

## ОПИСАНИЕ АЛЬФА-РАСПАДА И КЛАСТЕРНОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ В МОДЕЛИ ДВОЙНОЙ ЯДЕРНОЙ СИСТЕМЫ

*С. Н. Куклин<sup>1</sup>, Г. Г. Адамян<sup>1,\*</sup>, Н. В. Антоненко<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>2</sup> Томский политехнический университет, Томск, Россия

ВВЕДЕНИЕ	390
ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ	392
ШИРИНА КЛАСТЕРНОГО РАСПАДА	397
АЛЬФА-РАСПАДЫ ЧЕТНЫХ ИЗОТОПОВ Po И Rn	408
ТОНКАЯ СТРУКТУРА АЛЬФА-РАСПАДОВ ИЗОТОПОВ Th И U	412
АЛЬФА-РАСПАД ИЗ РОТАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ	418
КЛАСТЕРНАЯ РАДИОАКТИВНОСТЬ	423
ТОНКАЯ СТРУКТУРА КЛАСТЕРНОГО РАСПАДА	426
ПРЕДСКАЗАНИЯ	428
ШИРИНА КЛАСТЕРНОГО РАСПАДА ВОЗБУЖДЕННОГО ЯДРА	430
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	436
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	438

---

\*E-mail: [adamian@theor.jinr.ru](mailto:adamian@theor.jinr.ru)

## ОПИСАНИЕ АЛЬФА-РАСПАДА И КЛАСТЕРНОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ В МОДЕЛИ ДВОЙНОЙ ЯДЕРНОЙ СИСТЕМЫ

С. Н. Куклин<sup>1</sup>, Г. Г. Адамян<sup>1,\*</sup>, Н. В. Антоненко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>2</sup> Томский политехнический университет, Томск, Россия

Предложено единое описание кластерной радиоактивности и  $\alpha$ -распада из холодных ядер в модели двойной ядерной системы. Квантовое динамическое колебание по координате зарядовой (массовой) асимметрии определяет величину спектроскопического фактора, а туннелирование по координате относительного расстояния определяет величину проницаемости барьера ядро-ядерного потенциала взаимодействия. Предложен новый метод расчета спектроскопического фактора. Изучены факторы запрета на перенос орбитального момента. Для  $\alpha$ -распадов нейтронно-дефицитных ядер  $^{194,196}\text{Rn}$  объяснена возможная причина отклонения периода полураспада от закона Гейгера–Нэттола. Описана и предсказана тонкая структура  $\alpha$ -распада изотопов U и Th. Модель применена для описания  $\alpha$ -распада с ротационной полосы четно-четных ядер. Хорошо описаны известные периоды полураспада, и предсказаны наиболее вероятные выходы кластеров в областях «свинцовой» и «оловянной» радиоактивностей. Рассмотрен кластерный распад нагретых ядер. Обсуждается связь кластерной радиоактивности со спонтанным делением и сильнодеформированными ядерными состояниями.

The description of the cluster radioactivity and  $\alpha$  decay of the cold nuclei is suggested in the dinuclear system model. The quantum fluctuation of the dynamic coordinate in the charge (mass) asymmetry determines the value of spectroscopic factor, and tunneling in the coordinate relative distance determines the amount of the barrier penetrability of the nucleus–nucleus interaction potential. A new method of calculation of the spectroscopic factor is suggested. The hindrance factors for the transfer of orbital angular momentum are studied. For  $\alpha$  decays of neutron-deficient nuclei  $^{194,196}\text{Rn}$ , we give the possible explanation of the deviations of the half-lives from the Geiger–Nuttall law. The fine structure of  $\alpha$  decays of isotopes of U and Th is described and predicted. The model is employed to describe the  $\alpha$  decay from the states of the rotational band of the even–even nuclei. For the regions of “lead” and “tin” cluster radioactivities, the half-lives are well described and the most probable cluster yields are predicted. The cluster decay from the excited nuclei is considered. The connection of cluster radioactivity with spontaneous fission as well as with highly deformed nuclear states is discussed.

PACS: 23.60.+e

---

\*E-mail: adamian@theor.jinr.ru

## ВВЕДЕНИЕ

Кластерная радиоактивность (КР) — спонтанная эмиссия из основного состояния ядер кластеров тяжелее  $\alpha$ -частицы [1–9]. На сегодняшний день открыто около двух десятков распадов с выходом легких кластеров от  $^{14}\text{C}$  до  $^{34}\text{Si}$  из ядер от  $^{221}\text{Fr}$  до  $^{242}\text{Cm}$ , для которых измеренные периоды полураспада  $T_{1/2}$  лежат в интервале от  $1,7 \cdot 10^{11}$  до  $3,8 \cdot 10^{27}$  с. Также любопытно наблюдение тонкой структуры КР  $^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{209}\text{Pb}$  [10], когда возбужденный уровень заселяется гораздо интенсивнее (84 % ширины) основного состояния. Почти все экспериментальные данные по КР относятся к распадам, где одним из дочерних ядер оказывается дважды магическое ядро  $^{208}\text{Pb}$  или ядро, близкое к  $^{208}\text{Pb}$ . Для таких распадов характерны значительные энергии реакции, так как дочерние ядра имеют большие энергии связи. Эта область КР получила название области «свинцовой» радиоактивности. Материнские ядра, которые распадаются с выходом ядер, близких к дважды магическому ядру  $^{100}\text{Sn}$ , образуют область «оловянной» радиоактивности.

Теоретические модели КР можно разделить на две большие группы [3–5, 11–20]. Модели первой группы предполагают, что весь процесс формирования продуктов распада и их последующего разделения происходит медленнее, чем движение нуклонов в ядре, благодаря чему они успевают занять нижайшие из возможных энергетических уровней, т. е. КР предполагается адиабатическим процессом. Такие модели получили название адиабатических или делительных благодаря схожести с моделями, описывающими спонтанное деление [11]. Модели второй группы, наоборот, предполагают КР неадиабатическим процессом [4, 5, 12, 13]. В них оказывается возможным такой кластерный распад, когда одно из дочерних ядер оказывается не в основном состоянии. Этот случай является аналогом тонкой структуры  $\alpha$ -распада. Модели второй группы называются неадиабатическими или  $\alpha$ -распадными.

