu R\theta \frac{\pi k d\theta}{\text{sh}\pi k d\theta} J_0(kR\theta). \quad (6.22)$$

Подставляя (6.21), (6.22) в (6.4)–(6.6), получаем

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = R^2 \left(\frac{\pi k d\theta}{\text{sh}\pi k d\theta} \right)^2 \left[\frac{J_1^2(kR\theta)}{\theta^2} + (\tilde{\gamma}^2 + \mu^2\theta^2) J_0^2(kR\theta) \right], \quad (6.23)$$

$$P(\theta) = \frac{2\mu J_0(kR\theta) J_1(kR\theta)}{J_1^2(kR\theta)/\theta^2 + (\tilde{\gamma}^2 + \mu^2\theta^2) J_0^2(kR\theta)}, \quad (6.24)$$

$$Q(\theta) = -\frac{2\mu\tilde{\gamma}\theta J_0^2(kR\theta)}{J_1^2(kR\theta)/\theta^2 + (\tilde{\gamma}^2 + \mu^2\theta^2) J_0^2(kR\theta)}. \quad (6.25)$$

Из формулы (6.24) видно, что поляризация частиц в дифракционном ядерном рассеянии является знакопеременной функцией угла рассеяния θ , осциллирующей относительно своего нулевого значения. Согласно (6.25) функция поворота спина осциллирует, оставаясь знакопостоянной, а ее знак определяется знаком коэффициента $\mu\tilde{\gamma}$.

При рассеянии на малые углы, $kR\theta \ll 1$, удобно выделить зависимость от энергии коэффициента μ : $\mu = \kappa R k^3/2$, где константа κ не зависит от энергии. Учитывая, что $\tilde{\gamma} \ll kR$, получаем для поляризации формулу Ферми [31]:

$$P(\theta) = \frac{2\kappa k^2\theta}{1 + \kappa^2 k^4\theta^2}. \quad (6.26)$$

Для функции поворота спина в области малых углов $kR\theta \ll 1$ имеем

$$Q(\theta) = -\frac{4\kappa\tilde{\gamma}k}{R(1 + \kappa^2 k^4\theta^2)}. \quad (6.27)$$

Если углы рассеяния не очень малы, $kR\theta \gg 1$, то функции Бесселя в (6.23), (6.24) можно заменить их асимптотическими выражениями. В этом случае находим связь между поляризацией и дифференциальным сечением для упругого дифракционного рассеяния [44]:

$$P(\theta) = \mu\theta^2 \frac{d}{dx} \ln \frac{d\sigma_e(x)}{d\Omega}, \quad x = kR\theta \gg 1. \quad (6.28)$$

Соотношение (6.28) справедливо также для неупругого дифракционного рассеяния с возбуждением низколежащих колебательных состояний ядер [42]. Из (6.28) видно, что нули поляризации соответствуют экстремумам дифференциального сечения.

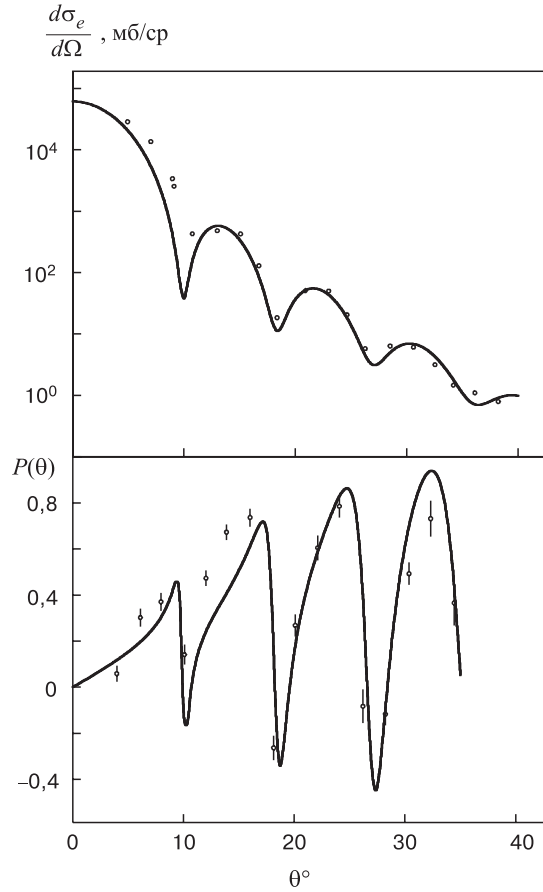


Рис. 2. Дифференциальное сечение $d\sigma_e/d\Omega$ и поляризация $P(\theta)$ для упругого рассеяния протонов с энергией 185 МэВ ядрами ^{208}Pb . Расчет из [46], экспериментальные данные из [47]

Анализ экспериментальных данных показал, что с увеличением энергии рассеиваемых частиц поляризация смещается в область своих положительных значений, оставаясь осциллирующей функцией угла рассеяния. В области достаточно больших энергий у поляризации могут даже совсем отсутствовать

нули. Смещение поляризации в область положительных значений имеет место также с увеличением массового числа ядра-мишени при постоянной энергии. Такое поведение поляризации можно объяснить, если сделать радиус (граничный угловой момент) действительной части матрицы рассеяния бóльшим, чем радиус ее мнимой части, которая включает также спин-орбитальное взаимодействие [42, 45].

В области углов $kR\theta \gg 1$ функция поворота спина равна

$$Q(\theta) = -\frac{2\mu\tilde{\gamma}\theta^3 \cos^2(kR\theta - \frac{\pi}{4})}{\sin^2(kR\theta - \frac{\pi}{4}) + (\tilde{\gamma}^2 + \mu^2\theta^2)\theta^2 \cos^2(kR\theta - \frac{\pi}{4})}. \quad (6.29)$$

На рис. 2 приведен пример рассчитанных по дифракционной теории и экспериментально измеренных величин $d\sigma_e/d\Omega$ и $P(\theta)$ для рассеяния протонов. Из рис. 2 видно, что поляризация упруго рассеянных протонов является осциллирующей функцией угла рассеяния.

7. РАЗЛОЖЕНИЕ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ НА БЛИЖНЮЮ И ДАЛЬНЮЮ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Амплитуды и дифференциальные сечения упругого рассеяния частиц промежуточных энергий ядрами обычно представляют собой сложные осциллирующие функции переданного импульса (или угла рассеяния). Поэтому для упрощения анализа сечений удобно представить амплитуды в виде суммы нескольких составляющих (субамплитуд), каждая из которых является плавной функцией q (или θ) и имеет определенный физический смысл. Обычно удобно разлагать амплитуду рассеяния на ближнюю («near-side») и дальнюю («far-side») части, которые в квазиклассическом пределе соответствуют рассеянию от ближнего и дальнего краев рассеивателя (см., например, [48]). Целесообразность такого разложения связана с тем, что различные картины дифференциальных сечений ядерного рассеяния возникают благодаря интерференции этих субамплитуд (дифракция Фраунгофера), тогда как некоторые эффекты в основном определяются только ближней амплитудой (дифракция Френеля, кулоновская радуга) или же только дальней амплитудой (ядерная радуга). Отметим, что в [49, 50] проводилось также разложение поляризационных наблюдаемых $P(\theta)$ и $Q(\theta)$ на ближнюю и дальнюю составляющие на основе оптической модели.

Рассмотрим разложение амплитуды на ближнюю и дальнюю части в S -матричном подходе. Будем исходить из выражения (4.30) для амплитуды рассеяния нейтронов ядрами. Выберем матрицу рассеяния в форме (4.23). Матрица рассеяния (4.23) и профильная функция, связанная с ней формулой (4.31), имеют простые полюса (полюса Редже) в точках

$$b_n = R + i\pi d(2n + 1), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7.1)$$

Так как матрица рассеяния (4.23) не зависит от азимутального угла вектора \mathbf{b} , то можно выполнить интегрирование в (4.30) по этому углу. Интегрируя по частям, получаем следующее выражение для амплитуды рассеяния:

$$f(q) = -\frac{ik}{q} \int_0^{\infty} db b \omega'(b) J_1(qb). \quad (7.2)$$

Заменяем функцию Бесселя $J_1(qb)$ в (7.2) ее асимптотическим выражением для больших значений аргумента

$$J_1(qb) = \sqrt{\frac{2}{\pi qb}} \operatorname{Im} e^{iqb - i\frac{\pi}{4}}, \quad qb \gg 1. \quad (7.3)$$

Учитывая, что функция $\omega'(b)$ экспоненциально убывает при $b < 0$, распространим интегрирование на нижнем пределе в (7.2) до $-\infty$. Так как подынтегральная функция в (7.2) имеет резкий максимум в точке $b = R$, заменяем медленно меняющуюся величину $b^{1/2}$ на $R^{1/2}$ и получаем

$$f(q) = \frac{ik}{qd} \sqrt{\frac{2}{\pi d}} \operatorname{Im} e^{i\frac{\pi}{4}} R^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} db \frac{e^{iqb + \frac{b-R}{d}}}{\left(1 + e^{\frac{b-R}{d}}\right)^2}. \quad (7.4)$$

Чтобы вычислить интеграл в правой части (7.4), выберем контур интегрирования, состоящий из действительной оси и полуокружности бесконечно большого радиуса с центром в начале координат, лежащей в верхней полуплоскости. Используя теорему о вычетах, находим

$$f(q) = \frac{ik}{q} \sqrt{\frac{2R}{\pi q}} \frac{\pi qd}{\operatorname{sh} \pi qd} \sin\left(qR - \frac{\pi}{4}\right), \quad qR \gg 1. \quad (7.5)$$

Учитывая в (7.4) только ближайший к действительной оси полюс, имеем

$$f_{n=0}(q) = ikd \sqrt{\frac{8\pi R}{q}} e^{-\pi qd} \sin\left(qR - \frac{\pi}{4}\right), \quad qR \gg 1. \quad (7.6)$$

Квадрат модуля амплитуды (7.5) определяет дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов ядрами

$$\sigma(q) = \frac{2k^2 R}{\pi q^3} \left(\frac{\pi qd}{\operatorname{sh} \pi qd}\right)^2 \sin^2\left(qR - \frac{\pi}{4}\right), \quad qR \gg 1. \quad (7.7)$$

Амплитуда (7.5) и сечение (7.7) содержат фактор затухания (4.24), который определяется расстоянием от действительной оси до ближайшего полюса матрицы рассеяния. Положение этого полюса полностью определяется величинами R и d . Расстояние между максимумами сечения (7.7) равно $\Delta q = \pi/R$, а огибающая максимумов определяется величиной d .

