

УДК 539.173

МНОГОМЕРНЫЙ СТОХАСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ДИНАМИКЕ ДЕЛЕНИЯ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР

Г. Д. Адеев¹, А. В. Карпов², П. Н. Надточий¹, Д. В. Ванин²

¹Омский государственный университет, Омск

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	733
МОДЕЛЬ	736
МАССОВО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ	763
МНОЖЕСТВЕННОСТИ НЕЙТРОНОВ И ВРЕМЕНА ДЕЛЕНИЯ	774
ЗАРЯДОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ	788
УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ	801
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	811
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	814

УДК 539.173

МНОГОМЕРНЫЙ СТОХАСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ДИНАМИКЕ ДЕЛЕНИЯ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР

Г. Д. Адеев¹, А. В. Карпов², П. Н. Надточий¹, Д. В. Ванин²

¹Омский государственный университет, Омск

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждаются результаты расчетов массово-энергетического, зарядового и углового распределений осколков деления возбужденных ядер, полученные в течение последних пяти лет. Расчеты выполнены в рамках стохастического подхода к динамике деления, основанного на многомерном уравнении Ланжевена, и проведены в широком интервале параметров делимости и энергий возбуждения составных ядер. Для расчета потенциальной энергии и параметра плотности уровней использовалась согласованным способом температурно-зависимая модель жидкой капли, учитывающая конечность радиуса действия ядерных сил и диффузность поверхности ядра. Для описания диссипации коллективного движения использовался модифицированный однотельный механизм вязкости с коэффициентом редукции для формулы «стены». Испарение легких предразрывных частиц учитывалось на основе статистической модели, объединенной с ланжевенской динамикой. Проведенные расчеты в многомерной ланжевенской динамике хорошо воспроизводят все характеристики экспериментально наблюдаемых распределений осколков деления и множественности предделительных нейтронов в зависимости от параметров составного ядра. Для одновременного воспроизведения массово-энергетического распределения осколков деления и множественности предделительных нейтронов коэффициент редукции должен быть уменьшен по крайней мере в два раза по сравнению с полной однотельной вязкостью. В обзоре обсуждаются задачи, решение которых необходимо для дальнейшего развития многомерного стохастического подхода к динамике деления.

The results of calculations of mass-energy, charge and angular fission fragments distributions from excited compound nuclei in the wide range of the fissility parameter and excitation energy are reviewed. The review covers recent developments and achievements of multidimensional stochastic approach to fission dynamics that were made during the last five years. The calculations are carried out mainly within the stochastic approach based on three-dimensional Langevin equations. Evaporation of prescission light particles along Langevin trajectories from the ground state of compound nucleus to scission has been taken into account using a statistical model. The temperature-dependent finite-range liquid-drop model is used in a consistent way to calculate the potential energy and level-density parameter of fissioning nucleus. The modified one-body mechanism for nuclear dissipation with reduction coefficient of the contribution from «wall» formula has been employed to calculate the friction tensor. The comparison of obtained results and experimental data shows that not only characteristics of mass-energy distribution, but also the mass and kinetic-energy dependence of prescission and postscission neutron multiplicities, the angular anisotropy and fission probability can be reproduced using surface-plus-window dissipation with the reduction coefficient from a wall formula $k_s = 0.25-0.5$. The problems which should be solved for further development of the multidimensional stochastic approach to fission dynamics are discussed.

*Посвящается памяти
Петра Алексеевича Черданцева*

ВВЕДЕНИЕ

Стохастические методы традиционно широко используются в естественных науках: физике, химии, астрономии, биологии, в технических приложениях радиофизики и квантовой оптики [1]. Интерес к случайным флуктуациям и описывающим их стохастическим методам чрезвычайно возрос в последние два десятилетия. Это нашло свое отражение в последних монографиях, посвященных данным проблемам [2–4], а также в обширной библиографии, приведенной в этих монографиях.

Начиная с середины 1980-х гг. — времени открытия ядерных реакций глубоконеупругих передач [5] — стохастические методы широко используются и в ядерной физике. Следует отметить, что использование стохастических уравнений в ядерной физике берет свое начало с классической работы Крамерса [6]. В своем подходе, названном диффузионной моделью, Крамерс предложил описывать процесс деления ядер с помощью небольшого числа степеней свободы, которые взаимодействуют с «термостатом», образованным всеми остальными — одночастичными — степенями свободы. Тогда динамика коллективных переменных становится похожа на динамику броуновской частицы, так как в одном акте взаимодействия с одночастичной подсистемой энергия коллективной подсистемы изменяется на относительно малую величину. Адекватным динамическим уравнением в такой физической модели является уравнение Фоккера–Планка (УФП) для функции распределения коллективных координат и сопряженных им импульсов или физически эквивалентные ему уравнения Ланжевена.

Используя эту аналогию динамики деления ядра с движением броуновских частиц, Крамерс вычислил скорость диффузии броуновских частиц, первоначально находившихся в потенциальной яме, через потенциальный барьер, разделяющий начальное и конечное состояния системы. В своем подходе Крамерс уточнил полученную годом раньше формулу Бора и Уилера [7] для делительной ширины. Уточняющий крамерсовский фактор учитывает влияние ядерной вязкости на скорость деления (делительную ширину). Интересно заметить, что, хотя проблеме вычисления скорости барьерных реакций посвящено множество работ (см., например, обзоры [8, 9]), эта задача остается до сих пор не решенной для общего случая, учитывающего многомерность задачи, сложный рельеф поверхности потенциальной энергии и деформационную зависимость транспортных коэффициентов УФП и уравнений Ланжевена. Это относится и к проблеме расчета делительной ширины вынужденного деления, которая в настоящее время является одной из открытых задач (см. подробнее п. 1.6).

Стохастический подход, основанный на УФП, успешно применялся для решения многих задач коллективной ядерной динамики: теории глубоконепругих передач [10], вынужденного деления [11–13], описания множественности предразрывных нейтронов [14]. В последнее время предпочтение, тем не менее, отдается альтернативному использованию уравнений Ланжевена, поскольку точное решение УФП возможно лишь для ограниченного числа модельных случаев малой размерности [11], а в общем случае требует использования различных приближений. В то же время уравнения Ланжевена могут быть решены на основе численных методов без привлечения дополнительных упрощений и для многомерного случая. Однако и при использовании уравнений Ланжевена на нынешнем этапе развития вычислительной техники возникают серьезные трудности. Для описания большого числа экспериментально наблюдаемых характеристик процесса деления необходимо введение как можно большего числа коллективных координат. Введение же каждой новой координаты значительно увеличивает объем вычислений. Поэтому естественно, что первыми были проведены одномерные, а затем и двухмерные ланжевенновские расчеты. Одномерные расчеты позволяют вычислить вероятность деления и множественности испаряющихся предразрывных частиц. Двухмерные модели, кроме того, дают возможность рассчитать либо массовое распределение осколков, соответствующее наиболее вероятной кинетической энергии осколков, либо энергетическое распределение, соответствующее заданному отношению масс осколков.

Экспериментально наблюдаемое двухмерное массово-энергетическое распределение невозможно получить в рамках одно- и двухмерных ланжевенновских расчетов. Для этого необходимы, как минимум, три коллективные координаты. Для одновременного описания еще и зарядового распределения неизбежно требуется введение четвертой коллективной координаты, определяющей разделение заряда между осколками.

Лишь в 1995 г. были опубликованы результаты первых оценочных трехмерных расчетов параметров распределения осколков деления по кинетической энергии и средней множественности предразрывных нейтронов [15]. Только начиная с 2000–2001 гг. в литературе регулярно появляются публикации результатов систематических четырехмерных [16] и трехмерных [17–24] ланжевенновских расчетов.

К настоящему времени теоретические положения стохастического подхода к коллективной ядерной динамике, основанного на уравнениях Ланжевена, а также результаты одномерных и двухмерных расчетов достаточно полно изложены в опубликованных обзорах Абе и соавторов [25], Фребриха и Гончара [26, 27], а также в книге [28]. Поэтому в настоящем обзоре мы не будем практически касаться основ стохастического подхода, а сосредоточим внимание на освещении и обсуждении наиболее важных результатов, полученных в многомерном стохастическом подходе за последние пять лет.

Особое внимание уделим специфическим проблемам и сложностям, обусловленным многомерностью развитого и использованного в расчетах подхода.

Стохастический подход к описанию коллективного ядерного движения большой амплитуды является динамическим подходом, поэтому модель, реализующая его для расчетов экспериментально наблюдаемых величин, при своем развитии неизбежно имеет следующие этапы [29]: выбор параметризации формы ядра и коллективных координат, которые рассматриваются как классические обобщенные координаты, удовлетворяющие стохастическому уравнению движения Фоккера–Планка или физически эквивалентным ему уравнениям Ланжевена. Введенные феноменологически уравнения движения полностью конкретизируются своими транспортными коэффициентами: консервативной силой, инерционным, трением и диффузионным тензорами.

Интегрирование уравнений движения при ланжевенском описании определяет стохастическую траекторию делящейся системы в пространстве коллективных координат. Вдоль каждой ланжевенской траектории необходимо рассмотреть испарение легких частиц (нейтронов, гамма-квантов, легких заряженных частиц). Статистическая модель испарения частиц, таким образом, должна быть объединена с динамикой, т. е. с интегрированием уравнения движения. Конечно, при рассмотрении эволюции делящейся системы, как и при решении любой динамической задачи, должны быть заданы начальные и завершающие эволюцию системы условия.

Построение коллективной ядерной динамики в рамках микроскопического подхода [30, 31] вряд ли технически реализуемо в полном объеме в настоящее время. Современную ситуацию в определенном смысле можно проиллюстрировать результатами работ [21, 31, 208]. В [31] представлены результаты расчетов транспортных коэффициентов стохастических уравнений, выполненных в рамках теории линейного отклика [30]. Однако расчеты проведены лишь для одной делительной координаты вдоль «пути деления», выбранного по дну долины деления модели жидкой капли (МЖК). Решение динамических уравнений с полученными транспортными коэффициентами проведено не было, лишь сделано сравнение с результатами макроскопических моделей и продемонстрирована зависимость транспортных коэффициентов от деформации и температуры. Ясно, что с таким объемом информации о транспортных коэффициентах не могло быть и речи о полном решении динамической задачи.

В [208] приведены результаты динамических микроскопических расчетов массово-энергетического распределения осколков деления при низкоэнергетическом делении ^{238}U . Но и в этой работе было принято ограничение такими возмущениями, при которых коллективное движение является адиабатическим, когда связью его с одночастичным движением нуклонов (т. е. диссипацией) можно пренебречь.

В [21] предприняты первые попытки распространить стохастический подход, основанный на многомерных уравнениях Ланжевена, на случай низкоэнергетического деления. В этих работах потенциальная энергия деформации рассчитывалась в рамках метода оболочечной поправки Струтинского, а транспортные коэффициенты определялись с использованием макроскопических подходов. Вряд ли такое решение динамической задачи можно считать полностью последовательным. Тем не менее проведенные в [21] расчеты оказались успешными, поскольку распространение стохастического подхода на этот диапазон энергий позволило объяснить наблюдающуюся мультимодальность деления при низких энергиях возбуждения. Суммируя результаты работ [21, 31, 208], можно заметить, что, по-видимому, решение динамической задачи в рамках микроскопического подхода в полном объеме будет являться делом ближайшего будущего.

В соответствии со сказанным выше структура обзора следующая.

В разд. 1 описана модель, с помощью которой получены все основные результаты в рамках трехмерных ланжевенских расчетов, проведенных, в основном, в нашей группе. В разд. 2 представлены и проанализированы результаты расчетов двумерного массово-энергетического, а также одномерных массового и энергетического распределений осколков деления в зависимости от параметра делимости и энергии возбуждения составного ядра. В разд. 3 представлены и проанализированы результаты расчетов средней множественности предразрывных нейтронов деления и времен деления. Обсуждаются также зависимости множественности предразрывных нейтронов от массы и кинетической энергии осколков. В разд. 4 и 5 представлены результаты зарядового и углового распределения осколков деления в рамках трехмерного ланжевенского подхода. В заключении сделаны основные выводы и обсуждены перспективы будущего применения многомерного стохастического подхода для описания динамики реакций слияния-деления ядер.

Настоящая работа является продолжением исследований характеристик деления возбужденных ядер в рамках стохастического подхода, этапы которых были опубликованы в обзорах [13, 32].

1. МОДЕЛЬ

1.1. Параметризация формы и коллективные координаты. При изучении реакции деления обычно ограничиваются случаем аксиально-симметричных форм. В этом случае форма ядра может быть описана в цилиндрических координатах профильной функцией $\rho_s(z)$, вращение которой вокруг оси симметрии задает поверхность ядра. Наиболее часто используемыми параметризациями являются: $\{c, h, \alpha\}$ -параметризация [33], параметризация Тренталенджа [34], параметризация овалоидами Кассини [35–37], двухцентровая параметризация [38, 39].

Использование конкретной параметризации формы ядра тесно связано с проблемой выбора коллективных координат. Все возможные коллективные координаты можно условно разделить на координаты, задающие форму ядра, и координаты, описывающие другие коллективные степени свободы ядра, не связанные с изменением формы. Для адекватного описания процесса деления ядра необходимо, чтобы выбранная параметризация содержала, как минимум, три параметра и позволяла ввести следующие координаты формы: удлинение ядра; координату, определяющую эволюцию шейки в форме ядра, и координату зеркальной асимметрии. Такой минимальный набор коллективных координат дает возможность рассчитывать двумерные массово-энергетические распределения (МЭР) осколков деления. Среди коллективных координат, не являющихся координатами формы ядра, можно назвать, например, координату зарядовой асимметрии, задающую распределение заряда между формирующимися осколками.

Удачный выбор коллективных координат определяет удобство проведения динамических расчетов, а зачастую и точность получаемых результатов. Далее речь пойдет о введении коллективных координат формы на примере использования хорошо известной $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации [33]. В работах [33, 40] было показано, что в рамках $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации удастся с хорошей точностью воспроизвести характеристики седловых конфигураций ядра, полученных на основе вариационных расчетов [41, 42] в модели жидкой капли с резким краем поверхности ядра.

В этой параметризации были выполнены статические расчеты в методе оболочечной поправки Струтинского [33], динамические расчеты МЭР в диффузионной модели [13, 43], а также проведено большое количество расчетов различных характеристик деления в ланжевеновском подходе [18, 19, 44–48]. Она задает трехпараметрическое семейство форм и является достаточно удобной для проведения трехмерных ланжевеновских расчетов. Параметр c описывает удлинение ядра (длина ядра в единицах радиуса начальной сферы R_0 равна $2c$), параметр h определяет изменение толщины шейки при заданном удлинении, координата α задает отношение масс будущих осколков. Уравнение поверхности ядра в выбранной нами параметризации формы представляется в виде

$$\rho_s^2(z) = \begin{cases} (c^2 - z^2) (A_s + Bz^2/c^2 + \alpha z/c), & \text{если } B \geq 0; \\ (c^2 - z^2) (A_s + \alpha z/c) \exp(Bcz^2), & \text{если } B < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где ρ_s — полярный радиус; z — координата вдоль оси симметрии ядра. Величина B выражается через параметры формы ядра (c, h, α) [33] следующим образом:

$$B = 2h + \frac{c-1}{2}. \quad (2)$$

Параметр A_s определяется из условия сохранения объема ядра и для сплошных форм ядра имеет вид

$$A_s = \begin{cases} c^{-3} - B/5, & \text{если } B \geq 0; \\ -\frac{4}{3} \frac{B}{\exp(Bc^3) + \left(1 + \frac{1}{2Bc^3}\right) \sqrt{-\pi Bc^3} \operatorname{erf}(\sqrt{-Bc^3})}, & \text{если } B < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Форма ядра в $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации заключена в пределах от $z_{\min} = -c$ до $z_{\max} = c$. Если в этих пределах функция $\rho_s^2(z)$ обращается в нуль только при $z = \pm c$, то это сплошные формы ядра. Если на отрезке $[z_{\min}, z_{\max}]$ появляются еще два корня, то такие формы интерпретируются как разрывные. Остальные случаи (с нечетным числом корней в пределах $[z_{\min}, z_{\max}]$) не могут считаться формами ядра и часто называются «запрещенными» или «нефизическими» формами (более детальное обсуждение таких форм см. в работе [49]).

Введем также понятие шейки. Координата шейки z_N — значение координаты z , при которой функция $\rho_s^2(z)$ достигает минимума. Координата шейки определяется из условия

$$\frac{\partial \rho_s^2(z)}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

которое приводит к алгебраическому уравнению. При наличии у этого уравнения трех вещественных корней, лежащих в пределах $[z_{\min}, z_{\max}]$, один из них (минимум) является координатой шейки z_N , а два других (максимумы) — координатами самых толстых мест в форме составного ядра. Эти максимумы определяют образующиеся осколки.

При выборе коллективных координат формы следует учитывать следующие условия.

1) Коллективные координаты являются функциями параметров формы ядра. Поэтому чем проще будет вид этих функций, тем удобнее будет использование тех или иных координат. Под простотой понимается также возможность найти в аналитическом виде обратные функции зависимости параметров формы от коллективных координат.

2) Сетка, на которой проводятся динамические расчеты, должна содержать как можно большее многообразие форм ядра, даваемых выбранной параметризацией, и не содержать «запрещенных» форм. Кроме того, если изучается процесс деления ядра от момента слияния и до разрыва шейки, то желательно исключить не рассматриваемые разрывные формы ядра.

3) Выбор коллективных координат тесно связан с граничными условиями на краях сетки. В литературе обсуждается только одно граничное условие — условие разрыва. Однако при неудачном выборе коллективных координат или

пределов их изменения на сетке броуновская частица может «ударяться» о границы, что эквивалентно введению физически не обоснованных бесконечных сил, ограничивающих эволюцию ядра. Для того чтобы этого не происходило, границы сетки должны быть «недоступны» либо за счет больших значений потенциальной энергии (по сравнению с полной энергией возбуждения ядра), либо за счет поведения инерционных и фрикционных коэффициентов.

Чаще всего используются два способа выбора коллективных координат.

1. Физические величины, характеризующие форму ядра, такие как расстояние между центрами масс осколков R (координата удлинения); толщина шейки r_N ; отношение разности масс формирующихся осколков ко всей массе ядра (координата массовой асимметрии)

$$\eta_A = \frac{A_R - A_L}{A_R + A_L} = \frac{3}{4R_0^3} \left(\int_{z_N}^{z_{\max}} \rho_s^2(z) dz - \int_{z_{\min}}^{z_N} \rho_s^2(z) dz \right), \quad (5)$$

где A_R и A_L — массовые числа формирующихся осколков. Здесь и далее индексы R и L обозначают правый и левый осколки соответственно.

Кроме того, что координаты (R, r_N, η_A) имеют ясный физический смысл, можно выделить еще одно преимущество их использования. Так, все допустимые значения введенной Струтинским координаты η_A лежат в пределах от -1 до 1 (в оригинальной работе [50] определение координаты η_A отличается от (5) на множитель 2), а минимальное значение координаты $r_N = 0$. Это делает такой выбор коллективных координат удачным с точки зрения второго и третьего из сформулированных выше условий.

Нами был опробован вышеописанный выбор коллективных координат, основанный на хорошо известных формах Лоуренса [51]. Профильная функция задавалась в виде

$$\rho_s^2(z) = az^4 + bz^3 + cz^2 + dz + e, \quad (6)$$

где рассматривались не только симметричные конфигурации ядра ($b = 0$, $d = 0$), но и асимметричные. Таким образом, в уравнении (6) мы имеем пять неизвестных коэффициентов (a, b, c, d, e).

Понятие шейки, связывающей два будущих осколка, в физическом смысле возникает только при больших деформациях формы ядра [37]. Поэтому для возможности определения коллективных координат R , r_N и η_A для любых конфигураций ядра, в том числе и без ярко выраженной перемычки, необходимо распространить понятие шейки и на слабодеформированные формы. В этом случае координата шейки также определяется уравнением (4) и находится в точке, где функция $\rho_s^2(z)$ имеет единственный экстремум (максимум) на интервале $[z_{\min}, z_{\max}]$, т.е. можно считать, что шейка всегда находится там, где $(\partial \rho_s^2 / \partial z)_{z=z_N} = 0$.

Затем, полагая начало отсчета совпадающим с координатой шейки z_N , мы получаем, что коэффициент d равен нулю $[(\partial\rho_s^2/\partial z)_{z=z_N=0} = 0 \Rightarrow d = 0]$. Итак, из коэффициентов выражения (6) у нас осталось лишь четыре неизвестных (a, b, c, e) . Коэффициент e при $z = z_N = 0$ однозначно определяет толщину шейки. Как было сказано выше, мы можем выбрать его в качестве независимого параметра, определяющего форму ядра (в дальнейшем будем обозначать эту координату как r_N^2 , т.е. $e = r_N^2$). Кроме того, налагая условие постоянства объема (в приближении несжимаемости ядерной материи) и используя два свободных параметра (удлинение и асимметрию), можно определить коэффициенты a, b, c . Для этого используются (5) и следующие уравнения:

$$V = \frac{4}{3}\pi R_0^3, \quad R = \frac{\int_{z_N}^{z_{\max}} z\rho_s^2(z)dz}{\int_{z_N}^{z_{\max}} \rho_s^2(z)dz} - \frac{\int_{z_{\min}}^{z_N} z\rho_s^2(z)dz}{\int_{z_{\min}}^{z_N} \rho_s^2(z)dz}. \quad (7)$$

Поскольку положение шейки совпадает с началом координат ($z_N = 0$), то многие вычисления в уравнениях (5) и (7) могут быть выполнены аналитически. Естественно, что для нахождения коэффициентов a, b, c из нелинейных уравнений необходимо использовать численные методы. В данной работе был использован метод итераций.

Исходя из определения координаты R и условия сохранения объема ядра, можно показать, что максимальные значения координат r_N и R связаны соотношением $r_N^2 = R_0^3/R$. В связи с этим с технической точки зрения (возможность построения прямоугольной сетки) более удобными координатами представляются $(R, \eta_A, g = r_N^2 R)$ (таким образом, пределы изменения коллективных координат следующие: $R \in [0, \infty]$, $\eta_A \in [-1, 1]$, $g \in [0, 1]$).

К этому же варианту выбора коллективных параметров можно отнести использование мультипольных моментов плотности ядра [52]. Заметим, что (R, η_A) при больших R являются первыми двумя коллективными координатами в этой схеме введения коллективных координат.

2. Коллективные координаты — параметры формы ядра. Эти коллективные координаты удобны с точки зрения выполнения первого условия и часто крайне неудобны согласно второму и третьему условиям. Ниже мы поясним сказанное и предложим свой вариант построения коллективных координат на примере $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации.

Прежде всего обсудим проблему «запрещенных» форм. Отметим, что «запрещенные» формы существуют только при $\alpha \neq 0$. Кроме того, для каждого значения c и h можно найти параметр α_{\max} такой, что в области $|\alpha| \leq \alpha_{\max}$ лежат только формы ядра, а «запрещенные» формы находятся во всей остальной области.

Заметим, что предельные значения параметра η_A (± 1) достигаются при равенстве нулю массы одного из осколков. Это условие может быть записано в виде

$$\left(\frac{\partial \rho_s^2(z)}{\partial z} \right)_{z=z_{\min}(z_{\max})} = 0. \quad (8)$$

Условие (8) означает, что минимум (шейка) находится в одной из крайних точек формы ядра z_{\min} или z_{\max} . Используя (8) и учитывая, что в крайних точках функция $\rho_s^2(z)$ обращается в нуль, получаем для $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации

$$\alpha_{\max} = \begin{cases} (A_s + B), & B \geq 0; \\ A_s, & B < 0. \end{cases} \quad (9)$$

Легко видеть, что α_{\max} существенно зависит от c и h , это и создает проблему построения сетки при использовании в качестве координаты массовой асимметрии параметра формы α .

В работах [18, 49] был введен новый параметр α' , который связан с α масштабным преобразованием

$$\alpha' = \alpha c^3. \quad (10)$$

Это частично решало проблему: при $|\alpha'| \leq 1$ «запрещенных» форм не было. Кроме того, зависимость $\alpha'_{\max} = \alpha_{\max} c^3$ от c и h существенно слабее, чем зависимость α_{\max} . Однако в области $|\alpha'| \leq 1$ лежат не все возможные формы ядра, даваемые параметризацией. В частности, становится невозможным рассмотрение динамики деления из входного канала реакции при большой разнице масс ядра-мишени и налетающего иона.

Мы предлагаем новый вариант введения координаты массовой асимметрии:

$$q_3 = \frac{\alpha}{\alpha_{\max}} = \begin{cases} \alpha/(A_s + B), & B \geq 0; \\ \alpha/A_s, & B < 0. \end{cases} \quad (11)$$

При таком выборе проблема «запрещенных» форм полностью решается: все возможные формы ядра (при данных c и h) заключены в пределах $|q_3| \leq 1$.

Коллективный параметр, отвечающий за формирование шейки в форме ядра, удобно выбирать так, чтобы условие равенства толщины шейки нулю выполнялось при одном (или почти при одном) и том же значении этого параметра. Равенство нулю толщины шейки в случае $\alpha = 0$ достигается при

$$h = h_{sc} = \frac{5}{2c^3} + \frac{1-c}{4}. \quad (12)$$

Из выражения (12) видно, что значение h_{sc} будет существенно изменяться в зависимости от величины c . Введем коллективную координату шейки в виде

$$q_2 = \frac{h + 3/2}{h_{sc} + 3/2}. \quad (13)$$

Координата q_2 обладает следующими свойствами: если $q_2 = 0$, то $h = -3/2$ (что гарантирует достаточно большие значения потенциальной энергии, чтобы исключить попадание броуновской частицы в эту область); если $q_2 = 1$, то для симметричных форм толщина шейки будет равна нулю. Для асимметричных форм ядра толщина шейки будет обращаться в нуль при несколько меньших, но близких к единице значениях q_2 .

Таким образом, по нашему мнению, оптимальными при работе с $\{c, h, \alpha\}$ -параметризацией являются коллективные координаты: $\mathbf{q} = (q_1 = c, q_2, q_3)$. Мы используем эти координаты со следующими пределами изменения: $q_1 \in [0, 5; 4, 5]$, $q_2 \in [0; 1]$ и $q_3 \in [-1; 1]$. Для изучения зарядовой моды удобно вводить дополнительно координату зарядовой асимметрии в виде $q_4 = \eta z = (Z_R - Z_L)/(Z_R + Z_L)$, где Z_R и Z_L — заряды формирующихся правого и левого осколков.

1.2. Уравнения движения. В стохастическом подходе [6, 25, 53] эволюция коллективных степеней свободы делящегося ядра рассматривается по аналогии с движением броуновской частицы, помещенной в термостат, образованный всеми остальными степенями свободы ядра. В расчетах обычно используется система уравнений Ланжевена, которая в разностной форме для случая N коллективных координат имеет вид

$$p_i^{(n+1)} = p_i^{(n)} - \left(\frac{1}{2} p_j^{(n)} p_k^{(n)} \left(\frac{\partial \mu_{jk}(\mathbf{q})}{\partial q_i} \right)^{(n)} - K_i^{(n)}(\mathbf{q}) + \gamma_{ij}^{(n)}(\mathbf{q}) \mu_{jk}^{(n)}(\mathbf{q}) p_k^{(n)} \right) \tau + \theta_{ij}^{(n)} \xi_j^{(n)} \sqrt{\tau}, \quad (14)$$

$$q_i^{(n+1)} = q_i^{(n)} + \frac{1}{2} \mu_{ij}^{(n)}(\mathbf{q}) (p_j^{(n)} + p_j^{(n+1)}) \tau,$$

где q_i — набор коллективных координат; p_i — сопряженные им импульсы; m_{ij} ($\|\mu_{ij}\| = \|m_{ij}\|^{-1}$) — инерционный тензор; γ_{ij} — фрикционный тензор; K_i — консервативная сила; $\theta_{ij} \xi_j$ — случайная сила; θ_{ij} — амплитуда случайной силы; ξ_j — случайная величина, обладающая следующими статистическими свойствами:

$$\begin{aligned} \langle \xi_i^{(n)} \rangle &= 0, \\ \langle \xi_i^{(n_1)} \xi_j^{(n_2)} \rangle &= 2\delta_{ij} \delta_{n_1 n_2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Верхний индекс n в уравнениях (14), (15) означает, что соответствующая величина вычисляется в момент времени $t_n = n\tau$, где τ — шаг интегрирования уравнений Ланжевена по времени. Угловые скобки в (15) означают усреднение по статистическому ансамблю. В уравнениях (14), (15) по повторяющимся индексам подразумевается суммирование от 1 до N . Стохастическая ланжевенская траектория, характеризующаяся формами, которыми обладало ядро в процессе деления, получается численным решением системы уравнений (14) в пространстве коллективных координат.

Амплитуды случайной силы связаны с диффузионным тензором D_{ij} :

$$D_{ij} = \theta_{ik}\theta_{kj}. \quad (16)$$

Диффузионный тензор, в свою очередь, удовлетворяет соотношению Эйнштейна

$$D_{ij} = T\gamma_{ij}. \quad (17)$$

Из этих уравнений и находятся амплитуды случайных сил.

Температура термостата T , используемая в расчетах, может быть определена в модели ферми-газа:

$$T = (E_{\text{int}}/a(\mathbf{q}))^{1/2}, \quad (18)$$

где E_{int} — энергия возбуждения внутренних степеней свободы составного ядра (внутренняя энергия); $a(\mathbf{q})$ — параметр плотности уровней, явный вид которого обсуждается в п. 1.4.

При движении ядра к поверхности разрыва вдоль всей стохастической ланжевенской траектории в пространстве коллективных координат необходимо отслеживать выполнение закона сохранения энергии

$$E^* = E_{\text{int}} + E_{\text{coll}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) + V(\mathbf{q}) + E_{\text{evap}}(t), \quad (19)$$

где E^* — полная энергия возбуждения составного ядра, определяемая во входном канале реакции из энергии налетающего иона и разности масс сталкивающихся ядер и составной системы; $E_{\text{coll}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2}\mu_{ij}(\mathbf{q})p_i p_j$ — кинетическая энергия коллективного движения ядра; $E_{\text{evap}}(t)$ — энергия возбуждения ядра, унесенная испарившимися частицами к моменту времени t .

1.3. Начальные и конечные условия. В наиболее общем случае начальные значения коллективных координат \mathbf{q}_0 , импульсов \mathbf{p}_0 и полного момента составного ядра I могут быть разыграны методом Неймана с образующей функцией

$$P(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0, I, t = 0) \sim P(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0)\sigma_{\text{fus}}(I). \quad (20)$$

Функция $\sigma_{\text{fus}}(I)$ описывает начальное распределение составных ядер по моментам и часто аппроксимируется выражением

$$\sigma_{\text{fus}}(I) = \frac{2\pi}{k^2}(2I + 1)T(I), \quad (21)$$

где $k^2 = 2\mu E_{\text{cm}}/\hbar^2$, μ — приведенная масса системы налетающий ион–мишень; $T(I)$ — коэффициент проницаемости, который определяется в модели, воспроизводящей экспериментальные значения сечений слияния. При проведении ланжевенских расчетов обычно пренебрегают разницей между полным спином ядра $I = |1 + s_t + s_p|$ (s_p , s_t — собственные моменты налетающего иона и ядра-мишени) и угловым моментом l . В этом случае выражение (22) определяет начальное распределение ядер по угловому моменту.

В наших расчетах использовался следующий вид функции $T(I)$:

$$T(I) = \frac{1}{1 + \exp[(I - I_c)/\delta I]}. \quad (22)$$

Параметры I_c и δI определялись согласно работе [26], где приведены выражения, аппроксимирующие результаты динамических расчетов [54] в модели поверхностного трения [55] для слияния двух ионов.

