УДК 539.12

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В. А. Артемьев

Научно-исследовательский институт технологии материалов,
140083, Московская обл., г. Лыткарино-3, а/я-14

В условиях квантования поперечного движения ультрахолодных нейтронов во внешних полях (гравитационное и/или магнитное поля, потенциал вещества), когда движение нейтронов вдоль нейтроновода является эффективно одномерным, сечение их упругого рассеяния $\propto v^{-2}$ и зависит от геометрических характеристик поперечного сечения нейтроновода. Вычисленное время жизни таких одномерных нейтронов в нейтроноводе относительно поглощения объемных и поверхностных фононов, а также относительно поглощения веществом может быть больше 10^2 с. Обсуждаются различия в сечениях упругого рассеяния трехмерных, двумерных и одномерных нейтронов. Приведены численные оценки.

When the energy of ultracold neutrons is quantized in external fields (gravitational and/or magnetic fields, a positive surface potential barrier), their motion becomes one-dimensional along a neutron guide. The elastic scattering cross section is $\propto v^{-2}$ and is a function of the geometric characteristics of the neutron guide cross section. The lifetime of such one-dimensional neutrons in the neutron guide relative to the absorption of volume and surface phonons and relative to the absorption by the neutron guide material was calculated to be $> 10^2$ s. The differences among the elastic scattering cross sections of one-, two- and three-dimensional neutrons are discussed. The results of calculations are presented.

Управление ядерными реакциями посредством слабых (по сравнению с ядерными силами) внешних воздействий на систему реагирующих частиц является важной проблемой, поэтому исследование возможных путей ее решения в различных энергетических диапазонах представляет научный и практический интерес. В современной литературе обсуждаются различные подходы. Так, например, в монографии В. Г. Барышевского [1] описан широкий круг физических явлений, сопровождающих взаимодействия поляризованных элементарных частиц с поляризованным веществом, указано на резкое изменение под действием света сечения резонансного взаимодействия нейтрона с ядром. Другой подход связан с понижением эффективной размерности взаимодействующих частиц. В. И. Лущиков впервые [2, 3] фактически предложил способ получения двумерных ($2D$-) ультрахолодных нейтронов (УХН), совершающих свободное эффективно двумерное движение вдоль поверхности вещества, у которых в гравитационном поле Земли квантована энергия вертикального движения. Об экспериментальном наблюдении таких $2D$-нейтронов сообщалось в работе [4]. Использование магнитного поля для получения $2D$-нейтронов обсуждалось в [5]. В работах [6, 7] указано на изменение закономерностей протекания ядерных реакций с такими ультрахолодными нейтронами, обусловленное понижением их эффективной размерности в слабых внешних полях. Величина внешнего воздействия ($\sim 10^{-12}$ эВ) на систему при этом значительно меньше характерных энергий ядерного взаимодействия ($\sim 10^7$ эВ). Был предложен способ получения эффективно одномерных ($1D$-) ультрахолодных нейтронов, совершающих свободное одномерное движение вдоль нейтроновода, у которых в гравитационном поле Земли квантована энергия поперечного движения. Качественно показано, каким образом для $1D$-нейтронов изменяются вероятности неупругих ядерных реакций (подавляется канал вылета нейтрона из составного ядра). Волновая функция $1D$-нейтрона может быть «приготовлена» варьированием двух внешних условий: величины прижимающего поля (гравитационного и/или магнитного) и геометрических характеристик поперечного сечения нейтроновода, что вызывает значительное изменение величины вероятности ядерной реакции для данного набора частиц и энергий. Причинами, обуславливающими изменение величин вероятностей ядерных реакций с нейтронами, являются специально «приготовленные» волновые функции начального и конечного состояний $1D$-нейтронов, которые отличаются от волновых функций частиц, совершающих трехмерное свободное движение.

В настоящем сообщении рассмотрены оценки времени жизни $1D$-нейтронов вблизи поверхности твердого тела относительно поглощения фононов и поглощения ядрами вещества, а также особенности упругого рассеяния $1D$-нейтронов по сравнению с двумерными и трехмерными частицами. Приведены вычисления для $1D$-нейтронов в нейтроноводе-желобке клиновидного сечения [7], в нейтроноводе — полом цилиндрическом канале с диаметром канала $\sim \lambda_{\rm lim}$ — граничная длина волны УХН [8], и в потенциале двумерного осциллятора.

1. ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ 1*D*-НЕЙТРОНА ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Оценим время жизни $1D$-нейтрона, находящегося на первом (основном) уровне E_1, относительно поглощения фононов с переходом нейтрона в непрерывный спектр и относительно поглощения нейтрона веществом стенок нейтроновода. Эти два механизма «ухода» $1D$-нейтронов являются фундаментальными, их нельзя исключить технологическими способами. Рассеяние $1D$-нейтронов на шероховатостях поверхности рассматриваться не будет, поскольку качество поверхности существенно зависит от метода ее приготовления и, кроме того, известны технологии, позволяющие изготавливать атомно-гладкие поверхности [9].