Представленная в данной работе модель КР относится скорее к  $\alpha$ -распадному типу [21–26] и имеет много общего с моделью фрагментации [14, 27]. Механизм кластеризации похож на механизм образования ядерной молекулы [28], когда валентные нуклоны последовательно передаются  $\alpha$ -частице, постепенно наращивая массу и заряд кластера, и в итоге образуется ядерная молекула, которая затем распадается. В нашей модели предполагается, что основное квантово-механическое состояние ядра имеет малые компоненты кластерных состояний [29–32]. Для описания предразрывных процессов применяется уравнение Шредингера по коллективной координате зарядовой асимметрии и не используются одночастичные степени свободы. Также в описываемой модели используется единый потенциал для областей формирования и разлета фрагментов, что позволяет отнести ее к группе  $\alpha$ -распадных моделей. Но в отличие от других моделей подобного типа в ней используются коллективные представления ядра (новая коллективная переменная), ставится

задача описать с единой позиции  $\alpha$ -распад и КР для широкой области ядер периодической таблицы.

В связи с большим временем, необходимым для наблюдения КР, важное значение приобретает предсказание периодов полураспада КР. Теоретическое изучение КР необходимо также для понимания фундаментальных проблем кластерных явлений. До сих пор не объяснено явление тонкой структуры КР. Сильные различия в исходных посылках теоретических подходов, описывающих КР, указывают на необходимость более глубокого понимания физики изучаемого явления. С другой стороны, несмотря на более чем столетнюю историю исследования  $\alpha$ -распада, пока не существует теории, которая позволила бы в едином подходе описывать  $\alpha$ -распады сферических и сильнодеформированных четно-четных, нечетных и нечетно-нечетных ядер [9, 33, 34]. Более того, не существует общей модели, рассчитывающей одновременно вероятности  $\alpha$ - и кластерных распадов различных ядер. Таким образом, актуальной задачей является анализ с единых позиций  $\alpha$ -распада и КР. Анализ экспериментальных данных по спонтанному делению и КР указывает на корреляцию между парциальными периодами полураспада спонтанного деления для конкретных значений параметра делимости  $Z^2/A$  и периодами КР с соответствующими значениями асимметрии фрагментации [5]. Это дает надежду на возможность единого описания спонтанного деления,  $\alpha$ -распада и КР в рамках модели двойной ядерной системы (ДЯС). Также возможно применение данной модели для описания кластеризации в сверхтяжелых ядрах, изучения структуры возбужденных состояний ядер и распада нагретых ядер.

В настоящее время  $\alpha$ -распад, КР, спонтанное деление и низколежащие коллективные состояния привлекают значительное внимание в связи с исследованиями структуры тяжелых и сверхтяжелых ядер [35, 36]. Например, исходя из экспериментальной тонкой структуры  $\alpha$ -распада или КР, можно определить спины и четности низколежащих состояний ядер. Предсказания периодов полураспада при эмиссии  $\alpha$ -частиц необходимы для идентификации новых изотопов тяжелых ядер и сверхтяжелых элементов. Кластерный подход позволяет достаточно просто описать вращательные полосы альтернативной четности в актинидах и сверхтяжелых ядрах.

Одной из проблем, рассматриваемых в данной работе, является аномалия  $\alpha$ -распада нейтронно-дефицитных изотопов Po и Rn, где экспериментально наблюдается отклонение  $T_{1/2}$  от известного закона Гейгера–Нэттола [37]. Данный закон выполняется в случае  $\alpha$ -распадов почти всех ядер в силу того, что в его основе лежит представление об этом явлении как о глубоководбарьерном процессе с экспоненциальным характером зависимости периода полураспада от волнового вектора системы. Обычно он хорошо выполняется для изотопных цепочек, что позволяет делать точные предсказания периодов полураспада. Новые экспериментальные данные говорят о заметном отклоне-

нии от этого закона в случае легких изотопов Рo. Одно из возможных объяснений данного эффекта — большое различие деформаций материнского и дочернего ядер в этой области.

Еще одна проблема, освещаемая в обзоре, — это описание распада нагретых ядер. Данных по распадам с основных состояний достаточно, а по выходам легких кластеров из нагретых ядер совсем немного. В [38] рассматривался  $\alpha$ -распад с возбужденных состояний в очень узком интервале энергии возбуждения — от 0 до 0,20 кэВ. Статистическая модель  $\alpha$ -распада построена в [33]. Выход кластеров, тяжелее  $\alpha$ -частицы, из очень нагретых ядер (при энергии возбуждения более 80 МэВ), полученных в результате реакций при низких и промежуточных энергиях, уже много лет является объектом экспериментальных и теоретических исследований [39, 40].

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Процесс кластерного распада можно описать как эволюцию системы по коллективным координатам зарядовой (массовой) асимметрии

$$\eta_Z = \frac{Z_f - Z_x}{Z_f + Z_x} \quad \left( \eta = \frac{A_f - A_x}{A_f + A_x} \right)$$

и относительного расстояния  $R$  между центрами масс кластеров, где  $Z_j$  и  $A_j$  ( $j = x, f$ ) — зарядовые и массовые числа  $j$ -го кластера. С малой вероятностью сильно асимметричная ДЯС [41–54] присутствует в основном состоянии материнского ядра. Распад такой ДЯС происходит посредством туннелирования через барьер ядро-ядерного потенциала. В первом приближении процесс можно разделить на две независимые стадии. Процесс формирования ДЯС можно рассмотреть как движение по  $\eta_Z$  ( $\eta$ ), а непосредственно распад ДЯС — как результат движения по  $R$ . С этой точки зрения распад ядра на два фрагмента можно представить как процесс движения в пространстве коллективных координат  $\eta_Z$  ( $\eta$ ) и  $R$ . Формирование распадной конфигурации происходит на контактной траектории  $R = R_0(\eta_Z)$ , схематично изображенной на рис. 1. Конфигурация с  $\eta_Z = |1|$  ( $\eta = |1|$ ) называется монойдром. Сама эта траектория определяется тем, что на всем ее протяжении ядро-ядерный потенциал взаимодействия ядер ДЯС имеет локальный минимум. Система способна эволюционировать вдоль контактной траектории, что в представленной модели как раз и описывается движением по коллективной координате  $\eta_Z$ . Вероятность образования ДЯС с определенным кластером  $x$  (спектроскопический фактор  $S_x$  кластера) можно определить, зная квантово-механическую волновую функцию основного состояния по переменной зарядовой (массовой) асимметрии. Проницаемость барьера ядро-ядерного потен-