Заменим синус в амплитуде (7.5) его выражением через экспоненты, т.е. перейдем от стоячих волн к бегущим. Тогда амплитуда рассеяния является суммой двух составляющих

$$f_N(q) = -\frac{k}{q} \sqrt{\frac{R}{2\pi q}} \frac{\pi q d}{\text{sh } \pi q d} e^{i\frac{\pi}{4} - iqR}, \quad (7.8)$$

$$f_F(q) = \frac{k}{q} \sqrt{\frac{R}{2\pi q}} \frac{\pi q d}{\text{sh } \pi q d} e^{-i\frac{\pi}{4} + iqR}. \quad (7.9)$$

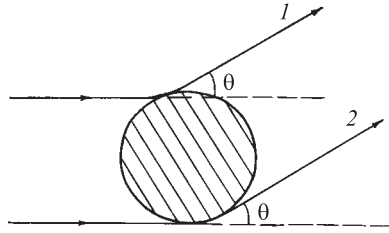


Рис. 3. Ближняя (1) и дальняя (2) траектории для рассеяния на угол θ

Амплитуда $f_N(q)$ описывает рассеяние ближним краем рассеивателя и называется ближней амплитудой, а амплитуда $f_F(q)$ описывает рассеяние дальним краем рассеивателя и называется дальней амплитудой. Такая терминология происходит из квазиклассического приближения, в котором она связана с траекториями, проходящими вблизи ближнего и дальнего краев рассеивателя (рис.3).

Формулы (7.8), (7.9) показывают, что амплитуды $f_N(q)$ и $f_F(q)$ определяются волнами, бегущими вдоль противоположных

краев рассеивателя (ядра), что проявляется в противоположных знаках фаз в экспонентах [48]. Амплитуды (7.8), (7.9) удовлетворяют соотношению

$$f_F(q) = f_N^*(q), \quad (7.10)$$

которое справедливо при наличии полного поглощения. В этом случае ближняя $\sigma_N(q)$ и дальняя $\sigma_F(q)$ составляющие сечения, определяемые квадратами модулей амплитуд (7.8), (7.9), совпадают друг с другом и являются плавными функциями переданного импульса q . Полная амплитуда (7.5) равна сумме ближней $f_N(q)$ и дальней $f_F(q)$ амплитуд, фазы которых отличаются на величину $2qR \approx 2kR\theta$. Это соответствует тому факту, что в квазиклассическом пределе длина пути дальнего луча превосходит длину пути ближнего луча на величину $2R\theta$. В результате интерференция амплитуд $f_N(q)$, $f_F(q)$ приводит к возникновению стоячей волны и к регулярным фраунгоферовским осцилляциям сечения (7.7).

Выясним теперь влияние рефракции на поведение амплитуд и дифференциальных сечений. В этом случае профильная функция $\omega(b)$ и матрица рассеяния $S(b)$ являются комплексными функциями. Учет рефракции на границе ядра эквивалентен замене граничного момента L_0 комплексной величиной [21, 51]. В представлении прицельного параметра это означает замену

радиуса R в матрице рассеяния (4.23) величиной $R - i\gamma d$, где γ определяет величину преломления в веществе рассеивателя. Будем рассматривать слабое преломление, $\gamma d \ll R$. Так как зависимость матрицы рассеяния от b имеет вид $S(b) = S(b - R + i\gamma d)$, то добавка к радиусу величины $-i\gamma d$ сдвигает полюса матрицы рассеяния в комплексной плоскости прицельного параметра:

$$b_n = R - i\gamma d + i\pi d(2n + 1), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7.11)$$

Будем полагать $\gamma < \pi$, так что полюса не переходят из верхней полуплоскости в нижнюю.

Амплитуду рассеяния в рассматриваемом случае можно получить путем замены радиуса R под знаком синуса в (7.5) величиной $R - i\gamma d$:

$$f(q) = \frac{k}{q} \sqrt{\frac{R}{2\pi q}} \frac{\pi q d}{\text{sh } \pi q d} (e^{iqR - i\frac{\pi}{4} + \gamma q d} - e^{-iqR + i\frac{\pi}{4} - \gamma q d}). \quad (7.12)$$

Из (7.12) находим выражения для ближней и дальней амплитуд:

$$f_N(q) = -\frac{k}{q} \sqrt{\frac{R}{2\pi q}} \frac{\pi q d}{\text{sh } \pi q d} e^{-iqR + i\frac{\pi}{4} - \gamma q d}, \quad (7.13)$$

$$f_F(q) = \frac{k}{q} \sqrt{\frac{R}{2\pi q}} \frac{\pi q d}{\text{sh } \pi q d} e^{iqR - i\frac{\pi}{4} + \gamma q d}. \quad (7.14)$$

Учет рефракции приводит к появлению фактора $\exp(-\gamma q d)$ в амплитуде $f_N(q)$ и фактора $\exp(\gamma q d)$ в амплитуде $f_F(q)$. Теперь с ростом q амплитуда $f_N(q)$ и сечение $\sigma_N(q)$ убывают быстрее, чем величины $f_F(q)$ и $\sigma_F(q)$, т.е. рефракция меняет параметры убывания сечений $\sigma_N(q)$ и $\sigma_F(q)$, что видно из рис. 4, где при $q \gg 1/R$ графики соответствующих им величин $q\sigma(q)$ в полулогарифмическом масштабе представляют собой прямые линии. На рис. 4 показано, что в рассматриваемом случае дальняя амплитуда $f_F(q)$ с ростом q становится доминирующей и осцилляции суммарного сечения $\sigma(q)$ должны постепенно затухать. Действительно, амплитуда (7.12) приводит к следующему выражению для сечения:

$$\sigma(q) = \frac{2k^2 R}{\pi q^3} \left(\frac{\pi q d}{\text{sh } \pi q d} \right)^2 \left[\sin^2 \left(qR - \frac{\pi}{4} \right) + \text{sh}^2 \gamma q d \right]. \quad (7.15)$$

Наличие рефракции меняет поведение сечения: слагаемое $\text{sh}^2 \gamma q d$ в квадратных скобках в (7.15), которое плавно возрастает с ростом q , приводит к заполнению минимумов сечения и к постепенному затуханию его осцилляций. Вычисление амплитуды рассеяния на основе метода Ватсона—Зоммерфельда, учитывающего вклады полюсов матрицы рассеяния, впервые было выполнено в [21, 52].

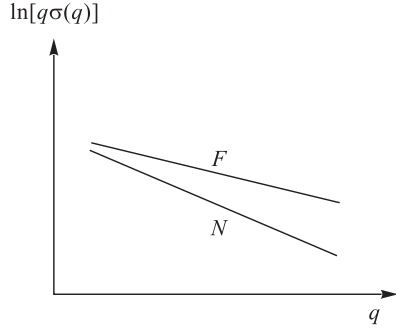


Рис. 4. Качественное поведение ближней и дальней составляющих сечения дифракционного рассеяния

Рассмотрим рассеяние заряженной частицы ядром в присутствии сильного поглощения. В этом случае матрицу рассеяния можно представить в виде произведения ядерной части $S(b)$, определяемой (4.23), и кулоновской части $\exp(2i\xi(b))$ (для простоты считаем заряд ядра точечным). В области ядерного рассеяния, $\theta > \theta_c$, представляющей основной интерес при рассеянии легких ядер ядрами, в (5.11) можно пренебречь кулоновской амплитудой $f_c(q)$. Используя для $f_n(q)$ выражение (5.17), в котором опустим единицу в квадратных скобках, дающую вклад только при $q = 0$, имеем

$$f(q) = -ik \int_0^{\infty} db b \exp(2i\xi(b)) S(b) J_0(qb), \quad q \neq 0. \quad (7.16)$$

При рассеянии на большие углы, $qR \gg 1$, заменим в (7.16) функцию Бесселя ее асимптотикой $J_0(x) = [\exp(ix - i\pi/4) + \exp(-ix + i\pi/4)] / \sqrt{2\pi x}$, $x \gg 1$, и получим ближнюю и дальнюю амплитуды

$$f_N(q) = -\frac{ik}{\sqrt{2\pi q}} e^{i\pi/4} \int_0^{\infty} db b^{1/2} e^{2i\xi(b) - iq b} S(b), \quad q \neq 0, \quad (7.17)$$

$$f_F(q) = -\frac{ik}{\sqrt{2\pi q}} e^{-i\pi/4} \int_0^{\infty} db b^{1/2} e^{2i\xi(b) + iq b} S(b), \quad q \neq 0. \quad (7.18)$$

Так как $S(b) \approx 0$ при $b < 0$, то в формулах (7.17), (7.18) можно заменить нижние пределы интегрирования на $-\infty$. Для вычисления интеграла в (7.17) следует выбрать контур, состоящий из действительной оси и полуокружности бесконечно большого радиуса с центром в начале координат, лежащей в нижней полуплоскости, а в (7.18) следует использовать подобный контур, лежащий в верхней полуплоскости. Основной вклад в эти интегралы дают ближайšie к действительной оси полюсы матрицы рассеяния: $b_N = R - i\pi d$, $b_F = R + i\pi d$.

Разложение фазы $\xi(b)$ в ряд по малой величине $i\pi d$ имеет вид

$$2i\xi(R \pm i\pi d) = 2i\xi(R) \mp 2\pi d \frac{d}{dR} \xi(R) - i(\pi d)^2 \frac{d^2}{dR^2} \xi(R) + \dots \quad (7.19)$$

Так как главный вклад в амплитуды дает область больших прицельных параметров ($b > R$), то при достаточно сильном кулоновском взаимодействии, $n \gg 1$, можно приближенно вычислить кулоновскую фазу $\xi(b)$ с помощью формулы Стирлинга для Γ -функции

$$\Gamma(x) \approx \sqrt{2\pi} \exp \left[\left(x - \frac{1}{2} \right) \ln x - x \right], \quad |x| \gg 1. \quad (7.20)$$

В результате имеем

$$\xi(b) = \xi_0 - n \ln \frac{n}{\sqrt{k^2 b^2 + n^2}} + kb \operatorname{arctg} \frac{n}{kb} - \frac{\pi}{4}, \quad kb \gg 1, \quad n \gg 1, \quad (7.21)$$

где ξ_0 — кулоновская фаза для нулевого момента $l = 0$. Вычисляя производные от кулоновской фазы (7.21) и учитывая условие $kR \gg 1$, получаем

$$2i\xi(R \pm i\pi d) = 2i\xi(R) \mp \pi k\theta_c d + \frac{in(\pi kd)^2}{k^2 R^2 + n^2} + \dots \quad (7.22)$$

Итак, находим следующие выражения для ближней и дальней амплитуд:

$$f_N(q) = -kd \sqrt{\frac{2\pi R}{q}} \exp \left(-iqR + i\frac{\pi}{4} + 2i\xi(R) + i\chi - \pi(q - q_c)d \right), \quad (7.23)$$

$$f_F(q) = kd \sqrt{\frac{2\pi R}{q}} \exp \left(iqR - i\frac{\pi}{4} + 2i\xi(R) + i\chi - \pi(q + q_c)d \right), \quad (7.24)$$

где введены обозначения $\chi = n(\pi kd)^2 / (k^2 R^2 + n^2)$, $q_c = k\theta_c$.