Проблема начального распределения по спину широко обсуждается в литературе (часто в связи с изучением угловых распределений осколков деления), однако остается одной из неясных проблем современной ядерной физики. Большинство распределений содержит два и более варьируемых параметра. Сложность определения этих параметров заключается в том, что прямая экспериментальная информация извлекается только из сечений слияния, что позволяет зафиксировать всего один из параметров, остальные подлежат определению из каких-либо теоретических модельных представлений. На угловые распределения осколков влияет второй момент распределения ядер по спину $\langle I^2 \rangle$. Очевидно, что различные теоретические аппроксимации могут давать значения $\langle I^2 \rangle$, сильно отличающиеся друг от друга, в то время как сечения слияния они воспроизводят правильно. Единственной аппроксимацией парциальных сечений слияния, которая имеет один параметр, является треугольное распределение (варьируемый параметр — максимальный момент, при котором происходит слияние). Однако треугольное распределение может рассматриваться только как нулевое приближение.

При изучении процесса деления возбужденных составных ядер начальные значения коллективных координат часто выбирают в основном (сферическом) состоянии составного ядра. При этом начальное распределение по импульсам выбирается равновесным. Тогда имеем

$$P(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0) \sim \exp \left\{ -\frac{V(\mathbf{q}_0, l) + E_{\text{coll}}(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0)}{T} \right\} \delta(\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_{\text{gs}}), \quad (23)$$

где \mathbf{q}_{gs} — координаты основного состояния ядра.

Выбор начальных условий в виде (20)–(23) означает, что мы начинаем ланжевеновские расчеты с полностью статистически уравновешенного состояния составного ядра при фиксированной начальной энергии возбуждения. Следует отметить, что подобный выбор начальных условий может рассматриваться лишь как приближение к реальной, более сложной ситуации. Реакции слияния-деления можно подразделить на две стадии: быстрая предравновесная и более медленная стадия распада остаточного статистически уравновешенного составного ядра. Фаза термализации может быть описана в модели внутриядерного каскада [56]. После завершения стадии термализации в результате флуктуаций в каскаде образуются составные ядра с широким распределением по всем характеристикам: числам протонов и нейтронов, энергии возбуждения, линейному и угловому моментам. Модель внутриядерного каскада — единственная модель, которая позволяет учесть эти флуктуации и определить полное распределение параметров, характеризующих составное ядро. Рассмотрение предравновесной стадии реакции необходимо для сравнения рассчитанных характеристик деления при высоких энергиях возбуждения $E^* > (150 - 200)$ МэВ. При энергиях $E^* < 100$ МэВ концепция статистически уравновешенного ядра является вполне удовлетворительной аппроксимацией начальных условий при моделировании динамики деления.

Наиболее естественный выбор начальных условий можно получить из рассмотрения динамики входного канала реакции. Выбор начальных условий в сферическом, равновесном по импульсам состоянии ядра не подходит для описания процесса квазиделения и реакций глубоконеупругих передач. Следует особо подчеркнуть, что при больших угловых моментах традиционная концепция составного ядра становится грубой идеализацией реальной физической картины.

Далее обсудим конечные условия, при выполнении которых в наших расчетах завершается моделирование эволюции составного ядра. Таких условий может быть два: образование остатка испарения или разделение ядра на осколки.

Остаток испарения регистрируется при уменьшении энергии возбуждения ядра в результате эмиссии легких частиц и γ -квантов до значений $V(\mathbf{q}, l) + E_{\text{int}} + E_{\text{coll}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) < \min(B_f, B_n)$, где B_f и B_n — соответственно величина барьера деления и энергия связи нейтрона.

При проведении расчетов в многомерной ланжевеновской динамике одной из важных проблем является выбор в пространстве коллективных координат поверхности разрыва, при пересечении которой можно считать, что составное ядро разделилось на осколки. Поверхность разрыва — это геометрическое место точек, являющихся разрывными конфигурациями ядра. В

случае N коллективных координат поверхность разрыва будет гиперповерхностью с размерностью $N - 1$.

Выбор условия разрыва особенно сильно влияет на такие важные характеристики процесса деления, как средние значения и дисперсии энергетических распределений осколков деления. Такая чувствительность параметров энергетического распределения очевидна: в основном кинетическая энергия осколков определяется энергией их взаимодействия в момент разрыва.

В настоящее время не существует однозначного подхода к выбору критерия разрыва. Можно выделить несколько наиболее часто используемых.

- Равенство толщины шейки нулю. Этот критерий разрыва является, на первый взгляд, довольно естественным, однако имеет существенный недостаток, а поэтому может быть рассмотрен только в качестве нулевого приближения к проблеме. Действительно, если радиус шейки сравним с размерами нуклона, то описание ядра в рамках модели жидкой капли становится бессмысленным. Обычно полагают [33, 41, 57], что разрыв ядра на осколки происходит при довольно толстой шейке.

- С физической точки зрения более привлекательным является критерий разрыва, при котором ядро разделяется при потере стабильности относительно вариации толщины шейки [13, 33]. Математически это условие может быть записано так:

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial q_2^2} \right)_{q_1, q_3} = 0. \quad (24)$$

Данное условие в среднем по ансамблю ланжевеновских траекторий соответствует формам ядра с радиусом шейки $0,3R_0$ [33, 41, 44].

- Другой физически приемлемый критерий разрыва основывается на предположении, что ядро становится нестабильным по отношению к разрыву шейки в тот момент, когда силы кулоновского отталкивания и ядерного притяжения между формирующимися осколками уравниваются. В работе [58] было показано, что данное условие в области актинидов соответствует формам с радиусом шейки, также примерно равным $0,3R_0$.

- Наиболее гибким является вероятностное условие разрыва ядра. Например, в работе [59] разделение ядра на осколки рассматривалось как флуктуация и могло происходить для любых форм ядра, имеющих шейку. Вероятность разрыва определялась из соотношения $P_{\text{тур}} \sim \exp(-\Delta E/T)$, где ΔE — изменение энергии системы при разрыве деформированного ядра на два осколка. В [60] было показано, что при использовании данного критерия наиболее вероятным является разрыв при деформациях, соответствующих формам ядра с $r_N \simeq 0,24R_0$.

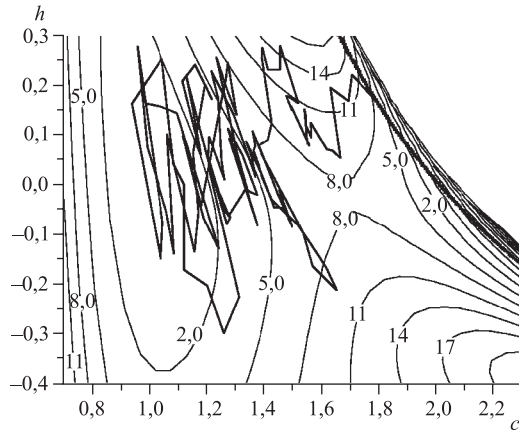
Принимая во внимание вышесказанное, мы считали, что разделение ядра на осколки происходит при радиусе шейки, равном $0,3R_0$, поскольку данное условие хорошо согласуется с последними тремя критериями разрыва.

Уравнение поверхности разрыва можно записать в виде

$$\rho_s(z_N) = r_N, \quad (25)$$

где r_N — радиус шейки, соответствующий предразрывным формам. Случаю $\rho_s(z_N) = 0$ отвечает условие разрыва по достижении нулевого радиуса шейки.

Рис. 1. Пример стохастической ланжевендовской траектории в коллективных координатах (c, h) ($\alpha = 0$), изображенной на фоне потенциальной энергии. Цифры при изолиниях указывают значения потенциальной энергии в МэВ. Сплошная толстая линия — линия разрыва. Траектория, приведенная на данном рисунке, изображает событие деления



Примеры ланжевендовских траекторий показаны на рис. 1 и 2. Как видно из данных рисунков, в качестве начальной деформации выбиралась сферическая форма ядра и численное интегрирование уравнений Ланжевена прекращалось при достижении ядром разрывной конфигурации. Расчет наблюдаемых величин проводился путем моделирования ансамбля ланжевендовских траекторий, а затем статистического усреднения по этому ансамблю.

Введем понятие средней траектории. Средняя динамическая траектория — это траектория, полученная в динамических ланжевендовских расчетах усреднением по ансамблю стохастических траекторий. В этом случае уравнения Ланжевена

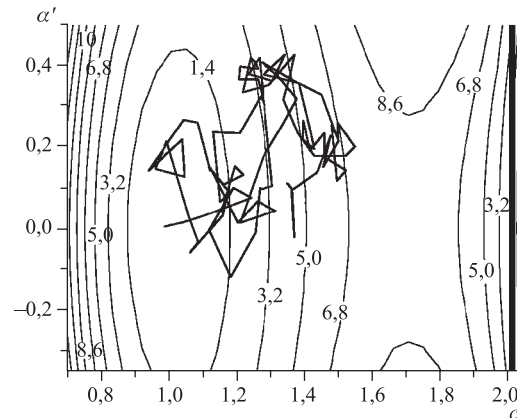


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но в коллективных координатах (c, α') при $h = 0$. Траектория, приведенная на данном рисунке, изображает остаток испарения

совпадают с обобщенными уравнениями Гамильтона [61], поскольку слагаемое, ответственное за флуктуации (случайная сила), исчезает после такого усреднения. Для расчета средней траектории начальные значения координаты массовой асимметрии q_3 и импульса p_3 выбираются равными нулю. Очевидно, что средняя траектория лежит в плоскости $q_3 = 0$. На рис. 3 представлена потенциальная энергия в координатах q_1, q_2 для случая $q_3 = 0$. Пунктирной линией на рисунке изображена средняя траектория, рассчитанная в предположении одностельного механизма ядерной вязкости с $k_s = 0,25$ (см. п. 1.5), крестами отмечены седловая точка и основное состояние ядра. Также на рисунке показаны примеры форм ядра в $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации. Расчеты выполнены на примере ядра ^{224}Th .

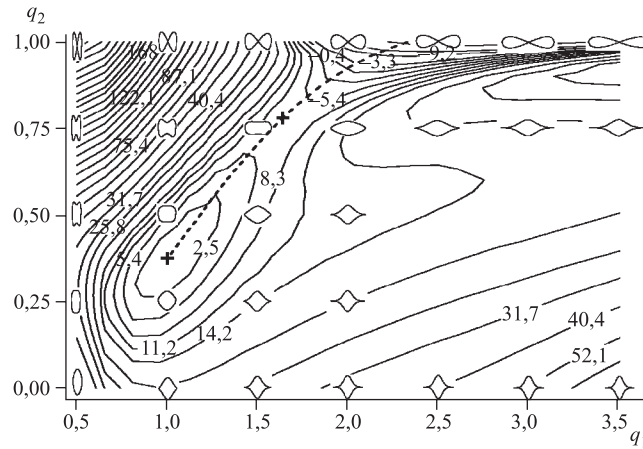


Рис. 3. Карта потенциальной энергии в координатах q_1, q_2 для ядра ^{224}Th ($q_3 = 0$) и соответствующий набор форм ядра. Крестами обозначены основное состояние и седловая точка. Пунктирная линия — средняя траектория, рассчитанная в предположении одностельного механизма вязкости с $k_s = 0,25$. Цифры при изолиниях — значения потенциальной энергии в МэВ

Еще одним важным понятием является средняя точка разрыва — точка пересечения средней динамической траектории с поверхностью разрыва. Средняя точка разрыва определяет средние характеристики наблюдаемых величин (например, среднюю кинетическую энергию или средний заряд осколков деления). Разброс разрывных конфигураций относительно средней точки разрыва определяет дисперсии наблюдаемых (например, ширины энергетических или зарядовых распределений осколков).

1.4. Консервативная сила. Параметр плотности уровней. Образующиеся в реакциях с тяжелыми ионами нагретые вращающиеся составные ядра представляют собой термодинамическую систему. Как известно, консерва-

тивная сила, действующая в такой системе, должна определяться каким-либо ее термодинамическим потенциалом (например, свободной энергией [62] или энтропией [26]).

Выражение для консервативной силы $K(\mathbf{q})$ может быть записано в виде [26, 29]

$$K_i = - \left(\frac{\partial F}{\partial q_i} \right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial q_i} \right)_{E^*}. \quad (26)$$

Следует отметить, что оба приведенных определения консервативной силы эквивалентны. Выбор того или иного термодинамического потенциала определяется удобством при проведении вычислений, поскольку они связаны между собой соотношением

$$F(\mathbf{q}, T) = E^*(\mathbf{q}, T) - TS. \quad (27)$$

В модели ферми-газа, зная свободную энергию, можно рассчитать энтропию и параметр плотности уровней:

$$S(\mathbf{q}, T) = - \left(\frac{\partial F(\mathbf{q}, T)}{\partial T} \right)_V, \quad a(\mathbf{q}, T) = \frac{S(\mathbf{q}, T)}{2T}. \quad (28)$$

Также в рамках модели ферми-газа справедливо соотношение

$$E_{\text{int}}(\mathbf{q}, T) = E^*(\mathbf{q}, T) - E^*(\mathbf{q}, T = 0) = a(\mathbf{q})T^2, \quad (29)$$

где $E_{\text{int}}(\mathbf{q}, T)$ и $E^*(\mathbf{q}, T)$ — внутренняя и полная энергия возбуждения системы соответственно, а $a(\mathbf{q})$ — параметр плотности уровней. Из формул (27)–(29), в частности, получается следующая температурная зависимость свободной энергии:

$$F(\mathbf{q}, T) = V(\mathbf{q}) - a(\mathbf{q})T^2, \quad (30)$$

где $V(\mathbf{q})$ — потенциальная энергия ядра при температуре $T = 0$ ($V(\mathbf{q}) = F(\mathbf{q}, T = 0)$).

Из первой части выражения (26) видно, что консервативная сила в модели ферми-газа имеет вид

$$K_i = - \frac{\partial V(\mathbf{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial a(\mathbf{q})}{\partial q_i} T^2. \quad (31)$$

Мы используем это выражение для расчета консервативной силы, входящей в уравнения Ланжевена.

В настоящее время потенциальная энергия ядра наиболее часто рассчитывается в модели жидкой капли, учитывающей конечный радиус действия ядерных сил и диффузность поверхности ядра [63, 64] с параметрами Сирка [64]. В этой модели обобщенная ядерная поверхностная энергия определяется усреднением нуклон-нуклонного потенциала по объему ядра с резкой

поверхностью и постоянной однородной плотностью. В качестве потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия используется разность юкавского и экспоненциального потенциалов. Использование данного потенциала вместо простого единственного потенциала Юкавы обеспечивает выполнение условия насыщения ядерных сил и позволяет лучше описывать экспериментальные данные по барьерам деления [64], также он дает более реалистичные значения поверхностной энергии для сильнодеформированных ядер [63], и, наконец, для двух осколков ядерной материи потенциал взаимодействия принимает минимальное значение, когда осколки находятся в контакте между собой, что следует из свойства насыщения ядерных сил.

В работе [62] была предложена формула для свободной энергии, основанная на МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил. Свободная энергия ядра как функция массового числа $A = N + Z$, нейтронного избытка, приходящегося на нуклон $I = (N - Z)/A$, и коллективных координат \mathbf{q} , описывающих форму ядра, имеет вид [62]

$$F(A, Z, \mathbf{q}, T, L) = -a_v(1 - k_v I^2)A + a_s(1 - k_s I^2)B_n(\mathbf{q})A^{2/3} + c_0 A^0 + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} B_c(\mathbf{q}) - a_c \frac{5}{4} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{2/3} \frac{Z^{4/3}}{A^{1/3}} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{2J_\perp(\mathbf{q})}, \quad (32)$$

где a_v , a_s и a_c — параметры объемной, поверхностной и кулоновской энергии МЖК с диффузным краем при нулевой температуре, а k_v и k_s — соответствующие объемный и поверхностный параметры энергии симметрии.

Зависимость от деформации входит в уравнение (32) через функционалы ядерной $B_n(\mathbf{q})$ и кулоновской $B_c(\mathbf{q})$ энергии [64], а также $J_\perp(\mathbf{q})$ — момент инерции ядра относительно оси, перпендикулярной оси симметрии и проходящей через центр масс ядра. Последнее слагаемое в формуле (32) представляет собой вращательную энергию ядра с учетом диффузности ядерной плотности [61].

Температурная зависимость семи коэффициентов, входящих в уравнение (32), a_v , a_s , k_v , k_s , r_0 , a и a_d параметризована в форме [62]

$$a_i(T) = a_i(T = 0)(1 - x_i T^2), \quad (33)$$

которая может считаться адекватной для $T \leq 4$ МэВ [65]. Информация о температурных коэффициентах x_i была получена в самосогласованных микроскопических расчетах в рамках расширенного метода Томаса–Ферми с применением SkM*-взаимодействия в качестве эффективного взаимодействия между нуклонами [65, 66]. В работе [62] результаты этих расчетов для термодинамического потенциала Гиббса были применены для получения формулы (32). Значения четырнадцати коэффициентов, полученные в [62], приведены в табл. 1.

Таблица 1. Коэффициенты уравнения (32). Во второй строке приведены значения при нулевой температуре, в третьей — термические коэффициенты x_i

Коэффициент	r_0	a	a_d	a_v	k_v	a_s	k_s
$a_i(0)$	1,16	0,68	0,7	16,0	1,911	21,13	2,3
$10^3 x_i, \text{ МэВ}^{-2}$	-0,736	-7,37	-7,37	-3,22	5,61	4,81	-14,79

Микроскопические расчеты [65], проведенные в рамках расширенного температурно-зависимого метода Томаса–Ферми, показали, что уравнение (30) для свободной энергии F является достаточно точным приближением для $T \leq 4 \text{ МэВ}$.

Параметр плотности уровней $a(\mathbf{q})$ — одна из характеристик возбужденного атомного ядра, рассматриваемого в рамках модели ферми-газа. В работах [62, 67] с использованием соотношений (28) и (32) были проведены расчеты параметра плотности уровней в рамках МЖК, учитывающей конечность радиуса действия ядерных сил и возбуждение ядра. В [67] было показано, что рассчитываемый в этом подходе параметр плотности уровней ядра $a(\mathbf{q})$ слабо зависит от температуры. Такой же результат был получен в [62] для сферических ядер. Это дает возможность использовать параметр плотности уровней в МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил, не зависящим от температуры.

С другой стороны, деформационная зависимость параметра плотности уровней часто представляется разложением [68–71]

$$a(\mathbf{q}) = a_1 A + a_2 A^{2/3} B_s(\mathbf{q}). \tag{34}$$

Здесь A — массовое число делящегося ядра; безразмерный множитель $B_s(\mathbf{q})$ определяет площадь поверхности деформированного ядра в единицах поверхности равновеликой сферы — функционал поверхностной энергии МЖК с резким краем [72]. Для параметризации зависимости (34) наиболее часто используются два набора коэффициентов a_1 и a_2 : предложенный Игнатюком с соавторами [69] и рекомендованный Токе и Святецки [71].

В работе [67] деформационная зависимость параметра плотности уровней в МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил была аппроксимирована выражением (34). Аппроксимация была проведена для 70 ядер вдоль линии бета-стабильности [73] с массовым числом от $Z = 47$ до $Z = 116$. Результаты аппроксимации приведены в табл. 2. В [67] было показано, что точность проведенной аппроксимации достаточно велика во всем рассмотренном диапазоне ядер.

Таблица 2. Значения коэффициентов a_1 и a_2 , полученные в работах [67, 69, 71]

Ссылка	$a_1, \text{ МэВ}^{-1}$	$a_2, \text{ МэВ}^{-1}$
[67]	0,0598	0,1218
[69]	0,073	0,095
[71]	0,0685	0,274

Значение коэффициента a_2 определяет зависимость параметра плотности уровней от деформации и поэтому имеет важное значение для статистической и динамической моделей ядерного деления. Полученное в [67] значение этого коэффициента близко к коэффициенту Игнатьюка $a_2 = 0,095 \text{ МэВ}^{-1}$ и более чем в два раза отличается от значения, предсказанного Токе и Святецки, $a_2 = 0,274 \text{ МэВ}^{-1}$. Величина второго коэффициента a_1 приблизительно одинакова во всех рассмотренных наборах. Это приводит к тому, что результаты динамических ланжевенских расчетов практически совпадают при использовании параметра плотности уровней с коэффициентами Игнатьюка и полученного в МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил и заметно отличаются от результатов, полученных с коэффициентами Токе и Святецки.

В работах [74, 75] параметр плотности уровней был аппроксимирован выражением, подобным (34), но дополнительно были учтены изотопическая зависимость параметра плотности уровней и кулоновское взаимодействие:

$$a(\mathbf{q}) = a_{\text{vol}}(1 + k_{\text{vol}}I^2)A + a_{\text{surf}}(1 + k_{\text{surf}}I^2)A^{2/3}B_s(\mathbf{q}) + a_{\text{coul}}Z^2A^{-1/3}B_{\text{coul}}(\mathbf{q}), \quad (35)$$

где $B_{\text{coul}}(\mathbf{q})$ — безразмерный функционал кулоновской энергии в МЖК с резким краем. В [75] в рамках релятивистской теории среднего поля были сделаны оценки параметра плотности уровней для большого числа сферических четно-четных ядер также с использованием выражения (35).

Сравнивая результаты, полученные в работах [67, 74, 75], можно сделать следующие выводы. Во-первых, в рассматриваемых работах расчеты параметра плотности уровней и потенциальной энергии были проведены согласованно. Очевидно, что при использовании различных модельных представлений можно получить существенно отличающиеся друг от друга зависимости параметра плотности уровней от деформации. Поэтому при проведении анализа различных ядерных характеристик следует уделить особое внимание согласованности используемого набора параметров. В частности, барьеры деления при статистических расчетах, консервативная движущая сила в динамических расчетах, температура ядра и параметр плотности уровней должны определяться в рамках одних и тех же модельных предположений (что было сделано в [67, 74, 75]). Во-вторых, параметр плотности уровней, полученный в МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил, может быть аппроксимирован выражением (35). В [67] было установлено, что вклад кулоновского члена в (35) сравнительно мал, а значения (знаки и величина) коэффициентов k_v и k_s сильно зависят от набора ядер, выбираемых для аппроксимации. Поэтому есть основания ограничиваться лишь двумя членами разложения (34), что не должно значительно влиять на точность аппроксимации.

На рис. 4 представлен ряд зависимостей параметра плотности уровней от массового числа вдоль линии бета-стабильности. Результаты получены для основного состояния ядер. Из рисунка хорошо видно, что параметр плотности уровней, рассчитанный с коэффициентами Игнатюка для потенциала Вудса–Саксона, согласуется в пределах 10–15% со значениями $a(q)$, полученными в температурно-зависимой МЖК, и значительно отличается от зависимости, предсказанной Токе и Святецки. Кривая, полученная с коэффициентами Игнатюка, также практически совпадает с зависимостью, рассчитанной в рамках релятивистской теории среднего поля [75]. Так как температурные коэффициенты для МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил были получены в [62] на основе аппроксимации результатов расчетов в рамках расширенного метода Томаса–Ферми с эффективным взаимодействием Скирма SkM^* [65, 66], то соответствующие им на графике кривые накладываются.

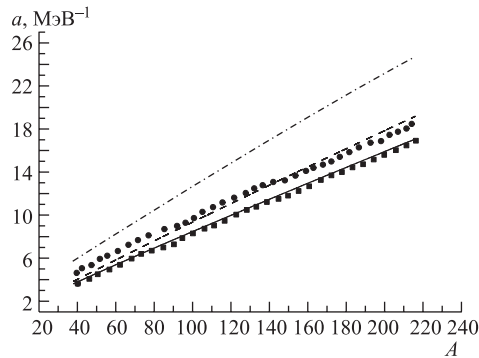


Рис. 4. Зависимость параметра плотности уровней от массового числа вдоль линии бета-стабильности для основного состояния ядер [67]. Квадратами показана зависимость параметра плотности уровней, определенная в рамках расширенного метода Томаса–Ферми с эффективным взаимодействием Скирма SkM^* [66], кружками — результаты согласованных расчетов в релятивистской теории среднего поля [75]. Сплошная кривая — параметр плотности уровней в МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил; штриховая — параметр плотности уровней с коэффициентами Игнатюка [69]; штрихпунктирная — то же, но с коэффициентами Токе и Святецки [71]

1.5. Инерционный и фрикционный тензоры. Важным ингредиентом динамических моделей являются так называемые транспортные коэффициенты — массовый (инерционный) и фрикционный параметры. Как показано в многочисленных расчетах, транспортные коэффициенты в основном определяют характер движения делящейся системы и непосредственно влияют как на параметры МЭР, так и на времена деления и множественности пред- и

постразрывных частиц. В связи с этим расчет транспортных коэффициентов является крайне важным и, возможно, решающим моментом при проведении динамического моделирования.

Инерционный и фрикционный тензоры часто рассчитываются в рамках гидродинамического приближения для несжимаемой безвихревой жидкости. В этом случае механизм ядерной вязкости называют двухтельным. В гидродинамическом приближении получающееся уравнение Навье–Стокса для вязкой среды обычно решают, опираясь на приближение Вернера–Уилера [61, 76], которое позволяет получить достаточно простые выражения для инерционного и фрикционного тензоров. В основе приближения Вернера–Уилера лежит представление о движении жидкости в виде цилиндрических слоев, из которых частицы жидкости при движении не выходят. Точность приближения Вернера–Уилера при расчете транспортных коэффициентов исследовалась в [77–79]. Было получено, что для степени свободы удлинения при расчете массового тензора приближение Вернера–Уилера обладает очень высокой точностью. Так, например, при описании формы ядра с помощью параметризации Лоуренса [51] компонента массового тензора, вычисленная по координате удлинения в приближении Вернера–Уилера, практически совпадает с точным решением соответствующей гидродинамической задачи Неймана [79], полученным с помощью метода, основанного на теории потенциала [80, 81]. Для параметризации овалоидов Кассини небольшое различие между решениями появляется только для форм с практически нулевым радиусом шейки [77]. В то же время для коллективной координаты, определяющей эволюцию перемычки в форме ядра, различие между решениями более значительное, и для параметризации Лоуренса, например, оно достигает 10 % [79]. В [61] было показано, что различие в массовых параметрах, определенных решением соответствующей задачи Неймана и методом Вернера–Уилера, увеличивается прямо пропорционально мультипольности колебаний вблизи сферической формы.

Для тензора трения приближение Вернера–Уилера для коллективной координаты, связанной с удлинением, так же, как и в случае массового тензора, дает хорошее согласие с результатом, полученным при точном решении соответствующей задачи Неймана [79]. В то же время для координаты, связанной с эволюцией перемычки, приближение Вернера–Уилера для параметризации Лоуренса приводит к переоценке соответствующей компоненты фрикционного тензора до 30–40 %.

В работе [79] было получено выражение для двухтельного механизма ядерной вязкости, учитывающее конечность размеров ядра. Данное выражение отличается от выражения для бесконечной среды [61] на величину, создаваемую работой диссипативных сил при смещении жидкости вдоль поверхности ядра. Результаты расчетов [79] показали, что учет конечности размеров ядра приводит к значительно меньшим значениям компонент тензора трения

по сравнению со значениями, полученными согласно выражениям [61] для двухтельного механизма ядерной вязкости.

Для расчета фрикционного тензора наряду с двухтельным применяется также однотельный механизм ядерной вязкости [82–84]. В этом механизме ядерной вязкости учитывается тот факт, что ядро — это система фермионов, в которой действует принцип Паули, который запрещает рассеиваться нуклонам в занятые состояния, что налагает ограничения на длину свободного пробега частиц (она увеличивается до размеров самой системы), поэтому роль двухчастичных столкновений существенно уменьшается. Нуклоны удерживаются в пределах ядра благодаря наличию среднего поля, т.е. частицы двигаются почти свободно в пределах формы и упруго ударяются лишь о движущуюся «стену», моделирующую поверхность ядра, которая сама обладает некоторой скоростью, поскольку среднее поле, в котором движутся нуклоны, зависит от положения этих нуклонов, т.е. от коллективных координат ядра.

В работах [82–84] были получены формулы, называемые «стена» и «стена + окно». Первая из них описывает диссипацию для форм ядра без шейки, а вторая — для сильно вытянутых форм ядра, когда можно выделить сформировавшиеся осколки, соединенные шейкой. Квантовое рассмотрение однотельной диссипации показало [85], что величина вязкости в ядре составляет лишь около 10% от значений, рассчитанных по формуле «стены» [82, 84], хотя функциональная зависимость величины вязкости от формы ядра формулой «стены» воспроизводится верно. В связи с этим Никсом и Сирком был предложен модифицированный вариант однотельной диссипации, приводящий к формуле «поверхность + окно», в которой вклад от формулы «стены» в диссипацию уменьшен (редуцирован) почти в четыре раза. Значение коэффициента редукции k_s было найдено из анализа экспериментальных ширин гигантских резонансов и составило $k_s = 0,27$. Из сравнения рассчитанных средних значений кинетической энергии осколков деления с экспериментальными данными было получено [86], что значение k_s лежит в пределах $0,2 < k_s < 0,5$.

Фрикционный тензор, соответствующий формуле «поверхность + окно», в цилиндрических координатах может быть записан в виде

$$\begin{aligned} \gamma_{ij}^{sw} = & \frac{1}{2} \rho_m \bar{v} \left\{ \frac{\partial R}{\partial q_i} \frac{\partial R}{\partial q_j} \Delta \sigma + \frac{32}{9} \frac{1}{\Delta \sigma} \frac{\partial V_1}{\partial q_i} \frac{\partial V_1}{\partial q_j} + \right. \\ & + k_s \left[\pi \int_{z_{\min}}^{z_N} \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_i} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial D_L}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_j} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial D_L}{\partial q_j} \right) \left(\rho_s^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \right)^2 \right)^{-1/2} dz + \right. \\ & \left. \left. + \pi \int_{z_N}^{z_{\max}} \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_i} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial D_R}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_j} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial D_R}{\partial q_j} \right) \left(\rho_s^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \right)^2 \right)^{-1/2} dz \right] \right\}, \quad (36) \end{aligned}$$

где D_R, D_L — положения центров масс будущих осколков; k_s — коэффициент редукции вклада формулы «стены». Полной однотельной вязкости соответствует $k_s = 1$, тогда выражение (36) соответствует формуле «стена + окно».

Два слагаемых в квадратных скобках в формуле (36) соответствуют формуле «стены» для левого и правого осколков. В дальнейшем мы будем обозначать компоненты фрикционного тензора, рассчитанные по формуле «стены», γ_{ij}^w . Для форм ядра без шейки фрикционный тензор обычно рассчитывается по формуле «стены», а для сильнодеформированных форм с тонкой шейкой применяется формула «поверхность + окно». Для описания диссипации в промежуточном случае обычно используют выражения вида $\gamma_{ij} = k_s \gamma_{ij}^w f(r_N) + \gamma_{ij}^{sw} (1 - f(r_N))$. Выбор функции $f(r_N)$ является достаточно произвольным. Обычно ее выбирают так, чтобы она плавно менялась в пределах от 0 до 1. Однако этот выбор является далеко не однозначным [10, 87–89] и может влиять на значения рассчитываемых характеристик [84].