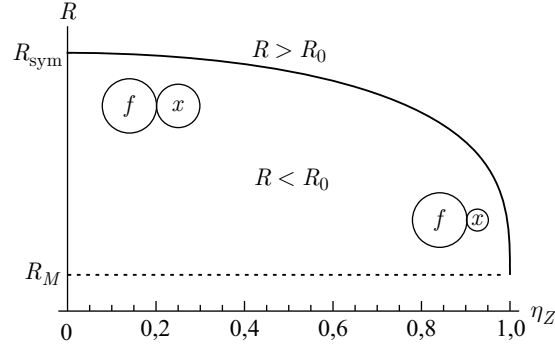


Рис. 1. Схематическая форма контактной траектории  $R = R_0(\eta_Z)$  движения ДЯС, лежащей между  $R_M$  — радиусом моноядра и  $R_{\text{sym}}$  — контактным расстоянием симметричной конфигурации ДЯС;  $R_0$  — величина контактной дистанции для ДЯС с конкретной зарядовой асимметрией. Показаны ДЯС с различными зарядовыми асимметриями

циала  $P$  по  $R$  рассчитана в квазиклассическом приближении по аналогии с теорией  $\alpha$ -распада [33, 55, 56].

*Спектроскопический фактор.* Для определения основного квантово-механического состояния заданного материнского ядра по коллективной переменной зарядовой асимметрии необходимо решить уравнение Шредингера [22, 29–31]

$$\begin{aligned} H\Psi_n(\eta_Z) &= E_n\Psi_n(\eta_Z), \\ H &= T_{\eta_Z} + U(R_0, \eta_Z, \Omega), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$T_{\eta_Z} = -\frac{\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial \eta_Z} (B^{-1})_{\eta_Z \eta_Z} \frac{\partial}{\partial \eta_Z}$$

и  $U(R_0, \eta_Z, \Omega)$  — оператор кинетической энергии и потенциальная энергия ДЯС в контактной конфигурации соответственно. Потенциальная энергия ДЯС называется управляющим (driving) потенциалом и вычисляется, как в работе [47, 50]:

$$U(R, \eta_Z, \Omega) = B_x + B_f - B_m + V(R, \eta_Z, \Omega), \quad (2)$$

где  $B_m$  и  $B_{x,f}$  — дефекты масс материнского ядра и ядер ДЯС соответственно. В расчетах использованы экспериментальные значения  $B_{x,f}$  [57] и параметры квадрупольной деформации  $\beta_{2x}$  и  $\beta_{2f}$  [58]. При отсутствии экспериментальных данных использовались расчетные величины из [59]. Поскольку мода, ответственная за  $N/Z$ -равновесие в ДЯС, достаточно быстрая,

то потенциальная энергия  $U$  минимизирована по  $\eta$  для каждой фиксированной зарядовой асимметрии  $\eta_Z$ . Ядро-ядерный потенциал взаимодействия [47,50] в (2) — сумма ядерного потенциала  $V_N$ , кулоновского потенциала  $V_C$  и центробежного потенциала  $V_r$ :

$$V = V_C + V_N + V_r \quad (3)$$

где  $V_r = \hbar^2 \Omega(\Omega + 1)/(2\mathfrak{I})$  ( $\mathfrak{I} = 0,85(j_x + j_f + \mu R^2)$  — момент инерции ДЯС, а  $j_{x,f}$  — моменты инерции ядер ДЯС). Для ядерной части ядро-ядерного потенциала мы используем формализм двойной свертки [60]

$$V_N = \int \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{R} - \mathbf{r}_2) F(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (4)$$

где

$$F(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = C_0 \left[ F_{\text{in}} \frac{\rho_0(\mathbf{r}_1)}{\rho_{00}} + F_{\text{ex}} \left( 1 - \frac{\rho_0(\mathbf{r}_1)}{\rho_{00}} \right) \right] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

— эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие, которое известно из теории конечных ферми-систем [61,62],

$$\rho_0(\mathbf{r}) = \rho_1(\mathbf{r}) + \rho_2(\mathbf{R} - \mathbf{r}) \quad \text{и} \quad F_{\text{in,ex}} = f_{\text{in,ex}} + f'_{\text{in,ex}} \frac{(N - Z)(N_2 - Z_2)}{(N + Z)(N_2 + Z_2)}.$$

Здесь  $\rho_1(\mathbf{r}_1)$ ,  $\rho_2(\mathbf{r}_2)$  и  $N_2$  ( $Z_2$ ) — ядерные плотности легкого и тяжелого ядер ДЯС и число нейтронов (протонов) тяжелого ядра ДЯС. Расчеты произведены со следующим набором параметров:  $C_0 = 300$  МэВ · фм<sup>3</sup>,  $f_{\text{in}} = 0,09$ ,  $f_{\text{ex}} = -2,59$ ,  $f'_{\text{in}} = 0,42$ ,  $f'_{\text{ex}} = 0,54$  и  $\rho_{00} = 0,17$  фм<sup>-3</sup> [61]. Плотности ядер параметризуем в виде симметризованного потенциала Саксона-Вудса с параметрами радиуса ядра  $r_0 = 1,02-1,16$  фм и диффузии  $a = 0,48-0,56$  фм, зависящими от зарядового и массового чисел ядра [60].

Пример расчета  $U$  как функции  $\eta_Z$  с помощью формулы (2) представлен на рис. 2. Ориентации ядер в контактной конфигурации ДЯС соответствуют минимуму  $U$ . Дискретный потенциал аппроксимирован ступенчатой функцией, а  $U$  нормировано таким образом, чтобы  $E_0 = 0$  для основного состояния. Значение потенциальной энергии моноядра ( $|\eta_Z| = |\eta| = 1$ ) определяется так, чтобы получить  $E_0 = 0$  при решении (1) с заданным массовым параметром.