Из формул (7.23), (7.24) видно, что кулоновское взаимодействие приводит к различным величинам сечений $\sigma_N(q)$ и $\sigma_F(q)$, но не меняет характер их убывания с ростом переданного импульса q (рис. 5). При наличии сильного кулоновского взаимодействия и сильного поглощения доминирует составляющая $\sigma_N(q)$.

В общем случае наряду с поглощением и кулоновским взаимодействием необходимо также учитывать преломление рассеиваемых волн, обусловленное ядерным взаимодействием. Если ядерная рефракция невелика, то можно использовать матрицу рассеяния в форме (4.25)

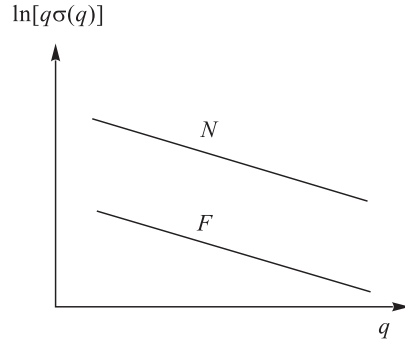


Рис. 5. Качественное поведение ближней и дальней составляющих сечений дифракционного рассеяния заряженных частиц

и ограничиться учетом вкладов в ближнюю и дальнюю амплитуды от ближайших к действительной оси полюсов в точках $b_N = R - i\gamma_N d$, $b_F = R + i\gamma_F d$, где $\gamma_N = \pi + \gamma$, $\gamma_F = \pi - \gamma$. Величины R , d и γ зависят от энергии и массовых чисел сталкивающихся частиц. В результате получаем

$$f_N(q) \sim \frac{1}{\sqrt{q}} \exp(-iqR - \gamma_N (q - q_c) d), \quad (7.25)$$

$$f_F(q) \sim \frac{1}{\sqrt{q}} \exp(iqR - \gamma_F (q + q_c) d). \quad (7.26)$$

Таким образом, учет ядерной рефракции приводит к более быстрому убыванию ближней амплитуды с ростом q по сравнению с дальней амплитудой. Соотношение $\gamma_N > \gamma_F$ является общим свойством ядерной рефракции (см. [48]), не зависящим от конкретной параметризации матрицы рассеяния. Сечения $\sigma_N(q)$ и $\sigma_F(q)$ могут пересекаться в некоторой точке q_{cr} (θ_{cr}), определяемой формулой

$$q_{cr} = \frac{\gamma_N + \gamma_F}{\gamma_N - \gamma_F} q_c, \quad \theta_{cr} = \frac{\gamma_N + \gamma_F}{\gamma_N - \gamma_F} \theta_c. \quad (7.27)$$

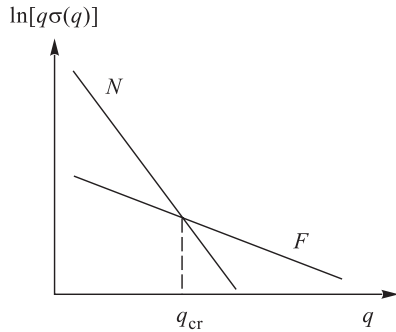


Рис. 6. Фраунгоферовское пересечение

Такое поведение сечений называется фраунгоферовским пересечением (рис.6). Оно обусловлено определенным сочетанием величин поглощения, ядерной рефракции и кулоновского взаимодействия сталкивающихся частиц. Фраунгоферовское пересечение наблюдается при $\theta_{cr} < \pi$. Вблизи угла θ_{cr} имеют место выраженные фраунгоферовские осцилляции сечения, вызванные интерференцией ближней и дальней амплитуд и затухающие при удалении от угла пересечения. В области малых углов рассеяния доминирует ближняя амплитуда, а при больших углах рассеяния — дальняя. Вдали

от θ_{cr} сечение упругого рассеяния является плавной функцией угла рассеяния θ , так как интерференция между $f_N(q)$ и $f_F(q)$ отсутствует, причем скорость убывания сечения до и после θ_{cr} различна (рис. 7).

Различают медленное фраунгоферовское пересечение (γ_N и γ_F различаются не сильно) и быстрое пересечение (γ_N и γ_F сильно различаются). В случае медленного пересечения наблюдается много (десять и более) медленно затухающих фраунгоферовских осцилляций, а при быстром пересечении имеется лишь три-четыре быстро затухающих осцилляции. Такие картины угловых распределений обычно наблюдаются в рассеянии тяжелых ионов.

До сих пор при рассмотрении разложения амплитуды рассеяния на ближнюю и дальнюю составляющие использовались приближения, характерные для квазиклассического подхода: переход от суммирования по парциальным волнам к интегрированию, замена полиномов Лежандра их асимптотическими выражениями, приближенное вычисление интегралов в выражениях для амплитуды рассеяния. Однако желательнее также провести аналогичное разложение точной амплитуды ядерного рассеяния, полученной из анализа экспериментальных данных, на ближнюю и дальнюю составляющие. Такие компоненты амплитуды должны в сумме давать точную полную амплитуду, чему не удовлетворяют приближенные квазиклассические выражения, а также они должны переходить в квазиклассические ближнюю и дальнюю амплитуды, когда условия рассеяния приближаются к квазиклассическому пределу. Для этого в разложении по парциальным волнам нужно разделить полиномы Лежандра на части, содержащие в асимптотике при $L \rightarrow \infty$ бегущие волны $\exp(\pm iL\theta)$ (плюс соответствует дальней амплитуде, а минус — ближней). Обычно подобное разложение осуществляется с помощью процедуры, предложенной Фуллером [53], в которой в качестве бегущих волн используются функции Лежандра второго рода:

$$Q_l^{(\pm)}(\cos \theta) = \mp Q_l(\cos \theta \mp i\nu), \quad \nu \rightarrow 0; \quad Q_l(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{dt}{z-t} P_l(t). \quad (7.28)$$

Таким образом, ближняя и дальняя амплитуды согласно [53] равны

$$f_{F,N}(\theta) = f_c^{(\pm)}(\theta) \mp \frac{1}{2\pi k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [S(L) - e^{2i\xi_l}] Q_l^{(\pm)}(\cos \theta). \quad (7.29)$$

Здесь ξ_l — кулоновская фаза рассеяния (5.8), $f_c^{(\pm)}(\theta)$ — соответствующие данной процедуре дальняя и ближняя составляющие амплитуды кулоновского рассеяния.

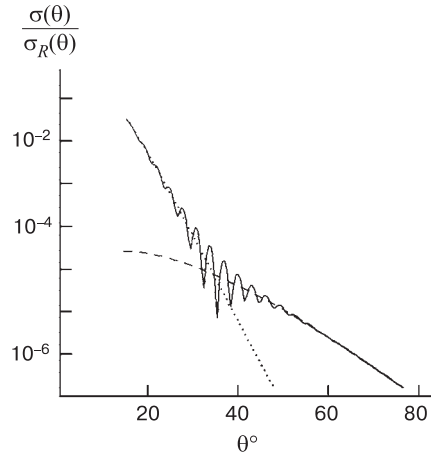


Рис. 7. Отношение сечений $\sigma(\theta)/\sigma_R(\theta)$ в случае фраунгоферовского пересечения: пунктирная линия — ближняя составляющая, штриховая — дальняя составляющая, сплошная — суммарное сечение упругого рассеяния

Отметим, что выбор функций, представляющих бегущие волны, в виде (7.28) не является единственно возможным. Более того, могут быть использованы любые разумные функции, имеющие правильную асимптотику. Так, например, в [54] была предложена другая процедура разложения с бегущими волнами в форме, подсказанной соображениями перехода от квантовомеханического рассмотрения к классическим траекториям. Преимущества функций (7.28) в их математических свойствах. Они удовлетворяют тем же рекуррентным соотношениям, что и полиномы Лежандра, обладают удобными аналитическими свойствами в комплексной плоскости аргумента и позволяют получить достаточно простые выражения для ближней и дальней частей кулоновской амплитуды [53]:

$$f_c^{(\pm)}(\theta) = \mp \frac{i}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{dt}{\cos \theta - t \mp i\nu} f_c(\arccos t) = \frac{1}{2} f_c(\theta) \times \\ \times \left\{ 1 \mp \frac{1 + e^{-2\pi n}}{1 - e^{-2\pi n}} \mp \frac{i}{\pi} \left[\ln \cos^2 \frac{\theta}{2} + \int_{-\ln \sin^2 \frac{\theta}{2}}^{\infty} dt \frac{e^{-t} [1 - e^{-int}]}{1 - e^{-t}} \right] \right\}. \quad (7.30)$$

8. ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ В РАССЕЙНИИ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ЯДРАМИ

При ядерном рассеянии, аналогичном дифракции Фраунгофера в оптике, расстояния от рассеивателя до источника частиц и до точки наблюдения очень велики (бесконечны) по сравнению с размерами ядер. Однако наряду с дифракцией Фраунгофера в оптике существует также дифракция Френеля. В этом случае источник света и точка наблюдения расположены на конечном расстоянии от экрана или одно из этих расстояний конечно. Дифракция Френеля возникает вследствие интерференции между прямым лучом и лучом, рассеянным вблизи края экрана. На рис. 8 показаны три ситуации, в которых наблюдается оптическая френелевская дифракция, в зависимости от расположения источника света и точки наблюдения.

Характер возникающей дифракционной картины определяется величиной параметра $p = ka^2 [(1/D_f) + (1/D_p)]$, где a — линейный размер экрана, D_f и D_p — расстояния от края экрана до источника света и до точки наблюдения. Если $p \ll 1$, то наблюдаемая картина соответствует дифракции Фраунгофера; если $p \gtrsim 1$, то возникает дифракционная картина френелевского типа [2]. В случае ядерного рассеяния кажется, что ситуация, приводящая к дифракции Френеля, неосуществима, так как нельзя расположить источник частиц или детектор на расстояниях от рассеивающего ядра, сравнимых с его линейными

размерами. Такое рассуждение справедливо для рассеяния нейтронов и других нейтральных частиц. Однако ситуация существенно меняется в случае заряженных частиц.