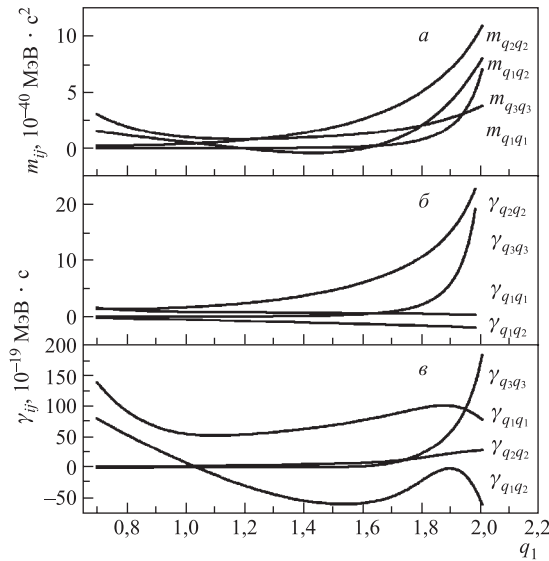


Рис. 5. Транспортные коэффициенты как функция координаты q_1 ($h = \alpha = 0$): а) инерционный тензор; компоненты $m_{q_1 q_1}$ и $m_{q_1 q_2}$ умножены на 10; б) фрикционный тензор в предположении двухтельного механизма ядерной вязкости $\nu_0 = 2 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$; в) фрикционный тензор при отдельном механизме вязкости $k_s = 0,25$. Расчеты выполнены для ядра ^{224}Th . Компоненты $\gamma_{q_1 q_2}$ и $\gamma_{q_1 q_1}$ умножены на 100

На рис. 5 представлены рассчитанные приблизительно вдоль дна долины деления компоненты инерционного и фрикционного тензоров в предположении однотельного и двухтельного механизмов ядерной вязкости. Как видно из данного рисунка, зависимости от деформации компонент фрикционного тензора, рассчитанных в двух механизмах вязкости, существенно отличаются друг от друга. Это обуславливает различный характер движения делящейся системы к разрыву в разных механизмах вязкости. Выбор коллективных ко-

ординат существенно влияет на качественное поведение компонент тензоров инерции и фрикции в зависимости от этих координат. Даже при использовании одной и той же параметризации формы ядра (в данном случае $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации) зависимости компонент тензоров от выбранных координат будут отличаться. Это может быть продемонстрировано из сравнения рис. 5, где вычисления проведены в более удобных для динамических расчетов координатах $\{q_1, q_2, q_3\}$, описанных выше, с рис. 4 и 5 из работы [18], полученными для той же параметризации, но коллективными координатами являлись $\{c, h, \alpha'\}$.

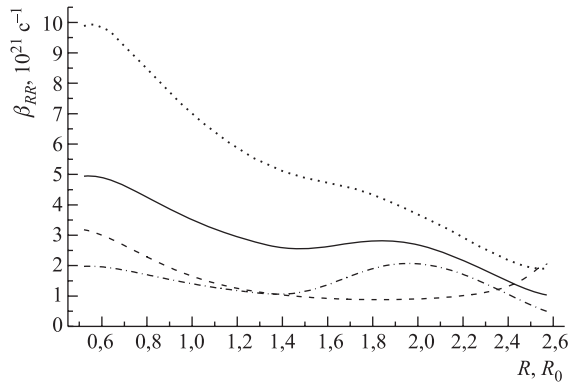


Рис. 6. Вычисленный при $h = \alpha = 0$ приведенный коэффициент трения $\beta_{RR} = \gamma_{RR}/m_{RR}$ для ядра ^{224}Th . Штрихпунктирная, сплошная и точечная кривые соответствуют однопольному механизму ядерной вязкости с $k_s = 0,1; 0,25$ и $0,5$ соответственно. Пунктирная кривая получена в предположении двухпольного механизма вязкости с $\nu_0 = 2 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$

Более наглядным будет сравнение компонент тензоров вязкости и инерции, рассчитанных для коллективных координат, имеющих ясный физический смысл во всех параметризациях формы ядра (например, для расстояния между центрами масс R). Важной характеристикой протекания процесса деления, часто привлекаемой для анализа, является приведенный коэффициент трения $\beta = \gamma/m$. На рис. 6 представлена компонента $\beta_{RR} = \gamma_{RR}/m_{RR}$, полученная в координатах $\{R, h, \alpha\}$, как функция R при $h = 0, \alpha = 0$. Данная компонента, в основном, определяет характер движения вдоль основной делительной координаты, что напрямую связано с одной из важнейших характеристик — временем деления. Из рисунка видно, что значения β_{RR} для однопольного механизма ядерной вязкости при $k_s = 0,1$ становятся близкими к значениям, рассчитанным в двухпольном механизме ядерной вязкости с $\nu_0 = 2 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$, однако зависимость от деформаций все же оказывается разной.

В работах [82, 90–92] было показано, что предположения, используемые при выводе формулы «стены», могут не выполняться при определенных условиях. Так, предположение о хаотичности движения частиц внутри формы ядра не выполняется при движении частиц в интегрируемых потенциалах, таких, например, как эллипсоидальная прямоугольная яма. В этом случае движение частиц внутри формы ядра будет упорядоченным и величина диссипации, предсказываемая формулой «стены», будет значительно завышена. В связи с этим в работах [93] был предложен коэффициент редукции формулы «стены», зависящий от деформации и отражающий величину хаотизации движения частиц. Однако уже в [82] было показано, что даже в интегрируемых потенциалах будут получаться значения, близкие к значениям, даваемым формулой «стены», если выполнить хаотизацию движения частиц. Также в работе [79] было показано, что учет столкновения между частицами приводит к хаотизации движения частиц, а ее величина зависит от температуры и плотности состояний вблизи энергии Ферми.

В работах [94] коэффициент редукции вклада от формулы «стены» определялся мерой хаоса одночастичного движения нуклонов внутри ядерной формы. Мера хаоса (хаотичности движения нуклонов) зависела от формы ядра, т. е. от коллективных координат. Значение хаотичности изменялось в пределах от 0 до 1 при эволюции ядра от сферической конфигурации до разрывной. Таким образом, коэффициент редукции явно зависел от деформации, причем эта зависимость рассчитывалась на основе общих принципов теории хаоса [95], а не вводилась *ad hoc* для объяснения экспериментальных данных, как в [26, 27]. Первое применение такого подхода при описании делительных ширин, множественности предразрывных нейтронов и сечений остатков испарения оказалось довольно успешным, хотя расчеты проводились в одномерной модели. Представляется интересным и желательным распространение этого подхода и на многомерный случай.

Важным моментом при изучении реакций слияния-деления в рамках стохастического подхода является учет зависимости кинетических коэффициентов от температуры. Разные теоретические подходы, применяемые для расчета кинетических коэффициентов, используют различные приближения, а также параметры, определенные недостаточно точно. Поэтому получающиеся температурные зависимости фрикционного тензора сильно различаются. Так, например, формула «стены», полученная в рамках приближений, используемых в [82], предсказывает коэффициент трения, который практически не зависит от температуры. Выражение для формулы «стены» также может быть получено в рамках теории линейного отклика [79, 90], но в данном случае получается температурная зависимость коэффициента трения, согласно которой трение возрастает с температурой пропорционально T^2 . Двухтельная вязкость, в свою очередь, уменьшается с температурой как $1/T^2$ [96]. Зависимость трения от температуры также исследовалась в эксперименталь-

ных работах [97–99], где было получено, что коэффициент трения растет с температурой.

Кинетические коэффициенты могут быть также рассчитаны с использованием микроскопических подходов [79, 90, 100, 101]. Их использование позволяет избавиться от многих приближений, которые неизбежно применяются при расчетах кинетических коэффициентов в рамках макроскопических моделей. Тем не менее проведение расчетов в рамках микроскопических подходов крайне трудоемко, кроме того, в этих расчетах полученные значения кинетических коэффициентов, их зависимость от температуры и деформации могут значительно различаться в зависимости от используемого метода расчета, набора констант и т. д. Поэтому в настоящее время наиболее часто при проведении динамического моделирования реакций с тяжелыми ионами кинетические коэффициенты рассчитывают в рамках макроскопических моделей.

1.6. Статистическая модель распада возбужденного ядра. Процесс распада возбужденных атомных ядер может рассматриваться в рамках статистической модели деления, предложенной Бором, Уилером [7] и Вайскопфом [102] и развитой в последующих многочисленных работах. Однако статистическая модель в своем стандартном виде [103] не способна описать экспериментальные данные по дисперсиям массового и энергетического распределений в области тяжелых ядер с параметром $Z^2/A > 32$ [104]. Это связано прежде всего с тем, что она не учитывает динамику процесса деления.

При проведении динамических расчетов статистическая модель обычно используется для описания эмиссии легких частиц, которая сопровождает процесс деления и конкурирует с ним. Объединение динамической и статистической моделей позволяет значительно приблизить теоретическое описание процесса распада ядра к реальной картине этого процесса. Впервые такое объединение было проведено в работе [14], где обычное УФП дополнялось членом, описывающим эмиссию легких частиц непрерывным образом. Несмотря на то, что в этой работе авторы ограничились рассмотрением лишь одной коллективной координаты и эмиссия частиц рассматривалась непрерывным образом, им удалось воспроизвести основные эффекты влияния вылета частиц на динамику деления ядра. Позже в работе [105] была предложена другая схема включения статистической модели испускания частиц в динамические расчеты. В ней рассматривалось редуцированное уравнение Ланжевена, при численном интегрировании которого вылет частиц учитывался дискретным образом. В настоящее время широко используются оба метода учета эмиссии частиц: непрерывным [25] и дискретным образом [18, 19, 26].

В рамках статистической модели вероятность вылета той или иной частицы определяется шириной распада ядра по соответствующему каналу. Ширины распада выражаются через плотность возбужденных состояний ядра,

которая, в свою очередь, зависит от энергии возбуждения, углового момента, деформации составного ядра и его нуклонного состава.

Обычно выражение для плотности уровней ядра выбирается в рамках модели ферми-газа и выглядит следующим образом [70, 106]:

$$\rho(E, I, \mathbf{q}) = \frac{(2I+1)a(\mathbf{q})^{1/2}}{12} \left(\frac{\hbar^2}{2J_{\perp}(\mathbf{q})} \right)^{3/2} \times \\ \times \frac{\exp[2(a(\mathbf{q})E)^{1/2}]}{E^2} K_{\text{rot}}(E) K_{\text{vib}}(E), \quad (37)$$

где E — энергия возбуждения; I — спин. Вибрационное и ротационное усиления плотности уровней K_{vib} и K_{rot} даются выражениями [107]

$$K_{\text{rot(vib)}}(E) = [K_{\text{rot(vib)}}^0 - 1] f(E) + 1, \quad (38)$$

$$f(E) = \left[1 + \exp\left(\frac{E - E_{\text{cr}}}{\Delta E}\right) \right]^{-1}.$$

Здесь, следуя [107], мы учли наличие затуханий коллективных усилений плотности уровней с температурой. Значения для критической энергии $E_{\text{cr}} = 40$ МэВ и $\Delta E = 10$ МэВ предполагаются постоянными. Выражения для K_{rot}^0 и K_{vib}^0 выглядят следующим образом:

$$K_{\text{vib}}^0 = \begin{cases} 1 & \text{для деформированных ядер,} \\ \exp(0,0555A^{2/3}T^{4/3}) & \text{для сферических ядер,} \end{cases} \quad (39)$$

$$K_{\text{rot}}^0 = \begin{cases} 1 & \text{для сферических ядер,} \\ J_{\perp}T & \text{для деформированных ядер.} \end{cases} \quad (40)$$

Важность включения коллективных усилений при расчете плотности уровней, а также их затуханий с увеличением температуры, была отмечена, например, в работах [107–109]. Тем не менее коллективные усиления редко учитываются при разработке ланжевенских моделей. В работе [67] было показано, что включение коллективных усилений оказывает существенное влияние на рассчитываемые значения таких величин, как средняя множественность предразрывных нейтронов и вероятность деления. Поскольку эти характеристики часто используются для получения информации, например, о ядерной вязкости, то при проведении такого анализа следует уделять особое внимание точности расчета плотности уровней.

Хорошо известно, что для деформаций вблизи сферической формы ядра можно ввести только вибрационное усиление плотности уровней, а ротацион-

ное отсутствует вследствие эффектов симметрии. Для сильнодеформированных ядер, наоборот, можно учитывать только ротационное усиление плотности уровней, а вибрационное оказывается в 10–100 раз меньше ротационного, и им обычно пренебрегают. Однако для промежуточной области деформаций пока остается до конца не ясным, как производить переход от вибрационных усилений к ротационным при увеличении деформации [107]. В связи с этим в работе [107] делается оценка, согласно которой при квадрупольных деформациях $\beta_2 < 0,15$ можно считать, что ядро находится достаточно близко к сферической деформации, и, соответственно, в данной области деформаций присутствует только вибрационное усиление плотности уровней. При больших деформациях ротационное усиление резко возрастает до значений, даваемых формулой (40), и оно становится доминирующим для этой области деформаций.

Парциальные ширины распада ядра с испусканием частицы j ($j = n, p, d, t, {}^3\text{He}, \alpha$) можно выразить [106] через плотность одночастичных уровней остаточного ядра ρ_j и сечение поглощения данной частицы остаточным ядром $\sigma_{\text{inv}}^{(j)}$:

$$\Gamma_j = \frac{g_j m_j}{(\pi \hbar)^2} \frac{1}{\rho_0(E_{\text{int}}^{(0)})} \int_{V_j}^{E_{\text{int}}^{(j)} - B_j} \sigma_{\text{inv}}^{(j)}(E) \rho_j(E_{\text{int}}^{(j)} - B_j - E) E dE, \quad (41)$$

где g_j, m_j, B_j, V_j — статистический фактор, обусловленный спином частицы, ее масса, энергия связи в составном ядре и кулоновский барьер соответственно; $E_{\text{int}}^{(0)}, E_{\text{int}}^{(j)}$ — внутренняя энергия возбуждения исходного и остаточного ядер.

Радиационные ширины испускания γ -квантов рассчитывались по формуле

$$\Gamma_\gamma = \frac{1}{(\pi \hbar c)^2} \frac{1}{\rho_0(E_{\text{int}}^{(0)})} \int_0^{E_{\text{int}}^{(0)}} \sigma_\gamma(E) \rho_\gamma(E_{\text{int}}^{(0)} - E) E^2 dE, \quad (42)$$

где $\sigma_\gamma(E)$ — обратное сечение дипольного фотопоглощения. Стоит, однако, заметить, что для корректного описания эмиссии частиц в рамках ланжевеновских моделей необходимо учитывать деформационную зависимость параметров статистической модели, таких как барьеры эмиссии, энергии связи частиц, сечения обратных процессов [21, 110], поскольку при проведении численного моделирования процесса деления составное ядро значительную часть времени проводит в области больших деформаций, существенно отличных от сферического состояния.

К сожалению, большинство статистических кодов, используемых в ланжевеновских расчетах [25, 26], созданы для описания испарения частиц из

сферического ядра. Не является исключением и статистический код, разработанный группой Ильинова [106], который используем и мы. Параметры этой статистической модели были надежно зафиксированы исходя из большого числа данных по плотности уровней, ширинам распада и временам жизни ядер, что позволило повысить не только точность модели, но и надежность экстраполяции в область больших возбуждений.

Статистическая модель также может использоваться в динамических расчетах не только для описания эмиссии легких частиц, но и для описания деления ядра. С уменьшением параметра делимости и/или уменьшением энергии возбуждения составного ядра чрезвычайно быстро увеличивается среднее время деления и уменьшается делимость. Поэтому для делящихся систем с низкой делимостью использование чисто динамического подхода становится практически невозможным из-за большого времени счета. Выходом из ситуации может быть переход в статистическую ветвь динамических расчетов, где не только испарение легких частиц, но и само деление описывается в рамках статистической модели (этот подход был предложен впервые в [105]). Переход в статистическую ветвь происходит при выполнении следующих условий: 1) система находится до гребня в области основного состояния; 2) время расчетов превысило определенное значение $t > t_{\text{stat}}$; 3) отношение температуры ядра к величине барьера деления $T/B_f < 0,2$. Параметр t_{stat} подбирается таким образом, чтобы заведомо удовлетворить условию достижения потоком частиц через барьер деления своего квазистационарного значения.

После перехода в статистическую ветвь рассчитывается делительная ширина для многомерного случая [11]. В силу того, что ядро является термодинамической системой, как было отмечено выше, расчет квазистационарной делительной ширины стоит проводить с использованием термодинамических потенциалов. Ниже приводится выражение для квазистационарного значения делительной ширины в случае потенциала свободной энергии:

$$\Gamma_f = \omega_K \left(\frac{\det \Omega_{ij}^2(\mathbf{q}_{\text{gs}})}{\det |\Omega_{ij}^2(\mathbf{q}_{\text{sd}})|} \right)^{1/2} \exp(-(F(\mathbf{q}_{\text{sd}}) - F(\mathbf{q}_{\text{gs}}))/T), \quad (43)$$

где $\Omega_{ij}^2(\mathbf{q}_{\text{gs}}) = \mu_{ik}(\mathbf{q}_{\text{gs}}) \left(\frac{\partial^2 F(\mathbf{q})}{\partial q_k \partial q_j} \right)_{\mathbf{q}=\mathbf{q}_{\text{gs}}}$; $\Omega_{ij}^2(\mathbf{q}_{\text{sd}}) = \mu_{ik}(\mathbf{q}_{\text{sd}}) \left(\frac{\partial^2 F(\mathbf{q})}{\partial q_k \partial q_j} \right)_{\mathbf{q}=\mathbf{q}_{\text{sd}}}$; ω_K — крамерсовская частота, которая является единственным положительным корнем уравнения

$$\det (E(2\pi\omega_K/\hbar)^2 + (2\pi\omega_K/\hbar)\mu_{ik}(\mathbf{q}_{\text{sd}})\gamma_{kj}(\mathbf{q}_{\text{sd}}) + \Omega_{ij}^2(\mathbf{q}_{\text{sd}})) = 0, \quad (44)$$

где E — единичная матрица; координаты \mathbf{q}_{sd} и \mathbf{q}_{gs} определяют положение седловой точки и основного состояния. В статистической ветви программы вероятность того, что девозбуждение системы произойдет посредством эмис-

сии частицы или деления, вычисляется методом Монте-Карло с вероятностями каждого события, пропорциональными парциальным ширинам распада Γ_j и Γ_f . Если системе выпало разделиться, то происходит переход из статистической ветви обратно к динамическому моделированию, но в этом случае расчет продолжается с поверхности гребня, и возвращение частицы в область основного состояния блокируется.

Стоит, однако, отметить, что выбор потенциала свободной энергии $F(\mathbf{q})$ для расчета квазистационарного значения делительной ширины не является однозначным. Выражение (43), строго говоря, является приближением для процесса деления. Поскольку деление не является процессом с постоянной температурой, то соответственно и точность выражения (43) определяется тем, насколько постоянной остается температура при делении ядра. В силу того, что процесс деления (между актами испарения частиц) является процессом с постоянной полной энергией возбуждения, то более обоснованным является использование энтропии вместо свободной энергии при расчете квазистационарного значения делительной ширины. Обсуждение данного вопроса и результаты динамических расчетов с использованием энтропии можно найти, например, в работах [26, 27]. Однако, на наш взгляд, использование энтропии для расчета делительной ширины также не является лучшим решением, поскольку в формуле типа (43) не учитывается ландшафт потенциальной энергии, а учитывается только поведение потенциальной энергии вблизи основного состояния и седловой точки. В этом смысле более последовательным является метод расчета делительной ширины, основанный на концепции среднего первичного времени достижения границы (mean first passage time) [111, 112] или альтернативной концепции среднего последнего времени прохождения седловых точек (mean last passage time) [113]. Этот метод давно и успешно применяется в других областях физики [8]. Тем не менее до настоящего времени он развит только для движения системы в режиме сверхзатухания, что не является общим случаем. Поэтому развитие и совершенствование этого метода — одна из важных задач физики деления на сегодняшний день.

2. МАССОВО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ

Массово-энергетические распределения (МЭР) осколков деления традиционно используются как один из источников информации о динамике процесса деления. Впервые МЭР осколков деления были достаточно полно изучены Никсом и Святецки в их динамической модели с нулевой вязкостью [114]. В рамках этой модели удалось описать параметры МЭР осколков деления для легких делящихся ядер с $Z^2/A \leq 31$. Для более тяжелых ядер мо-

дель с нулевой вязкостью [114] приводит к систематически низким значениям дисперсий массовых и энергетических распределений.

Значительных успехов в описании характеристик МЭР осколков деления и понимании роли ядерной диссипации удалось достичь в рамках диффузионной модели, основанной на многомерном уравнении Фоккера–Планка для функции распределения коллективных переменных [13,43]. Важным достижением диффузионной модели является объяснение резкого роста дисперсий массового и энергетического распределений с увеличением параметра Z^2/A . Однако модель не лишена недостатков, основной из которых заключается в том, что для решения уравнения Фоккера–Планка применяются приближенные методы, флуктуации коллективных переменных учитываются «в среднем». В работе [45] сравнивались дисперсии энергетических распределений, рассчитанные в диффузионной и двухмерной Ланжевеновской моделях. В результате была оценена погрешность, к которой может приводить приближенность методов решения уравнения Фоккера–Планка. Ее значение составляет $\sim 30\%$. В диффузионной модели и модели с нулевой вязкостью Никса также не рассматривался процесс девозбуждения составного ядра за счет эмиссии предразрывных частиц, который оказывает значительное влияние на процесс эволюции коллективных степеней свободы и, в конечном итоге, на параметры рассчитываемых распределений осколков деления.

Стохастический подход, основанный на системе трехмерных уравнений Ланжевена, позволяет в полном объеме изучить МЭР осколков деления. В этом разделе представлены результаты систематического (в широком интервале параметра делимости и энергий возбуждения) применения трехмерных уравнений Ланжевена к изучению характеристик МЭР осколков деления.

2.1. Двухмерные МЭР осколков деления. Метод расчета наблюдаемых характеристик основан на использовании понятия поверхности разрыва. Предполагается, что распределение коллективных переменных и сопряженных им импульсов формируется в процессе спуска системы с условной седловой точки до некоторой разрывной конфигурации, при которой происходит «мгновенный» разрыв шейки ядра без изменения вытянутости. Дальнейшая эволюция коллективных переменных оказывает лишь второстепенное влияние на сформированные распределения продуктов реакции. Этот метод широко применялся ранее при изучении МЭР в рамках диффузионной модели.

При расчете параметров энергетического распределения предполагалось, что полная кинетическая энергия осколков деления E_K есть сумма кулоновской энергии отталкивания V_c , ядерной энергии притяжения V_n будущих осколков и кинетической энергии их относительного движения (предразрывной кинетической энергии E_{ps}). Все слагаемые в этой сумме рассчитывались в момент разрыва $E_K = V_c + V_n + E_{ps}$. Расчетные формулы для V_c и V_n в МЖК, учитывающей конечный радиус действия ядерных сил и диффузность поверхности ядра, приведены в приложении статьи [60].

На рис. 7 представлены рассчитанные МЭР осколков деления для составного ядра ^{224}Th при трех значениях энергии налетающего иона. Из рисунка хорошо видно уширение МЭР осколков с увеличением энергии возбуждения. Также следует отметить, что форма контурных линий распределений качественно соответствует картине, наблюдаемой экспериментально. Количественное сравнение рассчитанных характеристик двухмерного МЭР осколков с экспериментом удобнее проводить в терминах параметров одномерного массового и энергетического распределений, а также корреляционных зависимостей параметров МЭР.

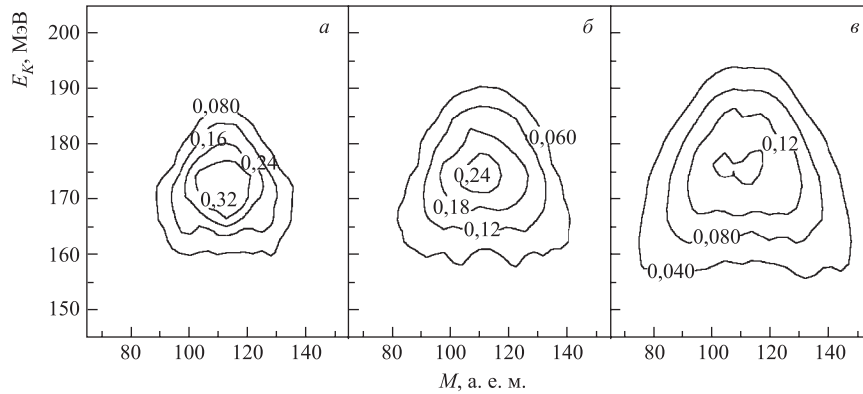


Рис. 7. Массово-энергетические распределения осколков деления, полученные для реакции $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{224}\text{Th}$ при трех значениях энергии налетающего иона: а) $E_{\text{lab}} = 82,8$ МэВ; б) $E_{\text{lab}} = 130$ МэВ; в) $E_{\text{lab}} = 185$ МэВ. Расчет выполнен в предположении однодельного механизма вязкости с $k_s = 0,25$

2.2. Одномерные массовое и энергетическое распределения осколков.

Одномерные массовое и энергетическое распределения могут быть получены интегрированием двухмерного МЭР по соответствующему параметру. Одномерные энергетическое и массовое распределения при высоких энергиях возбуждения представляют собой кривые с одним максимумом и обычно, как в экспериментальных работах, так и в теоретических расчетах, аппроксимируются гауссовскими кривыми со средними значениями и дисперсиями, которые являются основными характеристиками распределений. Обсуждение результатов, как правило, проводится в терминах этих величин. Иногда также привлекаются для анализа третий γ_3 и четвертый γ_4 моменты (асимметрия и эксцесс) массового и энергетического распределений, которые характеризуют отличие распределения от нормального и определяются как

$$\gamma_3 = \langle (X - \langle X \rangle)^3 \rangle / \sigma_X^3, \tag{45}$$

$$\gamma_4 = \langle (X - \langle X \rangle)^4 \rangle / \sigma_X^4 - 3, \tag{46}$$

где под X подразумевается либо кинетическая энергия осколков E_K , либо масса осколка M , σ_X^2 — дисперсия распределения. Для гауссовского распределения $\gamma_3 = \gamma_4 = 0$.

Как показали проведенные расчеты, первые и вторые моменты массового и энергетического распределений оказываются чувствительными к величине вязкости, используемой в расчетах, а также к характеру спуска траекторий от седла до разрыва. Параметры энергетического распределения также особо чувствительны к выбору условия разрыва [58, 84].

Параметры энергетического распределения для различных ядер изучались в большом числе как экспериментальных [115–117], так и теоретических работ [44, 45, 118–120]. Из анализа экспериментальных данных было получено, что $\langle E_K \rangle$ практически не зависит ни от углового момента, ни от энергии возбуждения [115]. Кроме того, в работах [115, 116] было показано, что $\langle E_K \rangle$ не является линейной функцией параметра $Z^2/A^{1/3}$, как это следует из систематики Виолы [121], а имеет излом при $Z^2/A^{1/3} \simeq 900$, если из всевозможных экспериментальных данных отобрать результаты только для достаточно сильно нагретых ядер, исключив низкоэнергетическое и спонтанное деление, подверженное сильному влиянию оболочечных эффектов, а также реакции квазиделения. Систематика, предложенная в [115, 116], имеет вид

$$\langle E_K \rangle = \begin{cases} 0,104Z^2/A^{1/3} + 24,3 \text{ МэВ} & (Z^2/A^{1/3} > 900), \\ 0,131Z^2/A^{1/3} \text{ МэВ} & (Z^2/A^{1/3} \leq 900). \end{cases} \quad (47)$$

Согласно систематике Виолы [121] $\langle E_K \rangle$ дается следующим выражением:

$$\langle E_K \rangle = 0,1189Z^2/A^{1/3} + 7,3 \text{ МэВ}. \quad (48)$$

На рис. 8 представлена зависимость средней кинетической энергии осколков от параметра $Z^2/A^{1/3}$, полученная в трехмерных ланжевенских расчетах с модифицированным вариантом однотельной вязкости. Из рис. 8 видно, что рассчитанные значения $\langle E_K \rangle$ неплохо согласуются с экспериментальными данными и лежат ближе к систематике Виолы. Стоит подчеркнуть, что с увеличением коэффициента редукции k_s уменьшаются рассчитанные нами значения $\langle E_K \rangle$ [19, 122, 123]. Аналогичный результат был получен в двухмерных расчетах [86] с условием разрыва — равенство нулю радиуса шейки. В [86] наилучшее описание экспериментальных данных достигалось при $k_s \cong 0,3$. Полученные в трехмерных расчетах значения $\langle E_K \rangle$ оказываются не столь чувствительными к значению k_s , поэтому на их основе трудно сделать заключение о величине вязкости. Тот факт, что $\langle E_K \rangle$ фактически перестает зависеть от k_s , связан с тем, что в трехмерных расчетах по сравнению с двухмерными [86] учитывается эволюция ядра по координате массовой асимметрии, и $\langle E_K \rangle$ находится интегрированием $\langle E_K(M) \rangle$ по M . В [25] показано, что

в случае большой величины трения, когда спуск от седла до разрыва происходит медленно, т. е. E_{ps} можно положить равной нулю, $\langle E_K \rangle_{3D}$ — средняя кинетическая энергия осколков, полученная в трехмерных расчетах, будет связана с $\langle E_K \rangle_{2D}$ — средней кинетической энергией осколков, полученной в двухмерных расчетах, соотношением

$$\langle E_K \rangle_{3D} = (1 - \sigma_{\eta_A}^2) \langle E_K \rangle_{2D}, \quad (49)$$

где $\sigma_{\eta_A}^2$ — дисперсия распределения по координате массовой асимметрии η_A в разрыве. С увеличением k_s уменьшаются значения $\sigma_{\eta_A}^2$, соответственно растет выражение в скобках, а $\langle E_K \rangle_{2D}$, напротив, уменьшается. Таким образом, значения $\langle E_K \rangle_{3D}$ становятся менее зависимы от k_s , чем $\langle E_K \rangle_{2D}$. Как видно из рис. 8, предположение о малости E_{ps} в расчетах с одной вязкостью выполняется хорошо, поскольку даже для самых тяжелых ядер E_{ps} не превосходит 10 МэВ. В широком диапазоне параметра Z^2/A E_{ps} дает вклад в E_K не более 2 %.

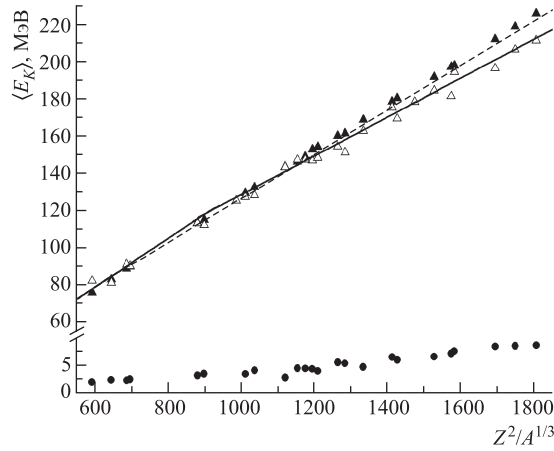


Рис. 8. Зависимость $\langle E_K \rangle$ от параметра $Z^2/A^{1/3}$; Δ — экспериментальные данные [116, 134, 136, 143, 146, 196, 214–219]; \blacktriangle — результаты теоретических расчетов с $k_s = 0,25$; \bullet — $\langle E_{ps} \rangle$. Сплошная линия — систематика [115, 116]: $0,104Z^2/A^{1/3} + 24,3$ МэВ для области $Z^2/A^{1/3} > 900$ и $0,131Z^2/A^{1/3}$ для области $Z^2/A^{1/3} \leq 900$; штриховая — систематика Виолы [121]: $\langle E_K \rangle = 0,1189Z^2/A^{1/3} + 7,3$ МэВ

На рис. 9, а представлена зависимость дисперсии массового распределения от параметра Z^2/A . Как видно из этого рисунка, в рамках стохастического подхода с использованием модифицированного варианта одной вязкости удается неплохо воспроизвести резкий рост экспериментальных значений σ_M^2 в области тяжелых ядер. Результаты расчетов с $k_s = 1$ [19, 122, 123] практически совпадают с результатами расчетов, выполненных в статистиче-

ской модели [103]. Объяснение роста σ_M^2 с уменьшением k_s заключается в следующем: с одной стороны, жесткость потенциальной энергии по масс-асимметричной координате на спуске от седла до разрыва постоянно возрастает, соответственно сужается и массовое распределение. С другой стороны, поскольку спуск происходит за конечное время, то система сохраняет «память» о прежней большей ширине распределения. И чем быстрее происходит спуск, тем больше будут «запомненные» значения дисперсии. Скорость спуска в основном зависит от вязкости, величина которой определяется значением коэффициента k_s . Данный механизм формирования массового распределения подробно обсуждался ранее в работах [13, 43].