1.1. Оценка времени жизни 1*D*-нейтрона относительно поглощения фононов. Волновая функция (ВФ) начального состояния $1D$-нейтрона, находящегося на уровне E_1:

$$\Psi_i(\mathbf{r}) = \psi_1(y,z)\, L^{-1/2} \exp{(i\mathbf{kl})}, \tag{1}$$

а в конечном состоянии непрерывного спектра:

$$\Psi_f(\mathbf{r}) = V^{-1/2} \exp{(i\mathbf{pr})}. \tag{2}$$

Здесь: $\mathbf{k} = (k_x, 0, 0)$, $\mathbf{l} = (x, 0, 0)$ — одномерные векторы в направлении линии движения $1D$-нейтрона; L, V — линейный размер и объем пространства; ось x выбрана в направлении движения; $\mathbf{k}$ и $\mathbf{p}$ — волновые векторы нейтрона в начальном и конечном состояниях;

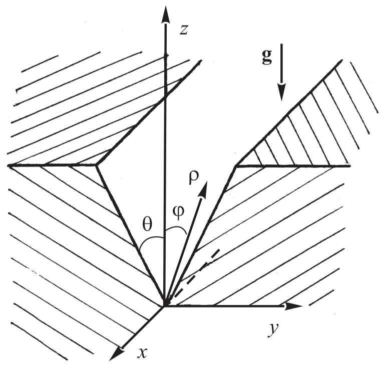

Рис. 1. Нейтроновод-желобок клиновидного сечения с углом раствора 2θ на поверхности вещества. Ультрахолодный нейтрон совершает свободное эффективно одномерное движение вдоль оси x. В плоскости yz движение нейтрона локализовано: вдоль оси z — гравитационным полем и потенциалом U_S вещества, вдоль оси y — потенциалом U_S вещества

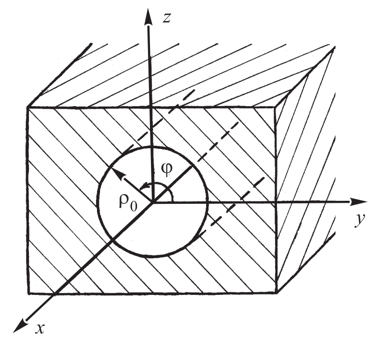

Рис. 2. Нейтроновод — прямой полый цилиндрический канал радиусом ρ_0 внутри вещества. Ультрахолодный нейтрон совершает свободное эффективно одномерное движение вдоль оси x. В плоскости yz движение нейтрона локализовано потенциалом U_S

$\psi_1(y,z)$ — локализованная в поперечной плоскости yz ВФ квантового уровня E_1 $1D$-нейтрона (см. рис. 1, 2). Потенциал взаимодействия нейтронов с веществом равен [8, 10]: $V(\mathbf{r}) = 2\pi\hbar^2 m^{-1}\Sigma_\nu f_\nu \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_\nu)$, где $\nu = (n,j)$, n — номер элементарной ячейки, j — номер атома в элементарной ячейке, f_ν — длина рассеяния нейтрона на ν-м ядре, m — масса нейтрона. Радиус-вектор ν-го ядра $\mathbf{r}_\nu = \mathbf{R}_\nu + \mathbf{u}_\nu$, где $\mathbf{u}_\nu$ — смещение ν-го ядра из положения равновесия $\mathbf{R}_\nu$ в кристаллической решетке. Ограничимся рассмотрением диамагнитных материалов, тогда переход $1D$-нейтрона из (1) в (2) при любых начальных энергиях нейтрона может происходить только при поглощении фононов. Вероятность перехода $1D$-нейтрона в непрерывный спектр [10]:

$$W = 2\pi\hbar^{-1}(2\pi\hbar^2 m^{-1})^2(2\pi\hbar L/2)^{-1}\int d^3\mathbf{p}(2\pi)^{-3}\int dt\exp(i\varepsilon t/\hbar)\Sigma_\nu\Sigma_\mu(f_\nu^{\text{ког}} f_\mu^{\text{ког}} + \\ + \delta_{\nu\mu} f_\nu^{\text{нк}} f_\mu^{\text{нк}})\psi_1(y_\nu, z_\nu)\psi_1(y_\mu, z_\mu)\exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{R}_\nu)\exp(-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{R}_\mu)\times \\ \times\langle\exp[i\boldsymbol{\kappa}\hat{\mathbf{u}}(t,\nu)]\exp[-i\boldsymbol{\kappa}\hat{\mathbf{u}}(0,\mu)]\rangle, \quad (3)$$