Благодаря кулоновскому взаимодействию заряженные частицы рассеиваются ядром так, словно они вылетают из виртуального источника, расположенного на конечном расстоянии от ядра (рис. 9). Кулоновское взаимодействие должно быть достаточно сильным, чтобы оно приводило к существенной кривизне волнового фронта вблизи ядра. Если ядро сильно поглощает налетающие частицы и $\lambda \ll R$, то картина рассеяния аналогична дифракции Френеля от непрозрачного экрана в оптике. При углах рассеяния, близких к θ_c , картина рассеяния подобна дифракции волн, испущенных точечным источником F , от края полуплоскости, касательной к круглому отверстию радиуса b_c [55–57]. Расстояние D от виртуального источника F до рассеивающего центра равно (рис. 9):

$$D = \frac{b_c}{\sin \theta_c}. \quad (8.1)$$

Подставляя (5.4) в (8.1), получаем

$$D = \frac{n}{2k \sin^2 \left(\frac{1}{2} \theta_c \right)}. \quad (8.2)$$

Условия дифракции Френеля выполняются, если $n \gg 1$, $n \sim kR$. Сильное электрическое поле вблизи поверхности ядра действует на падающие волны как рассеивающая линза, если заряды налетающей частицы и ядра-мишени имеют одинаковый знак, или как собирающая линза, если знаки зарядов противоположны. Фокусное расстояние такой линзы равно

$$\tilde{f} = D \cos \theta_c = \frac{n}{2k} \left[\operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\theta_c}{2} \right) - 1 \right]. \quad (8.3)$$

Рассмотрим рассеяние на ядре с резкой границей на углы, близкие к θ_c . Тогда при $n \gg 1$ для полиномов Лежандра можно использовать асимптотику,

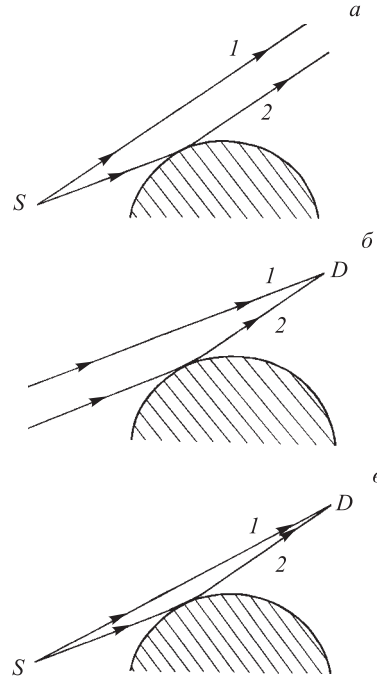


Рис. 8. Геометрия дифракции Френеля: а) расстояние от рассеивателя до источника S конечно, а до детектора — бесконечно; б) расстояние от рассеивателя до источника S бесконечно, а до детектора D — конечно; в) оба расстояния конечны

справедливаю при $L \gg 1$ в области углов рассеяния $1/L < \theta < \pi - 1/L$:

$$P_{L-\frac{1}{2}}(\cos \theta) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi L \sin \theta}} \left[e^{i(L\theta - \frac{\pi}{4})} + e^{-i(L\theta - \frac{\pi}{4})} \right]. \quad (8.4)$$

В результате, используя (5.13), получаем

$$f_n(\theta) = \frac{i}{k\sqrt{2\pi \sin \theta}} \int_0^{L_0} dL \sqrt{L} \left[e^{i\Phi_+(\theta, L)} + e^{-i\Phi_-(\theta, L)} \right], \quad (8.5)$$

$$\Phi_{\pm}(\theta, L) = \frac{\pi}{4} - L\theta \pm 2\xi(L). \quad (8.6)$$

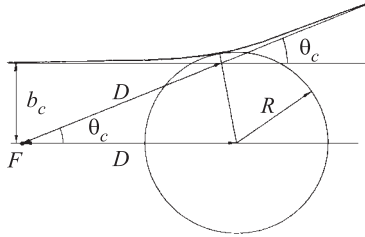


Рис. 9. Геометрия френелевского дифракционного рассеяния заряженных частиц

В (8.5) слагаемое, содержащее $\Phi_+(\theta, L)$, дает ближнюю амплитуду, а содержащее $\Phi_-(\theta, L)$ — дальнюю. Так как $n \gg 1$, а основной вклад в интеграл дают большие L , то можно использовать для кулоновской фазы приближенное выражение (7.21), заменив kb на L . Для вычисления амплитуды используем метод стационарной фазы. При этом стационарные точки определяются из уравнения

$$\frac{\partial \Phi_{\pm}(\theta, L)}{\partial L} = -\theta \pm \frac{d}{dL} [2\xi(L)] = 0. \quad (8.7)$$

Так как для $L \gg 1$ производная от кулоновской фазы равна $d[2\xi(L)]/dL = 2 \operatorname{arctg}(n/L)$, находим стационарные точки $\lambda_0^{\pm} = \pm n \operatorname{ctg} \theta/2 = \pm \lambda_0$. Стационарная точка $\lambda_0^- = -\lambda_0$ лежит вне интервала интегрирования, и в (8.5) можно пренебречь слагаемым с $\Phi_-(\theta, L)$. Во втором слагаемом разложим функцию $\Phi_+(\theta, L)$ в ряд в окрестности стационарной точки λ_0 с точностью до членов второго порядка:

$$\Phi_+(\theta, L) = \frac{\pi}{4} - \lambda_0 \theta + 2\xi(\lambda_0) + (L - \lambda_0)^2 \xi''(\lambda_0). \quad (8.8)$$

Заменяя медленно меняющуюся величину \sqrt{L} на $\sqrt{\lambda_0}$, имеем

$$f_n(\theta) = \frac{i}{k} \sqrt{\frac{\lambda_0}{2\pi \sin \theta}} \exp \left(i \left[\frac{\pi}{4} \lambda_0 \theta + 2\xi(\lambda_0) \right] \right) \int_0^{L_0} dL \exp \left(i (L - \lambda_0)^2 \xi''(\lambda_0) \right). \quad (8.9)$$

Делая замену переменных $x = (L - \lambda_0) \sqrt{-\xi''(\lambda_0)}$ и распространяя интегрирование на нижнем пределе до $-\infty$, получаем

$$\int_0^{L_0} dL \exp(i(L - \lambda_0)^2 \xi''(\lambda_0)) = \frac{\sqrt{\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{-\xi''(\lambda_0)}} \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(e^{i\frac{\pi}{4}} u) \right], \quad (8.10)$$

где введены обозначения:

$$u = \sqrt{\frac{2L_0}{\sin \theta_c}} \sin \frac{1}{2} (\theta - \theta_c), \quad \operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} dt e^{-t^2}. \quad (8.11)$$

Замечая, что $2\xi(\lambda_0) = 2\xi_0 - 2n \ln \sin \theta/2 + n\theta \operatorname{ctg} \theta/2 - \pi/2$, находим

$$f_n(\theta) = \frac{n}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp\left(2i\left(\xi_0 - n \ln \sin \frac{\theta}{2}\right)\right) \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(e^{i\frac{\pi}{4}} u) \right]. \quad (8.12)$$

Учитывая (5.11) и (5.12), имеем

$$\begin{aligned} f_e(\theta) &= \frac{1}{2} f_c(\theta) \operatorname{erfc}(e^{i\frac{\pi}{4}} u) = \\ &= \frac{1}{2} f_c(\theta) \{1 - [C(w) + S(w)] - i[C(w) - S(w)]\}, \end{aligned} \quad (8.13)$$

где введены обозначения

$$C(w) = \sqrt{2/\pi} \int_0^w dt \cos t^2, \quad S(w) = \sqrt{2/\pi} \int_0^w dt \sin t^2, \quad (8.14)$$

$$w = \sqrt{\frac{L_0}{\pi \sin \theta_c}} 2 \sin \frac{1}{2} (\theta - \theta_c). \quad (8.15)$$

Отношение дифференциального сечения упругого рассеяния к резерфордовскому сечению $\sigma_R(\theta) = |f_c(\theta)|^2$ определяется формулой [55]:

$$\frac{\sigma_e(\theta)}{\sigma_R(\theta)} = \frac{1}{4} |\operatorname{erfc}(e^{i\frac{\pi}{4}} u)|^2 = \frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{1}{2} - C(w) \right]^2 + \left[\frac{1}{2} - S(w) \right]^2 \right\}. \quad (8.16)$$

Выражение (8.16) описывает картину рассеяния, соответствующую дифракции Френеля в оптике. Отношение сечений $\sigma_e(\theta)/\sigma_R(\theta)$ совпадает с отношением интенсивностей рассеянного от края полуплоскости и падающего света в случае, когда источник расположен на конечном расстоянии от экрана, а точка наблюдения бесконечно удалена. Дифракция Френеля в ядерном рассеянии возникает вследствие интерференции кулоновской амплитуды

и ядерной части амплитуды, которые в данном случае принадлежат к ближней амплитуде. Заметим, что выражение (8.16) является довольно грубым и описывает только качественный характер поведения сечения рассеяния. Для количественного описания экспериментально измеренных сечений необходимо учесть размытие ядерной поверхности, полупрозрачность ядра и ядерную рефракцию [55–57]. Поправки к формуле (8.15) исследовались в [58].

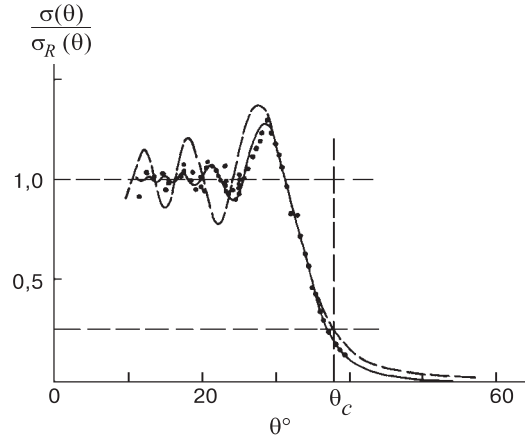


Рис. 10. Картина дифракции Френеля для отношения сечений $\sigma(\theta)/\sigma_R(\theta)$ при упругом рассеянии ядер ^{16}O с энергией 170,1 МэВ ядрами ^{208}Pb . Штриховая линия — расчет по дифракционной теории для ядер с резкой границей, сплошная линия — расчет с учетом размытия ядерной поверхности и полупрозрачности ядер [57]. Экспериментальные данные из работы [59]

На рис. 10 показано, что модель ядра с резкой границей описывает качественное поведение сечения упругого рассеяния ядер ^{16}O с энергией 170,1 МэВ ядрами ^{208}Pb , тогда как более аккуратные расчеты согласуются с экспериментальными данными.

Дифракция в ядерном рассеянии наблюдается при $L_0 \gg 1$, причем тип дифракционной картины определяется следующими условиями:

$$\begin{aligned} L_0 \sin \theta_c \ll 1 & \text{ — дифракция Фраунгофера,} \\ L_0 \sin \theta_c \gtrsim 1 & \text{ — дифракция Френеля.} \end{aligned} \quad (8.17)$$

Различные процессы рассеяния с одинаковыми значениями L_0 и $p = L_0 \sin \theta_c$ приводят к одинаковым дифракционным картинам, т.е. их дифференциальные сечения совпадают. Такое явление называется законом подобия или скейлингом для ядерной дифракции [56, 57].