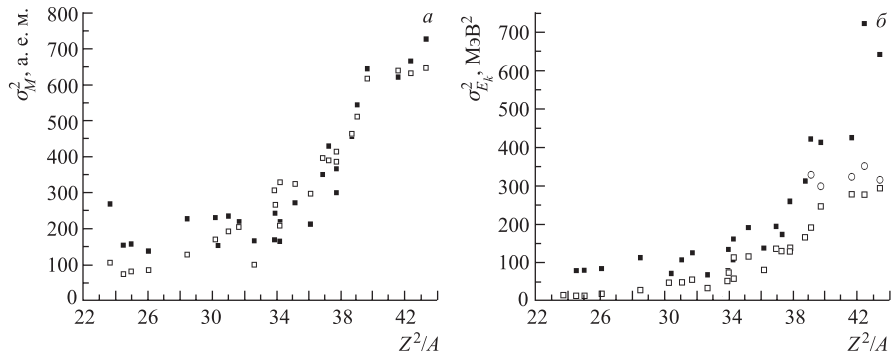


Рис. 9. Зависимость дисперсии массового (а) и энергетического (б) распределений от параметра Z^2/A : ■ — экспериментальные данные; □, ○ — результаты теоретических расчетов с $k_s = 0,25$ и $0,1$ соответственно. Экспериментальные данные взяты из [116, 134, 136, 143, 146, 196, 214–219]

Рассчитанные значения σ_{EK}^2 для разных k_s показаны на рис. 9, б. Из рисунка видно, что расчеты в трехмерной ланжевеновской динамике с $k_s \sim 0,1–0,25$ позволяют неплохо воспроизвести рост экспериментальных значений дисперсий с увеличением Z^2/A . Результаты расчетов с $k_s = 1$ практически совпадают с результатами расчетов, выполненных в динамической модели с нулевой вязкостью [114, 124]. Как показали проведенные расчеты, включение третьей коллективной координаты (координаты массовой асимметрии) ведет к значительному увеличению σ_{EK}^2 по сравнению с расчетами в двухмерных моделях [118, 120] для симметричного деления. Данный результат находится в согласии с качественными оценками [25], предсказывающими увеличение ширины энергетического распределения, полученного в двухмерных расчетах для симметричного деления, при учете флуктуаций координаты массовой асимметрии.

Стоит также особо отметить, что параметры энергетического распределения оказываются чувствительными к выбору параметризации формы деля-

щегося ядра и условию разрыва. Так, например, в работе [25] в двухмерных ланжевеновских расчетах значения $\langle E_K \rangle$ и σ_{E_K} оказались примерно на 15% больше для двухцентральной параметризации [38, 39] с фиксированным параметром шейки, чем для параметризации, основанной на полиномах Лежандра [125]. Подобный вывод можно также сделать и из сравнения результатов работ [44] и [118, 120], в которых расчеты проводились с использованием двухтельного механизма ядерной вязкости примерно при одинаковых значениях коэффициента двухтельной вязкости ν_0 , но в работе [44] использовалась $\{c, h, \alpha\}$ -параметризация [33] и условие разрыва выбиралось при конечной толщине шейки, а в [118, 120] использовалась параметризация оваловидов Кассини [37] и условие разрыва выбиралось при нулевом радиусе шейки. В данных работах для близких делящихся ядер с близкими энергиями возбуждения результаты расчетов $\sigma_{E_K}^2$ оказались существенно различными.

В эксперименте также изучаются асимметрия (γ_3) и эксцесс (γ_4) массового и энергетических распределений. В случае деления высоковозбужденных ядер для массового распределения с большой точностью выполняется условие $\gamma_3 = \gamma_4 = 0$. Такой же результат получается и в теоретических расчетах [18, 19, 122]. Проведенные экспериментальные исследования [126, 127] зависимости γ_3 и γ_4 энергетического распределения для компаунд-ядер от Os до U при различных энергиях возбуждения показывают, что энергетические распределения характеризуются малостью и постоянством коэффициентов $\gamma_3 \simeq -0,1$ и $\gamma_4 \simeq 0$. Воспроизведение данных значений γ_3 и γ_4 в теоретических расчетах пока остается до конца не решенной задачей, поскольку, как отмечено выше, параметры энергетического распределения оказываются крайне чувствительными к деталям теоретических расчетов, таким как условие разрыва, величина вязкости и используемая параметризация для описания формы ядра. В связи с этим стоит упомянуть работу [60], где в рамках $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации изучалось влияние условия разрыва на параметры энергетического распределения. Было получено, что при переходе от условия разрыва при фиксированной толщине шейки ($r_N = 0,3R_0$) к вероятностному моделированию разрыва рассчитанные значения γ_3 и γ_4 оказываются несколько ближе к экспериментальным данным. Кроме того, использование вероятностного условия разрыва приводит к несколько меньшим значениям $\langle E_K \rangle$ и увеличению $\sigma_{E_K}^2$. Таким образом, параметры энергетического распределения могут быть использованы не только для определения вязкости ядерного вещества в делении, но также и для исследования процесса разрыва ядра на осколки.

Из сравнения рассчитанных значений дисперсий для разных k_s с экспериментальными данными можно сделать вывод о том, что для воспроизведения в расчетах экспериментальных значений дисперсий в области наиболее легких ядер, рассматриваемых в данной работе, необходимо использовать значения $k_s \sim 0,25-0,5$, а для более тяжелых ядер — $k_s \sim 0,1$.

В рамках статистической модели деления [103] и динамической модели с нулевой вязкостью [114, 124] в данном диапазоне изменения параметра Z^2/A не удается даже качественно описать резкий рост экспериментальных значений $\sigma_{E_K}^2$ и σ_M^2 с утяжелением делящихся ядер. В диффузионной модели [13, 43] был достигнут значительный прогресс в описании зависимостей $\sigma_{E_K}^2$ и σ_M^2 от параметра делимости, однако расчеты в диффузионной модели были проведены без учета испарения легких предразрывных частиц. Данный эффект оказывает серьезное влияние на параметры МЭР [118, 120], так как испаряющиеся частицы уносят значительную часть энергии возбуждения, и соответственно, уменьшаются значения дисперсий как массового, так и энергетического распределений.

В последнее время начали проводиться расчеты МЭР при низких энергиях возбуждения. В работе [21] были опубликованы результаты двухмерных ланжевенских расчетов массового распределения для составного ядра ^{227}Pa при низких энергиях возбуждения. Были учтены оболочечные поправки при расчете потенциальной энергии и параметра плотности уровней, а также деформационная зависимость коэффициента проницаемости при определении ширины эмиссии частиц. В этих работах в теоретических расчетах было получено мультимодальное деление. При этом форма массового распределения оказалась крайне чувствительной к величине ядерной вязкости (значению коэффициента k_s). Поэтому в [21] был сделан вывод о том, что в области низких энергий возбуждения параметры массового распределения являются более чувствительными к величине вязкости, чем множественности предразрывных частиц. Кроме того, авторы [21] указывают на важность учета температурной зависимости ядерной вязкости.

2.3. Механизмы ядерной вязкости и МЭР осколков деления. Как было отмечено выше, для описания диссипативных свойств ядерной материи традиционно используются два классических механизма ядерной вязкости: однопольный и двухпольный. Однопольный механизм является, несомненно, физически более обоснованным, но вместе с тем расчеты в рамках диффузионной модели [13, 43] были выполнены с двухпольной вязкостью и привели к хорошему качественному и количественному согласию с экспериментальными данными по параметрам МЭР. Поэтому представляет интерес сравнение результатов, полученных для обоих механизмов вязкости в рамках трехмерного ланжевенского подхода. В [128] расчеты параметров МЭР осколков были выполнены в трехмерной ланжевенской модели для реакции



Причина выбора именно этой реакции состоит в том, что она была изучена нами в рамках трехмерного подхода с однопольной вязкостью. В [129] в двухмерном ланжевенском подходе для этой реакции было рассчитано массовое распределение как с однопольной, так и с двухпольной вязкостью.

Прежде всего остановимся на качественной стороне сравнения двух механизмов ядерной вязкости. В случае однопольного механизма ядерной вязкости ($k_s = 0,25$) в [18] были получены следующие значения координат средних точек разрыва: $c_{sc} = 2,1$, $h_{sc} = -0,07$ для ядра ^{206}Po и $c_{sc} = 2,2$, $h_{sc} = -0,11$ для ядра ^{260}Rf . Хорошо известно, что двухпольный механизм вязкости приводит к более вытянутым разрывным формам по сравнению с однопольным. Рассчитанные в [128] в предположении двухпольной вязкости ($\nu_0 = 3,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$) координаты средней точки разрыва $c_{sc} = 2,5$ и $h_{sc} = -0,25$ хорошо согласуются со значениями, полученными ранее в рамках диффузионной модели. Отметим также, что для обоих механизмов ядерной вязкости положение средней точки разрыва слабо изменяется при варьировании значения коэффициента вязкости (k_s или ν_0). Особенно слаба эта зависимость в случае однопольной вязкости.

Как показали расчеты [128], использование двухпольной вязкости, в отличие от однопольной, приводит к практически гауссовским энергетическим распределениям при всех значениях коэффициента двухпольной вязкости ν_0 . Двухпольный механизм вязкости в этом отношении дает лучшее качественное согласие с экспериментом. Что касается массового и массово-энергетического распределений, то можно сказать, что они также качественно хорошо согласуются с экспериментом.

Таблица 3. Рассчитанные в предположении двухпольного механизма вязкости параметры МЭР осколков деления и средние множественности предразрывных нейтронов в сравнении с экспериментальными данными [116]

$\nu_0, 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$	$\sigma_M^2, (\text{a. e. m.})^2$	$\sigma_{E_K}^2, \text{МэВ}^2$	$\langle E_K \rangle, \text{МэВ}$	$\langle n_{pre} \rangle$
2	233	122	185	0,8
3,5	270	148	176	1,1
5	304	144	172	1,4
10	302	127	169	2,5
25	261	101	166	3,8
Эксперимент [116]	366	259	178	3,0

Перейдем к количественным характеристикам. Рассчитанные величины параметров МЭР и $\langle n_{pre} \rangle$ сведены в табл. 3 для ряда значений коэффициента двухпольной вязкости. Из таблицы видно, что удовлетворительное описание средней множественности предразрывных нейтронов $\langle n_{pre} \rangle$ достигается при коэффициенте двухпольной вязкости $\nu_0 = (10-25) \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$. Такой же вывод был сделан и в работе [129]: для того чтобы описать экспериментальные данные по $\langle n_{pre} \rangle$, необходимо увеличить коэффициент двухпольной вязкости до $\nu_0 = 25 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$. Вместе с тем данные по $\langle E_K \rangle$ воспроизводятся при $\nu_0 \simeq 3,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$. Что касается дисперсий, то дисперсия массового распределения σ_M^2 недооценивается на

20 %, в то время как дисперсия энергетического распределения расходуется с экспериментальным значением практически в два раза.

Поведение дисперсии массового распределения в зависимости от коэффициента двухтельной вязкости может быть объяснено следующим образом. Существуют две противоположные тенденции: с ростом вязкости, с одной стороны, увеличиваются компоненты диффузионного тензора, что ведет к увеличению флуктуаций по масс-асимметричной координате и, следовательно, к росту σ_M^2 ; с другой стороны, увеличивается время деления и, как следствие, эмиссия предразрывных нейтронов. В результате уменьшается энергия возбуждения и σ_M^2 падает. Из таблицы видно, что при $\nu_0 < 5 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ решающее значение имеет увеличение флуктуаций с ростом ν_0 , а при $\nu_0 > 10 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ поведение дисперсии определяет второй фактор.

Механизм формирования энергетического распределения сложнее и зависит от нескольких факторов. Из наших расчетов следует, что существенным отличием двухтельной вязкости от однотельной является сильная зависимость среднего значения полной кинетической энергии от коэффициента двухтельной вязкости, в то время как при однотельном механизме вязкости $\langle E_K \rangle$ практически не зависит от k_s . Как было сказано выше, $\langle E_K \rangle$ находится как сумма средней энергии взаимодействия осколков $\langle V_c + V_n \rangle$ и средней энергии их относительного движения $\langle E_{ps} \rangle$ в момент разрыва ядра. Расчеты показали, что величина $\langle V_c + V_n \rangle$ как для однотельной, так и для двухтельной вязкости слабо зависит от величины вязкости, поскольку определяется, в основном, координатами средней точки разрыва. Напротив, поведение $\langle E_{ps} \rangle$ существенно различно для двух механизмов вязкости. Для данной реакции и энергии возбуждения при однотельной вязкости характерные значения $\langle E_{ps} \rangle = 4-7$ МэВ, что в сумме со слабой зависимостью $\langle V_c + V_n \rangle$ от силы диссипации определяет постоянство средней кинетической энергии осколков деления. В предположении двухтельного механизма диссипации среднее значение предразрывной энергии меняется от $\langle E_{ps} \rangle = 22$ МэВ для $\nu_0 = 2 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ до $\langle E_{ps} \rangle = 4$ МэВ для $\nu_0 = 25 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$. Из табл. 3 видно, что $\langle E_K \rangle$ изменяется на ту же величину, что и $\langle E_{ps} \rangle$.

В работах [58, 61] для большого диапазона параметра делимости был установлен коэффициент ν_0 , позволяющий описать экспериментально наблюдаемые $\langle E_K \rangle$: $\nu_0 = (0,9 \pm 0,3) \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ [61]; $\nu_0 = (1,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ [58]. Изучение МЭР в диффузионной модели [13] дает следующую оценку для коэффициента двухтельной вязкости: $\nu_0 = (1,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$. Полученное нами значение $\nu_0 = 3,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$, при котором рассчитанное $\langle E_K \rangle$ хорошо согласуется с экспериментальным значением, оказывается как минимум в 1,5 раза больше оценок этой величины, сделанных ранее. Подобное соотношение получено и в работе [130]. Как и в [120, 130], нам не удалось получить

коэффициент двухтельной вязкости, при котором одновременно хорошо описывались бы средняя множественность нейтронов и $\langle E_K \rangle$. Проведенные трехмерные ланжевеноские расчеты для двух типов вязкости позволяют сделать вывод, что в рамках однопольного механизма ядерной вязкости удается лучше воспроизвести экспериментально наблюдаемые характеристики процесса деления, такие как средняя множественность предразрывных нейтронов, средняя кинетическая энергия осколков деления, а также дисперсии массового и энергетического распределений. Аналогичный вывод относительно описания $\langle E_K \rangle$ и $\langle n_{\text{pre}} \rangle$ был ранее сделан в [130].

2.4. Корреляционные зависимости параметров МЭР. Корреляционные зависимости параметров МЭР осколков деления — зависимости средней кинетической энергии и дисперсии энергетического распределения от массы осколка ($\langle E_K(M) \rangle$ и $\sigma_{E_K}^2(M)$), а также зависимость дисперсии массового распределения от кинетической энергии $\sigma_M^2(E_K)$ — несут дополнительную информацию о динамике спуска делящейся системы на ее последнем этапе, непосредственно перед разрывом. В частности, зависимость формы разрывной конфигурации от массы осколка напрямую отражается на корреляции параметров МЭР осколков.

В первом приближении зависимость $\langle E_K(M) \rangle$ может быть описана параболической кривой [131]

$$\langle E_K(M) \rangle = \langle E_K(A/2) \rangle \left(1 - \beta \left(1 - \frac{2M}{A} \right)^2 \right), \quad (50)$$

где β — варьируемый параметр.

Зависимость средней кинетической энергии от массы осколка в основном отражает зависимость кулоновской энергии от расстояния между центрами масс будущих осколков в момент разрыва. Отметим, что выражение типа (50) для $\beta = 1$ следует из динамической модели Никса [114] с нулевой вязкостью и соответствует простейшему предположению о независимости расстояния между центрами осколков от их масс. Из экспериментальных данных [131] следует, что при энергии $E^* > 20$ МэВ для ядер легче ^{213}At значение $\beta < 1$ зависит как от параметра делимости, так и от энергии возбуждения составного ядра. Рассчитанные в нашей трехмерной ланжевеноской модели значения β изменяются от $\beta = 0,7$ для ^{198}Rb до $\beta = 0,9$ для ^{248}Cf . Для ^{186}Os рассчитанное значение $\beta = 0,9$. В следующем приближении следует учитывать в выражении (50) члены, содержащие $(1 - 2M/A)^4$. Анализ, проведенный в [132], показал, что экспериментально наблюдаемые зависимости $\langle E_K(M) \rangle$ действительно содержат члены $(1 - 2M/A)^4$.

Рассчитанные дисперсии $\sigma_{E_K}^2(M)$ практически не зависят от массы осколка, что и наблюдается в эксперименте. Зависимость $\sigma_M^2(E_K)$ также качественно соответствует экспериментальной (практически «гиперболически»

спадают с ростом E_K). Объяснить полученные зависимости $\sigma_M^2(E_K)$ и $\sigma_{E_K}^2(M)$ можно из вида срезов МЭР осколков деления при $M = \text{const}$ и $E_K = \text{const}$. Этот вопрос подробно рассматривается в [13]. Если ширина энергетического распределения практически не зависит от M , то ширина и даже форма массового распределения сильно зависит от значения E_K .

3. МНОЖЕСТВЕННОСТИ НЕЙТРОНОВ И ВРЕМЕНА ДЕЛЕНИЯ

3.1. Общие представления. Среди всех испаряющихся из ядра частиц нейтроны играют особую роль [133], поскольку в процессе деления обычно их испаряется гораздо больше, чем заряженных частиц, поэтому в данном обзоре мы главным образом будем касаться результатов, полученных для предразрывных (испаряющихся из составного ядра) и постразрывных нейтронов (испаряющихся из осколков деления). В проведенных в последние 10–15 лет экспериментальных исследованиях были накоплены и систематизированы [104, 133–135] результаты выходов нейтронов деления в зависимости от различных параметров составного ядра. Нейтроны, испаряющиеся до разделения составного ядра на осколки, оказывают значительное влияние на процесс деления. Они уменьшают энергию возбуждения делящихся ядер и их массу, тем самым значительно усложняя картину деления. С другой стороны, различные характеристики предразрывной множественности нейтронов содержат ценную информацию о протекании процесса деления. Прежде всего, это относится к средней множественности предразрывных нейтронов ($\langle n_{\text{pre}} \rangle$), которая выступает как своеобразный вид «часов», измеряющих время деления. Кроме того, множественности предделительных нейтронов, совместно с другими наблюдаемыми, с успехом могут быть использованы для определения такой важной характеристики, как вязкость ядерного вещества [25, 45]. Следует также отметить, что в экспериментальных исследованиях активно изучаются не только средние множественности предделительных нейтронов, но также их зависимости от массы ($\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$) и кинетической энергии осколков деления ($\langle n_{\text{pre}}(E_K) \rangle$) [133, 134, 136]. Описание данных зависимостей в рамках теоретических подходов для широкого круга ядер является крайне сложной задачей.

Наиболее полный обзор экспериментальных результатов, касающийся как предразрывных, так и постразрывных нейтронов, испаряющихся в реакциях слияния-деления, представлен в [115, 133]. В частности, в этих работах на основе исследования экспериментальных данных для большого числа ядер было получено, что при возрастании энергии возбуждения число постразрывных нейтронов увеличивается медленнее, чем число предразрывных нейтронов. Этот результат, как отмечено в [133], свидетельствует в пользу того, что процесс деления достаточно медленный и сопровождается значительной

диссипацией коллективной энергии во внутреннюю. Вследствие этого практически вся начальная энергия возбуждения ядра переходит во внутреннюю, которая затем и уносится испаряющимися частицами. Теоретические расчеты, в общем, подтверждают эти выводы. Так, например, в работе [130] на основе двухмерных ланжевеновских расчетов было получено, что для воспроизведения предразрывной множественности нейтронов более подходит однотельная вязкость, а в случае двухтельной необходимо использовать необычайно большой коэффициент вязкости. Он оказывается в 5–10 раз больше, чем найденный в [61, 128] на основе исследования средней кинетической энергии осколков деления.

3.2. Предразрывные множественности нейтронов и времена деления.

Результаты расчетов средней множественности предразрывных нейтронов в трехмерной ланжевеновской модели [19, 122] для разных значений k_s в сравнении с экспериментальными данными представлены на рис. 10, где средняя множественность нейтронов дана отдельно для легких ядер с $A < 224$ (а) и тяжелых ядер (б). По оси абсцисс отложена величина TI^2 , где $I = (N - Z)/A$.

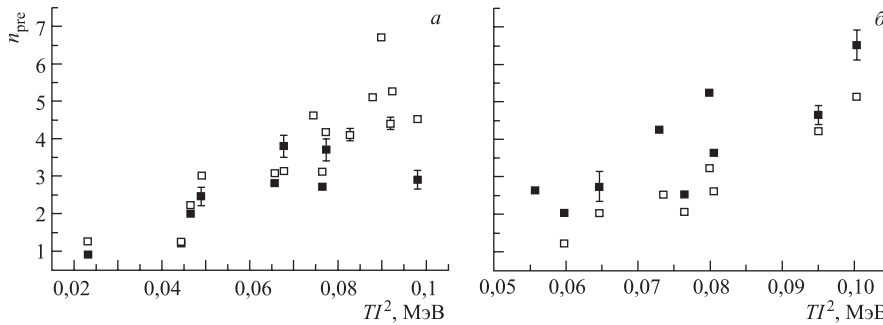


Рис. 10. Средняя множественность предразрывных нейтронов в зависимости от параметра TI^2 для ядер с $A < 224$ (а) и $A > 224$ (б). ■ — экспериментальные данные [116, 134, 136, 143, 146, 196, 214–217]; □ — результаты расчетов с $k_s = 0,25$

Как видно из рисунка, для достаточно легких делящихся ядер с $A < 224$ (рис. 10, а) хорошее согласие с экспериментальными данными достигается при $k_s = 0,25$. В случае более тяжелых ядер (рис. 10, б) для воспроизведения в расчетах предразрывной множественности нейтронов необходимо выбирать величину $k_s > 0,25$. Подобный результат был получен ранее в работе [137], где на основе изучения реакций с образованием тяжелых ядер (с массовыми числами $A_{CN} > 260$, CN — компаунд-ядро) было показано, что для воспроизведения экспериментальных значений $\langle n_{pre} \rangle$ необходимо использовать значения $k_s > 4$. Стоит отметить, что результаты расчетов предразрывной множественности нейтронов во многом зависят от параметров, используе-

мых при расчете ширины распада ядра по различным каналам. Так, например, учет или неучет коллективных усилений (и их затуханий с ростом температуры) [107] может сильно влиять на плотность уровней, а следовательно, и на ширины распада ядра. В настоящий момент, однако, нет единого мнения по поводу того, стоит ли их учитывать при проведении динамического моделирования распада ядра.

В связи с тем, что множественность нейтронов является своеобразным видом «часов», измеряющих время деления, интересно сравнить полученные теоретические оценки времен деления t_f и имеющиеся экспериментальные данные. Прямых экспериментальных данных по временам деления не существует. Они обычно извлекаются посредством модельных представлений из предразрывной множественности нейтронов и могут отличаться на порядок при использовании различных моделей и наборов параметров [115, 133]. Поэтому в данный момент использование времени деления для определения диссипативных свойств возбужденных ядер оказывается невозможным. Однако большинство экспериментальных и теоретических оценок времени деления, которые приведены в [115, 133], показывают, что время деления составляет примерно 10^{-20} – 10^{-18} с в широком диапазоне изменения параметра делимости. С уменьшением параметра делимости время деления увеличивается.

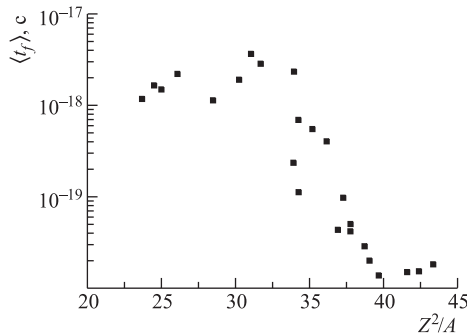


Рис. 11. Зависимость среднего времени от параметра делимости Z^2/A . Точки — результаты расчетов, выполненных с $k_s = 0,25$

были отобраны реакции, в которых образуются сильновозбужденные ядра. В этом случае влиянием оболочечных эффектов на процесс распада можно пренебречь, и вклад реакций квазиделения будет значительно меньше, чем вклад реакций слияния-деления.

В недавней работе [138] на основе одномерных теоретических расчетов было получено, что время деления в зависимости от параметра Z^2/A имеет пик при $Z^2/A \simeq 33$. Однако в наших расчетах такое поведение t_f не наблюдается.

С таким поведением и значениями t_f неплохо согласуются и наши теоретические исследования [18, 19, 123]. На рис. 11 показана зависимость среднего времени деления от параметра Z^2/A , полученная из ланжевеновских расчетов с коэффициентом вязкости $k_s = 0,25$. В наших расчетах основной вклад в t_f составляет время, проведенное ядром до седловой точки; время спуска с седловой точки до разрыва составляет не более $(5-8) \times 10^{-21}$ с. В данном обзоре для теоретического исследования нами

3.3. Зависимость предразрывной множественности нейтронов от массы и кинетической энергии осколков. В эксперименте исследуются зависимости предразрывной множественности нейтронов от массы и кинетической энергии осколков деления. Данные зависимости несут дополнительную информацию о протекании процесса деления. В работе [134] было показано, что для событий симметричного деления испаряется большее число нейтронов, чем для событий асимметричного деления, в то время как энергии испаряющихся нейтронов не зависят от массы осколков. Причем данная тенденция оказалась практически не зависящей от массы делящегося компаунд-ядра. В результате анализа экспериментальных зависимостей $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$, проведенного в [133], было установлено, что данные зависимости для большинства рассмотренных в ней ядер с хорошей точностью могут быть аппроксимированы параболической зависимостью

$$\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle = \langle n_s \rangle - c_{\text{pre}}(M_s - M)^2, \quad (51)$$

где M_s — масса осколка для симметричного разделения ядра; а коэффициент c_{pre} характеризует зависимость предразрывной множественности нейтронов от массовой асимметрии. Как было отмечено в [133, 134], механизм формирования данных зависимостей не может быть выяснен только из анализа экспериментальных данных и требует совместного детального исследования в рамках теоретических моделей и экспериментальных подходов.

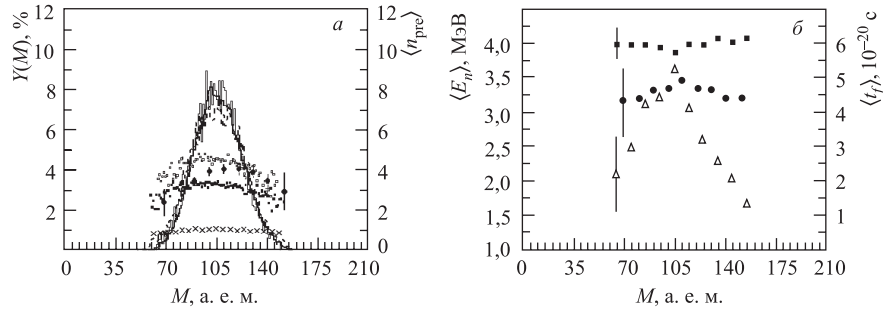


Рис. 12. Экспериментальные данные и результаты расчетов для реакции $^{18}\text{O} + ^{197}\text{Au} \rightarrow ^{215}\text{Fr}$ ($E_{\text{lab}} = 158,8$ МэВ) [134]. а) Массовое распределение: толстая сплошная линия — экспериментальные данные [134]; тонкая сплошная и штриховая линии — результаты расчетов с $k_s = 0,5$ и $0,25$ соответственно. Множественность нейтронов в зависимости от массы осколка: ● — экспериментальные данные [134]; ■, □ — результаты расчетов с $k_s = 0,25$ и $0,5$ соответственно; × — результаты расчетов при условии испарения нейтронов только на спуске от седла до разрыва ($\langle n_{\text{pre}}^{\text{gs}} \rangle = 0$). б) Кинетическая энергия нейтронов в зависимости от массы осколка: ● — экспериментальные данные [134]; ■ — результат расчетов с $k_s = 0,5$; △ — рассчитанное с $k_s = 0,5$ время деления

В работах [19, 122] на основе трехмерных ланжевенских расчетов с использованием модифицированного варианта однопольной ядерной вязкости удалось воспроизвести наблюдаемую в эксперименте параболическую зависимость $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$. Примеры данных зависимостей для ядер ^{215}Fr и ^{205}Fr представлены на рис. 12, а и 13.

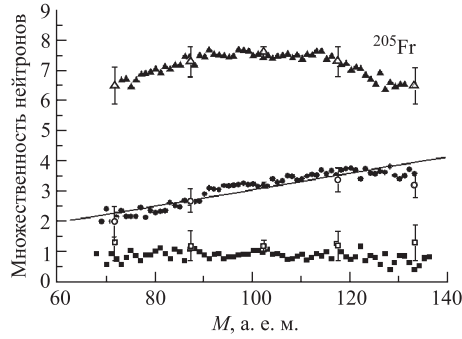


Рис. 13. Экспериментальные данные и результаты расчетов для реакции $^{36}\text{Ar} + ^{169}\text{Tm} \rightarrow ^{205}\text{Fr}$ ($E_{\text{lab}} = 205$ МэВ) [136]. Светлые символы — экспериментальные данные [136]; темные — результаты расчетов с $k_s = 0,5$: ■ — предразрывная множественность нейтронов; ● — постразрывная множественность нейтронов и ▲ — полная множественность нейтронов

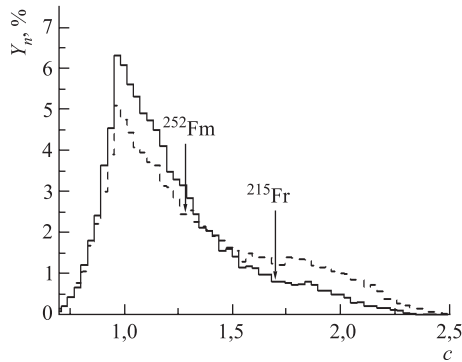


Рис. 14. Рассчитанный выход предразрывных нейтронов (в процентах от общего числа) в зависимости от координаты удлинения c для ядер ^{215}Fr (сплошная кривая) и ^{252}Fm (штриховая кривая). Стрелки указывают на положение седловых точек

заметная часть нейтронов испаряется на стадии спуска от седловой точки до разрыва только при делении ядер тяжелее ^{256}Fm . Подобный результат был получен ранее в работе [139], где показано, что с ростом энергии возбуждения и массы делящегося ядра возрастает число нейтронов, испаряющихся на спуске от седла до разрыва. Вследствие того, что в расчетах [19, 122] использовался модифицированный вариант однопольной ядерной вязкости, соответствующий режиму сверхзатухания, делящиеся ядра проводили значи-

При объяснении параболического вида зависимости $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$ вопрос о том, где испаряются нейтроны, имеет принципиальное значение. На рис. 14 представлена зависимость $\langle n_{\text{pre}} \rangle$ от координаты удлинения c для ядер ^{215}Fr и ^{252}Fm . Наши расчеты показывают, что большая часть нейтронов, как и других частиц, испаряется из области основного состояния, до седловой точки эмитируется примерно 50–80% от общего числа испаряющихся частиц и при прохождении седловых конфигураций — примерно 10% вне зависимости от конечной массовой асимметрии. Из всех рассмотренных нами ядер заметная часть нейтронов испаряется на стадии спуска от седловой точки до разрыва только при делении ядер тяжелее ^{256}Fm . Подобный результат был получен ранее в работе [139], где показано, что с ростом энергии возбуждения и массы делящегося ядра возрастает число нейтронов, испаряющихся на спуске от седла до разрыва. Вследствие того, что в расчетах [19, 122] использовался модифицированный вариант однопольной ядерной вязкости, соответствующий режиму сверхзатухания, делящиеся ядра проводили значи-

тельную часть времени вблизи основного состояния, прежде чем достигали области седловых конфигураций. Поэтому значительное число предразрывных нейтронов успевало испариться из области основного состояния, до выхода делящейся системы на барьер деления. Кинетические энергии частиц, испаряющихся из области основного состояния, не зависели от конечной массовой асимметрии фрагментов деления, поскольку делящаяся система после преодоления области седловых конфигураций практически полностью «забывала» свою динамическую эволюцию в области основного состояния. Лишь на энергии возбуждения ядра отражается, сколько частиц было эмитировано ядром из области основного состояния. Вследствие случайности процесса блуждания ланжевеновских траекторий в пространстве коллективных координат разные траектории будут достигать поверхности гребня за разное время. Делящиеся ядра, которые быстро достигли области седловых конфигураций и при этом испарили малое количество нейтронов, будут сохранять большую часть энергии возбуждения (им будет доступен большой фазовый объем на спуске от седла до разрыва) и, таким образом, они будут иметь возможность быстро достигнуть поверхности разрыва и при этом иметь большую массовую асимметрию. Напротив, те ядра, в процессе эволюции которых из области основного состояния успевают испариться большое число частиц, теряют значительную часть энергии возбуждения, и после прохождения поверхности гребня они способны лишь медленно спускаться вдоль дна жидкокапельной долины деления при массовой асимметрии, примерно равной нулю, и не способны забираться по поверхности потенциальной энергии в область больших массовых асимметрий. Для таких ядер доступный фазовый объем на спуске от седла до разрыва будет меньше, а время деления больше по сравнению с ядрами, из которых испарилось меньшее число нейтронов.