Для расчета параметра обратной инерции  $(B^{-1})_{\eta_Z \eta_Z}$  используем следующую формулу [63]:

$$(B^{-1})_{\eta_Z \eta_Z} = \left( \frac{\partial \eta}{\partial \eta_Z} \right)^{-2} (B^{-1})_{\eta \eta}, \quad (B^{-1})_{\eta \eta} = \frac{1}{m_0} \frac{A_{\text{neck}}}{2\sqrt{2}\pi b^2 A^2},$$

где

$$A_{\text{neck}} = \int [\rho_x(\mathbf{r}) + \rho_f(\mathbf{R} - \mathbf{r})] \exp\left(-\frac{z^2}{b^2}\right) d\mathbf{r} \quad (5)$$

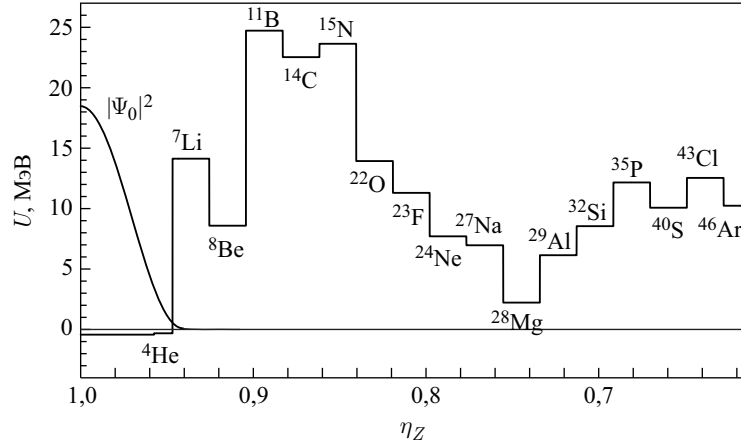


Рис. 2. Аппроксимированная ступенчатой функцией потенциальная энергия ДЯС  $U$  как функция зарядовой асимметрии  $\eta_Z$  для материнского ядра  $^{236}\text{Pu}$ . Для каждой точки обозначены легкие ядра ДЯС. Сплошная линия — квадрат волновой функции основного состояния (в относительных единицах); горизонтальная линия — энергия основного состояния

определяет число нуклонов в области шейки между фрагментами ДЯС,  $b$  — параметр, характеризующий размер шейки и зависящий от массовых чисел ядер ДЯС. Шейкой в ДЯС мы называем область перекрытия хвостов функций распределения нуклонов в ядрах. Ось  $z$  соединяет центры масс ядер ДЯС и  $z = 0$  соответствует точке, где плотности ядер ДЯС равны друг другу (рис. 3).

Решив уравнение (1) и определив собственные функции  $\Psi_n(\eta_Z)$  и собственные значения энергии  $E_n$ , находим вероятность обнаружения ДЯС в окрестности фиксированного  $\eta_Z(Z_x)$ :

$$S_x = \int_{\eta_Z(Z_x) - \Delta}^{\eta_Z(Z_x) + \Delta} |\Psi_n(\eta_Z)|^2 d\eta_Z, \quad (6)$$

где  $\Delta = 0,5|\eta_Z(Z_x) - \eta_Z(Z_x \pm 1)| = 1/(Z_x + Z_f)$  соответствует изменению зарядового числа  $Z_x$  на  $1/2$ . Так как  $\Psi_n(\eta_Z)$  должна быть нормирована на всем интервале возможных значений  $\eta_Z$

$$\int_{-1}^1 |\Psi_n(\eta_Z)|^2 d\eta_Z = 1,$$

то

$$\sum_{Z_x} S_x = 1.$$



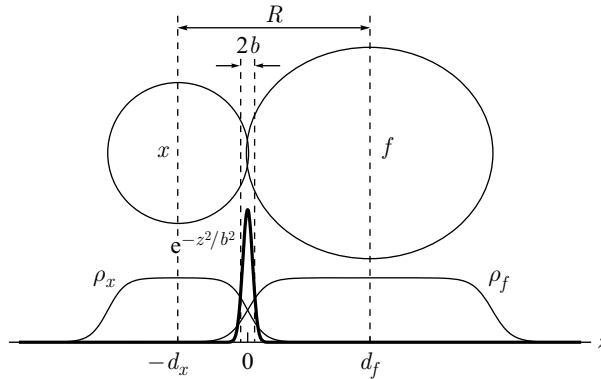


Рис. 3. Перекрывание функций распределения нуклонов  $\rho_x$  и  $\rho_f$  ядер ДЯС:  $x$  — легкий кластер;  $f$  — тяжелый кластер;  $d_{x,f}$  — расстояния от точки равенства перекрывающихся плотностей ( $z = 0$ ) до центров масс кластеров. Жирная линия — распределение нуклонов в области шейки между ядрами ДЯС, две внутренние вертикальные линии — область шейки

Волновая функция основного состояния имеет максимум при  $\eta_Z = 1$  и содержит лишь заметную примесь от ДЯС с  $\alpha$ -частицей (см. рис. 2). Примеси от ДЯС с более тяжелыми кластерами малы, что объясняет малость их спектроскопических факторов. Если конкретная ДЯС соответствует минимуму управляющего потенциала, то следует ожидать большего значения  $S_x$  для этой кластеризации по сравнению с соседними.

Влияние ориентации и деформации ядер ДЯС на вычисляемые спектроскопические факторы обусловлено их влиянием на  $U(R_0)$  через  $V(R_0)$ . Учет деформации уменьшает значение  $U(R_0)$  и увеличивает значение спектроскопического фактора. Отклонение от наиболее выгодной ориентации ядер ДЯС уменьшает  $S_x$ . Следует отметить, что изменение параметров и взаимной ориентации ядер только для одной конкретной ДЯС не приводит к сильному изменению  $S_x$ . Так как в этом случае управляющий потенциал  $U$  меняется только локально, причем в области, далекой от максимума плотности вероятности, расположенного около моноядра (см. рис. 2), то такое изменение  $U$  не способно ни сильно перераспределить плотность вероятности, ни изменить значение собственной энергии основного состояния [64]. Сильное изменение распределения плотности вероятности в пространстве зарядовой асимметрии возможно только при глобальном изменении управляющего потенциала. Такое возможно, если изменить параметры потенциала и ориентацию ядер у большой группы возможных ДЯС для конкретного материнского ядра. Для каждой конкретной распадной конфигурации наибольшее влияние на ее спектроскопический фактор имеет управляющий потенциал ДЯС в области с большей асимметрией.