На рис. 11 представлен случай скейлинга в упругом рассеянии различных ядер [57]. Этот пример демонстрирует совпадение дифференциальных

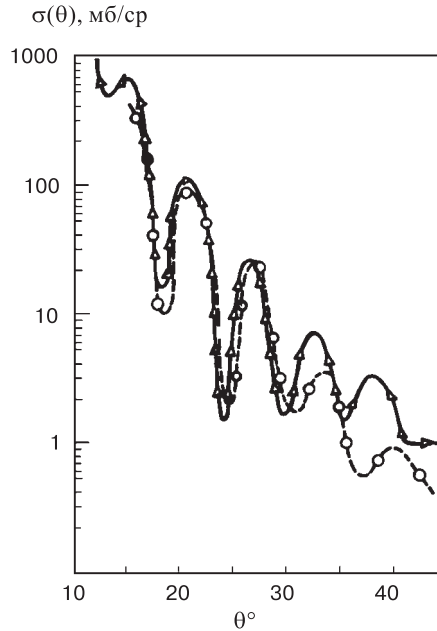


Рис. 11. Скейлинг сечений ядерного рассеяния. Треугольники — дифференциальное сечение упругого рассеяния α -частиц с энергией 104 МэВ ядрами ^{90}Zr [30] ($L_0 = 32,6$, $p = 4,89$), кружки — то же для упругого рассеяния ядер ^{16}O с энергией 168 МэВ ядрами ^{12}C [60] ($L_0 = 31,3$, $p = 4,64$). Кривые проведены через экспериментальные точки

сечений двух ядерных процессов, для которых существенно различаются как сталкивающиеся ядра, так и величины их энергий. Небольшой сдвиг сечений друг относительно друга обусловлен некоторым различием в значениях L_0 и p , а их расхождение в области больших углов вызвано вкладом недифракционных процессов.

9. РАДУЖНОЕ РАССЕЯНИЕ В ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

В ядерном рассеянии наряду с дифракционными явлениями существует другой важный интерференционный эффект, имеющий аналогию в оптике — радужное рассеяние. На возможность радужного рассеяния в атомных и ядерных столкновениях впервые указали Форд и Уилер в 1959 г. [61].

В оптике радужное рассеяние связано с преломлением и внутренним отражением лучей света в капле воды, размеры которой велики по сравнению с длиной волны света. Явление радужного рассеяния существует также в клас-

сической механике (см., напр., [62]). Здесь аналогия с оптической радугой состоит в наличии предельного угла рассеяния частиц, вблизи которого сгущаются классические траектории.

Явление радужного рассеяния существует также в квантовой механике [61]. Рассмотрим рассеяние быстрых частиц, $kR \gg 1$, в квазиклассическом приближении (см. [63, 64]). Будем исходить из амплитуды рассеяния (4.4). Так как основную роль в данном случае играют парциальные волны с большими моментами l , можно воспользоваться асимптотическим выражением (8.4) для полиномов Лежандра. Кроме того, опустим единицу в квадратных скобках в (4.4), которая дает вклад только при нулевом угле рассеяния. Амплитуда рассеяния принимает вид:

$$f(\theta) = \frac{1}{ik\sqrt{2\pi \sin \theta}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \int_0^{\infty} dL \sqrt{L} \left[e^{i\Phi_m^{(+)}(\theta, L)} + e^{-i\Phi_m^{(-)}(\theta, L)} \right], \quad (9.1)$$

где введено обозначение $\Phi_m^{(\pm)}(\theta, L) = \pi/4 - L\theta \pm [2\delta(L) + 2\pi mL]$.

Фаза рассеяния $\delta(L)$ связана с матрицей рассеяния $S(L)$ формулой $S(L) = \exp[2i\delta(L)]$. Квазиклассические траектории определяются стационарными точками, которые находятся из уравнений $2\delta'(L) = \pm\theta - 2\pi m$. Эти уравнения совпадают с классической формулой [62], если определить квантовую функцию отклонения равенством

$$\Theta(L) = \frac{d}{dL} 2\delta(L). \quad (9.2)$$

Для частиц больших энергий вероятность совершения оборотов вокруг рассеивателя мала, и можно оставить в (9.1) только члены с $m = 0$:

$$f(\theta) = \frac{1}{ik\sqrt{2\pi \sin \theta}} \int_0^{\infty} dL \sqrt{L} \left[e^{i\Phi_+(\theta, L)} + e^{-i\Phi_-(\theta, L)} \right], \quad (9.3)$$

$$\Phi_{\pm}(\theta, L) = \frac{\pi}{4} - L\theta \pm 2\delta(L). \quad (9.4)$$

В (9.3) слагаемое с $\Phi_+(\theta, L)$ дает ближнюю амплитуду, а слагаемое с $\Phi_-(\theta, L)$ — дальнюю амплитуду согласно их квазиклассическому смыслу.

Если между частицей и рассеивателем существует сильное притяжение на малых расстояниях и отталкивание на больших расстояниях, то функция отклонения $\Theta(L)$ имеет вид, показанный на рис. 12. Здесь имеются две стационарные точки L_1 и L_2 функции $\Phi_+(\theta, L)$ при $\theta < \theta_r$, дающие вклад в ближнюю амплитуду. Мы не рассматриваем поведение $\Theta(L)$ при малых L , где также может существовать точка радуги.

Рассмотрим рассеяние вблизи угла радуги θ_r . При $\theta = \theta_r$ обе стационарные точки сливаются, $L_1 = L_2 = L_r$, так что возникает стационарная точка более высокого порядка. Разложим функцию $\Phi_+(\theta, L)$ в степенной ряд вблизи точки радуги. Так как $\Theta(L_r) = \theta_r$, $\Theta'(L_r) = 0$, то получаем

$$\Phi_+(\theta, L) = \frac{\pi}{4} - L_r\theta + (L - L_r)(\theta_r - \theta) + \frac{1}{6}(L - L_r)^3 \Theta''(L_r) + 2\delta(L_r). \quad (9.5)$$

Тогда амплитуда рассеяния равна

$$f(\theta) = \frac{i}{k} \sqrt{\frac{L_r}{2\pi \sin \theta}} \exp\left(i\left[2\delta(L_r) - L_r\theta - \frac{\pi}{4}\right]\right) \times \\ \times \int_0^\infty dL \exp\left(i\left[(\theta_r - \theta)(L - L_r) + \frac{1}{6}\Theta''(L_r)(L - L_r)^3\right]\right). \quad (9.6)$$

В амплитуде (9.6) опущен вклад дальней составляющей, не содержащей стационарных точек. Таким образом, рассматриваемое радужное рассеяние, как и картина дифракции Френеля, определяется ближней составляющей амплитуды рассеяния (кулоновская радуга).

Так как основной вклад в интеграл в (9.6) дает окрестность точки L_r , то можно заменить нижний предел интегрирования на $-\infty$, что дает

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2\pi L_r}{\sin \theta}} \left[\frac{2}{\Theta''(L_r)}\right]^{\frac{1}{3}} e^{i[2\delta(L_r) - L_r\theta - \frac{\pi}{4}]} \text{Ai}\left[\frac{\theta_r - \theta}{\left[\frac{1}{2}\Theta''(L_r)\right]^{\frac{1}{3}}}\right], \quad (9.7)$$

где $\text{Ai}(z)$ — функция Эйри:

$$\text{Ai}(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dt \cos\left(zt + \frac{1}{3}t^3\right). \quad (9.8)$$

Формула (9.7) называется приближением Эйри для радужного рассеяния. Заметим, что сечение, определяемое квадратом модуля амплитуды (9.7), конечно при $\theta = \theta_r$ в отличие от классического сечения [62].

Если присутствует поглощение налетающих частиц, то можно взять матрицу рассеяния в виде $S(L) = \eta(L)e^{2i\delta(L)}$, где функция $\eta(L)$ меняется в интервале $0 \leq \eta(L) \leq 1$. В модели сильного поглощения с резкой границей имеем $\eta(L) = 0$ для $L \leq L_0$ и $\eta(L) = 1$ при $L > L_0$. Предполагая, что квантовая функция отклонения имеет вид, показанный на рис. 12, используем в выражении для ближней амплитуды разложение (9.5) для рассеяния вблизи угла радуги. Пренебрегая вкладом дальней амплитуды, получаем

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_r}{2\pi \sin \theta}} \exp\left(i\left[2\delta(L_r) - L_r\theta - \frac{\pi}{4}\right]\right) \times$$

$$\times \int_{L_0}^{\infty} dL \exp \left(i \left[(\theta_r - \theta) (L - L_r) + \frac{1}{6} \Theta'' (L_r) (L - L_r)^3 \right] \right). \quad (9.9)$$

Введем неполную функцию Эйри

$$\text{Ai}(u, v) = \frac{1}{2\pi} \int_v^{\infty} dt e^{i(ut + \frac{1}{3}t^3)}. \quad (9.10)$$

Тогда амплитуда рассеяния принимает вид

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2\pi L_r}{\sin \theta}} \left[\frac{2}{\Theta''(L_r)} \right]^{\frac{1}{3}} \exp \left(i \left[2\delta(L_r) - L_r \theta - \frac{\pi}{4} \right] \right) \text{Ai}(u, v), \quad (9.11)$$

$$u = \frac{\theta_r - \theta}{\left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{\frac{1}{3}}}, \quad v = \left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{\frac{1}{3}} (L_0 - L_r). \quad (9.12)$$

В этом случае на освещенной стороне радуги, $\theta < \theta_r$, наблюдаются осцилляции сечения, быстро затухающие при удалении от угла радуги. На темной стороне, $\theta > \theta_r$, сечение быстро и плавно убывает, причем наличие поглощения увеличивает скорость убывания [64]. Рассмотренный случай кулоновской радуги в присутствии сильного поглощения важен для рассеяния тяжелых ионов сильно поглощающими ядрами. Заметим, что картина кулоновской радуги подобна картине дифракции Френеля. Эти два термина, описывающие рассеяние тяжелых ионов, соответствуют двум различным теоретическим подходам [7]. В

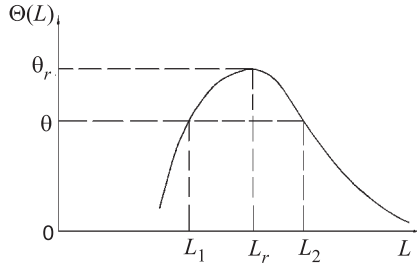


Рис. 12. Функция отклонения в случае кулоновской радуги

квазиклассическом подходе кулонов-

ская радуга обусловлена рефракцией рассеиваемых волн в случае, когда силы ядерного притяжения определенным образом сбалансированы кулоновским отталкиванием. При этом детали сечения кулоновского радужного рассеяния модифицированы наличием сильного поглощения. В дифракционной теории френелевская картина обусловлена наличием сильного поглощения и достаточно сильного кулоновского взаимодействия сталкивающихся частиц.

Для ядерных столкновений при промежуточных энергиях важную роль играет также другой случай радужного рассеяния, называемый ядерной радугой, присутствующей в дальней амплитуде. Этот эффект наблюдается в

основном при упругом рассеянии легких ядер (D , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^6\text{Li}$ и др.) на средних и тяжелых ядрах при энергиях $E \gtrsim 25 - 30$ МэВ/нуклон. В этом случае кулоновское взаимодействие относительно невелико, ядерная рефракция оказывается довольно сильной, а умеренная величина поглощения приводит к небольшой прозрачности ядер.