здесь $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{p}-\mathbf{k}$; $\hat{\mathbf{u}}(t,\nu)$ — оператор смещения ν-го ядра атома кристаллической решетки в гейзенберговском представлении. Примем следующие упрощающие предположения. Для вещества стенок нейтроновода выберем гармоническую модель, тогда для коррелятора в (3) можем записать [11]: $\langle\exp[i\boldsymbol{\kappa}\hat{\mathbf{u}}(t,\nu)]\exp[-i\boldsymbol{\kappa}\hat{\mathbf{u}}(0,\mu)]\rangle \approx \exp[\langle(\boldsymbol{\kappa}\hat{\mathbf{u}}(t,\nu))\times(\boldsymbol{\kappa}\hat{\mathbf{u}}(0,\mu))\rangle]$; здесь пренебрегли фактором Дебая–Уоллера при низких температурах T вещества, рассмотрением которых и ограничимся. Произведем фононное разложение и учтем лишь однофононные процессы. Вклад в однофононный переход в (3) дает в первую очередь некогерентное неупругое рассеяние [12]. При начальной энергии $1D$-нейтрона меньше 10^{-7} эВ и гелиевых (и выше) температурах T вещества стенок нейтроновода имеем $p \gg k$ и $\mathbf{p} \approx \boldsymbol{\kappa}$. С учетом вышесказанного для коррелятора в (3) получим приближенно $\approx p_\alpha p_\beta \langle \hat{u}_\alpha(t,\nu)\, \hat{u}_\beta(0,\mu)\rangle$, где суммирование выполняется по α, $\beta = x, y, z$. Обозначим фурье-образ коррелятора через $\langle u_\alpha(\nu) u_\beta(\mu)\rangle_\omega = \int dt\, \exp{(i\omega t)} \times \langle \hat{u}_\alpha(t,\nu) \hat{u}_\beta(0,\mu)\rangle$. Для вероятности однофононного перехода $1D$-нейтрона в непрерывный спектр после интегрирования по конечным углам вылета нейтрона получим из (3):

$$W_1^{\text{нк}} \approx 4\hbar^2(3m^2L)^{-1} \int dp\, p^4\, \Sigma_\nu |f_\nu^{\text{нк}}|^2 \psi_1^2(y_\nu, z_\nu) \langle \mathbf{u}(\nu)\, \mathbf{u}(\nu)\rangle_\omega. \tag{4}$$

В результате задача свелась к определению фурье-образа коррелятора смещений атомов вещества стенок нейтроновода. В рассматриваемых конструкциях нейтроноводов (рис. 1, 2) имеется твердое тело, ограниченное свободной поверхностью, вблизи которой УХН в начальном состоянии совершает свободное эффективно одномерное движение вдоль оси x. Колебательный спектр кристалла, ограниченного поверхностью, отличается от спектра бесконечного кристалла тем, что появляются дополнительные, локализованные вблизи поверхности колебания [13]. При низких температурах возбуждена только длинноволновая часть акустических ветвей спектра колебаний среды, которую можно рассматривать в континуальном пределе. В этом случае поверхностные колебания будут представлены только рэлеевскими волнами, экспоненциально затухающими в глубь вещества [14]. Принимая во внимание известное соотношение между фурье-образом коррелятора $\langle u_\alpha(\nu)\, u_\beta(\mu)\rangle_\omega$ и запаздывающими функциями Грина фононного поля [11], используя вычисления работы [7], напишем результат для коррелятора из (4) в случае перехода $1D$-нейтрона в непрерывный спектр с поглощением энергии $\hbar\omega$ одного поверхностного фонона:

$$\langle \mathbf{uu}\rangle_\omega = \hbar N_\omega \xi\omega (4\rho c_t^3 |F|)^{-1} [(1-\xi^2)^{1/2} + (1-\xi^2 c_t^2/c_l^2)^{1/2}]. \tag{5}$$

Здесь $N_\omega = [\exp{(\hbar\omega/T)} - 1]^{-1}$; c_t и c_l — скорости поперечного и продольного звуков в веществе; ρ — плотность вещества стенок нейтроновода; $c_R = \xi c_t$ — скорость поверхностной рэлеевской волны, значение ξ определяется коэффициентом Пуассона вещества, $0{,}874 \le \xi \le 0{,}955$ [14]; $F = 2(2-\xi^2) - 2(1-\xi^2)^{1/2}(1-\xi^2 c_t^2/c_l^2)^{1/2} - (1-\xi^2)^{-1/2}(1-\xi^2 c_t^2/c_l^2)^{1/2} - (1-\xi^2)^{1/2}(1-\xi^2 c_t^2/c_l^2)^{-1/2}$.

Подставляя (5) в (4) и учитывая, что энергия нейтрона в конечном состоянии $\hbar^2 p^2/2m \approx \hbar\omega$, после интегрирования окончательно получим выражение для величины вероятности перехода $1D$-нейтрона из локализованного состояния в непрерывный спектр с поглощением одного поверхностного фонона в результате некогерентного рассеяния:

$$W_{1(S)}^{\text{нк}} \approx 3{,}5 m^{1/2} T^{7/2} \xi n_l (\rho\hbar^3 c_t^3 |F|)^{-1} \times \\ \times [(1-\xi^2)^{1/2} + (1-\xi^2 c_t^2/c_l^2)^{1/2}] \Sigma_j |f_j^{\text{нк}}|^2 \Sigma_n \psi_1^2(y_n, z_n), \tag{6}$$

здесь температура вещества T измеряется в единицах энергии; n_l — линейная концентрация атомов вещества вдоль направления движения $1D$-нейтрона (вдоль оси x), суммирование по j проводится по атомам элементарной ячейки, а суммирование по n проводится по элементарным ячейкам в глубь вещества нейтроновода. Учитывалось, что поверхностная рэлеевская волна при характерных частотах (гелиевые температуры) проникает в вещество стенок нейтроновода на глубину $\sim T(1-\xi^2)^{1/2}/\hbar c_t\,\xi \sim 10^{-6}$ см, т. е. на порядок (и более) глубже, чем ВФ $1D$-нейтрона, проникающая в вещество на глубину $\sim \lambda_{\text{lim}}$ — граничная длина волны для УХН. Поэтому при получении (6) пренебрегли затуханием рэлеевской волны вдали от поверхности стенок нейтроновода в глубине вещества.