Таким образом, при формировании зависимости $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$ получается, что на края массового распределения преимущественно попадают только ядра, которые испарили малое число нейтронов, а в область массовой асимметрии, примерно равной нулю, могут попадать все ядра, испарившие сколько угодно много предразрывных частиц и при этом преодолевшие поверхность гребня. Поэтому при усреднении получается, что на краях массового распределения средняя множественность нейтронов меньше, чем вблизи нулевой массовой асимметрии. На рис. 12, б показаны рассчитанные значения среднего времени достижения поверхности разрыва делящимися ядрами в зависимости от массы осколков. Как видно из рис. 12, б, времена деления для симметричного и асимметричного разделения ядра различаются почти в два раза. Таким образом, в [19, 122] сделан вывод о том, что конечная массовая асимметрия и время деления ядра зависят от предыстории его динамической эволюции в области основного состояния. Чем меньше частиц испарится из ядра в области основного состояния, тем больше будет вероятность того, что ядро быстро достигнет поверхности разрыва при большой массовой асимметрии.

Стоит отметить, что параболический вид зависимости $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$ характерен не для всех реакций. Например, в наших расчетах получается, что для тяжелых ядер ^{252}Fm и ^{256}Fm рассчитанные коэффициенты c_{pre} показывают очень слабую параболическую зависимость $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$. Это является следствием того факта, что данные ядра имеют очень большую энергию возбуждения, малый барьер и быстро делятся. Испарение легких предразрывных частиц не успевает значительно уменьшить энергию возбуждения для этих ядер, и, соответственно, на спуске от седла до разрыва почти все делящиеся ядра имеют одинаково большое доступное фазовое пространство. В связи с этим в рамках теоретических расчетов с $k_s = 0,25-0,5$ остается необъяснимым различие примерно на порядок в экспериментальных данных по c_{pre} для ^{252}Fm и ^{256}Fm .

Отсутствие параболической зависимости $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$ также наблюдается при делении ядра ^{205}Fr . В силу того, что данное ядро является сильнейше-нейтронодефицитным, из него в среднем до распада ядра на осколки успевает испариться примерно один нейтрон. Таким образом, при моделировании распада ^{205}Fr все делящиеся ядра будут обладать примерно одинаковой энергией возбуждения (одинаковым доступным фазовым пространством), поскольку испарение предразрывных частиц является единственным фактором, который изменяет энергию возбуждения ядер. Поэтому параболическая зависимость $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$ для ^{205}Fr будет отсутствовать.

Не так давно в работе [140], в рамках двумерной динамической модели, основанной на классических уравнениях Эйлера–Лагранжа, была предпринята попытка теоретического описания наблюдаемой в эксперименте зависимости $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$. В расчетах [140] использовалась комбинация одностельной и двухстельной вязкости и было получено, что для воспроизведения в расчетах наблюдаемой в эксперименте зависимости $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$ необходимо сильно уменьшить величину вязкости в зависимости от координаты массовой асимметрии, умножая компоненты фрикционного тензора на $\exp(-K\alpha^2)$, где $K = 161 \pm 3$. В то же время из расчетов [19, 122] следует, что хорошо количественно воспроизвести зависимости $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$, наблюдаемые в эксперименте для многих ядер, удастся без привнесения в модель дополнительных свободных параметров. К сожалению, в расчетах [140] не приводятся данные о количестве нейтронов, испарившихся до седловой точки и на спуске от седла до разрыва. Поэтому детальное сравнение результатов работ [19, 122] и [140] затруднено.

Наблюдаемая в эксперименте зависимость $\langle n_{\text{pre}}(E_K) \rangle$ [136] демонстрирует значительный рост $\langle n_{\text{pre}}(E_K) \rangle$ с увеличением E_K . После применения к этим результатам процедуры пересчета, учитывающей эффекты отдачи [134], $\langle n_{\text{pre}}(E_K) \rangle$ фактически перестает зависеть от E_K . В наших расчетах $\langle n_{\text{pre}}(E_K) \rangle$ и $\langle t_f(E_K) \rangle$ в пределах погрешности оказались почти не зависящими от E_K , и только в области малых E_K наблюдается небольшой

спад в зависимостях $\langle n_{\text{pre}}(E_K) \rangle$ и $\langle t_f(E_K) \rangle$ (см. рис. 15). Такой спад можно объяснить всевозрастающим вкладом событий с большой массовой асимметрией с уменьшением E_K , что следует из общего характера двухмерного МЭР. Также стоит отметить, что данные расчеты, проведенные с использованием модифицированного варианта одностельной вязкости, лучше воспроизводят вид зависимости $\langle n_{\text{pre}}(E_K) \rangle$, чем расчеты в двухмерной модели [120] с использованием двухстельной вязкости.

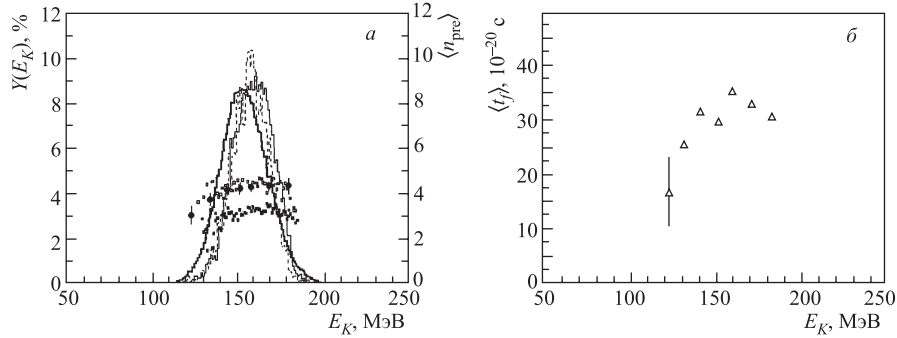


Рис. 15. Экспериментальные данные и результаты расчетов для реакции $^{18}\text{O} + ^{197}\text{Au} \rightarrow ^{215}\text{Fr}$ ($E_{\text{lab}} = 158,8$ МэВ) [134]. а) Энергетическое распределение: толстая сплошная линия — экспериментальные данные [134]; тонкая сплошная и штриховая линии — результаты расчетов с $k_s = 0,25$ и $0,5$ соответственно. Множественность нейтронов в зависимости от кинетической энергии осколка: ● — экспериментальные данные [134]; ■, □ — результаты расчетов с $k_s = 0,25$ и $0,5$ соответственно; б) Δ — рассчитанное с $k_s = 0,5$ время деления

3.4. Постразрывная и полная множественности нейтронов. Испарение постразрывных нейтронов оказывает слабое влияние на наблюдаемые характеристики процесса деления, такие как, например, массово-энергетическое распределение осколков деления. Однако постразрывные частицы, эмитирующиеся из осколков деления, несут важную информацию о процессе деления, поскольку множественности постразрывных нейтронов содержат информацию о критической стадии эволюции делящегося ядра — разрыве сплошной конфигурации на осколки. В момент разделения сплошной формы на осколки происходит распределение энергии возбуждения, которой обладает составное ядро перед разрывом между сформировавшимися осколками. Таким образом, множественности постразрывных частиц содержат информацию о моменте разрыва составного ядра и характеризуют его энергию возбуждения в момент разделения на осколки. Также стоит подчеркнуть, что корреляционные зависимости полной множественности нейтронов от массы и кинетической энергии осколков деления могут значительно отличаться от корреляционных

зависимостей предделительных множественностей нейтронов [133]. Это отличие как раз определяется множественностью постразрывных нейтронов. Поэтому одновременное описание корреляционных зависимостей предделительных, постразрывных и полных множественностей нейтронов является серьезным тестом для теоретических моделей. С другой стороны, самосогласованное описание этих корреляционных зависимостей позволяет получать информацию о протекании процесса деления на всех стадиях от образовавшегося составного ядра до разделенных осколков.

Для расчета множественности постразрывных нейтронов необходимо знать энергию возбуждения осколков, образовавшихся после разделения составного ядра. При этом обычно предполагают, что температура составного ядра перед разрывом и температуры осколков сразу после разрыва равны между собой. Также, как правило, используется закон сохранения энергии, который может быть записан в виде [123]

$$Q_f + E_{\text{coll}}(t_{\text{sc}}) - V(\mathbf{q}_{\text{sc}}) - E_K = E_{\text{def}}^{(1)} + E_{\text{def}}^{(2)}, \quad (52)$$

где Q_f — энергия реакции, вычисляемая как разность масс составного ядра и образующихся осколков; $E_{\text{coll}}(t_{\text{sc}})$ и $V(\mathbf{q}_{\text{sc}})$ — энергия коллективного движения и потенциальная энергия в момент разрыва ядра на осколки; E_K — кинетическая энергия движения осколков; $E_{\text{def}}^{(1)}$ и $E_{\text{def}}^{(2)}$ — энергии деформации осколков. Условие неизменности температуры системы до и после разделения на осколки и закон сохранения энергии позволяют определить внутренние энергии возбуждения осколков и суммарную энергию деформации осколков, но не позволяют рассчитать энергию деформации каждого из осколков. Поэтому при описании формы осколков с помощью нескольких независимых параметров необходимо привлекать дополнительные условия для однозначного определения энергии деформации осколков. В качестве таких условий можно выделить следующие: условие сохранения низших моментов распределения ядерной плотности при разделении исходного составного ядра [141] или условие максимума энтропии системы двух осколков [142]. В силу того, что при любом способе распределения энергии деформации между осколками отслеживается выполнение закона сохранения энергии (52), средние множественности постразрывных нейтронов будут практически одинаковыми вне зависимости от дополнительных используемых условий для нахождения энергий деформации каждого из осколков. В итоге расчеты [123, 142], проведенные с применением различных методов определения энергий деформаций осколков, приводят к примерно одинаковым результатам по средним множественностям постразрывных нейтронов. Использование различных условий для нахождения энергий деформации осколков будет влиять лишь на зависимости постразрывных нейтронов от массы и кинетической энергии осколков.

На рис. 16 представлены результаты расчетов средней множественности предделительных постразрывных нейтронов, а также полная множественность нейтронов в зависимости от начальной энергии возбуждения составного ядра для реакции $^{18}\text{O} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{224}\text{Th}$ ($E_{\text{lab}} = 130, 110, 90, 83$ МэВ). На рисунке сплошной и штриховой линиями показаны аппроксимации предразрывной и постразрывной множественности нейтронов, предложенные в работах [143, 144]. Из сравнения рис. 16, *a* и *б* видно, что в зависимости от величины вязкости разное количество нейтронов испаряется из составного ядра и из осколков, при этом результаты расчетов полной множественности нейтронов фактически не зависят от величины вязкости, как и следовало ожидать из физических соображений. С ростом величины вязкости растет число испаряющихся частиц из составного ядра, при этом уменьшается внутренняя энергия возбуждения составного ядра и соответственно энергия возбуждения осколков.

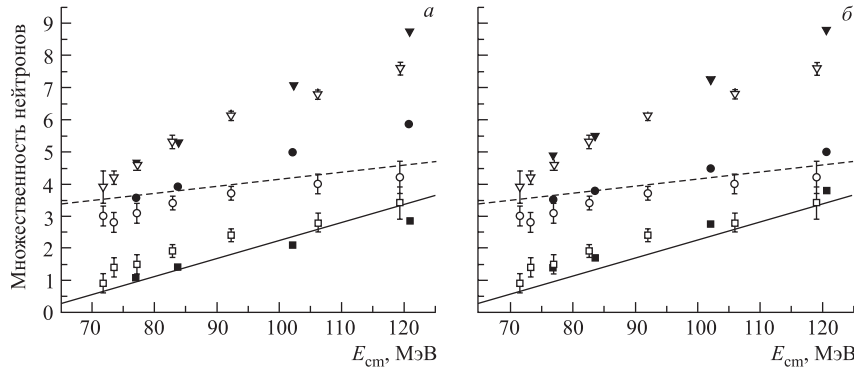


Рис. 16. Зависимость средних множественностей предделительных (квадраты), постразрывных (кружки) и полной (треугольники) множественности нейтронов от энергии возбуждения для ядра ^{224}Th . Светлые символы — экспериментальные данные [196]; темные — результаты расчетов с $k_s = 0,5$ (*a*) и $k_s = 1$ (*б*). Сплошная и штриховая линии — аппроксимации предразрывной и постразрывной множественности нейтронов, предложенных в работах [143, 144]

Экспериментальные данные и наши теоретические расчеты [123], проведенные с однотельным механизмом ядерной вязкости, показывают, что средняя множественность постразрывных нейтронов растет с увеличением энергии возбуждения медленней, чем множественность предделительных нейтронов. Это справедливо для значений $k_s > 0,5$. При значениях $k_s = 1$ (см. рис. 16, *б*) множественность постразрывных нейтронов очень слабо зависит от энергии возбуждения, при этом рассчитанные значения средней множественности постразрывных нейтронов неплохо согласуются с экспериментальными данными. Это подтверждает вывод, сделанный ранее в [133] на основе анализа

большого числа экспериментальных данных, о том, что в момент разрыва ядро оказывается достаточно холодным, т. е. значительная часть энергии возбуждения составного ядра уносится предделительными нейтронами до разделения составного ядра на осколки.

Представляет также интерес исследование корреляционных зависимостей постразрывной множественности нейтронов от массы осколков $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$ и их кинетической энергии $\langle n_{\text{post}}(E_K) \rangle$. Рассчитанные зависимости $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$ и $\langle n_{\text{post}}(E_K) \rangle$ для ядра ^{205}Fr представлены на рис. 13 и 17.

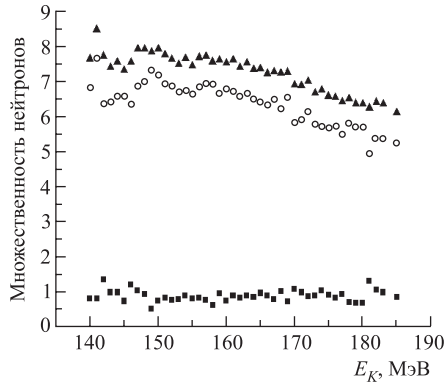


Рис. 17. Зависимости множественности нейтронов от кинетической энергии осколков для ядра ^{205}Fr , рассчитанные с $k_s = 0,5$. ■ — предделительная множественность нейтронов; ○ — множественность постразрывных нейтронов; ▲ — полная множественность нейтронов

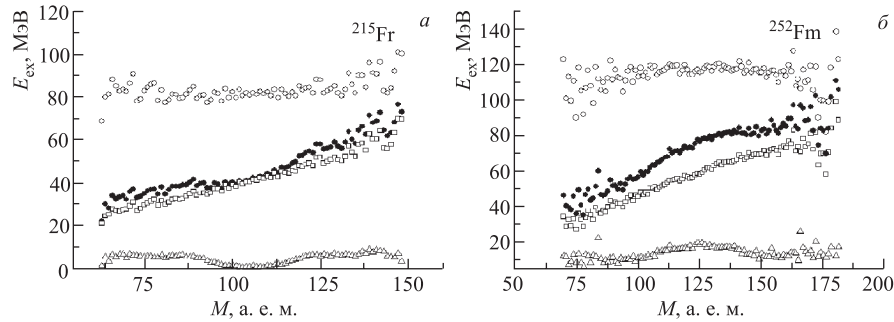


Рис. 18. Зависимость энергии возбуждения осколков E_{ex} (●) от массы осколков для ядер ^{215}Fr (а) и ^{252}Fm (б). ○ — внутренняя энергия возбуждения составного ядра перед разрывом; □, △ — внутренняя энергия возбуждения и энергия деформации осколков соответственно

Как видно из рис. 13, $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$ зависит от M практически линейно. Такой вид зависимости $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$ является следствием того факта, что внутренняя энергия составного ядра перед разрывом E_{int} практически не зависит от массы осколков, а при разделении составного ядра E_{int} распределяется между осколками пропорционально их массам. Из рис. 18 следует, что в случае большой величины вязкости внутренняя энергия значительно превосходит

энергию деформации осколков, определяя таким образом общий характер зависимости $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$.

Из рис. 18 также видно, что энергия деформации осколков зависит от их массы нелинейно. Такой вид зависимости определяется главным образом поведением величины Q_f в уравнении (52), при расчете которой использовались табличные значения масс ядер [145]. Для делящихся ядер от ^{170}Yb до ^{258}Fm существенное влияние на $Q_f(M)$ оказывает заполнение оболочки $Z = 50$, $N = 82$. При этом в зависимости $Q_f(M)$ вплоть до At проявляется отчетливо выраженный максимум при $M \simeq 132$. Для более легких делящихся ядер максимум $Q_f(M)$ смещается к $M \simeq A_{\text{CN}}/2$. Соответственно, как видно из рис. 18, максимумы энергии деформации в зависимости от масс осколков могут приходиться на симметричное деление, как в случае ядра ^{252}Fm , а также на несимметричное, как в случае ядра ^{215}Fr . Таким образом, энергия деформации осколков определяет отклонение полной энергии возбуждения осколков от линейной зависимости по M . Аналогичный результат был получен ранее в работе [142] для реакции $^4\text{He} + ^{209}\text{Bi} \rightarrow ^{213}\text{At}$ ($E_{\text{lab}} = 45$ МэВ), где расчет энергии деформации проводился с использованием условия максимума энтропии системы осколков.

Зависимость полной множественности нейтронов $\langle n_{\text{tot}}(M) \rangle$, как и $\langle n_{\text{pre}}(M) \rangle$, удобно аппроксимировать параболической зависимостью от M с коэффициентом c_{tot} . Естественно, что чем ближе зависимость $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$ к прямой, тем меньше коэффициент c_{tot} будет отличаться от c_{pre} . Если бы зависимость $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$ описывалась прямой, то $c_{\text{tot}} = c_{\text{pre}}$. Как показывают расчеты, отличие $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$ от прямой в основном определяется энергией деформации, которая преимущественно зависит от $Q_f(M)$. Поэтому если $Q_f(M)$ будет иметь максимум при симметричном делении, то $c_{\text{tot}} > c_{\text{pre}}$, иначе $c_{\text{tot}} < c_{\text{pre}}$. Этот эффект наиболее сильно проявляется в делении ядра ^{205}Fr (см. рис. 13), для которого множественность предделительных нейтронов фактически не зависит от массы, а полная множественность при этом за счет множественности постразрывных нейтронов имеет явную параболическую зависимость от массы осколков. Противоположный эффект оказывает зависимость $\langle n_{\text{post}}(M) \rangle$ в случае деления ядра ^{215}Fr , уменьшая коэффициент c_{tot} по сравнению с c_{pre} .

Рассчитанные и экспериментальные зависимости $\langle n_{\text{post}}(E_K) \rangle$ для ядра ^{205}Fr представлены на рис. 17. Как видно из данного рисунка и из табл. 4, с ростом E_K множественности $\langle n_{\text{post}}(E_K) \rangle$ и $\langle n_{\text{tot}}(E_K) \rangle$ уменьшаются. Такое поведение рассчитанных зависимостей $\langle n_{\text{post}}(E_K) \rangle$ и $\langle n_{\text{tot}}(E_K) \rangle$ хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Уменьшение множественности $\langle n_{\text{post}}(E_K) \rangle$ с увеличением E_K следует из закона сохранения энергии (52). С ростом E_K полная энергия возбуждения осколков будет уменьшаться (для фиксированного отношения масс осколков), а следовательно, будут уменьшаться и средние множественности постразрывных

нейтронов. Полная множественность нейтронов в зависимости от E_K также уменьшается с ростом E_K , поскольку множественность предделительных нейтронов слабо зависит от E_K .

Таблица 4. Сравнение экспериментальных данных с рассчитанными характеристиками предразрывных и постразрывных нейтронов

CN	E^* , МэВ	k_s	c_{pre} , 10^{-4}	c_{tot} , 10^{-4}	$\frac{dn_{post}}{dM}$, 10^{-2}	$-\frac{dn_{tot}}{dE_K}$, МэВ $^{-1}$	$\langle n_{pre} \rangle$	$\langle n_{post} \rangle$	$\langle n_{tot} \rangle$
^{162}Yb Эксп. [134]	114	0,25	8	-1	3,2	0,054	1,8	2,6	7
		0,5	11	-3	2,7	0,058	2,4	2,3	7
			12	1	3,5	—	2,45	1,7	5,85
^{172}Yb Эксп. [134]	121	0,25	20	12	3,6	0,038	3,4	3	9,4
		0,5	32	8	2,7	0,052	4,5	2,4	9,3
			14	10	3,6	0,056	4,4	2	8,4
^{205}Fr Эксп. [136]	77	0,25	1,3	8	2,6	0,039	0,4	3,4	7,2
		0,5	1,9	11	2,7	0,041	0,9	3,2	7,3
			0	9,5	1,8	0,046	1,2	—	—
^{215}Fr Эксп. [134]	111	0,25	5,1	4,8	4,3	0,037	3	3,2	9,4
		0,5	7,1	6	4,1	0,041	4,3	3	10,3
			6,5	4,4	3,8	0,047	4,1	2,7	9,5
^{256}Fm Эксп. [134]	101	0,25	1,6	6,6	4,3	0,046	2	6,2	15,5
		0,5	3,6	6,5	4,1	0,066	3,1	5,8	14,7
			8,2	5,4	4,1	—	5,1	4,25	13,6
^{252}Fm Эксп. [146]	140	0,25	2,7	2,2	5,4	0,052	2,7	7	16,7
		0,5	3,6	4	4,8	0,061	4,0	6,5	17
			0	2,4	5	—	6,95	3,83	14,6

Примечание. Обозначения: CN — компаунд-ядро; E^* — энергия возбуждения составного ядра; k_s — коэффициент редукции вклада формулы «стены»; c_{pre} , c_{tot} — коэффициенты параболической зависимости предделительной и полной множественности нейтронов от массы; $\frac{dn_{post}}{dM}$, $-\frac{dn_{tot}}{dE_K}$ — коэффициенты линейной зависимости множественностей нейтронов от массы и от кинетической энергии; $\langle n_{pre} \rangle$, $\langle n_{post} \rangle$, $\langle n_{tot} \rangle$ — средние множественности предделительных, постразрывных и полных множественностей нейтронов.

3.5. Вероятность деления. Как было отмечено выше, испарение предразрывных частиц уменьшает энергию возбуждения и таким образом конкурирует с делением. Если в процессе испарения частиц энергия возбуждения ядра оказывается меньше барьера деления, то такое ядро оказывается остатком испарения. Наряду с множественностями предразрывных частиц сечение остатков испарения (или вероятность деления) оказывается важной характеристикой, которую можно сравнивать с экспериментальными данными

и которая зависит как от используемых параметров статистической модели распада ядра, так и от вязкости ядерного вещества.

В динамических подходах данные по множественности предразрывных нейтронов и вероятности испарения традиционно используются для извлечения информации о времени деления и величине ядерной вязкости. Значительных успехов в описании $\langle n_{pre} \rangle$ и вероятности деления P_f удалось достичь в одномерной ланжевендовской модели, предложенной группой Гончара и Фребриха [26]. Для одновременного описания данных по $\langle n_{pre} \rangle$ и P_f потребовалось введение новой универсальной зависимости приведенного параметра трения β от делительной координаты: $\beta = 2 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1}$ для компактных форм ядра (такое малое значение параметра β приводит к высокой вероятности деления), с момента появления шейки β линейно возрастает до $30 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1}$ в момент разрыва, что обеспечивает хорошее описание средней множественности предразрывных нейтронов.

Представляет несомненный интерес дальнейшее изучение вероятности деления в рамках многомерных ланжевендовских подходов совместно с другими наблюдаемыми (в частности, параметрами МЭР осколков деления).

В работе [47] в двухмерной ланжевендовской модели были выполнены расчеты одновременно трех наблюдаемых величин: множественности предразрывных нейтронов, вероятности деления и дисперсии массового распределения. Для параметра плотности уровней в работе использовалось два набора коэффициентов: Игнатьюка с соавторами [69], а также Токе и Святечки [71]. Кроме того, потенциальная энергия рассчитывалась в двух вариантах модели жидкой капли: в МЖК с резким краем и МЖК с диффузным краем поверхности ядра. Был проведен анализ влияния выбора варианта МЖК и коэффициентов для расчета параметра плотности уровней на получающиеся значения наблюдаемых. Как и в работах [19, 67], в [47] было получено, что использование параметра плотности уровней, предложенного Токе и Святечки, позволяет лучше описывать вероятность деления. Напротив, экспериментальные значения средней множественности предразрывных нейтронов лучше воспроизводятся при использовании коэффициентов Игнатьюка с соавторами.

В работах [19, 123] на основе трехмерных ланжевендовских расчетов было показано, что вероятность деления (сечение остатков испарения σ_{ER}) чрезвычайно чувствительна к величине ядерной вязкости, особенно в области низких энергий, где $\langle n_{pre} \rangle$ слабо зависит от силы диссипации. Таким образом, при низких энергиях возбуждения σ_{ER} является одной из важнейших экспериментально наблюдаемых характеристик, которые следует привлекать при исследовании проблемы ядерной диссипации. Аналогичный вывод о чувствительности сечений остатков испарения был сделан ранее в работе [147] на основе результатов одномерных расчетов. Также в [19, 123] получено, что хорошее количественное согласие с экспериментальными данными по σ_{ER} достигается при $k_s = 0,25-0,5$. Расчеты, выполненные с полной одностель-

ной вязкостью ($k_s = 1$), значительно переоценивают данные по остаткам испарения.

Интересно также выяснить влияние использования термодинамического потенциала свободной энергии для определения консервативной силы вместо потенциальной энергии. Расчеты [19] показали, что смена движущего потенциала с $V(\mathbf{q})$ на $F(\mathbf{q})$ уменьшает множественность предразрывных нейтронов и долю остатков испарения. Причина этого заключается в том, что при использовании свободной энергии барьер деления становится ниже, уменьшается среднее время деления, а следовательно, уменьшается средняя множественность предразрывных нейтронов и увеличивается вероятность деления.

Для сверхтяжелых ядер теоретическое исследование вероятности деления приобретает важное значение в связи с проводимыми в последнее время экспериментами по синтезу и изучению различных характеристик новых сверхтяжелых элементов. Однако теоретические расчеты по описанию реакций с образованием сверхтяжелых элементов в настоящее время сталкиваются с серьезными проблемами. Прежде всего это связано с большой неопределенностью параметров статистической модели в области тяжелых ядер. Процесс образования составных тяжелых ядер включает в себя различные стадии, такие как слияние тяжелых ионов, формирование и распад составной системы. Описание каждой стадии процесса довольно сложно само по себе, и получающиеся результаты также сильно зависят от используемых параметров и приближений. Однако в последнее время достигнут значительный прогресс и в этом направлении, прежде всего, за счет постоянно развивающихся теоретических подходов и моделей, таких как метод связанных каналов [148, 149], ланжевенские динамические модели для описания слияния ионов и эволюции составной системы [22, 24].

4. ЗАРЯДОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ

Зарядовая мода связана с переносом нуклонов между формирующимися осколками и существенно отличается от рассмотренных ранее коллективных мод, описывающих изменение формы поверхности ядра. Основное различие этих мод заключается в различном соотношении между временами релаксации коллективных и одночастичных мод, а также между временами релаксации коллективных мод и средним временем спуска делящегося ядра от седла до разрыва τ_{ss} . Как известно, зарядовая степень свободы является очень быстрой в том смысле, что время релаксации заряда много меньше τ_{ss} и сравнимо со временем релаксации внутренних степеней свободы. Времена релаксации коллективных мод, определяющих форму ядра, имеют один порядок величины с временем спуска [150].

Такое соотношение времен, во-первых, делает возможным рассмотрение зарядовой коллективной координаты и координат формы ядра как независимых. Во-вторых, в силу того, что зарядовая мода быстрая, статистическая модель должна давать хорошее описание свойств зарядового распределения осколков. Этот факт был подтвержден рядом теоретических и экспериментальных исследований зарядового распределения в области низких энергий возбуждения и делает динамическое изучение зарядовых флуктуаций ценным источником информации о свойствах ядерной материи, в частности, о ядерной вязкости. Действительно, заранее известна «экспериментальная» ситуация: в момент разрыва ядра на осколки по зарядовой моде должен устанавливаться мгновенный статистический предел [20, 151]. Наконец, поскольку характерные времена внутренней подсистемы и зарядовой степени свободы не разделены значительно по временной шкале, то не очевидно, что ланжевеновский подход (в частности ланжевеновский подход в марковском приближении) можно применять для описания столь быстрой моды, как зарядовая.

4.1. Особенности модели для описания флуктуаций заряда. Для изучения зарядового распределения осколков деления в рамках ланжевеновского подхода необходимо ввести в модель координату, определяющую распределение заряда между осколками. В качестве такой координаты удобно использовать параметр $\eta_Z = (Z_R - Z_L)/(Z_R + Z_L)$, где Z_R и Z_L — заряды соответственно правого и левого осколков. Координата η_Z часто использовалась в качестве зарядовой координаты [152, 153] и является, на наш взгляд, наиболее удобной. Рассмотрение асимметричного деления имеет второстепенный интерес с точки зрения изучения зарядовых флуктуаций и, кроме того, приводит к значительному усложнению модели. Поэтому в [20, 151] был рассмотрен случай симметричного деления, что позволило ввести только три коллективные координаты: две координаты, описывающие форму ядра в рамках $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации (c — удлинение, h — координата шейки), и координату зарядовой асимметрии η_Z . Ограничиваясь случаем симметричного деления ($\alpha = 0$), следует иметь в виду, что модель может быть обобщена и на более общий случай асимметричных форм.