В соответствии с (8.17) рассматриваемое рассеяние легких ядер должно происходить в фраунгоферовском режиме. Однако экспериментально наблюдаемые сечения упругого рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ [65–67] и ${}^4\text{He}$ [30,68–70] при $E \gtrsim 25 - 30$ МэВ/нуклон обнаруживают существенные отклонения от фраунгоферовского поведения при достаточно больших углах рассеяния. В области малых углов имеется несколько фраунгоферовских осцилляций, а затем с ростом угла наблюдается постепенное заполнение минимумов, и в сечении формируется довольно широкий максимум, на который накладываются быстро затухающие фраунгоферовские осцилляции. Начиная с некоторого угла, имеет место быстрое (экспоненциальное) и плавное убывание сечения. Позднее подобное поведение сечений было обнаружено при упругом рассеянии ядер D , Li , Be , C и некоторых других. Картины рассеяния такого типа были впервые интерпретированы как проявление ядерной радуги в присутствии сильного поглощения в [69–71].

Характерная форма функции отклонения $\Theta(L)$ для рассеяния легких ядер в рассматриваемой области энергий показана на рис. 13. При больших L она принимает небольшие положительные значения, соответствующие квазиклассическим траекториям, лежащим полностью в области кулоновского отталкивания. При меньших значениях L траектории проходят через область сильного ядерного притяжения, и функция $\Theta(L)$ резко уходит в область своих отрицательных значений. При достаточно больших углах рассеяния сечение определяется в основном отрицательной ветвью $\Theta(L)$. При достаточно высоких энергиях функция отклонения имеет два экстремума: небольшой положительный максимум при $L = L_c > L_0$

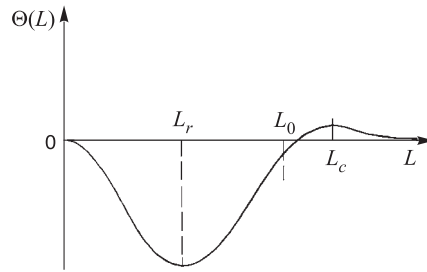


Рис. 13. Функция отклонения, содержащая точки ядерной (L_r) и кулоновской (L_c) радуги. L_0 — граничный момент области сильного поглощения

(кулоновская радуга) и глубокий отрицательный минимум при $L = L_r < L_0$, который соответствует прохождению частиц через внутреннюю область ядра (ядерная радуга). В случае рассеяния легких ионов кулоновская радуга почти не сказывается на форме дифференциального сечения, тогда как ядерная радуга существенно его изменяет описанным выше образом.

Рассмотрим качественно эффект ядерной радуги. Для этого представим амплитуду рассеяния в виде

$$f(\theta) = \frac{1}{ik\sqrt{2\pi \sin \theta}} \int_0^{\infty} dL \sqrt{L} \eta(L) \left[e^{i\Phi_+(\theta, L)} + e^{-i\Phi_-(\theta, L)} \right], \quad (9.13)$$

где функции $\Phi_{\pm}(\theta, L)$ определяются формулой (9.4). Будем рассматривать только отрицательную ветвь функции отклонения. При углах $\theta < \theta_r = |\Theta(L_r)|$ уравнение $\Theta(L) = -\theta$ для стационарных точек функции $\Phi_-(\theta, L)$ имеет два действительных решения: $L_{s1} < L_r$ и $L_{s2} > L_r$. Если стационарные точки лежат вне поверхностной области, то функция $\eta(L)$ медленно меняется вблизи этих точек. Тогда можно вынести за знак интеграла ее значения в стационарных точках L_{s1} и L_{s2} . В результате для дальней составляющей сечения получаем выражение

$$\sigma_F(\theta) = \frac{1}{k^2 \sin \theta} \left\{ \frac{L_{s1} \eta^2(L_{s1})}{|\Theta'(L_{s1})|} + \frac{L_{s2} \eta^2(L_{s2})}{|\Theta'(L_{s2})|} - 2 \sqrt{\frac{L_{s1} L_{s2}}{|\Theta'(L_{s1}) \Theta'(L_{s2})|}} \times \right. \\ \left. \times \eta(L_{s1}) \eta(L_{s2}) \sin [2(\delta(L_{s1}) - \delta(L_{s2})) + (L_{s1} - L_{s2}) \theta] \right\}. \quad (9.14)$$

Первые два слагаемых в (9.14), за исключением факторов η^2 , представляют классические вклады в сечение от траекторий, отвечающих значениям L_{s1} и L_{s2} . Третий член в (9.14) описывает интерференцию этих двух вкладов, которая отсутствует в классической механике. Поэтому квазиклассическое сечение осциллирует на освещенной стороне радуги $\theta < \theta_r$. Пучности этих осцилляций аналогичны основной и дополнительным дугам радуги в оптике. На темной стороне радуги, $\theta > \theta_r$, действительные стационарные точки отсутствуют, но имеются пары взаимно сопряженных комплексных решений $L_s = L_{sR} \pm iL_{sI}$. Топография функции $\Phi_-(\theta, L)$ в комплексной плоскости L такова, что путь наискорейшего спуска должен пролегать через точку перевала с $\text{Im } L_s > 0$, ближайшую к действительной оси. Тогда для дальней составляющей сечения в области $\theta > \theta_r$ находим

$$\sigma_F(\theta) = \frac{1}{k^2 \sin \theta} \left| \frac{L_s \eta^2(L_s)}{\Theta'(L_s)} \right| e^{-2L_{sI}\theta}. \quad (9.15)$$

На темной стороне ядерной радуги квазиклассическое сечение быстро убывает с ростом угла благодаря множителю $\exp(-2L_{sI}\theta)$. Внутри теневой области величина L_s медленно меняется с ростом θ , так что сечение убывает почти по экспоненциальному закону, что связано с малостью величины размытия ядерной поверхности [48].

При $\theta = \theta_r$ сечения (9.14), (9.15) становятся бесконечными, т.е. данное приближение перестает быть справедливым. Здесь у функции $\Phi_-(\theta, L)$ возникает стационарная точка более высокого порядка. В этом случае можно

применить приближение Эйри, которое дает

$$\sigma_F(\theta) = \frac{2\pi L_r}{k^2 \sin \theta} \left[\frac{2}{\Theta''(L_r)} \right]^{\frac{2}{3}} \eta^2(L_r) \left\{ \text{Ai} \left[\frac{\theta - \theta_r}{\left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{\frac{1}{3}}} \right] \right\}^2. \quad (9.16)$$

Формула (9.16) описывает поведение дальней составляющей сечения вблизи угла радуги θ_r . Оно конечно при всех углах и имеет максимум недалеко от угла радуги, эквивалентный сингулярности в классической механике и аналогичный основной дуге радуги в оптике. Множители η^2 в (9.14) существенно меняют картину радужного рассеяния в освещенной области $\theta < \theta_r$. Вклад внутренней траектории L_{s1} подавлен сильнее, чем вклад внешней траектории L_{s2} ($\eta(L_{s1}) < \eta(L_{s2})$). При движении в сторону малых углов рассеяния точка L_{s1} смещается в область малых L , а L_{s2} — в область больших L , где поглощение уменьшается. При достаточно малых θ преобладает вклад точки L_{s2} , и интерференция двух вкладов становится несущественной. Таким образом, поглощение приводит к затуханию радужных осцилляций с уменьшением угла рассеяния.

Если бы функция $\eta(L)$ медленно менялась при всех значениях L , то можно было бы пренебречь ближней составляющей амплитуды, а полученные выражения для дальней составляющей описывали бы качественное поведение сечения рассеяния легких ионов. Однако вдобавок к рассмотренным вкладам стационарных точек быстрое изменение $\eta(L)$ в поверхностной области порождает вклады фраунгоферовского типа (7.25) и (7.26) в ближнюю и дальнюю амплитуды. В дальней амплитуде можно отделить этот вклад от вкладов стационарных точек L_{s1} и L_{s2} , если эти точки лежат вне поверхностной области. Фраунгоферовские члены преобладают при малых углах рассеяния, где их интерференция приводит к появлению фраунгоферовских осцилляций сечения. Соотношение фраунгоферовского вклада и амплитуды радужного рассеяния определяется тем, насколько последняя подавлена наличием поглощения. Если поглощение велико, $\eta(L_s) \rightarrow 0$, то амплитуда имеет в основном фраунгоферовский характер. Однако при наличии заметной прозрачности в области малых L радужное рассеяние преобладает в определенной области углов.

Так как для ядерной радуги важны траектории, проходящие через внутреннюю область ядра, анализ таких сечений позволяет зондировать структуру этой области и получать ценную информацию о взаимодействии ядер. В частности, такой анализ полезен в оптической модели, так как он часто позволяет исключить дискретную неоднозначность потенциала [69, 70].

Эффект ядерной радуги может наблюдаться только при $\theta_r < \pi$. Так как угол радуги растет с уменьшением энергии, то существует некоторая критическая энергия E_{cr} , ниже которой ядерная радуга исчезает. При рассеянии

на действительном потенциале $U(r)$ значение E_{cr} отвечает появлению закручивания и равно [70]: $E_{cr} = [U(R) + U'(R)r/2]_{\max}$.

Рассмотренные выше простые формы S -матрицы не позволяют описать ядерную радугу. Часто используемая параметризация S -матрицы [25], содержащая точку ядерной радуги, также обычно не может описать сечения с выраженным радужным поведением. В [72–74] параметризация [25] была модифицирована путем введения модельно независимых поправок, содержащих большое число подгоночных параметров. В [75] радужные сечения анализировались на основе довольно сложной параметризации S -матрицы, подсказанной расчетами по оптической модели. В [76–78] была предложена S -матричная модель, которая содержит несколько параметров, имеющих ясный физический смысл, и позволяет описывать различные рефракционные эффекты в упругом рассеянии ядер, включая ядерную радугу:

$$S(L) = \eta(L) \exp \{2i[\delta_N(L) + \xi_c(L)]\}, \quad (9.17)$$

$$\eta(L) = \exp [\ln \varepsilon w(L, L_1, \Delta_1)], \quad 2\delta_N(L) = \delta_0 w^2(L, L_2, \Delta_2), \quad (9.18)$$

$$w(L, L_i, \Delta_i) = \text{sh}(L_i/\Delta_i) / [\text{ch}(L_i/\Delta_i) + \text{ch}(L/\Delta_i)]. \quad (9.19)$$

Фаза $\xi_c(L)$ кулоновского рассеяния на однородно заряженной сфере радиуса R_c определяется квазиклассическим выражением [76–78]:

$$\xi_c(L) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\sqrt{L_c^2 - L^2} - \frac{1}{4}p \ln \left[\frac{(aR_c^2 - p + \sqrt{L_c^2 - L^2})^2}{p^2 + L^2} \right] - n + \\ + n \ln(kR_c - n + \sqrt{L_c^2 - L^2}) + L \left[\frac{1}{2} \arctg \left(\frac{L^2 + apR_c^2}{L\sqrt{L_c^2 - L^2}} \right) + \right. \\ \left. + \arctg \left(L \frac{n\sqrt{L_c^2 - L^2} - L^2 - nkR_c}{L^2\sqrt{L_c^2 - L^2} + nL^2 + n^2kR_c} \right) + \frac{\pi}{4} \right], & L < L_c, \\ \frac{n}{2} \ln(L^2 + n^2) + L \arctg \frac{n}{L} - n, & L \geq L_c, \end{cases} \quad (9.20)$$

где $a = \sqrt{nk/R_c^3}$, $L_c = \sqrt{k^2 R_c^2 - 2nkR_c}$, $p = (3nk/R_c - k^2)/(2a)$. Параметр $\varepsilon \ll 1$ определяет прозрачность ядра в области малых моментов, δ_0 характеризует ядерную рефракцию. Параметры L_1, Δ_1 и L_2, Δ_2 определяют размеры и размытия областей сильного поглощения и ядерной рефракции. Отметим, что впервые симметризованная размытая ступенька (9.19) была предложена для описания ядерной плотности в [79, 80].