Аналогично работе [7] получим из (4) величину вероятности перехода $1D$-нейтрона из локализованного состояния в непрерывный спектр в результате некогерентного рассеяния с поглощением энергии $\hbar\omega$ одного объемного фонона:

$$W_{1(V)}^{\text{нк}} \approx 2\cdot 10^2 (m\Theta_D)^{1/2} n_l (T/\Theta_D)^{7/2} \Sigma_j |f_j^{\text{нк}}|^2 M_j^{-1} \Sigma_n \psi_1^2(y_n, z_n), \tag{7}$$

здесь M_j — масса ядра j-го атома элементарной ячейки.

При получении (6) и (7) предполагалось, что дебаевская температура $\Theta_D \gg T$ (например, для кремния $\Theta_D = 645\ K$ [15]). В формулы (6) и (7) для величин вероятностей перехода не входит энергия нейтрона в начальном состоянии, поэтому эти формулы справедливы при любых начальных энергиях $1D$-нейтрона, меньших $\sim 10^{-7}$ эВ.

1.2. Оценка времени жизни 1*D*-нейтрона относительно поглощения ядрами вещества. Вероятность реакции $n-\gamma$ в единицу времени для $1D$-нейтрона с веществом стенок нейтроновода есть $W_a = j\sigma_a^* n_{\text{at}}$, где j — плотность потока вероятности, σ_a^* — сечение $n-\gamma$-реакции на одном ядре, n_{at} — концентрация атомов вещества. Из (1) следует $j = (\hbar k/mL)\,\psi_1^2(y,z)$. После суммирования по всем атомам вещества получим окончательно:

$$W_a = \sigma_a(k)(\hbar k/m) n_l \Sigma_n \psi_1^2(y_n, z_n), \tag{8}$$

здесь $\sigma_a(k)$ — сечение $n-\gamma$-реакции, отнесенное к одной элементарной ячейке.

Время жизни $1D$-нейтрона в локализованном состоянии вблизи поверхности вещества стенок нейтроновода относительно поглощения поверхностного фонона и перехода в непрерывный спектр будет $\tau_S = 1/W_{1(S)}^{\text{нк}}$, относительно поглощения объемного фонона — $\tau_V = 1/W_{1(V)}^{\text{нк}}$, и относительно поглощения нейтрона веществом стенок нейтроновода — $\tau_a = 1/W_a$.

1.3. Оценка времени жизни 1*D*-нейтрона в нейтроноводе-желобке. Нейтроновод в форме желобка клиновидного сечения с углом раствора 2θ показан на рис. 1. Чтобы точно вычислить сумму $\Sigma_n \psi_1^2(y_n, z_n)$, необходимо решить уравнение Шредингера с учетом конечности величины потенциала U_S вещества стенок нейтроновода. Однако для вычисления времени жизни $1D$-нейтрона в нейтроноводе можно получить удовлетворительную оценку этой суммы, исходя из чисто геометрических соображений, аналогичных [7].

Вариационная ВФ $1D$-нейтрона для первого уровня E_1 будет (при $U_S \to \infty$):

$$\begin{aligned} \psi_1(\rho,\varphi) &= 2\beta^2(2/3\theta)^{1/2}\rho \exp(-\beta\rho)\cos(\pi\varphi/2\theta), \\ \beta &= [12\pi^2 m^2 g\theta\,\sin\theta/\hbar^2(\pi^2+2\theta^2)(\pi^2-\theta^2)]^{1/3}, \\ E_1 &= \hbar^2\beta^2/6m + \pi^2\hbar^2\beta^2/12m\theta^2 + 2mg\pi^2\sin\theta/(\pi^2-\theta^2)\theta\beta, \end{aligned} \tag{9}$$

здесь g — величина ускорения свободного падения в гравитационном поле.

С учетом экспоненциального затухания точной ВФ $1D$-нейтрона $\psi_1(y,z)$ в веществе стенок нейтроновода на глубине $\sim \lambda_{\lim}$ получим

$$\Sigma_n \psi_1^2(y_n, z_n) \approx (\lambda_{\lim}/a_l)\Sigma_n \psi_1^2(\rho_n, \varphi = \theta), \tag{10}$$

здесь a_l — постоянная решетки вещества; ρ, φ — полярные координаты в плоскости yz. Учитывая явный вид вариационной ВФ (9), получим оценку

$$\psi_1^2(\rho, \varphi = \theta) \approx (8/3\theta)\beta^4\rho^2 \exp(-2\beta\rho)[\lambda_{\lim}/(\rho \sin\theta + \lambda_{\lim})]^2. \tag{11}$$

Полагая $\theta \ll 1$, $\rho \sin\theta \gg \lambda_{\lim}$ и переходя от суммирования по n к интегрированию по ρ, получим из (10), (11):

$$\Sigma_n \psi_1^2(y_n, z_n) \approx (4/3a_l^2)(\beta\lambda_{\lim}/\theta)^3. \tag{12}$$

Принимая во внимание (12), из (6)–(8) получим для времени жизни $1D$-нейтрона в кремниевом нейтроноводе-желобке с углом раствора клина $2\theta = 10°$ при $T = 10$ К: $\tau_S = 3 \cdot 10^8$ с, $\tau_V = 6 \cdot 10^8$ с, $\tau_a = 150$ с. Для угла $\theta = 10°$ указанные времена увеличатся приблизительно в 2 раза. Таким образом, при соответствующем выборе вещества стенок нейтроновода и профиля сечения желобка время жизни $1D$-нейтрона может быть ограничено только собственным временем жизни $\tau_0 \approx 10^3$ с.