Динамическими уравнениями в [20, 151] являлась система трехмерных уравнений Ланжевена (14). Вместе с тем поскольку зарядовая мода — финитная, то вместо температуры T для определения амплитуды случайной силы по координате η_Z (см. уравнения (16) и (17)) необходимо использовать эффективную температуру T_Z^* [154], которая учитывает квантовые колебания по зарядовой координате:

$$T_Z^* = \frac{\hbar\omega_Z}{2} \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega_Z}{2T} \right), \quad (53)$$

где ω_Z — частота колебаний по η_Z . Отметим, что, в отличие от зарядового распределения, при изучении массового распределения (по крайней мере

при $T > 1$ МэВ) нет необходимости вводить эффективную температуру по масс-асимметричной координате в силу малости частот колебаний для этой коллективной моды по сравнению с температурой термостата T [13]. В этом случае ($T \gg \hbar\omega_A/2$, где ω_A — частота колебаний по массовой координате) эффективная температура T_A^* приближенно равна температуре T .

Очевидно, что говорить о переносе заряда между осколками имеет смысл только в том случае, если можно однозначно отделить один осколок от другого. Поэтому в динамических расчетах, описанных в [20, 151], эволюция зарядовой степени свободы начиналась при появлении у ядра шейки, а для форм без шейки эволюционировали лишь координаты, определяющие форму ядерной поверхности. У ядра ^{236}U , которое было выбрано для расчетов, шейка появляется уже после прохождения ядром гребня, отделяющего область основного состояния от долины деления, и встает вопрос о целесообразности начала динамических расчетов из основного состояния, а не с линии гребня, например. Причина данного выбора начальных условий вполне очевидна. В работах [19, 122] было показано, что подавляющая часть предразрывных нейтронов (больше половины) испаряется в области основного состояния до достижения ядром гребня. Таким образом, чтобы корректно учесть испарение нейтронов, необходимо начинать динамические расчеты из основного состояния составной системы. Далее при обсуждении методов расчета потенциальной энергии и транспортных коэффициентов зарядовой моды будет подразумеваться, что в форме ядра есть шейка.

4.1.1. Потенциальная энергия. При расчете потенциальной энергии в модели жидкой капли плотность заряда обычно полагают постоянной по всему ядру. Однако очевидно, что в результате кулоновского отталкивания протонов нуклоны в ядре перераспределяются так, что плотность заряда становится больше на периферии и меньше внутри ядра. Наиболее простое решение задачи о виде функции плотности заряда было предложено в [51, 155], где зарядовая плотность аппроксимировалась линейной функцией координаты z (координаты вдоль оси симметрии). Проблема распределения заряда в ядре была подробно изучена в [32, 156] с использованием вариационных методов, причем в [32] в двух моделях жидкой капли. Из экспериментальных данных по зарядовому распределению [157–159] можно сделать вывод о том, что поляризуемость ядерного вещества невелика. Поэтому при проведении ланжевенских расчетов зарядового распределения в [20, 151] считалось, что зарядовая плотность различна в будущих осколках, но постоянна внутри каждого из них [32, 160]. Такое приближение зарядовой плотности является грубым, но вместе с тем позволяет не вводить какие-либо дополнительные параметры (например, параметр поляризации заряда [51, 155]) и с помощью достаточно простых формул описывать распределение заряда между осколками.

Используя условие несжимаемости ядерного вещества, можно показать, что плотности протонов в формирующихся осколках ρ_R^p и ρ_L^p связаны с зарядовой координатой η_Z соотношениями

$$\rho_R^p = \rho_0^p \frac{(k+1)}{2k} (1 + \eta_Z), \quad \rho_L^p = \rho_0^p \frac{(k+1)}{2} (1 - \eta_Z). \quad (54)$$

Здесь $\rho_0^p = Z/(4/3\pi R_0^3)$ — плотность протонов при равномерном распределении заряда по всему ядру; $k = A_R/A_L$ — отношение масс формирующихся осколков. Из уравнений (54) легко выражаются соответствующие нейтронные плотности ρ_R^n и ρ_L^n .

В МЖК с резким краем с учетом зарядовой степени свободы потенциальная энергия складывается из энергии симметрии, кулоновской, поверхностной энергий и энергии вращения ядра как целого. Вычисление кулоновской энергии при однородном распределении заряда в каждом из осколков существенно упрощается и, в конечном итоге, для зависимости потенциальной энергии от параметра зарядовой асимметрии η_Z можно получить

$$V(\mathbf{q}, \eta_Z) = V(\mathbf{q}, \langle \eta_Z \rangle) + \frac{C_{\eta_Z}(\mathbf{q})}{2} (\eta_Z - \langle \eta_Z \rangle)^2, \quad (55)$$

здесь и далее в этом разделе $\mathbf{q} = (c, h)$. Среднее значение параметра зарядовой асимметрии $\langle \eta_Z(\mathbf{q}) \rangle$ — есть точка локального минимума потенциальной энергии при заданных параметрах формы (c, h) . В случае симметричного деления $\langle \eta_Z \rangle = 0$. $C_{\eta_Z}(\mathbf{q}) = (\partial^2 V(\mathbf{q}, \eta_Z) / \partial \eta_Z^2)_{\eta_Z = \langle \eta_Z \rangle}$ — коэффициент жесткости потенциала относительно параметра η_Z . Выражение для коэффициента жесткости приведено, например, в [20, 32, 160, 161]. Коэффициент жесткости потенциала по зарядовой координате слабо зависит от деформации ядра, поскольку основной вклад вносит энергия симметрии. По порядку величины $C_{\eta_Z} = (7-8) \cdot 10^3$ МэВ [20, 151].

4.1.2. Инерционный параметр зарядовой моды. Одна из самых важных проблем в ядерной динамике — это расчет транспортных коэффициентов. Для зарядовой задачи вычисление транспортных коэффициентов усложняется тем, что две коллективные координаты описывают изменение формы ядра, в то время как третья координата (η_Z) описывает перераспределение заряда в ядре и имеет совершенно иную физическую природу, чем координаты формы. Поэтому необходимы различные модели для описания зарядовой и всех остальных компонент массового тензора и тензора трения.

Обсудим метод расчета массового параметра зарядовой моды $m_{\eta_Z \eta_Z}$. В [161] массовый параметр находился по формуле

$$m_{\eta_Z \eta_Z}(\mathbf{q}) = \frac{C_{\eta_Z}(\mathbf{q})}{\omega_1^2(\mathbf{q})}, \quad (56)$$

где ω_1 — частота продольных дипольных изовекторных колебаний, получаемая из решения уравнения Гельмгольца для флуктуации зарядовой плотности [162, 163].

В [164] в случае потока невязкой жидкости, протекающей через круглое отверстие радиуса r_N , соединяющее два сферических касающихся осколка, для инерционного параметра зарядовой моды было получено выражение

$$m_{\eta z \eta z}(\mathbf{q}) = \frac{\pi}{6} r_0^3 m \frac{ZA^2}{N} \frac{1}{r_N}, \quad (57)$$

где m — масса нуклона.

При выводе (57) совершенно игнорировалось, что шейка, соединяющая осколки, имеет ненулевую длину. Кроме того, в ланжевенском подходе важную роль играет вязкость. В [165] было показано, что для потока вязкой несжимаемой жидкости через цилиндрическую шейку с радиусом r_N и длиной l_N массовый параметр зарядовой моды определяется выражением

$$m_{\eta z \eta z}(\mathbf{q}) = \frac{m}{3\pi\rho} \frac{ZA^2}{N} \frac{(l_N + 2r_N)}{r_N^2}, \quad (58)$$

где ρ — плотность нуклонов в ядре.

Сравнение формул (56)–(58) проведено на рис. 19, *a* для параметра $h = 0$ (поскольку линия $h = 0$ приближенно аппроксимирует дно долины деления [33]). Значения массового параметра для формулы (56) взяты из [161], где приведена зависимость массового параметра от расстояния между центрами масс будущих осколков при нескольких фиксированных значениях параметра шейки h . Значения массового параметра, приведенные на рисунке, соответствуют большим значениям параметра удлинения c в области деформаций ядра от седловой точки до разрыва. Все три зависимости показывают характерное увеличение инерционного параметра $m_{\eta z \eta z}$ при приближении к точке разрыва. Из рисунка также видно, что формулы (56) и (58) дают близкие значения $m_{\eta z \eta z}$, в то время как значения, рассчитанные по формуле (57), лежат значительно ниже.

Наиболее последовательной является формула (56), однако расчет частот дипольных изовекторных колебаний представляет собой довольно сложную в реализации математическую задачу. Из проведенного анализа представленных выше трех формул следует, что формулы (56) и (58) дают близкие значения массового параметра $m_{\eta z \eta z}$ во всей интересующей нас области изменения параметров деформации ядра (c, h) . Поэтому при расчете массового параметра зарядовой моды разумно использовать формулу (58). Для того чтобы применять эту формулу, необходимо знать радиус шейки r_N и длину шейки l_N при заданных c и h . Для этого в области деформаций с ярко выраженной шейкой форма ядра может быть аппроксимирована двумя сферическими осколками,

соединенными цилиндрической шейкой с радиусом r_N . При этом центры сфер выбираются в центрах масс формирующихся осколков, а радиусы сфер R_R и R_L находятся из условия сохранения объема ядра. Тогда длина шейки $l_N = R - R_R - R_L$, где R — расстояние между центрами масс будущих осколков.

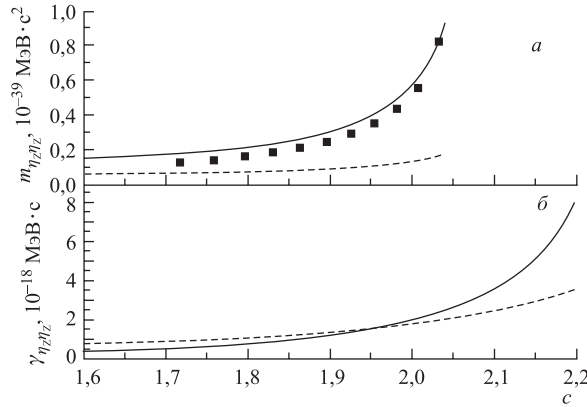


Рис. 19. *а)* Сравнение зависимостей инерционного параметра от координаты c при фиксированном значении параметра шейки $h = 0$: сплошная кривая — массовый параметр $m_{\eta_Z \eta_Z}$, рассчитанный по формуле (58) [165]; штриховая кривая получена по формуле (57) [164]; квадраты — массовый параметр, рассчитанный по формуле (56) в работе [161]. *б)* Зависимость фрикционного параметра зарядовой моды от параметра удлинения c вдоль средней траектории в предположении двухтельного механизма вязкости $\nu_0 = 1,8 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$ (сплошная кривая) и однотельного механизма вязкости (штриховая кривая)

4.1.3. Фрикционный параметр зарядовой моды. При теоретическом изучении изобарического распределения часто (см., например, [161, 166]) фрикционный коэффициент $\gamma_{\eta_Z \eta_Z}$ полагался варьируемым параметром, не зависящим от координат. Однако такое допущение является грубым приближением, и необходимо учитывать зависимость фрикционного параметра зарядовой моды от деформации ядра. Координатная зависимость параметра трения $\gamma_{\eta_Z \eta_Z}$ учитывалась в [20, 151] двумя способами — в предположении однотельного и двухтельного механизмов диссипации. Наиболее просто фрикционный параметр можно оценить в гидродинамической модели, изучая диссипацию энергии при движении вязкой несжимаемой жидкости по трубе (шейке, соединяющей формирующиеся осколки), имеющей длину l_N и радиус r_N . В этом случае приведенный коэффициент трения зарядовой моды имеет вид [150, 151, 165]

$$\beta_{\eta_Z \eta_Z}(\mathbf{q}) = \frac{\gamma_{\eta_Z \eta_Z}(\mathbf{q})}{m_{\eta_Z \eta_Z}(\mathbf{q})} = \frac{6\nu}{r_N^2}, \tag{59}$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости. Из (59) видно, что фрикционный параметр зарядовой моды $\gamma_{\eta z \eta z}$ в гидродинамической модели зависит от используемого подхода для расчета инерционного параметра $m_{\eta z \eta z}$. Из экспериментальных данных по ширинам гигантских дипольных резонансов [167] было извлечено значение $\nu = 13,5 \cdot 10^{21} \text{ фм}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Традиционно в качестве коэффициента двухтельной вязкости в физике ядра используют коэффициент динамической вязкости, связанный с коэффициентом кинематической вязкости соотношением $\nu_0 = \rho_0 \nu$, где ρ_0 — плотность ядерного вещества. Для параметра $r_0 = 1,22 \text{ фм}$ [72] коэффициент динамической вязкости, полученный в [167], составляет $\nu_0 = 1,8 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$. Это значение коэффициента ν_0 можно использовать в качестве отправного при проведении динамических расчетов с двухтельным механизмом ядерной вязкости, поскольку дипольные изовекторные колебания вдоль оси симметрии ядра — основной механизм перераспределения заряда между осколками.

Особый интерес представляет применение модели однетельной вязкости для расчета фрикционного параметра зарядовой степени свободы. Отметим, что в физике деления возбужденных ядер однетельный механизм вязкости с успехом применялся при изучении ширин гигантских дипольных резонансов [168, 169]. В [20, 151] было получено следующее выражение для фрикционного параметра зарядовой моды в предположении однетельного механизма вязкости:

$$\gamma_{\eta z \eta z}(\mathbf{q}) = \frac{4m}{9\rho} \frac{AZ}{N} [N\bar{v}_p + Z\bar{v}_n] \frac{1}{\Delta\sigma}, \quad (60)$$

где \bar{v}_p и \bar{v}_n — средние скорости протонов и нейтронов соответственно.

На рис. 19, б показана зависимость фрикционного параметра зарядовой моды от параметра удлинения s для двухтельного механизма вязкости (сплошная кривая) и в модели однетельной вязкости (штриховая кривая). Из выражения (60) видно, что при однетельном механизме параметр $\gamma_{\eta z \eta z}$ определяется только толщиной шейки, следовательно, при $r_N \rightarrow 0$ (т. е. при приближении к разрыву) $\gamma_{\eta z \eta z} \sim 1/r_N^2$. Что касается двухтельного механизма, то инерционный параметр, рассчитанный по формуле (58), при приближении радиуса шейки к нулю пропорционален $1/r_N^2$, следовательно, фрикционный параметр при двухтельной вязкости ведет себя как $1/r_N^4$ при $r_N \rightarrow 0$. Из рис. 19, б видно, что если при деформациях, характерных для седловой точки, двухтельный механизм ядерной вязкости дает меньшие значения фрикционного параметра, чем при однетельном механизме, то при приближении к разрыву $\gamma_{\eta z \eta z}$, в предположении двухтельной вязкости, чрезвычайно резко возрастает и в точке разрыва превосходит более чем в два раза значения $\gamma_{\eta z \eta z}$, рассчитанные по формуле (60). Отметим еще одно важное различие двух формул для фрикционного параметра зарядовой моды, а именно наличие в формуле двухтельной вязкости варьируемого параметра — коэффициента вязкости ν_0 и отсутствие каких-либо варьируемых параметров в однетельной модели.

4.2. Время релаксации зарядовой моды. Статистический предел в точке разрыва. Зарядовое распределение для составного ядра ^{236}U достаточно хорошо изучено как в экспериментальных, так и в теоретических работах. Изобарическое зарядовое распределение для деления ядра ^{236}U было изучено теоретически на основе многомерного уравнения Фоккера–Планка в [161, 166]. Однако в этих работах фрикционный параметр зарядовой моды выбирался не зависящим от коллективных координат и являлся варьируемой величиной. В [20, 151] были проведены трехмерные ланжевеновские расчеты зарядового распределения с использованием механизма как однотельной, так и двухтельной вязкости по зарядовой моде.

Существует довольно много экспериментальных данных по дисперсиям зарядового распределения для ядра ^{236}U при низких энергиях возбуждения. Так, хорошо известно [170, 171], что в реакции деления ^{235}U тепловыми нейтронами зарядовая дисперсия $\sigma_Z^2 = 0,4 \pm 0,05$ и не зависит от энергии возбуждения. Такое поведение дисперсии σ_Z^2 указывает на квантовый характер формирования зарядового распределения при низких энергиях возбуждения. Также известно, что в этой области энергий экспериментальные данные по σ_Z^2 хорошо описываются выражением для статистического предела в средней точке разрыва:

$$\sigma_{Z,\text{stat}}^2(E_{\text{int}}) = \frac{T_Z^*(\langle \mathbf{q}_{\text{sc}} \rangle)}{C_Z(\langle \mathbf{q}_{\text{sc}} \rangle)}, \quad (61)$$

где $C_Z(\langle \mathbf{q}_{\text{sc}} \rangle) = 4C_{\eta Z}(\langle \mathbf{q}_{\text{sc}} \rangle)/Z^2$ и $\langle \mathbf{q}_{\text{sc}} \rangle$ — координаты средней точки разрыва. Если $T \ll \hbar\omega_Z/2$, то $T_Z^* \simeq \hbar\omega_Z/2$, что и объясняет постоянство зарядовой дисперсии при низких энергиях. Динамическая модель, не учитывающая оболочечные эффекты при расчете транспортных коэффициентов и потенциальной энергии, не может быть применена для описания низкоэнергетического деления. Тем не менее можно рассчитать величину $\sigma_{Z,\text{stat}}^2$ и сравнить ее с экспериментальными данными. Для энергии возбуждения 6,4 МэВ (что соответствует делению ^{235}U тепловыми нейтронами) в [20, 151] было получено $\sigma_{Z,\text{stat}}^2 = 0,35$, что хорошо согласуется с экспериментом.

Обратимся к результатам динамических расчетов. Прежде всего обсудим характерные времена для зарядовой моды ядра. Для системы с диссипацией характерным временем является время релаксации [150] по соответствующей коллективной моде:

$$\tau_{\eta Z} = \begin{cases} 2\tilde{\beta}_{\eta Z}^{-1}, & \omega_{\eta Z} \geq \tilde{\beta}_{\eta Z}/2, \\ \left[\tilde{\beta}_{\eta Z}/2 - \left(\tilde{\beta}_{\eta Z}^2/4 - \omega_{\eta Z}^2 \right)^{1/2} \right]^{-1}, & \omega_{\eta Z} < \tilde{\beta}_{\eta Z}/2, \end{cases} \quad (62)$$

где $\tilde{\beta}_{\eta Z} = \beta_{\eta Z} + \dot{m}_{\eta Z\eta Z}/m_{\eta Z\eta Z}$ — обобщенный коэффициент затухания зарядовой моды. В (62) первый случай ($\omega_{\eta Z} \geq \tilde{\beta}_{\eta Z}/2$) соответствует режиму

затухающих колебаний, случай $\omega_{\eta Z} < \tilde{\beta}_{\eta Z}/2$ — режиму аperiodического затухания. Результаты расчетов $\tau_{\eta Z}$ представлены на рис. 20 для обоих механизмов вязкости. Обсудим времена релаксации, рассчитанные в предположении двухтельного механизма ядерной вязкости. Видим, что координатная зависимость $\tau_{\eta Z}$ существенно зависит от коэффициента двухтельной вязкости. В частности, $\tau_{\eta Z}$ уменьшается с увеличением деформации, когда зарядовый осциллятор находится в режиме затухания (рис. 20, *a, б*), и, наоборот, $\tau_{\eta Z}$ растет в режиме сверхзатухания (рис. 20, *д, е*). Случай, показанный на

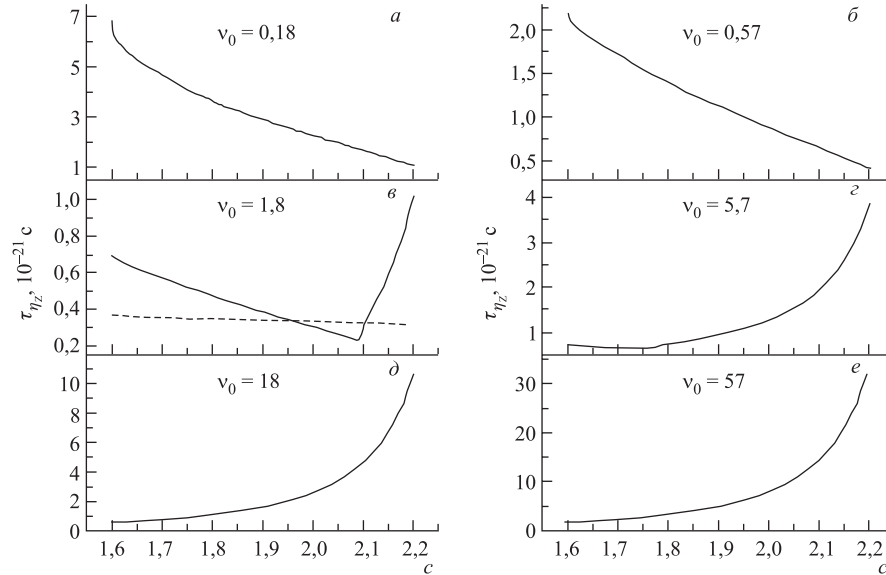


Рис. 20. Время релаксации зарядовой моды $\tau_{\eta Z}$ как функция координаты удлинения c вдоль средней траектории [20]. Сплошные кривые получены в предположении двухтельного механизма вязкости по зарядовой координате для различных значений коэффициента вязкости. Пунктирная кривая — расчет для однотельного механизма вязкости. Значения коэффициента вязкости указаны на рисунках в единицах 10^{-23} МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$

рис. 20, *б, з*, в начале эволюции зарядовой моды соответствует режиму затухающих колебаний, а при $c \simeq 2,1$ для $\nu_0 = 1,8 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ и $c \simeq 1,75$ для $\nu_0 = 5,7 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ система переходит в режим аperiodического затухания. Далее, на рис. 20, *б* показано, что в предположении однотельной вязкости, в отличие от двухтельной, время релаксации зарядовой моды остается практически постоянным на всем интервале движения системы от седловой точки к разрыву $\tau_{\eta Z} \simeq 0,4 \cdot 10^{-21}$ с. Это связано с тем, что инерционный коэффициент и фрикционный коэффициент заря-

довой моды для однопольного механизма трения пропорциональны $1/r_N^2$, а следовательно, обобщенный коэффициент затухания $\tilde{\beta}_{\eta Z}$ не изменяется вдоль средней траектории (отношение $\dot{m}_{\eta Z \eta Z}/m_{\eta Z \eta Z}$ мало по сравнению с $\beta_{\eta Z}$). В двухпольном механизме приведенный коэффициент трения (см. соотношение (59)) существенно зависит от толщины шейки, поэтому и $\tau_{\eta Z}$ при двухпольной вязкости по зарядовой моде будет иметь заметную координатную зависимость.

Другим важным вопросом, возникающим в связи с обсуждением времен релаксации зарядовой моды, является применимость уравнений Ланжевена для описания флуктуаций заряда. Использование уравнений Ланжевена в марковском приближении предполагает, что времена релаксации внутренних степеней свободы τ_{int} много меньше времен релаксации рассматриваемой коллективной моды. В работе [172] было показано, что τ_{int} составляет порядка $0,2 \cdot 10^{-21}$ с. Можно считать, что марковский предел справедлив, если время релаксации зарядовой степени свободы как минимум в два-три раза больше, чем τ_{int} (т. е. $\tau_{\eta Z} > (0,4 - 0,6) \cdot 10^{-21}$ с). Как было отмечено выше, $\tau_{\eta Z} \simeq 0,4 \cdot 10^{-21}$ с в случае однопольного механизма диссипации, что находится на границе применимости марковского приближения. В случае двухпольной вязкости для $\nu_0 < 0,57 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ и $\nu_0 > 1,8 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ марковское описание справедливо. Наиболее проблемный случай из всех рассмотренных — это случай, показанный на рис. 20, в. Минимальное значение, достигаемое временем релаксации заряда, $\sim 0,3 \cdot 10^{-21}$ с, и марковское приближение в этом случае неверно. Однако в области, определяющей параметры зарядового распределения (около разрыва), $\tau_{\eta Z} = (0,7-0,9) \cdot 10^{-21}$ с. Это по крайней мере в три раза больше, чем τ_{int} . Таким образом, указанные выше аргументы дают уверенность в том, что расчеты параметров зарядового распределения, выполненные на основе уравнений Ланжевена в марковском приближении, корректны. По нашему мнению, использование ланжевенского подхода в марковском пределе есть первый, но необходимый шаг в решении проблемы эволюции зарядовой степени свободы. С другой стороны, если марковское описание несправедливо, то для изучения флуктуаций заряда можно использовать уравнения Ланжевена, но с так называемым «задержанным» трением (см. оригинальную работу [173] или обзор [25]). Следует отметить, что зарядовая мода в силу малых времен релаксации является интересной с точки зрения изучения эффектов памяти.

4.3. Дисперсия зарядового распределения. Большой интерес представляет изучение поведения дисперсии зарядового распределения в зависимости от энергии возбуждения. Это необходимо, в первую очередь, для того, чтобы сравнить результаты, полученные при обоих механизмах вязкости. Как показывают расчеты, времена релаксации по зарядовой координате значительно меньше характерных времен по другим модам, связанным с измене-

нием формы ядерной поверхности (см., например, [32]). На основании этого можно ожидать, что по зарядовой моде будет устанавливаться статистическое равновесие не только при низких, но и при высоких энергиях возбуждения. На рис. 21, *a* показана дисперсия зарядового распределения в зависимости от внутренней энергии возбуждения ядра в точке разрыва. Кривая на рис. 21, *a* — зависимость дисперсии $\sigma_{Z,\text{stat}}^2$ от E_{int} . При построении этой кривой принимался во внимание тот факт, что длина шейки, как показывают наши расчеты и результаты работы [174], практически не зависит от деформации ядра.

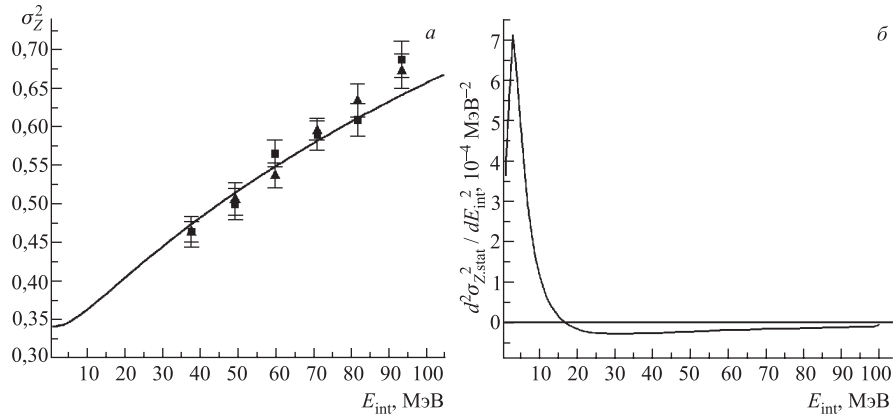


Рис. 21. *a*) Дисперсия изобарического распределения σ_Z^2 как функция внутренней энергии возбуждения составного ядра в точке разрыва: ■ — расчеты с двухтелным механизмом вязкости по зарядовой моде ($\nu_0 = 1,8 \cdot 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³); ▲ — расчеты с однетельным механизмом трения; сплошная кривая — статистический предел в средней точке разрыва (см. формулу (61) и комментарии к ней). *б*) Вторая производная $d^2 \sigma_{Z,\text{stat}}^2 / dE_{\text{int}}^2$ как функция внутренней энергии возбуждения E_{int} в средней точке разрыва

Основываясь на данных, представленных на рис. 21, *a*, можно сделать следующие выводы. Во-первых, рассчитанная дисперсия изобарического распределения показывает характерный рост с энергией возбуждения. Во-вторых, расчеты, проведенные при различных механизмах вязкости, дают одинаковые значения дисперсии в пределах статистической погрешности, связанной с ограниченностью числа ланжевенских траекторий (порядка 10^4 траекторий). Таким образом, можно утверждать, что в рамках развитой в [20, 151] ланжевенской модели дисперсия зарядового распределения нечувствительна к механизму ядерной вязкости. Примечательно, что в работе [175] было изучено зарядовое распределение для того же составного ядра ^{236}U в интервале энергий возбуждения от 20 до 57 МэВ. Было получено, что зарядовое рас-

пределение имеет форму гауссовской кривой с дисперсией, не зависящей от энергии возбуждения ниже 39 МэВ. Проведенные в [20, 151] динамические расчеты при энергии возбуждения 39 МэВ дают $\sigma_Z^2 = 0,46$, что находится в согласии с результатами работы [175], где для всего изученного интервала энергий было получено $\sigma_Z^2 = 0,45-0,50$. В-третьих, как видим из рис. 21, а, дисперсия σ_Z^2 , полученная в динамических расчетах, практически совпадает с кривой, соответствующей статистическому пределу, которая проходит через экспериментальные данные по зарядовой дисперсии при энергиях возбуждения $E^* = 6,4$ и 39 МэВ. Следовательно, можно сделать важный вывод о том, что статистическое равновесие по зарядовой координате устанавливается как при низких, так и при высоких энергиях.

Важную информацию о механизме формирования зарядового распределения несет вторая производная $d^2\sigma_{Z.stat}^2/dE_{int}^2$, показанная на рис. 21, б как функция внутренней энергии возбуждения в средней точке разрыва. Видно, что энергетическая ось может быть разделена на две части: $E_{int} < 20$ МэВ и $E_{int} > 20$ МэВ. На первом интервале $d^2\sigma_{Z.stat}^2/dE_{int}^2 > 0$, т. е. на этом энергетическом интервале квантовые флуктуации играют доминирующую роль в формировании зарядового распределения. На втором интервале $d^2\sigma_{Z.stat}^2/dE_{int}^2 < 0$ и флуктуации по зарядовой моде имеют, в основном, тепловую природу.

4.4. Определение коэффициента двухтельной вязкости в исследованиях флуктуаций зарядовой моды. Выше, при обсуждении расчета фрикционного тензора, уже говорилось о различном поведении параметра трения по зарядовой координате для двух механизмов вязкости. Особенно сильно это различие проявляется при приближении ядра к разрыву. Однако ланжевенские расчеты показали, что механизм ядерной вязкости практически не оказывает влияния на ширину зарядового распределения. Поэтому следует ожидать слабой зависимости σ_Z^2 от единственного свободного параметра модели — коэффициента динамической вязкости ν_0 . Для исследования этого вопроса в [20] были проведены расчеты дисперсии зарядового распределения в широком интервале значений $\nu_0 = (0,18 - 57) \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$. Результаты расчетов показаны на рис. 22 в логарифмическом масштабе. Из рис. 22 видно, что на интервале $(0,6 \leq \nu_0 \leq 1,8) \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ рассчитанные динамически значения σ_Z^2 хорошо согласуются со статистическим пределом в средней точке разрыва и с экспериментальными данными по σ_Z^2 . Этот интервал и есть оценка значений коэффициента двухтельной вязкости, полученная из изучения флуктуаций зарядовой моды.

Координатная зависимость и значения времени релаксации $\tau_{\eta Z}$, показанные на рис. 20 для всех рассмотренных значений коэффициента вязкости, дают ключ к пониманию поведения σ_Z^2 . Статистическое равновесие по зарядовой моде будет устанавливаться, если $\tau_{\eta Z}$ много меньше времени спуска делящейся системы от гребня до разрыва τ_{ss} ($\tau_{ss} \simeq (5-8) \cdot 10^{-21}$ с).