На рис. 14 представлены результаты расчетов сечений упругого радужного рассеяния на основе модели (9.17)–(9.20). Для рассеяния $\alpha^{-92}\text{Zr}$ при энергии $E = 120$ МэВ малая прозрачность ($\varepsilon = 0,011$) оказывается достаточной для проявления эффекта ядерной радуги (угол радуги $\theta_r = 72^\circ$ показан на рис. 14,а стрелкой). Особенно ясно он виден в дальней составляющей сечения, где наблюдаются два выраженных радужных максимума в области $\theta < \theta_r$.

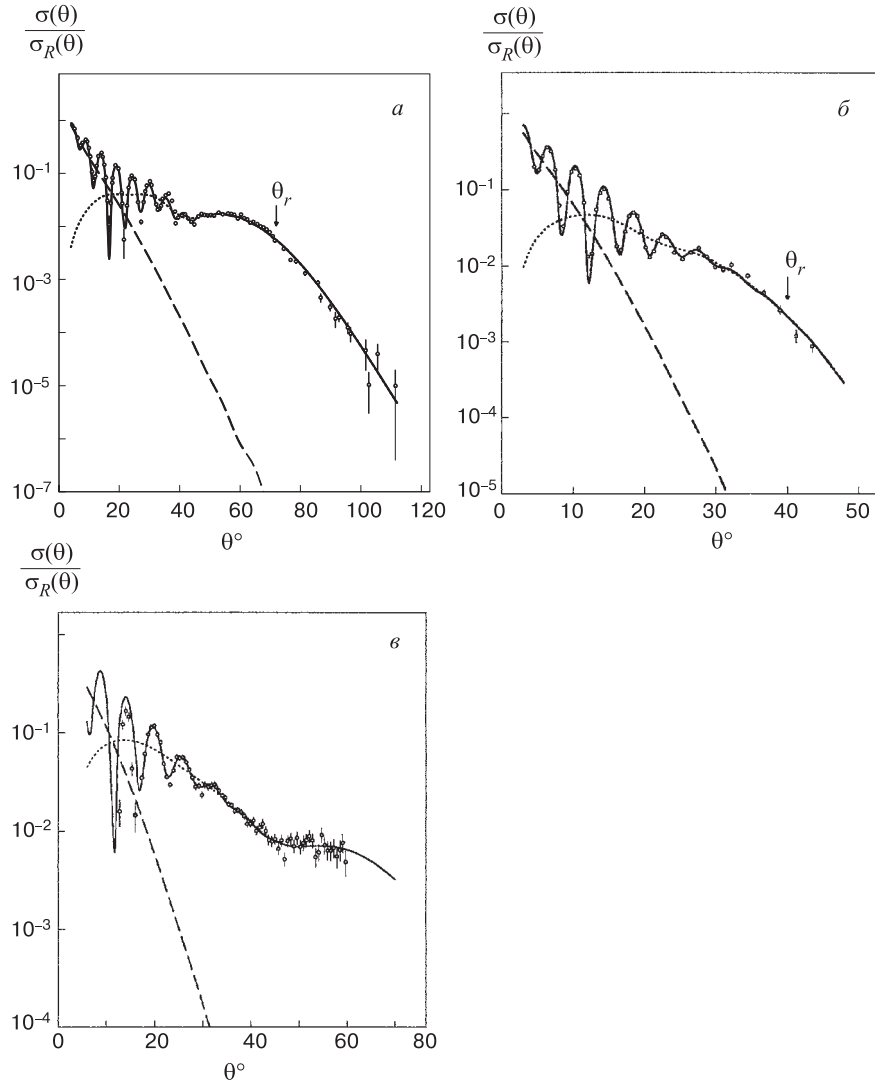


Рис. 14. Отношение сечений $\sigma(\theta)/\sigma_R(\theta)$ для упругого рассеяния: *a*) α - ^{92}Zr при энергии 120 МэВ (расчет из [77], экспериментальные данные из [81]), *б*) ^6Li - ^{40}Ca при 210 МэВ (расчет из [77], экспериментальные данные из [82]) и *в*) ^9Be - ^{16}O при 158 МэВ (расчет из [78], экспериментальные данные из [83]). Сплошные линии показывают полные сечения, а штриховые и пунктирные — их ближние и дальние составляющие, рассчитанные по процедуре Фуллера [53]

Угловое распределение при достаточно больших углах рассеяния полностью определяется дальней составляющей, быстро и плавно убывающей в области тени $\theta > \theta_r$. Ближняя составляющая экспоненциально убывает как амплитуда фраунгоферовского типа. В области малых углов имеет место быстрое пересечение ближней и дальней составляющих и наблюдаются фраунгоферовские осцилляции в довольно узком диапазоне углов.

При рассеянии ${}^6\text{Li}$ – ${}^{40}\text{Ca}$ прозрачность еще меньше ($\varepsilon = 0,0066$), и ядерная радуга выражена слабо («призрак» радуги [84]), как полка на дальней составляющей ($\theta_r = 40^\circ$). Основной чертой данного сечения является быстрое фраунгоферовское пересечение ближней и дальней составляющих.

Для более тяжелых ионов ${}^9\text{Be}$ ядерная радуга наблюдается на легких ядрах мишени, например, на ${}^{16}\text{O}$. Значение $\varepsilon = 0,003$ весьма мало, но дальняя составляющая имеет заметную радужную полку ($\theta_r = 73^\circ$) и полностью определяет поведение сечения при $\theta > 35^\circ$. Из-за большой разницы в скорости убывания ближней и дальней составляющих фраунгоферовские осцилляции затухают гораздо раньше, чем формируется радужная полка.

Радужное рассеяние также наблюдается в различных квазиупругих прямых ядерных реакциях (подробнее см. [85–87]).

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все аспекты современной дифракционной теории ядерных столкновений невозможно изложить в одном обзоре. Поэтому перечислим кратко некоторые важные вопросы дифракционного взаимодействия частиц с ядрами и радужного рассеяния, базирующиеся на изложенных выше идеях и принципах, которые также относятся к ядерной оптике.

Интересным направлением в дифракционной теории является изучение взаимодействия сложных частиц с ядрами. Впервые влияние внутренней структуры дейтронов на сечения их взаимодействия с атомными ядрами изучалось в [88–90]. В [91–93] было теоретически предсказано дифракционное расщепление дейтронов в поле ядра, впоследствии наблюдавшееся экспериментально. В [94–97] исследовалась дейтронная реакция срыва. В дальнейшем была развита дифракционная теория взаимодействия трехнуклонных ядер с тяжелыми ядрами [98–100].

Важную роль в развитии теории ядерных столкновений сыграла модель многократного дифракционного рассеяния [101, 102], обобщенная впоследствии для рассеяния сложных частиц ядрами в [103–106]. В этой модели амплитуда рассеяния нуклона или ядра ядром строится из нуклон-нуклонных амплитуд и структурных факторов ядер. На основе модели [101, 102] в [107–109] была развита альфа-частичная модель с дисперсией для ядер ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{16}\text{O}$,

в которой амплитуда рассеяния налетающей частицы ядром строилась из амплитуд рассеяния этой частицы альфа-кластерами.

Наряду с упругим рассеянием теория описывает также различные неупругие процессы и поляризационные явления, не имеющие аналогии в оптике [46, 110–119]. Таким образом, ядерная оптика богаче и разнообразнее обычной оптики, а S -матричный подход, лежащий в ее основе, позволяет проводить анализ многочисленных ядерных процессов и выяснять механизмы их протекания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Gliozzi M.** — Storia della fisica. Torino, 1965;
Льоци М. — История физики. М.: Мир, 1970.
2. **Sommerfeld A.** — Optics. New York: Academic Press, 1964.
3. **Born M., Wolf E.** — Principles of Optics. Oxford: Pergamon Press, 1968;
Борн М., Вольф Е. — Основы оптики. М.: Наука, 1973.
4. **Ахиезер А.И., Померанчук И.Я.** — Некоторые вопросы теории ядра. М.: Гос. издат. техн.-теор. лит., 1950.
5. **Satchler G.R.** — Direct Nuclear Reactions. Oxford: Clarendon Press, 1983.
6. **Ситенко А.Г.** — Теория ядерных реакций. М.: Энергоатомиздат, 1983.
7. **Brink D.M.** — Semi-Classical Methods for Nucleus-Nucleus Scattering. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
8. **Frahn W.E.** — Diffractive Processes in Nuclear Physics. Oxford: Clarendon Press, 1985.
9. **Sitenko A.G.** — Theory of Nuclear Reactions. Singapore: World Scientific, 1990.
10. **Nussenzweig H.M.** — Diffraction Effects in Semiclassical Scattering. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.
11. **Akhiezer A.I., Berezhnoy Yu.A., Pilipenko V.V.** — Nuclear Diffraction. Amsterdam: Harwood Acad. Publ., 1997.
12. **Frahn W.E.** — Riv. Nuovo Cim., 1977, v.7, p.499.
13. **Placzec G., Bethe H.A.** — Phys. Rev., 1940, v.57, p.1075A.
14. **Frahn W.E., Venter R.H.** — Ann. Phys., 1963, v.24, p.243.
15. **Venter R.H.** — Ann. Phys., 1963, v.25, p.405.
16. **Fernbach S., Serber R., Taylor T.B.** — Phys. Rev., 1949, v.75, p.1352.
17. **Инопин Е.В., Бережной Ю.А.** — Укр. физ. журн., 1962, т.7, с.343.
18. **Inopin E.V., Berezhnoy Yu.A.** — Nucl. Phys., 1965, v.63, p.689.
19. **Germond J-F. et al.** — Phys. Rev. C., 1985, v.32, p.1087.
20. **Choudhury D.C., Guo T.** — Phys. Rev. C., 1989, v.39, p.1883.
21. **Ericson T.E.O.** Preludes in Theoretical Physics. Eds. A.de-Shalit, H.Feshbach, L.Van Hove. Amsterdam: North Holland, 1965, p.321.
22. **Akhiezer A.I., Pomeranchuk I.Ya.** — Journ. of Phys. (USSR), 1945, v.9, p.471.