1.4. Оценка времени жизни 1*D*-нейтрона в нейтроноводе — цилиндрическом канале. Нейтроновод в форме полого прямого цилиндрического канала в массиве материала показан на рис. 2. Эффективный потенциал взаимодействия УХН с веществом стенок нейтроновода равен U_S. Для определения нижних энергетических уровней локализованного состояния $1D$-нейтрона в таком нейтроноводе хорошим является приближение, когда потенциал взаимодействия УХН со стенками нейтроновода неограничен ($U_S \to \infty$). В этом случае уровни энергии $1D$-нейтрона будут определяться уравнением $J_{|l|}(\kappa\rho_0) = 0$, где $\kappa = (2m\varepsilon)^{1/2}/\hbar$, m — масса нейтрона, ε — собственное значение энергии, $J_l(\alpha)$ — функция Бесселя. Энергетические уровни $1D$-нейтрона будут $\varepsilon_{n|l|} = \hbar^2\alpha^2_{n+1,l}(2m\rho_0^2)^{-1}$, здесь $\alpha_{k,l}$ — k-й нуль функции Бесселя $J_l(\alpha)$ в порядке возрастания $\alpha_{k,l}$. Нижние энергетические уровни $1D$-нейтрона легко находятся из данных таблиц [16]: первые три уровня имеют значения энергий $\varepsilon_{00} = 2{,}88\hbar^2/m\rho_0^2$; $\varepsilon_{01} = 7{,}33\hbar^2/m\rho_0^2$; $\varepsilon_{02} = 13{,}21\hbar^2/m\rho_0^2$. Приведем численные значения для нейтроновода из графита ($U_S = 195$ нэВ). При радиусе нейтроновода $\rho_0 = \lambda_{\lim} = 64{,}8$ нм первые три уровня энергии будут 29; 74 и 134 нэВ. При радиусе $\rho_0 = 2\lambda_{\lim}$ получим значения уровней энергии 7,3; 18,6 и 33,5 нэВ. Таким образом, принятое приближение о бесконечной величине потенциала вещества стенок нейтроновода является оправданным для нижних уровней энергии $1D$-нейтрона.

В дальнейшем нам понадобится явный вид ВФ $1D$-нейтрона в основном состоянии. Вариационным методом Ритца получим ВФ

$$\Psi(x, \rho, \varphi) = [2(2\gamma + 1)]^{1/2}\rho_0^{-1}[1 - (\rho/\rho_0)^2]^\gamma \exp(ikx)/(2\pi)^{1/2} \quad \text{при } \rho \le \rho_0, \tag{13}$$

и $\Psi(x, \rho, \varphi) \equiv 0$ при $\rho > \rho_0$; значение $\gamma = (1 + 2^{1/2})/2 \approx 1{,}207$ и $[2(2\gamma + 1)]^{1/2} \approx 2{,}613$. Для ВФ (13) энергия основного локализованного состояния будет $E_{\min} = \gamma(2\gamma + 1)(2\gamma - 1)^{-1}\hbar^2/m\rho_0^2 \approx 2{,}91\hbar^2/m\rho_0^2$, что хорошо согласуется с точным значением энергии ε_{00}.

Для вычисления τ_S, τ_V и τ_a сделаем оценку величины суммы $\Sigma_n \psi_1^2(y_n, z_n)$, используя соображения, аналогичные приведенным в п. 1.3. Учитывая явный вид ВФ (13), получаем оценку

$$\Sigma_n \psi_1^2(y_n, z_n) \approx \lambda_{\lim}(2\rho_0 + \lambda_{\lim})(2a_l\rho_0)^{-2}[\lambda_{\lim}/(\rho_0 + \lambda_{\lim})]^2. \tag{14}$$

Принимая во внимание (14), из (6)–(8) получим значения величин времени жизни $1D$-нейтрона в полом цилиндрическом нейтроноводе внутри вещества (кремний) при $T = 10$ К: для $\rho_0 = \lambda_{\lim} - \tau_S = 4 \cdot 10^4$ с, $\tau_V = 8 \cdot 10^4$ с, $\tau_a = 0{,}02$ с; для $\rho_0 = 10\lambda_{\lim} - \tau_S = 2 \cdot 10^7$ с, $\tau_V = 4 \cdot 10^7$ с, $\tau_a = 10$ с. Таким образом, при соответствующем выборе вещества стенок и размера диаметра нейтроновода время жизни $1D$-нейтрона будет ограничено только собственным временем жизни.

2. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ 1*D*-НЕЙТРОНОВ ДРУГ НА ДРУГЕ

Рассмотрим процесс упругого рассеяния двух $1D$-нейтронов с антипараллельными спинами ($\uparrow\downarrow$). Предполагаем, что энергии нейтронов достаточно малы ($\sim 10^{-10}$ эВ) и энергия их поперечного движения остается все время квантованной. В начальном (i) состоянии навстречу друг другу вдоль оси нейтроновода (рис. 1 и 2) свободно движутся $1D$-нейтроны с $1D$-импульсами P_{i1} и P_{i2}, а после рассеяния (в конечном состоянии f) расходятся $1D$-нейтроны с $1D$-импульсами P_{f1} и P_{f2}. В системе координат, описывающей относительное движение двух $1D$-нейтронов вдоль оси нейтроновода (оси x), гамильтониан взаимодействия имеет вид: $H = -(\hbar^2/m)\partial^2/\partial x^2 - (\hbar^2/2m)(\Delta_1 + \Delta_2) + F_1(y_1, z_1) + F_2(y_2, z_2) + V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$. Здесь m — масса нейтрона; $\Delta_k = \partial^2/\partial y_k^2 + \partial^2/\partial z_k^2$, $k = 1, 2$; $x = x_1 - x_2$; $V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ — потенциал взаимодействия нейтронов ($\uparrow\downarrow$); $\mathbf{r}_k = (x_k, y_k, z_k)$ — радиусы-векторы нейтронов.

Для $1D$-нейтронов в нейтроноводе-желобке (рис. 1): $F_1(y_1, z_1) + F_2(y_2, z_2) = mg(z_1 + z_2) + V_S(y_1, z_1) + V_S(y_2, z_2)$, где g — ускорение свободного падения, V_S — потенциал вещества стенок желобка ($\sim 10^{-7}$ эВ). Для $1D$-нейтронов в нейтроноводе — цилиндрическом канале (рис. 2): $F_1(y_1, z_1) + F_2(y_2, z_2) = V_S(\rho_1, \varphi_1) + V_S(\rho_2, \varphi_2)$, здесь $V_S(\rho, \varphi) = \{0$ при $\rho < \rho_0$; U_S при $\rho \geq \rho_0 | U_S \sim 10^{-7}$ эВ$\}$. Для $1D$-нейтронов, движущихся в нейтроноводе, образованном потенциалом осцилляторного типа: $F_1(y_1, z_1) + F_2(y_2, z_2) = m\omega^2(\rho_1^2 + \rho_2^2)/2$.

ВФ системы до (i) и после (f) рассеяния:

$$\begin{aligned} \Psi_i &= u(y_1, z_1)\, u(y_2, z_2)(2\pi\hbar)^{-1/2} \exp{(iP_i x/\hbar)}, \\ \Psi_f &= u(y_1, z_1)\, u(y_2, z_2)(2\pi\hbar)^{-1/2} \exp{(iP_f x/\hbar)}, \end{aligned} \tag{15}$$

здесь: $u(y_1, z_1)$ и $u(y_2, z_2)$ — локализованные ВФ первого и второго $1D$-нейтронов в поперечной плоскости нейтроновода; P_i и P_f — $1D$-импульсы относительного движения $1D$-нейтронов до и после взаимодействия, $P_i = (P_{i1} - P_{i2})/2$, $P_f = (P_{f1} - P_{f2})/2$.

Для описания процесса рассеяния УХН в присутствии внешнего поля необходимо использовать уравнения Фаддеева. Если ограничиться случаем, когда $1D$-нейтроны находятся на первом квантовом уровне и невозможен переход на более высокие уровни энергии, то, как было показано в [7] на основе решения уравнений Фаддеева, для вычисления сечения рассеяния можно использовать борновское приближение, описывая взаимодействие УХН псевдопотенциалом Ферми $V_F(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = 4\pi\alpha\hbar^2 m^{-1}\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$, где $\alpha \approx -18{,}5$ фм — длина $n-n$-рассеяния [17]. Относительная погрешность такого решения по сравнению с точным решением уравнений Фаддеева для $1D$-нейтронов в нейтроноводе-желобке будет $\sim \alpha\beta \sim 10^{-10}$, где $\beta^{-1} \sim 10^{-4}$ м — характерная длина для локализованной ВФ нейтрона в поперечной плоскости нейтроновода [7], и для $1D$-нейтронов в нейтроноводе — цилиндрическом канале относительная погрешность будет $\sim \alpha/\rho_0 < \alpha/\lambda_{\lim} \sim 10^{-7}$.

Вероятность рассеяния $1D$-нейтронов ($\uparrow\downarrow$) есть $dw_{fi} = (2\pi/\hbar)|V_{fi}|^2\delta(E_f - E_i)dP_f$, где $V_{fi} = \int \Psi_f^* V_F(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\Psi_i\, dx\, dy_1\, dy_2\, dz_1\, dz_2$; E_i и E_f — энергия системы до и после рассеяния.