Параметр шейки  $b$  в модели ДЯС влияет только на спектроскопический фактор. Его физический смысл заключается в том, что он задает линейный размер области перекрытия плотностей ядер ДЯС, где нуклоны не считаются принадлежащими только одному из ядер (см. рис. 3). В таком представлении нуклоны в области шейки обеспечивают сохранение имеющейся асимметрии ДЯС. В волновом уравнении (1) за стремление ДЯС сохранить свое текущее состояние отвечает параметр обратной инерции  $(B^{-1})_{\eta_Z \eta_Z}$  по координате зарядовой асимметрии. Зависимость  $(B^{-1})_{\eta_Z \eta_Z}(\eta_Z)$  характеризуется резкими изменениями при переходе от одной ДЯС к другой из-за фактора  $(\partial \eta / \partial \eta_Z)^{-2}$ . Вычисление интеграла в (5) показало, что  $(B^{-1})_{\eta_Z \eta_Z} \sim 1/b$ . Характерные средние значения  $(B^{-1})_{\eta_Z \eta_Z}$  колеблются около  $10^{-5}$  в единицах  $(m_0 \cdot \text{фм}^2)^{-1}$ . Увеличение или уменьшение параметра обратной инерции сильно влияет на значения спектроскопических факторов, особенно для ДЯС с большей симметрией. Соответственно, изменение  $b$  сильно влияет на значение  $S_x$ . Увеличение параметра  $b$  влечет за собой уменьшение  $(B^{-1})_{\eta_Z \eta_Z}$ , что приводит к еще большей концентрации плотности вероятности в областях зарядовой асимметрии, где  $U < E_n$ . Для основного состояния плотность вероятности сконцентрирована в области моноядра и  $\alpha$ -конфигурации ДЯС. Соответственно, вероятность существования ДЯС в других областях пространства зарядовой асимметрии мала. При этом изменение спектроскопического фактора в зависимости от  $b$  имеет неравномерный характер. В случае основного состояния  $S_\alpha$  для  $\alpha$ -частицы может измениться, например, всего на 10%, тогда как  $S_{^{14}\text{C}}$  для кластера  $^{14}\text{C}$  может измениться на 2–4 порядка.

## 2. ШИРИНА КЛАСТЕРНОГО РАСПАДА

В случае КР, как и в случае  $\alpha$ -распада, легкое ядро ДЯС вылетает в основном состоянии. Первые возбужденные состояния тяжелого ядра лежат ниже по энергии, чем аналогичные состояния легкого, даже если эти ядра очень близки к магическим. Таким образом, допускается КР на низколежащие состояния тяжелого ядра. Возможность наблюдения возбужденного легкого кластера крайне маловероятна по причине очень высоких энергий возбуждения даже низколежащих состояний (для  $^{14}\text{C}$  нижайшее возбужденное состояние с  $1^-$  имеет энергию 6,0938 МэВ, для  $^{24}\text{Ne}$  с  $2^+$  — 1,9816 МэВ, для  $^{34}\text{Si}$  с  $2^+$  — 1,979 МэВ). А тяжелые дочерние ядра вполне могут быть замечены и в возбужденных состояниях, так как для многих из них значения энергии нижайших состояний меньше 1 МэВ. Правда, и тут может быть случай высоколежащих первых возбужденных состояний. Это характерно для дважды магических ядер. Например, у  $^{208}\text{Pb}$  такое состояние  $3^-$  имеет энергию 2,6145 МэВ.

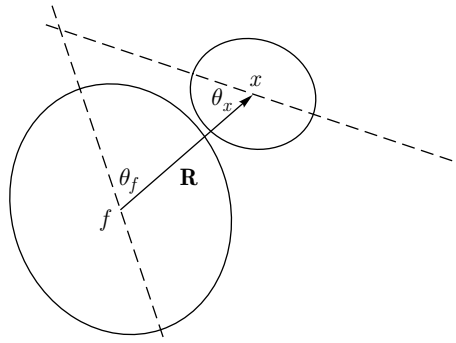


Рис. 4. Взаимная ориентация кластеров в ДЯС в общем случае. Показаны угловые переменные, от которых зависит ядро-ядерный потенциал взаимодействия. Штриховые линии — оси симметрии кластеров

Для вычисления ширины КР можно использовать методику, аналогичную применяемой для  $\alpha$ -распада [55]. Для упрощения вычислений будем рассматривать возможность возбуждения только одного из ядер ДЯС. Ситуация в общем случае схематично отображена на рис. 4. В рассматриваемом случае учитываются переходы на возбужденные уровни кластера  $f$ , а легкий компонент  $x$  полагается находящимся в основном состоянии [23].

Для вычисления ширины распада  $\Gamma_x$  с учетом угловых моментов ядер представим волновую функцию материнского ядра при  $R > R_0(\theta)$  в виде

$$\Psi = \sum_{x,f} \psi_{ik}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\omega}) \phi_x^i \phi_f^k, \quad (7)$$

где  $\phi_x^i$  и  $\phi_f^k$  — волновые функции стационарных состояний внутрен-

него движения ядер ДЯС. Коэффициенты разложения зависят от радиус-вектора  $\mathbf{R} = \mathbf{R}(R, \zeta = \cos \theta, \varphi)$  невозбужденного дочернего ядра относительно центра тяжести вращающегося ядра и от углов Эйлера  $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(\nu = \cos \Theta, \Phi, 0)$ , характеризующих ориентацию кластера относительно лабораторной системы координат.

Во внешней области  $R > R_0(\theta)$ , благодаря наличию потенциального барьера, функции  $\psi_{ik}$  быстро затухают с увеличением  $R$ . Причем степень затухания сильно зависит от энергии внутренних возбуждений продуктов распада ДЯС. Чем больше энергия этих возбуждений, тем сильнее затухание  $\psi_{ik}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\omega})$ . Поэтому в асимптотической области  $R \rightarrow \infty$  оказываются существенными только такие компоненты  $\psi_{ik}$ , при которых приходится учитывать основное состояние  $\phi_x^0$  ( $i = 0$ ) невозбуждающегося кластера и несколько первых уровней  $\phi_f^k$  внутреннего возбуждения вращающегося ядра. Величина  $\psi_{0k}$  во внешней области ядро-ядерного потенциала (3) связана с вероятностью возбуждения ротационных уровней ядра.