23. Blair J.S. — Phys. Rev., 1954, v.95, p.1218.
24. Kerlee D.D., Blair J.S., Farwell G.W. — Phys. Rev., 1957, v.107, p.1343.
25. McIntyre J.A., Wang K.H., Becker L.C. — Phys. Rev., 1959, v.117, p.1337.
26. Strutinsky V.M. — Nucl. Phys., 1965, v.68, p.221.
27. Sen-Gupta H.M., Rahman M., Khan A.H. — Austr. Journ. Phys., 1967, v.20, p.265.
28. Rahman M., Khan A.H., Sen-Gupta H.M. — Austr. Journ. Phys., 1968, v.21, p.7.
29. Бережной Ю.А., Шляхов Н.А. — Укр. физ. журн., 1976, т.21, с.192.
30. Hauser G. et al. — Nucl. Phys. A., 1969, v.128, p.81.
31. Fermi E. — Nuovo Cim., 1954, v.11, p.407.
32. Левинтов И.И. — Докл. АН СССР, 1956, т.107, с.240.
33. Заварзина В.П., Степанов А.В. — ЭЧАЯ, 1988, т.19, с.932.
34. Frahn W.E., Venter R.H. — Ann. Phys., 1964, v.27, p.135.
35. Hüfner J., de-Shalit A. — Phys. Lett., 1965, v.15, p.52.
36. Dar A., Kozlowsky B. — Phys. Lett., 1966, v.20, p.314.
37. Varma S. — Nucl. Phys. A., 1967, v.97, p.282.
38. Spencer M.B. — Nucl. Phys. A., 1967, v.102, p.545.
39. Hahne F.J.W. — Nucl. Phys. A., 1968, v.106, p.660.
40. Gubkin I.A. — Nucl. Phys. A., 1968, v.111, p.605.
41. Abul-Magd A.Y. — Nucl. Phys. A., 1969, v.129, p.331.
42. Бережной Ю.А., Шляхов Н.А. — ЯФ, 1975, т.22, с.97.
43. Glauber R.J., Osland P. — Phys. Lett., 1979, v.B80, p.401.
44. Rödberg L.S. — Nucl. Phys., 1959, v.15, p.72.
45. Ахиезер А.И., Бережной Ю.А., Хоменко Г.А., Шляхов Н.А. — ЯФ, 1979, т.30, с.354.
46. Berezhnoy Yu.A., Slipko V.A. — Int. J. Mod. Phys. E., 1998, v.7, p.723.
47. Van Oers W.T.H. et al. — Phys. Rev., 1974, v.C10, p.307.
48. Hussein M.C., McVoy K.W. — Progr. Part. Nucl. Phys., 1985, v.12, p.103.
49. Heck K., Grawert G., Mukhopadhyay D. — Nucl. Phys. A., 1985, v.437, p.226.
50. Fargoog A., Rai G., Roman S. — Nucl. Phys. A., 1987, v.469, p.313.
51. Rowley N., Marty C. — Nucl. Phys. A., 1976, v.266, p.494.
52. Инопин Е.В. — ЖЭТФ, 1965, т.48, с.1620.
53. Fuller R.C. — Phys. Rev. C., 1975, v.12, p.1561.
54. Hatchell P.J. — Phys. Rev. C., 1989, v.40, p.27.
55. Frahn W.E. — Nucl. Phys., 1966, v.75, p.577.
56. Frahn W.E. — Phys. Rev. Lett., 1971, v.26, p.568.
57. Frahn W.E. — Ann. Phys., 1972, v.72, p.524.
58. Инопин Е.В., Шебеко А.С. — ЯФ, 1970, т.11, с.140.
59. Baker S.D., McIntyre J.A. — Phys. Rev., 1967, v.161, p.1200.
60. Hiebert J.C., Garvey G.T. — Phys. Rev., 1964, v.B135, p.346.

61. **Ford K.W., Wheeler J.A.** — *Ann. Phys.*, 1959, v.7, p.259.
62. **Mott N.F., Massey H.S.W.** — *The Theory of Atomic Collisions*. Oxford: Clarendon Press, 1965.
63. **Newton R.G.** — *Scattering Theory of Waves and Particles*. New York: McGraw-Hill, 1966.
64. **Frahn W.E.** — *Wave Mechanics of Heavy Ion Collisions// Heavy-Ion, High Spin States and Nuclear Structure*. Intern. Atomic Energy Agency, Vienna, 1975, v.1, p.157.
65. **Willis N. et al.** — *Nucl. Phys. A.*, 1973, v.204, p.454.
66. **Hyakutake M. et al.** — *Nucl. Phys. A.*, 1978, v.311, p.161.
67. **Djaloeis A. et al.** — *Nucl. Phys. A.*, 1978, v.306, p.221.
68. **Brissaud I. et al.** — *Nucl. Phys. A.*, 1972, v.191, p.145.
69. **Goldberg D.A., Smith S.M.** — *Phys. Rev. Lett.*, 1972, v.29, p.500.
70. **Goldberg D.A. et al.** — *Phys. Rev. C.*, 1973, v.7, p.1938.
71. **Goldberg D.A., Smith S.M., Burdzik G.F.** — *Phys. Rev. C.*, 1974, v.10, p.1362.
72. **Cooper S.G., McEvan M.A., Mackintosh R.S.** — *Phys. Rev. C.*, 1992, v.45, p.770.
73. **Berezhnoy Yu.A., Pilipenko V.V.** — *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, 1985, v.11, p.1161.
74. **Бережной Ю.А. и др.** — *ЭЧАЯ*, 1987, т.18, с.289.
75. **Kauffmann S.K.** — *Z. Phys. A.*, 1977, v.282, p.163.
76. **Пилипенко В.В.** — *Доклады АН УССР*, 1981, No.1, с.65.
77. **Berezhnoy Yu.A., Pilipenko V.V.** — *Mod. Phys. Lett. A.*, 1995, v.10, p.2305.
78. **Berezhnoy Yu.A., Pilipenko V.V.** — *Heavy Ion Phys.*, 1996, v.3, p.249.
79. **Елдышев Ю.Н., Лукьянов В.К., Поль Ю.С.** — *ЯФ*, 1972, т.16, с.506.
80. **Burov V.V., Eldyshev Yu.N., Lukyanov V.K., Pol Yu.S.** — *JINR Preprint E4-8029*, Dubna, 1972.
81. **Put L.W., Paans A.M.J.** — *Nucl. Phys. A.*, 1977, v.291, p.93.
82. **Nadasen A. et al.** — *Phys. Rev. C.*, 1989, v.39, p.536.
83. **Fulmer C.B. et al.** — *Nucl. Phys. A.*, 1984, v.427, p.545.
84. **McVoy K.W., Satchler G.R.** — *Nucl. Phys. A.*, 1984, v.417, p.157.
85. **Demyanova A.S., Ogloblin A.A., Lyshko Yu.V. et al.** — *Phys. Rev. C*, 1988, v.38, p.1975.
86. **Demyanova A.S., Ogloblin A.A., Ershov S.N. et al.** — *Nucl. Phys. A*, 1988, v.482, p.383c.
87. **Демьянова А.С., Оглоблин А.А.** — *Известия РАН, сер. физ.*, 1996, т.60, с.6.
88. **Glauber R.J.** — *Phys. Rev.*, 1955, v.100, p.242.
89. **Ахиезер А.И., Ситенко А.Г.** — *ЖЭТФ*, 1957, т.32, с.794.
90. **Berezhnoy Yu.A., Korda V.Yu.** — *Int. J. Mod. Phys. E*, 1994, v.3, p.149.
91. **Ахиезер А.И., Ситенко А.Г.** — *Уч. зап. Харьк. ун-та*, 1955, т.64, с.9.
92. **Glauber R.J.** — *Phys. Rev.*, 1955, v.99, p.1515.
93. **Фейнберг Е.Л.** — *ЖЭТФ*, 1955, т.29, с.115.
94. **Serber R.** — *Phys. Rev.*, 1947, v.72, p.1008.
95. **Ахиезер А.И., Ситенко А.Г.** — *ЖЭТФ*, 1957, т.33, с.1040.
96. **Strutinsky V.M.** — *Phys. Lett. B.*, 1973, v.44, p.245.

97. **Berezhnoy Yu.A., Korda V.Yu.** — Nucl. Phys. A, 1993, v.556, p.453.
98. **Berezhnoy Yu.A., Korda V.Yu.** — Int. J. Mod. Phys. E, 1995, v.4, p.563.
99. **Akhiezer A.I., Soznik A.P., Berezhnoy Yu.A.** — Int. J. Mod. Phys. E, 1996, v.5, p.107.
100. **Berezhnoy Yu.A., Korda V.Yu.** — Int. J. Mod. Phys. E, 1997, v.6, p.161.
101. **Glauber R.J.** — Lectures in Theoretical Physics. Eds. W.E.Brittin, L.G. Dunham. Amsterdam: Interscience Publishers, 1959, v.1, p.315.
102. **Ситенко А.Г.** — Укр. физ. журн., 1959, т.4, с.152.
103. **Franco V.** — Phys. Rev., 1968, v.175, p.1376.
104. **Czyż W., Maximon L.C.** — Ann. Phys., 1969, v.52, p.59.
105. **Kofoed-Hansen O.** — Nuovo Cim., 1969, v.A60, p.621.
106. **Formánek J.** — Nucl. Phys. B, 1969, v.12, p.441.
107. **Berezhnoy Yu.A., Pilipenko V.V., Khomenko G.A.** — J. Phys. G: Nucl. Phys., 1984, v.10, p.63.
108. **Berezhnoy Yu.A., Mikhailiuk V.P., Pilipenko V.V.** — J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 1992, v.18, p.85.
109. **Berezhnoy Yu.A., Mikhailiuk V.P.** — Z. Phys. A: Hadrons and Nuclei, 1996, v.355, p.31.
110. **Дроздов С.И.** — ЖЭТФ, 1955, т.28, с.734.
111. **Инопин Е.В.** — ЖЭТФ, 1956, т.31, с.901.
112. **Blair J.S.** — Phys. Rev., 1959, v.115, p.928.
113. **Blair J.S.** — In: Proc. Conf. on Direct Interaction and Nuclear Reaction Mechanisms, Padua, September 3–8, 1962/Ed. E.Clemental and G.Villi. N.Y., Lond.: Gordon and Breach, 1963, p.669.
114. **Potgieter J.M., Frahn W.E.** — Phys. Lett., 1966, v.21, p.211.
115. **Austern N., Blair J.S.** — Ann. Phys., 1965, v.33, p.15.
116. **Abul-Magd A.Y.** — Phys. Lett., 1966, v.21, p.187.
117. **Бережной Ю.А., Пилипенко В.В.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1979, т.43, с.1006.
118. **Frahn W.E., Wiechers G.** — Phys. Lett. B, 1967, v.26, p.5.
119. **Frahn W.E., Wiechers G.** — Nucl. Phys. A, 1968, v.113, p.593.