Для определения сечения рассеяния $d\sigma$ необходимо вероятность dw_{fi} поделить на плотность потока J сталкивающихся частиц. Для $1D$-движения $d\sigma$ является безразмерной величиной, в отличие от случаев $3D$- и $2D$-движения, когда сечения имеют размерности площади и длины соответственно. При $1D$-движении распределение нейтронов в поперечной плоскости нейтроновода полностью определено локализованными ВФ $u(y_1, z_1)$ и $u(y_2, z_2)$. В потоке $1D$-нейтронов на одном квантовом уровне не может находиться более одной частицы с одинаковыми квантовыми числами. Поэтому количество $1D$-нейтронов, прошедших в единицу времени вдоль нейтроновода, и будет определять плотность потока нейтронов, т. е. $J = v_i/2\pi\hbar$, где $v_i = 2P_i/m$ — относительная скорость $1D$-нейтронов до столкновения. Сечение рассеяния $1D$-нейтронов будет $d\sigma = dw_{fi}/J = 4\pi^2 v_i^{-1}|V_{fi}|^2\delta(E_f - E_i)\, dP_f$. Проводя интегрирование по конечным импульсам и учитывая тождественность частиц, получим выражение для сечения упругого рассеяния $1D$-нейтронов

$$\sigma_{1D} = 16\pi^2 v^{-2}|V_{fi}|^2_{E_i=E_f}. \tag{16}$$

2.1. Упругое рассеяние 1*D*-нейтронов в нейтроноводе-желобке. Для вычисления сечения упругого рассеяния $1D$-нейтронов, находящихся в нейтроноводе-желобке (рис. 1), в качестве локализованных ВФ начального и конечного состояний используем вариационную ВФ (9). Тогда, принимая во внимание ВФ (15), получим после вычисления V_{fi}

$$\sigma_{1D} = (5\pi\alpha\hbar\beta^2/4m\theta)^2 v^{-2}. \tag{17}$$

Сделаем численные оценки, используя данные [7]. Для $\theta = 5°$: $\beta^{-1} = 3{,}4\cdot 10^{-5}$ м и энергии первых двух квантовых уровней: $E_1 = 1{,}1\cdot 10^{-11}$ эВ, $E_2 = 1{,}7\cdot 10^{-11}$ эВ. Для $\theta = 0{,}1°$: $\beta^{-1} = 4{,}6\cdot 10^{-4}$ м и энергии первых двух квантовых уровней: $E_1 = 1{,}5\cdot 10^{-10}$ эВ, $E_2 = 2{,}3\cdot 10^{-10}$ эВ. Рассматриваем $1D$-движение УХН вдоль нейтроновода с относительной кинетической энергией $\varepsilon = 0{,}5\cdot 10^{-11}$ эВ, что соответствует относительной скорости $v = 2(\varepsilon/m)^{1/2} = 4{,}2$ см/с. После вычислений получаем из (17) для $\theta = 5°$: $\sigma_{1D} = 1{,}1\cdot 10^{-18}$, а для $\theta = 0{,}1°$: $\sigma_{1D} = 8{,}5\cdot 10^{-20}$.

2.2. Упругое рассеяние 1*D*-нейтронов в нейтроноводе — цилиндрическом канале. Для вычисления сечения упругого рассеяния $1D$-нейтронов, находящихся на первом энергетическом уровне в нейтроноводе — цилиндрическом канале (рис. 2), в качестве локализованных ВФ начального и конечного состояний используем вариационную ВФ из (13). После вычисления V_{fi} с ВФ (15), получим ($\gamma = 1{,}207$):

$$\sigma_{1D} = [8\alpha\hbar(2\gamma+1)^2/m\rho_0^2(4\gamma+1)]^2 v^{-2}. \tag{18}$$

Сделаем численные оценки. Материал нейтроновода — кремний. Рассматриваем $1D$-движение УХН вдоль нейтроновода с относительной кинетической энергией $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-11}$ эВ. Для значения $\rho_0 = \lambda_{\rm lim} = 79$ нм энергии первых двух квантовых уровней $E_1 = 2{,}88\hbar^2/m\rho_0^2 = 19$ нэВ, $E_2 = 7{,}33\hbar^2/m\rho_0^2 = 49$ нэВ и $\sigma_{1D} = 5{,}1 \cdot 10^{-9}$. Для значения $\rho_0 = 10\lambda_{\rm lim} = 790$ нм энергии первых двух квантовых уровней $E_1 = 0{,}19$ нэВ, $E_2 = 0{,}49$ нэВ и $\sigma_{1D} = 5{,}1 \cdot 10^{-13}$.

2.3. Упругое рассеяние $1D$-нейтронов в потенциале осциллятора. Вычислим сечение упругого рассеяния $1D$-нейтронов, движущихся в нейтроноводе вдоль оси x, стенки которого представляют собой потенциал осцилляторного типа (в поперечном сечении нейтроновода): $V = m\omega^2\rho^2/2$, $\rho^2 = y^2 + z^2$. Энергия основного (локализованного) состояния будет $E_0 = \hbar\omega$, а локализованная ВФ — $u(y,z) = u(\rho,\varphi) = (\lambda/\pi)^{1/2} \exp(-\lambda\rho^2/2)$, где $\lambda = m\omega/\hbar$. Борновское приближение даст решение с относительной точностью $\sim \alpha\lambda^{1/2}$ по сравнению с точным решением уравнений Фаддеева для рассеяния $1D$-нейтронов на нижнем уровне энергии в случае, когда отсутствуют переходы нейтронов между уровнями энергии осциллятора, т. е. когда энергия относительного движения $1D$-нейтронов вдоль оси x меньше $\hbar\omega$. С учетом ВФ (15) вычисляем V_{fi} и из (16) получаем

$$\sigma_{1D} = (4\alpha\hbar\lambda/m)^2 v^{-2}. \tag{19}$$

2.4. Обсуждение результатов. Полученные формулы (16)–(19) для сечения упругого рассеяния $1D$-нейтронов ($\uparrow\downarrow$) позволяют сделать следующие выводы.