На рис. 20, б показано, что в наиболее значимой (для параметров зарядового распределения осколков деления) области деформаций — около разрыва $\tau_{\eta Z} \simeq 0,5 \cdot 10^{-21} \text{ с} \ll \tau_{ss}$. В случае, показанном на рис. 20, в, $\tau_{\eta Z} < 10^{-21} \text{ с}$ на всем протяжении спуска от седла до разрыва. Резкий рост времени релаксации зарядовой моды на заключительной стадии спуска не может привести к значительному отклонению динамически рассчитанной зарядовой дисперсии от статистического предела. Следовательно, можно заключить, что на интервале $(0,6 \leq \nu_0 \leq 1,8) \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$ поведение и значения времени релаксации $\tau_{\eta Z}$ таковы, что статистическое описание зарядовой дисперсии обязано быть справедливым. С другой стороны, для $\nu_0 < 0,57 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$ (рис. 20, а) и для $\nu_0 > 1,8 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$ (рис. 20, г–е) значения времени релаксации $\tau_{\eta Z}$ сравнимы и даже превосходят τ_{ss} , и поэтому статистическое равновесие в момент разрыва не устанавливается.

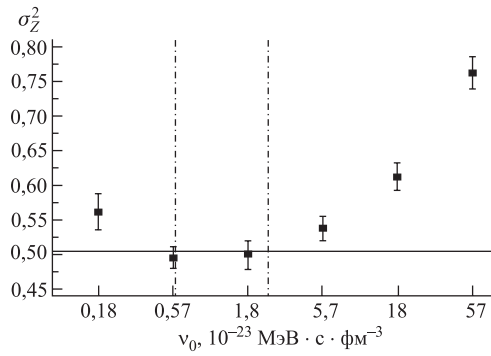


Рис. 22. Зависимость дисперсии [20] зарядового распределения σ_Z^2 от коэффициента двухтельной вязкости ν_0 при энергии возбуждения $E^* = 50 \text{ МэВ}$. Сплошная линия — статистический предел в средней точке разрыва; вертикальные штрихпунктирные линии ограничивают интервал значений коэффициента двухтельной вязкости, полученный в работах [13, 61, 58, 176]

Механизм, который определяет рост зарядовой дисперсии в области $\nu_0 > 1,8 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$, называется «эффектом памяти». Его суть может быть объяснена следующим образом. Слабая координатная зависимость коэффициента жесткости $C_{\eta Z}$ и возрастание массового параметра зарядовой моды с ростом деформации делящегося ядра приводят к уменьшению эффективной температуры T_Z^* . Это, в свою очередь, ведет к уменьшению величины зарядовых флуктуаций по мере спуска ядра к разрыву и сужению равновесного зарядового распределения (определяемого отношением T_Z^*/C_Z). С другой стороны, быстрый рост фрикционного параметра $\gamma_{\eta Z \eta Z}$ ведет к «замораживанию» зарядовой степени свободы, и σ_Z^2 больше не изменяет своего значения при дальнейшем спуске системы к разрыву. «Замораживание» зарядовой моды происходит при больших значениях коэффициента двухтельной вязкости $\nu_0 > 1,8 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$, соответствующих режиму сверхзатухания. Кроме того, чем больше коэффициент ν_0 , тем раньше «замораживается» зарядовая степень свободы, а следовательно, тем шире становится зарядовое распределение осколков деления. Этот механизм качественно объясняет рост зарядовой дисперсии с увеличением ν_0 .

Ранее механизм двухтельной вязкости широко использовался при изучении массово-энергетического распределения осколков деления, и были сделаны определенные выводы о значении коэффициента трения. В [58, 61] проведены расчеты средней кинетической энергии осколков деления в широком интервале значений $Z^2/A^{1/3}$ и из подгонки полученных результатов к экспериментальным данным найдены следующие значения данного коэффициента: $\nu_0 = (0,9 \pm 0,3) \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$ [61]; $\nu_0 = (1,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$ [58]. В работе [13] на основе многомерного уравнения Фоккера–Планка были изучены МЭР осколков деления и показано, что результаты динамических расчетов наилучшим образом согласуются с экспериментом при $\nu_0 = (1,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$. В работе [176] были рассмотрены различные виды коллективного ядерного движения (в частности, разделение ядра на осколки и гигантские дипольные резонансы). Основываясь на полученных результатах, авторы высказали предположение, что коэффициент двухтельной вязкости универсален для всех типов коллективного ядерного движения и имеет величину $\nu_0 \simeq 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$. Легко увидеть, что найденный нами интервал значений коэффициента ν_0 для зарядовой моды хорошо согласуется с его прежними оценками.

В заключение еще раз отметим, что к настоящему времени проведены ланжевеновские расчеты зарядового распределения только для симметричного разделения ядра на осколки. Представляет интерес изучение массово-зарядового распределения, для чего в модель необходимо либо ввести четвертую координату массовой асимметрии, либо в трехмерной модели в качестве коллективных координат выбрать координату массовой асимметрии, координату зарядовой асимметрии и третью координату, отвечающую за удлинение ядра и, в конечном итоге, за разделение его на осколки.

5. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ

Статистическая теория хорошо описывает анизотропию углового распределения (УР) осколков деления для многих комбинаций ядра-мишени и налетающей частицы в широком интервале энергий возбуждения. На ранних этапах экспериментального изучения УР осколков деления рассматривались реакции, в которых в качестве налетающих частиц выбирались нейтроны, ионы ^3He и α -частицы [157, 177]. Составные ядра, образующиеся в таких реакциях, имеют температуру порядка 1 МэВ и невысокие значения углового момента. Для этих реакций высота барьера деления много больше температуры ядра, и стандартная модель переходного состояния в седловой точке (ПССТ) [157, 178, 179] достаточно точно воспроизводит экспериментальные данные по анизотропии УР осколков.

Дальнейшее изучение УР проводилось уже с более массивными налетающими ионами углерода, кислорода и более тяжелыми [177]. Стало возможным изучение УР осколков при делении более тяжелых ядер с гораздо большими температурами и угловыми моментами. Для таких систем обнаружилось, что стандартная модель ПССТ предсказывает систематически низкие значения анизотропии УР по сравнению с экспериментальными данными.

Проблему, возникающую при теоретическом описании УР в реакциях с тяжелыми ионами, можно условно разделить на две (подробнее см., например, обзор [180] и ссылки в нем).

I. При энергиях налетающего иона существенно выше кулоновского барьера теоретические модели, использующие модель ПССТ, обычно предсказывают уменьшение анизотропии УР с ростом энергии налетающего иона, в то время как в эксперименте наблюдается рост или примерное постоянство этой величины (см., например, [181]). В этом разделе мы будем касаться в основном данной проблемы. Для объяснения больших значений анизотропии УР в этой области энергий было высказано несколько гипотез.

1) Переходное состояние для составных ядер с высокой делимостью и/или моментом расположено не в седловой точке, а в более деформированной точке разрыва [182, 183]. Таким образом, была предложена модель переходного состояния в точке разрыва (ПСТР). Больших успехов в описании УР в реакциях с тяжелыми ионами удалось добиться в модели ПСТР, разработанной в [184], которая более корректно (по сравнению с первыми вариантами модели ПСТР [182, 183]) учитывает спиновые моды формирующихся осколков деления (twisting and wriggling).

2) В то же время в работе [185] было показано, что наблюдаемые экспериментально значения анизотропии УР не могут быть описаны ни моделью ПССТ, ни моделью ПСТР. Поэтому в общем случае было высказано предположение, что эффективное переходное состояние, определяющее УР осколков деления, находится где-то между седловой точкой и точкой разрыва.

3) Аномальные значения анизотропии УР для ряда реакций могут быть объяснены появлением в суммарном сечении деления существенной доли событий, не являющихся событиями реакции слияния-деления, а идущих без образования составного ядра. К таким реакциям относят квазиделение [88, 186–190], быстрое деление [188, 191, 192] и предравновесное деление [193].

II. Для деформированных актинидных ядер-мишеней при энергиях вблизи и под кулоновским барьером (реакции типа ^{16}O , ^{19}F + Th, U, Np) в эксперименте наблюдается резкий рост анизотропии УР с уменьшением энергии налетающего иона, которого не наблюдается, если в качестве мишени используются более легкие и сферические в основном состоянии ядра типа Bi, Pb. Такое «аномальное» поведение анизотропии УР связывают либо с резким ростом второго момента распределения ядер по полному моменту [194]

(как результат влияния кулоновского барьера), либо с увеличением вклада событий квазиделения [195] (при столкновениях «нос к носу»).

Детальное изучение УР показало, что анизотропия УР крайне чувствительна к значению асимметрии входного канала $\alpha = (A_t - A_p)/(A_t + A_p)$, где A_t и A_p — массы ядра-мишени и налетающей частицы соответственно. Значение параметра асимметрии Бусинаро–Галлоне α_{BG} определяет область применимости стандартной модели ПССТ: при $\alpha > \alpha_{BG}$ теоретические расчеты находятся в согласии с экспериментальными данными, при $\alpha < \alpha_{BG}$ эксперимент дает значительно бóльшие значения анизотропии, чем предсказывают теоретические расчеты с седловой точкой в качестве переходного состояния.

Однако даже в «благополучной» области $\alpha > \alpha_{BG}$, где модель ПССТ дает удовлетворительное описание анизотропии УР, расчеты, выполненные в статистических моделях без учета динамических особенностей процесса деления ядер, наталкиваются на принципиальные сложности при определении седловой конфигурации делящегося ядра (температуры и формы поверхности).

Эти сложности, во-первых, обусловлены тем, что статистические модели предсказывают уменьшение средней множественности предразрывных нейтронов $\langle n_{pre} \rangle$ с ростом энергии возбуждения [104] и, как следствие, дают заниженное значение $\langle n_{pre} \rangle$, а значит, завышенное значение температуры ядра в седловой точке T_{sd} при высоких энергиях возбуждения составного ядра. Кроме того, с ростом энергии возбуждения и массового числа делящегося ядра растет доля нейтронов, испаряемых после прохождения системой седла. Поэтому даже если расчеты по статистической модели будут воспроизводить экспериментальное значение всей предразрывной множественности нейтронов, наличие нейтронов, испущенных на этапе эволюции между седлом и разрывом, приведет к неправильному значению T_{sd} . В динамических моделях, объединенных с испарительной ветвью, проблем, связанных с определением конфигурации ядра, не возникает, поскольку конфигурация ядра получается как решение динамических уравнений. Во-вторых, в статистических моделях ПССТ при определении положения переходного состояния не учитывают многомерности барьера деления, что в области высоких энергий возбуждения может существенно занижать рассчитываемые значения анизотропии УР (подробнее см. п. 5.1.2). В связи с этим представляется перспективным активное использование в теории угловых распределений осколков деления многомерных динамических моделей.

При анализе УР обычно предполагается, что осколки деления эмитируются в направлении оси симметрии ядра. В этом случае УР определяется тройкой квантовых чисел: I , K и M , где I — полный момент составного ядра, K — проекция I на ось симметрии ядра и M — проекция полного момента на направление пучка налетающих ионов. В случае слияния бесспиновых ионов $M = 0$ и, следовательно, полный момент I совпадает с орбитальным

моментом l . Тогда УР для фиксированных значений I и K имеет вид

$$W(\theta, I, K) = (I + 1/2) |d_{0,K}^I(\theta)|^2, \quad (63)$$

где $d_{M,K}^I(\theta)$ — функция вращения Вигнера; θ — угол между осью симметрии ядра и осью пучка налетающих ионов. Для больших значений I справедливо выражение

$$W(\theta, I, K) \simeq \frac{I + 1/2}{\pi} [(I + 1/2)^2 \sin^2 \theta - K^2]^{-1/2}. \quad (64)$$

Угловое распределение осколков деления, наблюдаемое в эксперименте, может быть получено усреднением (63) по квантовым числам I и K в виде

$$W(\theta) = \sum_{I=0}^{\infty} \sigma_I \sum_{K=-I}^I \rho(K) W(\theta, I, K). \quad (65)$$

Из (65) видно, что для расчета УР необходимо конкретизировать вид распределений составных ядер по I и по K . Вопросы, связанные с расчетом распределения по полному моменту ядра σ_I , изложены нами в п. 1.3. Поэтому далее обсуждается проблема нахождения распределения $\rho(K)$.

5.1. Модель переходного состояния. При теоретическом анализе данных по УР осколков деления традиционно используется модель переходного состояния [157, 178, 179]. Суть этой модели заключается в предположении, что существует некоторая выделенная (переходная) конфигурация делящейся системы, которая определяет УР осколков деления. При этом существуют два предельных предположения о нахождении переходного состояния и, соответственно, два варианта модели переходного состояния: в седловой точке (ПССТ) и в точке разрыва (ПСТР).

При построении классической модели ПССТ делается несколько ключевых предположений.

1) Среднее время нахождения ядра в области седловой точки достаточно велико, так что в седловой точке по K устанавливается равновесное распределение. Другими словами, время движения системы от основного состояния до седловой точки τ_{gs} много больше, чем время релаксации степени свободы K ($\tau_{gs} \gg \tau_K$).

2) Среднее время спуска ядра от седла до разрыва τ_{ss} мало по сравнению с τ_K . В этом случае распределение по K , сформировавшееся в седловой точке, сохраняется в точке разрыва.

3) Вид распределения по K определяется фактором $\exp(-E_{rot}/T)$ [179],

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2 K^2}{2J_{\parallel}} + \frac{\hbar^2 (I^2 - K^2)}{2J_{\perp}}. \quad (66)$$

Таким образом, равновесное распределение по K имеет вид

$$\rho(K) = \frac{\exp[-K^2/(2K_0^2)]}{\sum_{K=-I}^I \exp[-K^2/(2K_0^2)]}. \quad (67)$$

Параметр K_0 определяет ширину этого распределения:

$$K_0^2 = \frac{T}{\hbar^2} J_{\text{eff}}, \quad J_{\text{eff}} = \frac{J_{\parallel} J_{\perp}}{J_{\perp} - J_{\parallel}}, \quad (68)$$

где T — температура ядра в переходном состоянии; J_{eff} — эффективный момент инерции; J_{\parallel} и J_{\perp} — твердотельные моменты инерции ядра относительно оси симметрии и относительно оси, перпендикулярной оси симметрии, соответственно.

Усредняя (63) и (64) по $\rho(K)$, получаем выражение для углового распределения для фиксированного I и заданного K_0 :

$$W(\theta, I) = (I + 1/2) \frac{\sum_{K=-I}^{K=I} |d_{0,K}^I(\theta)|^2 \exp(-K^2/2K_0^2)}{\sum_{K=-I}^{K=I} \exp(-K^2/2K_0^2)}, \quad (69)$$

$$W(\theta, I) \simeq \sqrt{\frac{2p}{\pi}} \frac{\exp[-p \sin^2 \theta] J_0[-p \sin^2 \theta]}{\text{erf}[\sqrt{2p}]}, \quad (70)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка; $p = (I + 1/2)^2/(4K_0^2)$. Выражение (70) известно как формула Халперна–Струтинского [157, 179].

Если $p \gg 1$, то можно показать, что анизотропия УР дается приближенным соотношением

$$\frac{W(0^\circ)}{W(90^\circ)} \simeq 1 + \frac{\langle I^2 \rangle}{4K_0^2}. \quad (71)$$

Выражение (71) наглядно и потому удобно для выявления качественных особенностей поведения анизотропии УР. Для количественного анализа используются формулы (69) или (70). Следует отметить, что оба эти выражения с хорошей точностью дают одинаковые значения вероятности $W(\theta, I)$ [186].

Кроме начального распределения компаунд-ядер по спину, можно выделить еще два фактора, определяющих анизотропию углового распределения в модели ПССТ: эффективный момент инерции ядра (или деформация) в переходном состоянии и температура в этом состоянии. Следующие два пункта посвящены обсуждению новых моментов, которые дает изучение УР осколков деления в рамках ланжевеновского подхода по сравнению со статистическими моделями.

5.1.1. Влияние испарения предразрывных нейтронов на анизотропию УР. Температура ядра в переходном состоянии $T = T_{sd}$ тесно связана с множественностью предразрывных нейтронов, а потому и с диссипацией коллективной энергии во внутреннюю. Влияние испарения предразрывных нейтронов на рассчитываемые УР осколков было рассмотрено в [19, 196–200]. Во всех работах наблюдалось улучшение согласия рассчитанных значений анизотропии УР с экспериментальными данными при учете испарения нейтронов. Типичные результаты, полученные с учетом и без учета испарения нейтронов, показаны на рис. 23. С ростом энергии возбуждения растет множественность предразрывных нейтронов, а следовательно, увеличивается и разница между кривыми, полученными с учетом и без учета испарения нейтронов, что хорошо видно из рис. 23.

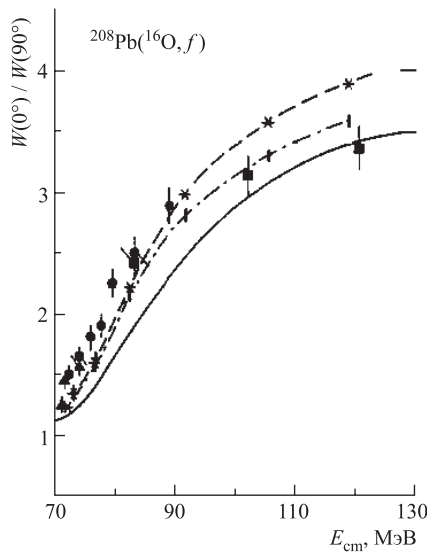


Рис. 23. Сравнение экспериментальных данных по анизотропии УР (кружки, квадраты, треугольники) с результатами теоретического анализа в рамках модели ПССТ. Результаты расчетов получены при различных способах учета испарения предразрывных нейтронов: сплошная кривая получена без учета испарения нейтронов [196]; звездочки, соединенные штриховой кривой, — все нейтроны испаряются до достижения ядром седловой конфигурации [196]; прямоугольники, соединенные штрихпунктирной кривой, — испарение происходит также на этапе спуска от седловой точки к точке разрыва. Рисунок взят из работы [199]

В работах [196–198] температура в переходном состоянии определялась в предположении, что все нейтроны испаряются до достижения ядром седловой точки. В работах [19, 199, 200] использовались результаты одномерных [199, 200] и трехмерных [19] ланжевеновских расчетов, и на величину температуры в переходном состоянии влияла только председловая часть нейтронов. Очевидным преимуществом динамических моделей является возможность определения доли нейтронов, испаряемых до достижения седловой конфигурации, что невозможно в чисто статистических моделях. Температура ядра в седловой точке T_{sd} определяется средней председловой множественностью нейтронов $\langle n_{pre}^{gs} \rangle$, т. е. долей нейтронов, испарившихся до достижения ядром условной седловой точки. Средняя множественность предразрывных

нейтронов определяется средней величиной ядерной диссипации, в то время как отношение $\langle n_{\text{pre}}^{\text{gs}} \rangle / \langle n_{\text{pre}} \rangle$ — в основном координатной зависимостью компонент тензора трения. Поэтому УР можно рассматривать как один из источников информации о величине и механизме ядерной вязкости. Следует отметить, что в [19] была изучена зависимость анизотропии УР от величины однотельной вязкости и показано, что хоть вариация величины вязкости и оказывает влияние на рассчитываемые УР, но в количественном отношении УР является характеристикой менее чувствительной к ядерной вязкости, чем множественность предразрывных нейтронов.

Как было показано в [19, 199], отношение $\langle n_{\text{pre}}^{\text{gs}} \rangle / \langle n_{\text{pre}} \rangle$ уменьшается с ростом энергии возбуждения. Поэтому, как видно из рис. 23, и угловые распределения, полученные в предположении, что все нейтроны испаряются до седловой точки, с ростом энергии возбуждения будут заметнее отличаться от результатов расчетов, учитывающих при определении T_{sd} только долю председловых нейтронов.

Отметим, что полученная в [19] энергетическая зависимость $\langle n_{\text{pre}}^{\text{gs}} \rangle / \langle n_{\text{pre}} \rangle$ качественно согласуется с зависимостью, полученной в [199] для той же реакции. Результаты работы [199] позволили авторам утверждать, что количественное согласие с экспериментом по анизотропии УР для высоких энергий возбуждения возможно только в том случае, если значительная доля предразрывных нейтронов испаряется на спуске от седловой точки к точке разрыва. Предсказанное отношение $\langle n_{\text{pre}}^{\text{gs}} \rangle / \langle n_{\text{pre}} \rangle$ в 3–5 раз больше, чем получено в работе [19] для тех же энергий возбуждения. Однако в обеих работах было достигнуто хорошее количественное согласие с экспериментальными данными. Это может быть объяснено различиями в использованных моделях и, в частности, разным числом коллективных координат.

5.1.2. Влияние размерности модели на УР. Множество всех доступных переходных состояний определяется ландшафтом потенциальной энергии и, следовательно, числом коллективных координат. В то же время конкретный ансамбль переходных точек существенно зависит от динамики процесса деления и потому чувствителен практически ко всем ингредиентам модели: консервативной силе, механизму ядерной вязкости, методу расчета массового тензора и др. Следует отметить, что в одномерных моделях для каждого углового момента имеется всего одно переходное состояние — седловая точка, а в многомерных моделях — целый ансамбль условных седловых точек, который образует множество переходных состояний. Многомерные динамические модели, по сравнению с одномерными, учитывают многомерность барьера деления. Это обстоятельство может существенно влиять на значения анизотропии УР, предсказываемые моделями с различным числом коллективных координат.

В [19] было сделано предположение, что имеет место влияние размерности модели на рассчитываемые значения анизотропии УР. Кроме того, это

влияние должно расти с увеличением делимости ядра и энергии возбуждения. Действительно, при этих условиях понижается барьер деления и уменьшается жесткость желоба потенциальной энергии, следовательно, большее число переходных состояний становится доступным делящемуся ядру. Рост энергии возбуждения ядра также приводит к увеличению объема фазового пространства, доступного ядру на гребне.

В работе [123] была рассмотрена реакция $^{16}\text{O} + ^{232}\text{Th} \rightarrow ^{248}\text{Cf}$ в трехмерной ланжевеновской модели и проведено сравнение с результатами расчетов для этой же реакции [200], но полученными в одномерной модели. В [200] были проведены расчеты анизотропии УР для реакции $^{16}\text{O} + ^{232}\text{Th} \rightarrow ^{248}\text{Cf}$, а также ряда систем, близких по комбинациям налетающий ион–мишень к $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$. При расчете анизотропии УР осколков были сделаны поправки на испускание председловых нейтронов согласно [196]. Авторами работы [200] получено хорошее согласие с экспериментальными данными по анизотропии УР для систем типа $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$. Напротив, для более тяжелой системы $^{16}\text{O} + ^{232}\text{Th}$ рассчитанные значения анизотропии существенно отличаются от экспериментальных данных. При этом расхождение теории и эксперимента увеличивается с уменьшением энергии возбуждения, что качественно согласуется с расчетами [123]. Результаты, полученные в рамках трехмерного подхода, в целом лучше согласуются с экспериментальными данными. С ростом энергии возбуждения разница между теоретическими и экспериментальными значениями сокращается быстрее, чем в одномерных расчетах. В работе [123] это было интерпретировано как эффект включения в задачу нескольких коллективных координат.

С целью более детального изучения зависимости рассчитываемого УР осколков от числа коллективных координат, включенных в модель, нами были проведены расчеты анизотропии УР для двух реакций: $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{224}\text{Th}$ и $^{16}\text{O} + ^{232}\text{Th} \rightarrow ^{248}\text{Cf}$ в одномерной и трехмерной ланжевеновской моделях. Для того чтобы исключить влияние на результаты изменения температуры и углового момента ядра вследствие испарения предразрывных частиц, расчеты были выполнены без учета испарения. Из рис. 24 видно, что если для низких энергий возбуждения значения анизотропии УР практически совпадают в одномерных и трехмерных расчетах, то с ростом энергии возбуждения трехмерная модель предсказывает значительно большие значения анизотропии УР, чем одномерная. Наибольшее отличие достигается при самой большой рассмотренной энергии $E^* \simeq 150$ МэВ. Видно, что для реакции с образованием более легкого составного ядра ^{224}Th при $E^* \simeq 150$ МэВ величина анизотропии УР, полученная в трехмерных расчетах, больше на треть, чем в одномерных расчетах. Для реакции же, приводящей к образованию более тяжелого составного ядра ^{248}Cf , эта разница достигает уже почти 40 %, что также согласуется с предположением, что для более тяжелых ядер влияние размерности модели должно быть больше.

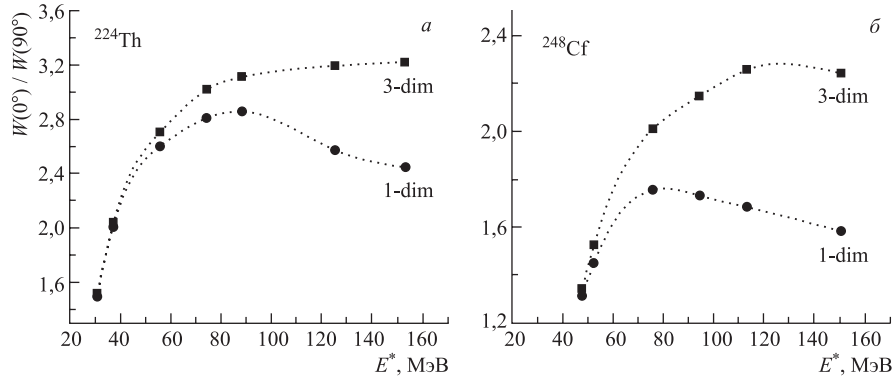


Рис. 24. Анизотропия УР, полученная в одномерных (●) и трехмерных (■) ланжевовских расчетах для однотельного механизма ядерной вязкости с $k_s = 0,25$, для ядер ^{224}Th (а) и ^{248}Cf (б)

Чтобы понять причину, по которой многомерные расчеты дают большие значения анизотропии, чем одномерные, обратимся к рис. 25. Седловая точка расположена при $h \simeq 0$ и $\alpha = 0$. Как видно из рис. 25, имеет место слабая

зависимость эффективного момента инерции от параметра массовой асимметрии и более сильная зависимость от параметра h . При этом значения J_{eff} уменьшаются при отклонении параметра h от нуля как в положительную, так и в отрицательную сторону. В многомерной модели при расчете анизотропии УР происходит усреднение по ансамблю переходных точек, в то время как в одномерной реализуется только одно переходное состояние — седловая точка. Поэтому в трехмерных расчетах значения K_0 получаются в среднем меньше, чем в одномерных, как за счет увеличения эффективного момента инерции, так и за счет уменьшения температуры в переходном состоянии при отклонении от седловой точки. Меньшие же значения параметра K_0 соответствуют более узкому УР.

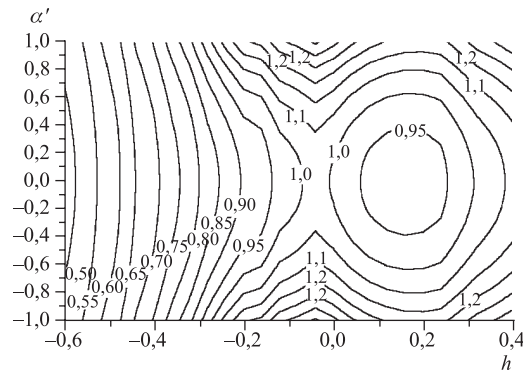


Рис. 25. Эффективный момент инерции ядра в единицах момента инерции равновеликого сферического ядра $J_{\text{eff}}/J_{\text{sph}}$ на поверхности гребня. Расчеты выполнены в координатах (h, α') для ядра ^{224}Th и спина $I = 20\hbar$

Следует отметить, что в работе [181], так же, как и в описанных выше одномерных расчетах, получено уменьшение анизотропии УР в области высоких энергий возбуждения, тогда как в эксперименте наблюдается рост этой величины. В [181] было показано, что причина этого уменьшения анизотропии состоит в резком росте величины J_{eff} , рассчитываемой в седловой точке в МЖК с диффузным краем, с увеличением спина составного ядра. Из этого авторы [181] сделали вывод о том, что для больших моментов (которые реализуются при высоких энергиях возбуждения) существенную долю составляют события деления без образования составного ядра, что приводит к желаемому уменьшению величины J_{eff} . Однако из представленных выше результатов видно, что проблема может быть решена, если считать все события событиями истинного слияния-деления, но учесть многомерность барьера деления.

5.2. Время релаксации K -моды. В последнее время появились указания на необходимость учета динамических особенностей формирования УР. В наиболее общем случае K -моду следует рассматривать как самостоятельную коллективную координату и изучать ее эволюцию, используя, например, многомерный ланжевеновский подход. Такой полностью динамический подход позволит в наиболее общем виде определить искомое распределение $\rho(K)$. Однако в этом случае возникает проблема расчета консервативной силы, а также инерционного и фрикционного параметров для K -моды. Зная зависимость вращательной энергии от K (66), не составляет труда определить искомую компоненту консервативной силы. В то же время в литературе не описан способ расчета фрикционного параметра для K -моды. Поэтому полностью динамическое рассмотрение эволюции степени свободы, связанной с K , пока затруднительно.

Однако динамические аспекты формирования УР могут быть «упрятаны» в характеристику, называемую временем релаксации K -моды τ_K . В работе [201] было предложено рассматривать эволюцию K -моды в духе метода Монте-Карло. В [201] процесс деления составного ядра характеризовался двумя коллективными степенями свободы: параметром удлинения ядра и K . Начальное распределение по K выбиралось равномерным в основном состоянии ядра. На каждом шаге решения уравнений Ланжевена для координаты удлинения происходило изменение значения K при выполнении условия $\xi < \tau/\tau_K$, где ξ — равномерно распределенное на отрезке $[0, 1]$ случайное число, τ — шаг интегрирования уравнений Ланжевена. Новое значение K разыгрывалось исходя из следующего распределения:

$$P(K) \sim \exp(\Delta F/T), \quad (72)$$

где ΔF — приращение свободной энергии при изменении K . Следует отметить, что использованный авторами [201] метод является достаточно общим

в том смысле, что позволяет рассматривать аналогичным образом эволюцию любой финитной коллективной моды.

Описанный алгоритм был применен в [201] для изучения расчета УР осколков деления для систем $^{16}\text{O} + ^{232}\text{Th}$, $^{16}\text{O} + ^{238}\text{U}$ и $^{16}\text{O} + ^{248}\text{Cm}$ в диапазоне энергий налетающего иона кислорода от 80 до 160 МэВ. Из анализа полученных результатов и экспериментальных данных авторам удалось извлечь значение времени релаксации K -моды, равное $\tau_K = 21 \cdot 10^{-21}$ с.

Чаше всего предполагается, что время релаксации K -моды является константой. Полученные оценки τ_K лежат в интервале от $(5-8) \cdot 10^{-21}$ с [104, 193, 202, 203] до $60 \cdot 10^{-21}$ с [204]. Отметим, что в работе [203] время релаксации τ_K было определено с использованием одномерной ланжевенновской модели, а в остальных работах расчеты проводились в рамках статистических моделей.

В то же время из работы [205] следует, что существует зависимость величины τ_K от скорости вращения ядра, т. е. рассмотрение времени релаксации K -моды как константы является лишь приближением. До настоящего времени динамических расчетов, использующих данный результат, проведено не было. Результаты [205] были применены для анализа УР в рамках статистической модели в работах [206].

Авторами этих работ было достигнуто достаточно хорошее согласие с экспериментом в области околосбарьерного и подбарьерного слияния-деления.