Во внешней области  $R > R_0(\theta)$  связь членов суммы между собой в (7) является крайне слабой. В этой области изменение внутренних состояний кластеров могут происходить лишь с малой вероятностью под влиянием дальнедействующего кулоновского взаимодействия  $V_C$  ядер. Поэтому при  $R > R_0$  для каждой из  $\psi_{0k}$  можно написать свое уравнение Шредингера следующего

вида:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \frac{\hbar^2}{2j_f} (\mathbf{J}^2 - \Omega(\Omega + 1)) + V \right) \psi_{0k} = Q\psi_{0k}, \quad (8)$$

где  $Q$  — энергия распада на ротационный уровень с  $J = \Omega$ ;  $\mu = m_0 \frac{A_x A_f}{A_f + A_x}$  — приведенная масса системы ( $m_0$  — масса нуклона);  $\Omega$  — полный спин материнского ядра;  $j_f$  — момент инерции вращающегося кластера, отвечающий внутреннему состоянию  $\phi_f^k$ ;  $\mathbf{J}^2 = (\Omega - 1)^2 = \Omega^2 - 2\Omega + 1$  — квадрат углового момента вращающегося кластера;  $1$  — орбитальный момент. Уравнение (8) удобно решать в системе отсчета, вращающейся вместе с ядром. Вводя в этой системе сферические координаты другого кластера ( $R, \varsigma = \cos \theta, \varphi$ ), а также углы Эйлера ( $\nu = \cos \Theta, \Phi, 0$ ), получаем для интересующих нас операторов углового момента следующие выражения:  $\Omega^2 \Psi = \Omega(\Omega + 1)\Psi$ ,  $\Omega_Z \Psi = M\Psi$ , где  $M$  — проекция  $\Omega$  на неподвижную ось. Чтобы учесть эффекты квадрупольной  $\beta_2$  и октаупольной  $\beta_3$  деформаций, кулоновский потенциал в  $V$  нужно взять в следующем виде [65]:

$$V_C(R) = \frac{e^2 Z_x Z_f}{R} \left( 1 + \frac{3}{5R^2} \sum_{j=x,f} R_j^2 \beta_{2j} Y_{20}(\theta_j) + \frac{3}{7R^3} \sum_{j=x,f} R_j^3 \beta_{3j} Y_{30}(\theta_j) \right).$$

Будем искать частное решение уравнений (8), которое на больших расстояниях ( $R \gg R_0(\theta)$ ) описывает кластер с угловым моментом  $l$ , удаляющийся от другого кластера, находящегося в ротационном состоянии со спином  $J$ , в виде [55]:

$$\tilde{\psi}_{Jl} = \sqrt{\frac{\mu}{\hbar}} \frac{1}{\sqrt{-ik_{Jl}(R)R}} Y_{Jl}^{\Omega MK}(\nu, \Phi, \varsigma, \varphi) e^{\sigma(R, \varsigma, \varphi, \nu)}, \quad (9)$$

где

$$k_{Jl}(R) = \left[ \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( Q - V - \frac{\hbar^2}{2\mu R^2} l(l+1) - \frac{\hbar^2}{2j_f} [J(J+1) - \Omega(\Omega+1)] \right) \right]^{1/2},$$

а  $V$  в последнем случае состоит только из сферически симметричной части. По смыслу  $k_{Jl}(R)$  — обычное волновое число и при вычислениях с экспериментальными спектрами ядер его проще брать в виде

$$k_{Jl}(R) = \left[ \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( Q_{\text{dec}} - V - \frac{\hbar^2}{2\mu R^2} l(l+1) \right) \right]^{1/2},$$

где  $Q_{\text{dec}}$  — энергия распада с конкретного уровня материнского ядра  $\Omega$  на конкретный уровень дочернего ядра  $J$ . Угловые функции  $Y_{Jl}^{\Omega MK}(\nu, \Phi, \varsigma, \varphi)$

характеризуются также проекцией  $K$  спина вращающегося ядра на его ось симметрии в состоянии  $\phi_f^k$  и удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{aligned}\Omega^2 Y_{Jl}^{\Omega MK} &= \Omega(\Omega + 1) Y_{Jl}^{\Omega MK}, \\ \Omega_z Y_{Jl}^{\Omega MK} &= M Y_{Jl}^{\Omega MK}, \\ \mathbf{I}^2 Y_{Jl}^{\Omega MK} &= l(l + 1) Y_{Jl}^{\Omega MK}, \\ \Omega Y_{Jl}^{\Omega MK} &= \frac{1}{2} [\Omega(\Omega + 1) + l(l + 1) - J(J + 1)] Y_{Jl}^{\Omega MK}\end{aligned}$$

и условию нормировки

$$\int dv d\Phi d\zeta d\varphi Y_{Jl}^{\Omega MK*} Y_{J'l'}^{\Omega' M' K'} = \delta_{\Omega\Omega'} \delta_{MM'} \delta_{KK'} \delta_{JJ'} \delta_{ll'}.$$

Функция  $\sigma$  в (9) представляется в виде разложения по степеням параметров квадрупольной  $\beta_{2f}$  и октупольной  $\beta_{3f}$  деформаций

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1, \quad (10)$$

где мы ограничились нулевым и первым членами разложения. Остальные слагаемые пренебрежимо малы [55]. Подставив (9) в (8), учитывая (10), отсутствие вращения одного кластера и считая  $V_N$  не зависящим от его деформации, получим следующую систему уравнений:

$$\left(\frac{d\sigma_0}{dR}\right)^2 = -k_{Jl}^2, \quad (11)$$

$$2\frac{d\sigma_0}{dR} \frac{\partial\sigma_1}{\partial R} = \frac{6\mu}{5\hbar^2} \frac{e^2 Z_x Z_f}{R^3} R_f^2 \beta_{2f} Y_{20}(\theta) + \frac{6\mu}{7\hbar^2} \frac{e^2 Z_x Z_f}{R^4} R_f^3 \beta_{3f} Y_{30}(\theta).$$

Решение уравнений (11), удовлетворяющее граничному условию на бесконечности, имеет вид

$$\sigma_0 = i \int_{R_{Jl}}^R k_{Jl}(r) dr, \quad (12)$$

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= i \frac{\mu}{\hbar^2} \sqrt{\frac{9}{20\pi}} e^2 Z_x Z_f \beta_{2f} R_f^2 P_2(\zeta) \int_R^\infty \frac{dr}{r^3 k_{Jl}(r)} + \\ &+ i \frac{\mu}{\hbar^2} \sqrt{\frac{9}{28\pi}} e^2 Z_x Z_f \beta_{3f} R_f^3 P_3(\zeta) \int_R^\infty \frac{dr}{r^4 k_{Jl}(r)}.\end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $R_{Jl}$  — точка выхода системы из-под потенциального барьера, где волновое число  $k_{Jl}$  обращается в нуль. Согласно (9), (12) и (13) поток ядер в состоянии  $\tilde{\psi}_{Jl}$  нормирован на единицу при  $R \rightarrow \infty$

$$\frac{\hbar R^2 |k_{Jl}|}{\mu} \int dv d\Phi d\zeta d\phi |\tilde{\psi}_{Jl}|^2 = 1. \quad (14)$$

Формулы (12) и (13) справедливы и для подбарьерной области, если сделать замену  $k_{Jl} \rightarrow i\kappa_{Jl}$ .