Во-первых, при энергиях УХН, когда является существенным квантование их поперечного движения в нейтроноводе и движение нейтронов становится эффективно одномерным, сечение упругого рассеяния возрастает $\propto v^{-2}$ с уменьшением относительной скорости v, в отличие от случая более высокой энергии нейтронов, когда влиянием гравитационного поля и потенциала вещества можно пренебречь ($\sigma = \mathrm{const}$), или случая $2D$-движения нейтронов на плоскости ($\sigma \propto v^{-1}$).

Во-вторых, сечение упругого рассеяния $1D$-нейтронов зависит от геометрических характеристик нейтроновода: от геометрии его профиля, от величины прижимающего поля (гравитационного и/или магнитного). Если обозначить через S величину эффективной площади локализациии ВФ $1D$-нейтрона в поперечном сечении нейтроновода, то $\sigma_{1D} \propto S^{-2}$. Эту зависимость можно объяснить следующим образом. Вероятность обнаружить один нейтрон в какой-либо точке поперечного сечения нейтроновода $\propto S^{-1}$, и для другого нейтрона вероятность также $\propto S^{-1}$. Поэтому вероятность двум нейтронам «встретиться» и провзаимодействовать между собой $\propto S^{-2}$. Аналогично, если обозначить через L величину характерной длины локализации ВФ $2D$-нейтрона над поверхностью в гравитационном (и/или магнитном) поле, то сечение упругого рассеяния $2D$-нейтронов будет $\sigma_{2D} \propto L^{-2}$ [7].

В заключение суммируем результаты.

Сечение упругого рассеяния нейтронов ($\uparrow\downarrow$) имеет следующие сравнительные закономерности:

1. Свободное трехмерное движение нейтронов: $\sigma_{3D} = \mathrm{const}$, $[\sigma_{3D}] = \text{м}^2$.

2. Свободное эффективно двумерное движение нейтронов вдоль поверхности вещества: $\sigma_{2D} \propto v^{-1}L^{-2}$, $[\sigma_{2D}] = \text{м}$.

3. Свободное эффективно одномерное движение нейтронов вдоль оси нейтроновода: $\sigma_{1D} \propto v^{-2}S^{-2}$, $[\sigma_{1D}] = 1$.

Посредством выбора материала стенок и геометрических характеристик нейтроновода время жизни УХН в нейтроноводе может определяться только собственным временем жизни нейтрона.

Благодарю В. И. Лущикова за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Барышевский В. Г.* Ядерная оптика поляризованных сред. М.: Энергоатомиздат, Москва, 1995.
2. *Luschikov V. I.* // Proc. of Intern. Conf. on the Interactions of Neutrons with Nuclei, Lowell, USA, July 6–9, 1976. V. 1. P. 117–142; ERDA, CONF-760715-P1. 1976.
3. *Luschikov V. I.* // Physics Today. 1977, June. P. 42–51.
4. *Nesvizhevsky V. V. et al.* // Nucl. Instr. Meth. A. 2000. V. 440. P. 754.
5. *Лущиков В. И., Франк А. И.* // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 607.
6. *Артемьев В. А.* // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 52. С. 840.
7. *Артемьев В. А.* // ЯФ. 1991. Т. 53. С. 20.
8. *Игнатович В. К.* Физика ультрахолодных нейтронов. М.: Наука, 1986.
9. *Силин А. П.* // УФН. 1985. Т. 147. С. 485.
10. *Гуревич И. И., Тарасов Л. В.* Физика нейтронов низких энергий. М.: Наука, 1965.
11. *Бетгер Х.* Принципы динамической теории решетки. М.: Мир, 1986;
    Böttger H. Principles of the Theory of Lattice Dynamics. Berlin: Academie-Verlag, 1983.
12. *Каган Ю.* // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 11. С. 235.
13. *Маделунг О.* Физика твердого тела. Локализованные состояния. М.: Наука, 1985;
    Madelung O. Introduction to Solid-State Theory. Berlin; Heidelberg; N. Y.: Springer-Verlag, 1978.
14. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости. М.: Наука, 1987.
15. *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978;
    Kittel C. Introduction to Solid State Physics. 4th ed. N. Y.; London; Sydney; Toronto: John Wiley and Sons, Inc.
16. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979;
    Handbook of Mathematical Functions / Ed. by M. Abramowitz, I. Stegun. National Bureau of Standards, 1964.
17. *Александров Ю. А.* Фундаментальные свойства нейтрона. М.: Энергоатомиздат, 1992.

Получено 19 апреля 2002 г.