Суммируя сказанное, следует отметить, что выяснение роли динамических факторов при формировании УР осколков деления находится лишь на начальном этапе. Представляется перспективным использование многомерных ланжевенновских моделей, рассматривающих K как самостоятельную коллективную степень свободы. При расчете УР крайне важным является рассмотрение реакции начиная от момента касания сталкивающихся ионов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последние годы для описания динамики вынужденного деления, а также слияния тяжелых ионов, широко используется стохастический подход, основанный на многомерных уравнениях Ланжевена. В настоящем обзоре мы продемонстрировали возможности этого подхода для описания большого числа самых разнообразных наблюдаемых величин в реакциях слияния-деления. На наш взгляд, результаты, полученные в последние годы с использованием многомерного стохастического подхода, являются впечатляющими. В частности, расчеты в трехмерном стохастическом подходе «естественно» воспроизводят большие по значению дисперсии массово-энергетического распределения осколков, а также наблюдаемое их значительное возрастание с ростом параметра делимости составного ядра. Эти характерные яркие особенности

распределения не удавалось объяснить в рамках традиционно привлекаемых для анализа распределений осколков моделей деления и ранее проведенных двухмерных ланжевеновских расчетов. Кроме того, в рамках развитого многомерного стохастического подхода удается неплохо количественно описать «тонкие» корреляционные характеристики массово-энергетического распределения осколков и корреляцию испарившихся нейтронов с массой и кинетической энергией осколков. Согласованное описание корреляционных зависимостей предделительных, постразрывных и полных множественностей нейтронов позволило получить информацию о времени протекания процесса деления на всех его стадиях от образования составного ядра до девозбуждения осколков.

Сейчас, по-видимому, нет сомнения в том, что стохастический подход, основанный на многомерных уравнениях Ланжевена, объединенный с испарением легких частиц и гамма-квантов, обеспечивает наиболее адекватное динамическое описание исследуемых реакций слияния-деления. В то же время значительно меньшее согласие наблюдается среди исследователей относительно ингредиентов, составляющих физическую основу стохастического подхода. В первую очередь, как и ранее, это касается выбора зависимости фрикционного параметра (тензора) от коллективных координат и (или) температуры.

В заключение хотелось бы также подчеркнуть, что систематические расчеты массово-энергетического распределения осколков и множественности предразрывных нейтронов, проведенные в рамках трехмерного стохастического подхода, позволили сделать однозначный выбор в длительной дискуссии относительно того, какой механизм ядерной вязкости (двухтельный или однотельный) реализуется при делении ядер. Одновременное описание параметров массово-энергетического распределения осколков и средних множественностей предразрывных нейтронов достигается при однотельном механизме вязкости в его модифицированном варианте с коэффициентом редукции вклада от формулы «стены» $k_s = 0,25-0,5$. В то же время стоит упомянуть, что для более обоснованных выводов, касающихся величины и деформационной и (или) температурной зависимости ядерной вязкости, необходимо использовать в динамических расчетах более реалистичные варианты статистического описания эмиссии частиц. Прежде всего это касается учета деформационной зависимости барьеров эмиссии частиц и энергии связи. В качестве примера можно отметить работы Поморского с соавторами [21, 207], где продемонстрировано влияние деформации ядра на парциальные ширины распада ядра. Кроме того, в качестве дополнительных наблюдаемых, для более глубокого анализа диссипативных свойств ядра, могут быть привлечены экспериментальные данные, касающиеся эмиссии заряженных частиц.

Ослабление диссипации относительно предсказаний формулы «стены» в делящемся ядре для конфигураций с высокой степенью симметрии (таких

как сфера или слабдеформированные эллипсоиды) в настоящее время хорошо понято на основе как квантово-механических расчетов, так и идей теории хаоса. С другой стороны, аномально резкое возрастание диссипации для сильнодеформированных конфигураций, близких к разрыву, которое было введено в расчетах Фребриха и Гончара, несмотря на хорошее согласие их расчетов с многочисленными экспериментальными данными, не получило до сих пор должного теоретического объяснения (подробнее см. недавний обзор, посвященный зависимости диссипации коллективного движения при делении возбужденных ядер от деформации и температуры [209]). Поэтому характер механизма диссипации, реализующийся в делении, как было подчеркнуто в [209], нуждается в дальнейшем изучении как в теории, так и в эксперименте.

Необходимо также отметить, что дальнейшее развитие стохастического подхода к динамике деления нуждается в тщательном исследовании еще одной проблемы. Ситуации, в которых характерные времена коллективных мод в делении, определяющих характер процесса, сравниваются с временем релаксации внутренних степеней свободы (как, например, при эволюции зарядовой моды или при быстром спуске ядра от седла к разрыву) приводят к появлению эффектов памяти и немарковскому характеру процесса, которые также могут быть описаны в терминах обобщенных уравнений Ланжевена с задержанным трением [25, 210, 211]. В работе [212], одной из немногих на сегодняшний день посвященной количественному изучению эффектов памяти, было показано, что время спуска от седла до разрыва ^{236}U возрастает примерно на фактор 3 из-за эффектов памяти при временах релаксации одночастичной подсистемы более чем $5 \cdot 10^{-23}$ с. При немарковском характере динамики, как это было показано в статье [212], также заметно уменьшается полная кинетическая энергия осколков $\langle E_K \rangle$. Поэтому имеющиеся оценки коэффициентов вязкости, в частности однотельной, приведенные в данном обзоре, которые сделаны в предположении марковского характера динамики деления, могут быть в количественном отношении в какой-то мере пересмотрены.

Наконец, при динамическом моделировании реакции слияния-деления расчеты должны начинаться не с произвольной начальной конфигурации, соответствующей статистически-равновесному составному ядру, а из входного канала реакции. Первые такие расчеты уже проведены [213].

Благодарности. В заключение авторы выражают сердечную признательность А. Я. Русанову за многочисленные стимулирующие обсуждения и полезные консультации, касающиеся экспериментальных данных, в течение всего времени выполнения цикла работ, составивших основу настоящего обзора. Авторы благодарны Г. Ю. Краппе, П. Фребриху, К. Х. Шмидту, М. Г. Иткису, В. А. Рубчене, А. С. Ильинову, Г. И. Косенко, М. В. Мебелю, Е. Г. Рябову за обсуждение различных частей обзора, конструктивные предложения и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chandrasekhar S. // Rev. Mod. Phys. 1943. V. 15. P. 1.
2. Risken H. The Fokker–Plank Equation. 2nd ed. Berlin: Springer, 1989.
3. Гардинер К. В. Стохастические методы в естественных науках. М.: Мир, 1986. 526 с.
4. Ван-Кампен Н. Г. Стохастические процессы в физике и химии. М.: Высш. шк., 1990. 376 с.
5. Volkov V. V. // Phys. Rep. 1978. V. 44. P. 93;
Волков В. В. Ядерные реакции глубоконеупругих передач. М.: Энергоиздат, 1982. 183 с.
6. Kramers H. A. // Physica. 1940. V. 7. P. 284.
7. Bohr N., Wheeler J. A. // Phys. Rev. 1939. V. 56. P. 426.
8. Hänggi P., Talkner P., Borcovec M. // Rev. Mod. Phys. 1990. V. 62. P. 251.
9. Melnikov V. I. // Phys. Rep. 1991. V. 209. P. 1.
10. Feldmeier H. // Rep. Prog. Phys. 1987. V. 50. P. 915.
11. Grangé P., Jung-Qing Li, Weidenmüller H. A. // Phys. Rev. C. 1983. V. 27. P. 2063;
Jing-Shang Z., Weidenmüller H. A. // Ibid. V. 28. P. 2190.
12. Grange P. // Nucl. Phys. A. 1984. V. 428. P. 37c.
13. Адеев Г. Д. и др. // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. С. 1229;
Adeev G. D., Pashkevich V. V. // Nucl. Phys. A. 1989. V. 502. P. 405c.
14. Delagrangé H. et al. // Z. Phys. A. 1986. V. 323. P. 437;
Strumberger E., Ditrich K., Pomorski K. // Nucl. Phys. A. 1991. V. 529. P. 522.
15. Wada T. // Proc. of the 2nd Tours Symp. on Nuclear Physics, Tours, 1994. Singapore, 1995. P. 470.
16. Blocki J. et al. // Acta Phys. Polon. 2000. V. 31. P. 1513.
17. Надточий П. Н. и др. // ЯФ. 2001. Т. 64, вып. 5. С. 926.
18. Karpov A. V. et al. // Phys. Rev. C. 2001. V. 63. P. 054610.
19. Nadtochy P. N., Adeev G. D., Karpov A. V. // Phys. Rev. C. 2002. V. 65. P. 064615.
20. Karpov A. V., Adeev G. D. // Eur. Phys. J. A. 2002. V. 14. P. 169.
21. Schmitt C. et al. // Acta Phys. Polon. B. 2003. V. 34. P. 1651;
Schmitt C. et al. // Ibid. P. 2135.
22. Aritomo Y. // J. Nucl. Radiochem. Sci. 2002. V. 3. P. 17.
23. Ichikawa T. et al. // Ibid. P. 67.
24. Косенко Г. И., Иванюк Ф. А., Пашкевич В. В. // ЯФ. 2002. Т. 65. С. 1629;
Kosenko G. I., Ivanjuk F. A., Pashkevich V. V. // J. Nucl. Radiochem. Sci. 2002. V. 3. P. 71;
Shen C., Kosenko G. I., Abe Y. // Phys. Rev. C. 2002. V. 66. P. 061602(R).
25. Abe Y. et al. // Phys. Rep. 1996. V. 275. P. 49.
26. Fröbrich P., Gontchar I. I. // Phys. Rep. 1998. V. 292. P. 131.
27. Гончар И. И. // ЭЧАЯ. 1995. Т. 26. С. 932.
28. Froebrich P., Lipperheide R. Theory of Nuclear Reactions// Oxford Studies in Nuclear Physics. Oxford, 1996. V. 18.
29. Krappe H. J. // Proc. of the Intern. Workshop on Dynamical Aspects of Nuclear Fission, Smolenice, 1991. Dubna, 1992. P. 51.

30. Hofmann H. // Phys. Rep. 1997. V. 284. P. 137.
31. Ivanyuk F. A. et al. // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 1730;
Yamaji S., Ivanyuk F. A., Hofmann H. // Nucl. Phys. A. 1997. V. 612. P. 1.
32. Адеев Г. Д. // ЭЧАЯ. 1992. Т. 23. С. 1572.
33. Brack M. et al. // Rev. Mod. Phys. 1972. V. 44. P. 320.
34. Trentalange S., Koonin S. E., Sierk A. J. // Phys. Rev. C. 1980. V. 22. P. 1159.
35. Ставинский В. С., Работнов Н. С., Серегин А. А. // ЯФ. 1968. Т. 7. С. 1051.
36. Adeev G. D., Gamalya I. A., Cherdantsev P. A. // Phys. Lett. B. 1971. V. 35. P. 125;
Adeev G. D., Cherdantsev P. A. // Phys. Lett. B. 1972. V. 39. P. 485.
37. Pashkevich V. V. // Nucl. Phys. A. 1971. V. 169. P. 275; 1988. V. 477. P. 1;
Shuwei Xu, Zhengda W. // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 1968.
38. Maruhn J., Greiner W. // Z. Phys. A. 1972. V. 251. P. 431.
39. Sato K. et al. // Z. Phys. A. 1978. V. 288. P. 383.
40. Pauli H. C. // Phys. Rep. 1973. V. 7. P. 35.
41. Strutinsky V. M., Lyashchenko N. Ya., Popov N. A. // Nucl. Phys. 1963. V. 46. P. 639.
42. Струтинский В. М., Лященко Н. Я., Попов Н. А. // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. С. 584.
43. Сердюк О. И. и др. // ЯФ. 1987. Т. 46. С. 710.
44. Bao J., Zhuo Y., Wu X. // Z. Phys. A. 1995. V. 352. P. 321.
45. Косенко Г. И. и др. // ЯФ. 1992. Т. 55. С. 920.
46. Косенко Г. И., Коляри И. Г., Адеев Г. Д. // ЯФ. 1997. Т. 60. С. 404.
47. Гончар И. И. и др. // ЯФ. 2000. Т. 63. С. 1778.
48. Косенко Г. И., Ванин Д. В., Адеев Г. Д. // ЯФ. 1998. Т. 61. С. 2142.
49. Matdough A. et al. // Nucl. Phys. A. 1998. V. 644. P. 389.
50. Струтинский В. М. // ЖЭТФ. 1963. Т. 45. С. 1900.
51. Lawrence J. N. P. // Phys. Rev. 1965. V. 139. P. B1277;
Hase R. W., Myers W. D. Geometrical Relationships of Macroscopic Nuclear Physics. Berlin: Springer, 1988. 121 p.
52. Ledergerber T., Pauli H. C., Yariv Y. // Nucl. Phys. A. 1977. V. 280. P. 241.
53. Krappe H. J. // Proc. of the XIII Meeting on Physics of Nuclear Fission in the Memory of Prof. G. N. Smirenkin, Obninsk, 1995. Obninsk, 1995. P. 134.
54. Marten J., Fröbrich P. // Nucl. Phys. A. 1992. V. 545. P. 854.
55. Fröbrich P. // Phys. Rep. 1984. V. 116. P. 337.
56. Iljinov A. S., Kazarnovsky M. V., Paryev E. Ya. Intermediate Energy Nuclear Physics. Boca Raton: CRC Press, 1994. 369 p.
57. Brosa U., Grossmann S., Müller A. // Phys. Rep. 1990. V. 197. P. 167.
58. Davies K. T. R. et al. // Phys. Rev. C. 1977. V. 16. P. 1890.
59. Старцев А. И. // Proc. of the XIII Meeting on Physics of Nuclear Fission in the Memory of Prof. G. N. Smirenkin, Obninsk, 1995. Obninsk, 1995. P. 94.
60. Адеев Г. Д., Надточий П. Н. // ЯФ. 2003. Т. 66. С. 647.
61. Davies K. T. R., Sierk A. J., Nix J. R. // Phys. Rev. C. 1976. V. 13. P. 2385.

62. *Krappe H. J.* // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 2640.
63. *Krappe H. J., Nix J. R., Sierk A. J.* // Phys. Rev. C. 1979. V. 20. P. 992.
64. *Sierk A. J.* // Phys. Rev. C. 1986. V. 33. P. 2039.
65. *Brack M., Guet C., Håkansson H. B.* // Phys. Rep. 1985. V. 123. P. 275.
66. *Guet C., Strumberger E., Brack M.* // Phys. Lett. B. 1988. V. 205. P. 427.
67. *Karpov A. V. et al.* // J. Phys. G: Nucl. Phys. 2003. V. 29. P. 2365.
68. *Balian R., Bloch C.* // Ann. Phys. (N. Y.). 1970. V. 60. P. 401.
69. *Игнатьюк А. В. и др.* // ЯФ. 1975. Т. 21. С. 1185.
70. *Игнатьюк А. В.* Статистические свойства возбужденных атомных ядер. М.: Энергоатомиздат, 1983. 175 с.
71. *Töke J., Swiatecki W. J.* // Nucl. Phys. A. 1981. V. 372. P. 141.
72. *Myers W. D., Swiatecki W. J.* // Ark. Phys. 1967. V. 36. P. 343.
73. *Green A. E. S.* Nuclear Physics. N. Y., 1955. P. 185; 250.
74. *Bartel J. et al.* // Z. Phys. A. 1996. V. 354. P. 59.
75. *Nerlo-Pomorska B. et al.* // Phys. Rev. C. 2002. V. 66. P. 051302(R).
76. *Kelson I.* // Phys. Rev. 1964. V. 136. P. B1667.
77. *Ставинский В. С., Работнов Н. С., Серегин А. А.* // ЯФ. 1969. Т. 9. С. 779.
78. *Серегин А. А.* // ЯФ. 1992. Т. 55. С. 2639.
79. *Ivanyuk F. A., Kolomietz V. M., Magner A. G.* // Phys. Rev. C. 1995. V. 52. P. 678;
Radionov S. V. et al. // ЯФ. 2002. Т. 65. С. 856.
80. *Jeffreys H., Swirles B.* Methods of Mathematical Physics. Cambridge: Cambridge University Press, 1966. 189 p.
81. *Соболев С. Л.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1996. 298 с.
82. *Blocki J. et al.* // Ann. Phys. (N. Y.). 1978. V. 113. P. 330.
83. *Randrup J., Świątecki W. J.* // Ann. Phys. (N. Y.). 1980. V. 125. P. 193.
84. *Sierk A. J., Nix J. R.* // Phys. Rev. C. 1980. V. 21. P. 982.
85. *Griffin J. J., Dvorzecka M.* // Nucl. Phys. A. 1986. V. 455. P. 61.
86. *Nix J. R., Sierk A. J.* // Proc. of the Intern. School-Seminar on Heavy Ion Physics, Dubna, 1986. Dubna, 1987. P. 453; Proc. of the 6th Adriatic Conf. on Nuclear Physics: Frontiers of Heavy Ion Physics, Dubrovnik, 1987. Singapore, 1990. P. 333.
87. *Abal G., Donangelo R., Dorso C. O.* // Phys. Rev. C. 1992. V. 46. P. 380.
88. *Swiatecki W. J.* // Phys. Scr. 1981. V. 24. P. 113.
89. *Donangelo R., Canto L. F.* // Nucl. Phys. A. 1986. V. 451 P. 349.
90. *Koonin S. E., Hatch R. L., Randrup J.* // Nucl. Phys. A. 1977. V. 283. P. 87.
91. *Koonin S. E., Randrup J.* // Ibid. V. 289. P. 475.
92. *Blocki J., Shi J.-J., Swiatecki W. J.* // Nucl. Phys. A. 1993. V. 554. P. 387.
93. *Pal S., Mukhopadhyay T.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 54. P. 1333;
Mukhopadhyay T., Pal S. // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 296;
Pal S., Mukhopadhyay T. // Phys. Rev. C. 1998. V. 57. P. 210.

94. Chauduri G., Pal S. // Phys. Rev. C. 2001. V. 63. P. 064603; 2002. V. 65. P. 054612; Eur. Phys. J. A. 2003. V. 18. P. 9.
95. Blocki J. et al. // Nucl. Phys. A. 1992. V. 545. P. 511c.
96. Wegmann G. // Phys. Lett. B. 1974. V. 50. P. 327.
97. Paul P., Thoennesen M. // Ann. Rev. Part. Nucl. Sci. 1994. V. 44. P. 65.
98. Hofman D. J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 470.
99. Rudolf G., Kelic A. // Nucl. Phys. A. 2001. V. 679. P. 251.
100. Yamaji S., Hofmann H., Samhammer R. // Nucl. Phys. A. 1988. V. 475. P. 487.
101. Hofmann H., Yamaji S., Jensen A. S. // Phys. Lett. B. 1992. V. 286. P. 1.
102. Weisskopf V. // Phys. Rev. 1937. V. 52. P. 295.
103. Fong P. Statistical Theory of Nuclear Fission. N. Y.: Gordon and Breach, 1969. 210 p.
104. Ньютон Дж. О. // ЭЧАЯ. 1990. Т. 21. С. 821;
Oganessian Yu. Ts., Lazarev Yu. A. Heavy Ions and Nuclear Fission // Treatise on Heavy Ion Science. N. Y., 1985. V. 4. P. 1.
105. Mavlitov N. D., Fröbrich P., Gontchar I. I. // Z. Phys. A. 1992. V. 342. P. 195.
106. Ijijnov A. S. et al. // Nucl. Phys. A. 1992. V. 543. P. 517.
107. Junghans A. R. et al. // Nucl. Phys. A. 1998. V. 629. P. 635.
108. Bjørnholm S., Bohr A., Mottelson B. R. // Proc. of the Third IAEA Symp. on Physics and Chemistry of Fission, Rochester, 1973. Vienna, 1974. V. 1. P. 367.
109. Hansen G., Jensen A. S. // Nucl. Phys. A. 1983. V. 406. P. 236.
110. La Rana G. et al. // Phys. Rev. C. 1987. V. 35. P. 373.
111. Gontchar I. I., Fröbrich P., Pischasov N. I. // Phys. Rev. C. 1993. V. 47. P. 2228.
112. Hofmann H., Ivanyuk F. A. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90. P. 132701;
Hofmann H., Magner A. G. // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. P. 014606.
113. Bao J. D., Jia Y. // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. P. 027607.
114. Nix J. R., Swiatecki W. J. // Nucl. Phys. 1965. V. 71. P. 1;
Nix J. R. // Nucl. Phys. A. 1969. V. 130. P. 241.
115. Иткис М. Г., Русанов А. Я. // ЭЧАЯ. 1998. Т. 29. С. 389.
116. Иткис М. Г. и др. // ЯФ. 1990. Т. 52. С. 23.
117. Itkis M. G., Okolovich V. N., Smirenkin G. N. // Nucl. Phys. A. 1989. V. 502. P. 243c.
118. Tillack G.-R. // Phys. Lett. B. 1992. V. 278. P. 403.
119. Wada T., Carjan N., Abe Y. // Nucl. Phys. A. 1992. V. 538. P. 283c.
120. Tillack G.-R. et al. // Phys. Lett. B. 1992. V. 296. P. 296.
121. Viola V. E., Kwiatkowski K., Walker M. // Phys. Rev. C. 1985. V. 31. P. 1550.
122. Надточий П. Н., Карпов А. В., Адеев Г. Д. // ЯФ. 2002. Т. 65, вып. 5. С. 832.
123. Nadtochy P. N. et al. // ЯФ. 2003. Т. 66. С. 1240.
124. Nix J. R. // Nucl. Phys. A. 1969. V. 130. P. 241.
125. Carjan N., Sierk A. J., Nix J. R. // Nucl. Phys. A. 1986. V. 452. P. 381.
126. Жданов С. В. и др. // ЯФ. 1992. Т. 55. С. 3169.
127. Жданов С. В. и др. // ЯФ. 1993. Т. 56. С. 55.

128. Карпов А. В. Дис... канд. физ.-мат. наук. Омск: Изд.-во Омского гос. ун-та, 2002. 155 с.
129. Ванин Д. В. и др. // ЯФ. 2000. Т. 63. С. 1957.
130. Wada T., Abe Y., Carjan N. // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 3538.
131. Иткис М. Г. и др. // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. С. 701.
132. Иткис М. Г. и др. // ЯФ. 1985. Т. 41. С. 1109.
133. Hilscher D., Rossner H. // Ann. Phys. (France). 1992. V. 17. P. 471.
134. Hinde D. J. et al. // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. P. 1229.
135. Hilscher D., Gontchar I. I., Rossner H. // ЯФ. 1994. Т. 57. С. 1255.
136. Rossner H. et al. // Phys. Rev. C. 1989. V. 40. P. 2629.
137. Wilczynski J., Siwek-Wilczynska K., Wilschut H. W. // Phys. Rev. C. 1996. V. 54. P. 325.
138. Gontchar I. I. et al. // Nucl. Phys. A. 2004. V. 734. P. 229.
139. Fröbrich P., Gontchar I. I., Mavlitov N. D. // Nucl. Phys. A. 1993. V. 556. P. 281.
140. Dhara A. K. et al. // Phys. Rev. C. 1996. V. 57. P. 2453.
141. Рубченя В. А., Явшитц С. Г. // ЯФ. 1984. Т. 40. С. 649.
Rubchenya V. A., Yavshits S. G. // Z. Phys. A. 1988. V. 329. P. 217.
142. Косенко Г. И., Ванин Д. В., Адеев Г. Д. // ЯФ. 1998. Т. 61. С. 416.
143. Иткис М. Г. и др. // ЯФ. 1995. Т. 58. С. 2140.
144. Козулин Э. М., Русанов А. Я., Смиренкин Г. Н. // ЯФ. 1993. Т. 56. С. 37.
145. Möller P., Nix J. R. // At. Data Nucl. Data Tables. 1988. V. 39. P. 213.
146. Hinde D. J. et al. // Phys. Rev. C. 1989. V. 39. P. 2268.
147. Fröbrich P., Gontchar I. I. // Nucl. Phys. A. 1993. V. 563. P. 326.
148. Hagino K., Rowley N., Kruppa A. T. // Comp. Phys. Commun. 1999. V. 123 P. 143.
149. Загребяев В. И., Самарин В. В. // ЯФ. 2004. Т. 67, вып. 8. С. 1488.
150. Адеев Г. Д. и др. // ЯФ. 1989. Т. 50. С. 1242.
151. Карпов А. В., Адеев Г. Д. // ЯФ. 2002. Т. 65, вып. 9. С. 1637.
152. Gupta R. K., Scheid W., Greiner W. // Phys. Rev. Lett. 1975. V. 35. P. 353;
Гупта Р. К. // ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. С. 717.
153. Brosa U., Krapp H. J. // Nukleonika. 1979. V. 24. P. 389.
154. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. М.: Наука, 1976. Т. 5: Статистическая физика. 584 с.
155. Hasse R. W. // Pramana (India). 1978. V. 11. P. 441.
156. Mustafa M. G., Schmitt H. W., Mosel U. // Nucl. Phys. A. 1971. V. 178. P. 9.
157. Vandenbosch R., Huizenga J. R. Nuclear Fission. N. Y.: Academic Press, 1973. 422 p.
158. Хайд Э., Перлман И., Сиборг Г. Ядерные свойства тяжелых элементов. М.: Атомиздат, 1969. Вып. 5: Деление ядер. 360 с.
159. Hofman D. C., Hofman M. H. // Ann. Rev. Nucl. Sci. 1974. V. 24. P. 151.
160. Адеев Г. Д., Филипенко Л. А., Черданцев П. А. // ЯФ. 1976. Т. 23. С. 30;
Adeev G. D., Dossing T. // Phys. Lett. B. 1977. V. 66. P. 11.
161. Адеев Г. Д., Гончар И. И., Марченко Л. А. // ЯФ. 1985. Т. 42. С. 42.

162. Айзенберг И., Грайнер В. Модели ядер. Одночастичные и коллективные явления. М.: Атомиздат, 1975. 456 с.
163. Undegraff W. E., Onley D. S. // Nucl. Phys. A. 1971. V. 161. P. 191.
164. Brosa U., Krappe H. J. // Z. Phys. A. 1978. V. 287. P. 65;
Brosa U., Gross D. H. E. // Z. Phys. A. 1980. V. 294. P. 217.
165. Hernandez E. S. et al. // Nucl. Phys. A. 1981. V. 361. P. 483.
166. Martschew B., Pomorski K. // Acta Phys. Polon. 1982. V. 13. P. 747.
167. Hasse R. W., Nerud P. // J. Phys. G: Nucl. Phys. 1976. V. 2. P. L101.
168. Bush B., Alhassid Y. // Nucl. Phys. A. 1991. V. 531. P. 27.
169. Myers W. D. et al. // Phys. Rev. C. 1977. V. 15. P. 2032.
170. Gönnerwein F. Nuclear Fission Process. Boca Raton, 1991. P. 287.
171. Clerc H.-G. et al. // Proc. of the Forth Symp. on the Physics and Chemistry of Fission, Jülich, 1979. Vienna, 1980. V. 2. P. 65;
Lang W. et al. // Nucl. Phys. A. 1980. V. 345. P. 34.
172. Hofmann H., Jensen A. S., Scheuter F. // Proc. of the 12th Intern. Symp. on Nuclear Physics, Gaussing, 1982. Report NISSN 0138-2950. P. 96.
173. Ayik S. et al. // Z. Phys. A. 1990. V. 337. P. 413.
174. Asghar M. // Z. Phys. A. 1980. V. 296. P. 79.
175. McHugh J. A., Michel M. C. // Phys. Rev. 1968. V. 172. P. 1160.
176. Wieczorec R., Hasse R. W., Süssmann G. // Proc. of the Third Symp. on the Physics and Chemistry of Fission, Rochester, 1973. Vienna, 1974. V. 1. P. 523.
177. Vaz L. C., Alexander J. M. // Phys. Rep. 1983. V. 97. P. 1.
178. Bohr A. // Proc. of the United Nations Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy. Geneva, 1955. N. Y., 1956. V. 2. P. 151.
179. Halpern I., Strutinsky V. M. // Proc. of the Second United Nations Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, 1957. Geneva, 1958. P. 408.
180. Kailas S. // Phys. Rep. 1997. V. 284. P. 381.
181. Hinde D. J. et al. // Phys. Rev. C. 1999. V. 60. P. 054602.
182. Bond P. D. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 414; Phys. Rev. 1985. V. 32. P. 471; 483.
183. Rossner H. H., Huizenga J. R., Schröder W. U. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 38; Phys. Rev. 1986. V. 33. P. 560.
184. John B., Kataria S. K. // Phys. Rev. 1998. V. 57. P. 1337.
185. Freifelder R., Prakash M., Alexander J. M. // Phys. Rep. 1986. V. 133. P. 315.
186. Back B. B. et al. // Phys. Rev. C. 1985. V. 32. P. 195.
187. Bjørnholm S., Swiatecki W. J. // Nucl. Phys. A. 1982. V. 391. P. 471.
188. Ngo C. // Prog. Part. Nucl. Phys. 1986. V. 16. P. 139.
189. Shen W. Q. et al. // Phys. Rev. C. 1987. V. 36. P. 115.
190. Toke J. et al. // Nucl. Phys. A. 1985. V. 440. P. 327.
191. Lebrun C. et al. // Nucl. Phys. A. 1979. V. 321. P. 207.
192. Borderie B. et al. // Z. Phys. A. 1981. V. 299. P. 263.

193. *Ramamurthy V. S., Kapoor S. S.* // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 178.
194. *Vandenbosch R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 1234;
Murakami T. et al. // Phys. Rev. C. 1986. V. 34. P. 1353.
195. *Hinde D. J. et al.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 53. P. 1290.
196. *Rossner H. et al.* // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. P. 719.
197. *Saxena A. et al.* // Phys. Rev. C. 1993. V. 47. P. 403.
198. *Kailas S., Singh P.* // Z. Phys. A. 1994. V. 347. P. 267.
199. *Fröbrich P., Rossner H.* // Ibid. V. 349. P. 99.
200. *Samant A. M. et al.* // Eur. Phys. J. A. 2000. V. 7. P. 59.
201. *Drozdzov V. A. et al.* // Nucl. Phys. A. 2004. V. 734. P. 225.
202. *Butler M. A. et al.* // Phys. Rev. C. 1986. V. 34. P. 2016.
203. *Дроздов В. А. и др.* // ЯФ. 2001. Т. 64. С. 221.
204. *Thomas R. G. et al.* // Phys. Rev. C. 2003. V. 67. P. 041601(R).
205. *Døssing T., Randrup J.* // Nucl. Phys. A. 1985. V. 433. P. 215.
206. *Liu Z. et al.* // Phys. Lett. B. 1995. V. 353. P. 173;
Zhang H. et al. // J. Nucl. Radiochem. Sci. 2002. V. 3. P. 99.
207. *Pomorski K. et al.* // Nucl. Phys. A. 1996. V. 605. P. 87.
208. *Goutte H., Berger J. B., Gogny D.* // Phys. Rev. C. 2005. V. 71. P. 024316.
209. *Fröbrich P.* // Prog. Theor. Phys. 2004. Suppl. No. 154. P. 279.
210. *Ayik S. et al.* // Z. Phys. A. 1994. V. 349. P. 119.
211. *Kolomietz V. M., Shlomo S.* // Phys. Rep. A. 2004. V. 390. P. 133.
212. *Kolomietz V. M., Radionov S. V., Shlomo S.* // Phys. Rev. C. 2001. V. 64. P. 054302.
213. *Aritomo Y., Ohta M.* // Nucl. Phys. A. 2004. V. 744. P. 3.
214. *Чубарян Г. Г. и др.* // ЯФ. 1993. Т. 56. С. 3.
215. *Русанов А. Я., Иткис М. Г., Околович В. Н.* // ЯФ. 1997. Т. 60. С. 773.
216. *Itkis M. G. et al.* // Proc. of the XV EPS Conf. on Low Energy Nuclear Dynamics. St. Petersburg, 1995. Singapore, 1995. P. 177.
217. *Чубарян Г. Г. и др.* // ЯФ. 1991. Т. 53. С. 1195.
218. *Plasil F., Schmitt H. W.* // Phys. Rev. C. 1972. V. 5. P. 528.
219. *Plasil F. et al.* // Phys. Rev. 1966. V. 142. P. 696.