Во внешней области полную волновую функцию  $\psi_{0k}$  в общем случае представим в виде

$$\psi_{0k} = \sum_{J,l} b_{Jl} \tilde{\psi}_{Jl}. \quad (15)$$

Ясно, что  $|b_{Jl}|^2$  представляет собой амплитуду вероятности распада ДЯС с орбитальным угловым моментом  $l$ , когда один кластер возбуждается в состоянии  $J$ , отнесенную к единице времени. Коэффициенты разложения  $b_{Jl}$  можно найти из условия для конфигурации ДЯС при  $R = R_{\max}$

$$\begin{aligned} \psi_{0k}(\mathbf{R}_{\max}, \boldsymbol{\omega}) &= \left( \frac{3S_x(R_{\max})}{4\pi R_{\max}^3} \right)^{1/2} \Psi_{\text{rot}}^{\Omega MK}(\nu, \Phi), \\ \Psi_{\text{rot}}^{\Omega MK}(\nu, \Phi) &= \sqrt{\frac{2\Omega + 1}{4\pi}} D_{KM}^{\Omega}(0, \nu, \Phi), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $R_{\max}$  — положение кулоновского барьера;  $\Psi_{\text{rot}}^{\Omega MK}(\nu, \Phi)$  — ротационная волновая функция;  $D_{KM}^{\Omega}$  — обобщенная сферическая функция ( $D$ -функция Вигнера). Зависимость от углов Эйлера  $\boldsymbol{\omega}$  однозначно определяется значениями сохраняющихся во времени полного момента материнского ядра  $\Omega$  и его проекции  $M$  на неподвижную ось. Условие (16) приводит к правилам отбора для кластерного распада. В самом деле, исходное состояние материнского ядра также характеризуется некоторыми значениями проекции момента на ось симметрии ядра  $K_0$  и четности  $p_0$ , и соответствующая ротационная волновая функция имеет вид  $\Psi_{\text{rot}}^{\Omega MK_0}(\nu, \Phi)$ . В процессах с большими энергиями и малыми временами квантовые числа  $K$  и  $p$  остаются неизменными, т. е.  $K = K_0$  и четности  $p = p_0$ . Таким правилам отбора удовлетворяют так называемые благоприятные кластерные переходы, которые оказываются, при прочих равных условиях, наиболее интенсивными. Неблагоприятные переходы, при которых  $K \neq K_0$  и четности  $p \neq p_0$ , являются значительно менее интенсивными.

Приравняв (16) и (15) при  $R = R_{\max}$ , можно найти коэффициенты разложения

$$b_{Jl} = \frac{\hbar \sqrt{3(2\Omega + 1)}}{4\pi\mu} \int d\nu d\Phi d\zeta d\varphi \kappa_{Jl}(R_{\max}) \sqrt{S_x(R_{\max})} \tilde{\psi}_{Jl}^* D_{KM}^{\Omega}. \quad (17)$$

Таким образом, учитывая, что  $R_{\max} \approx R_{xf} + 2$  фм,  $R_{Jl} \approx R_{Jl}^0$  — внешняя точка поворота и ее положение очень слабо отклоняется от случая сфериче-

ских ядер ДЯС  $R_{Jl}^0$ ,

$$\begin{aligned}
 R_0 &= R_x + R_f + R_x[\beta_{2x}Y_{20}(\theta_x) + \beta_{3x}Y_{30}(\theta_x)] + \\
 &\quad + R_f[\beta_{2f}Y_{20}(\theta) + \beta_{3f}Y_{30}(\theta)] = \\
 &= R_{xf}(\beta_{2x}, \beta_{3x}) + R_f[\beta_{2f}Y_{20}(\theta) + \beta_{3f}Y_{30}(\theta)] \approx R_{xf}(\beta_{2x}, \beta_{3x}), \\
 S_x(R_{\max}) &= S_x(R_0) \exp \left[ -2 \int_{R_{xf}}^{R_{\max}} \kappa_{Jl}(r) dr \right] = S_x \exp \left[ -2 \int_{R_{xf}}^{R_{\max}} \kappa_{Jl}(r) dr \right], \tag{18}
 \end{aligned}$$

$$\sigma_0 \approx - \int_{R_{\max}}^{R_{Jl}^0} \kappa_{Jl}(r) dr + R_f(\beta_{2f}Y_{20}(\theta) + \beta_{3f}Y_{30}(\theta)) \kappa_{Jl}(R_{\max}),$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 \approx & \frac{\mu}{\hbar^2} \sqrt{\frac{9}{20\pi}} e^2 Z_x Z_f \beta_{2f} R_f^2 P_2(\varsigma) \left[ \int_{R_{\max}}^{R_{Jl}^0} \frac{dr}{r^3 \kappa_{Jl}(r)} + i \int_{R_{Jl}^0}^{\infty} \frac{dr}{r^3 k_{Jl}(r)} \right] + \\
 & + \frac{\mu}{\hbar^2} \sqrt{\frac{9}{28\pi}} e^2 Z_x Z_f \beta_{3f} R_f^3 P_3(\varsigma) \left[ \int_{R_{\max}}^{R_{Jl}^0} \frac{dr}{r^4 \kappa_{Jl}(r)} + i \int_{R_{Jl}^0}^{\infty} \frac{dr}{r^4 k_{Jl}(r)} \right]
 \end{aligned}$$

и, соответственно,

$$\begin{aligned}
 \kappa_{Jl}(R_{\max}) \sqrt{S_x(R_{\max}) R_{\max}} \tilde{\psi}_{Jl}^* &\approx \\
 &\approx \sqrt{\frac{\kappa_{Jl}(R_{\max}) \mu}{\hbar R_{\max}}} S_x(R_0) P_{\text{sph}} Y_{Jl}^{\Omega M K*} e^{C_{\text{def}2} P_2(\varsigma) + C_{\text{def}3}(\varsigma) P_3(\varsigma)},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 C_{\text{def}2} &= \beta_{2f} R_f \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \times \\
 &\times \left[ \kappa_{Jl}(R_{\max}) + \frac{3\mu}{5\hbar^2} e^2 Z_x Z_f R_f \left( \int_{R_{\max}}^{R_{Jl}^0} \frac{dr}{r^3 \kappa_{Jl}(r)} + i \int_{R_{Jl}^0}^{\infty} \frac{dr}{r^3 k_{Jl}(r)} \right) \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{\text{def}3} &= \beta_{3f} R_f \sqrt{\frac{7}{4\pi}} \times \\
 &\times \left[ \kappa_{Jl}(R_{\max}) + \frac{3\mu}{7\hbar^2} e^2 Z_x Z_f R_f^2 \left( \int_{R_{\max}}^{R_{Jl}^0} \frac{dr}{r^4 \kappa_{Jl}(r)} + i \int_{R_{Jl}^0}^{\infty} \frac{dr}{r^4 k_{Jl}(r)} \right) \right],
 \end{aligned}$$

$$Y_{Jl}^{\Omega MK} = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \sum_m C_{JKlm}^{\Omega K+m} D_{K+m M}^{\Omega}(0, \nu, \Phi) Y_{lm}(\varsigma, \varphi)$$

и

$$P_{\text{sph}} = \exp \left[ -2 \int_{R_{xf}}^{R_{Jl}^0} \kappa_{Jl}(r) dr \right]$$

— проницаемость барьера ядро-ядерного потенциала (3) для сферического дочернего ядра ( $\beta_{2f,3f} = 0$ ), получаем следующий результат:

$$\begin{aligned} b_{Jl} &= \sqrt{\frac{3\hbar(2\Omega+1)\kappa_{Jl}(R_{\text{max}})S_x}{(4\pi)^2\mu R_{\text{max}}}} P_{\text{sph}} \int d\nu d\Phi d\varsigma d\varphi D_{KM}^{\Omega} Y_{Jl}^{\Omega MK*} e^{C_{\text{def}}P_2(\varsigma)} = \\ &= \sqrt{\frac{3\hbar(2l+1)\kappa_{Jl}(R_{\text{max}})S_x}{\mu R_{\text{max}}}} P_{\text{sph}} (-1)^{J-\Omega} C_{\Omega K l 0}^{JK} \tilde{X}_l, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\tilde{X}_l = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\varsigma P_l(\varsigma) e^{C_{\text{def}2}P_2(\varsigma) + C_{\text{def}3}P_3(\varsigma)}. \quad (20)$$

Здесь  $C_{JKlm}^{\Omega K+m}$  — коэффициенты Клебша–Гордана. При выводе (19) мы воспользовались свойствами ортогональности обобщенных сферических функций и перестановки индексов  $\Omega \leftrightarrow J$  в коэффициентах Клебша–Гордана, а также приближением  $S_x(\varsigma) \approx S_x(\varsigma = \varsigma_0)$ . Последнее оправданно, поскольку при интегрировании по переменной  $\varsigma$  основной вклад приходит от области около угла  $\varsigma = \varsigma_0$ . Фактор  $\tilde{X}_l$  можно приблизительно оценить как

$$\tilde{X}_l \approx \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\varsigma P_l(\varsigma) \exp \left[ C_{\text{def}2}P_2(\varsigma) + \beta_{3f} \sqrt{\frac{7}{5}} \frac{|C_{\text{def}2}|}{|\beta_{2f}|} P_3(\varsigma) \right].$$

Для малых  $l$  отношение  $|C_{\text{def}2}|/|\beta_{2f}| \approx \text{const}$ , а для случая  $\alpha$ -распада  $|C_{\text{def}2}|/|\beta_{2f}| \approx 10$ .

При выбранной нормировке волновой функции полная ширина распада

$$\Gamma_x = \sum_J \Gamma_x(J) = \sum_{J,l} W_x(J,l) \quad (21)$$

является суммой парциальных ширин

$$W_x(J,l) = \hbar |b_{Jl}|^2 = \frac{3\hbar^2(2l+1)\kappa_{Jl}(R_{\text{max}})S_x}{\mu R_{\text{max}}} P_{\text{sph}} (C_{\Omega K l 0}^{JK})^2 |\tilde{X}_l|^2 \quad (22)$$



по всем возможным значениям  $J$  и  $l$ , а  $\Gamma_x(J) = \sum_l W_x(J, l)$  — ширина распада на ротационный уровень  $J$ .

При  $C_{\text{def}2} \rightarrow 0$  с учетом, что  $\beta_{3f} \neq 0$ ,  $|\tilde{X}_l|^2 > 1$  для  $l = 0$  и  $|\tilde{X}_l|^2 > 0$  при  $l \neq 0$ . Но если  $\beta_{3f}$  мала, то картина в целом сильно похожа на описанную в [23], за исключением снятия запрета на перенос нечетных орбитальных моментов. Для случая нечетных  $l$  наблюдается некоторая асимметрия относительно  $C_{\text{def}2} = 0$ , как и для четных  $l$  [23].

На рис. 5 показана зависимость  $|\tilde{X}_l|^2$  от параметра октупольной деформации  $\beta_{3f}$  при фиксированном значении  $\beta_{2f}$ . При  $\beta_{3f} \rightarrow 0$  значения  $|\tilde{X}_l|^2$  для четных  $l$  стремятся к своим минимальным значениям, а для нечетных  $l$  — к 0. Кроме того,  $|\tilde{X}_l|^2$  симметричны относительно  $\beta_{3f} = 0$ . При росте  $\beta_{3f}$  запрет становится все менее сильным. При определенных соотношениях  $\beta_{2f}$  и  $\beta_{3f}$  возможна ситуация, когда  $|\tilde{X}_l|^2$  для больших по значению нечетных  $l$  окажется больше, чем  $|\tilde{X}_l|^2$  для меньшего соседнего четного  $l$ . При малых  $\beta_{3f}$  и больших  $\beta_{2f}$  всегда  $|\tilde{X}_2|^2 \gg |\tilde{X}_{1,3}|^2$ , и в этом случае распада с переносом нечетных  $l$  можно вообще не принимать во внимание.

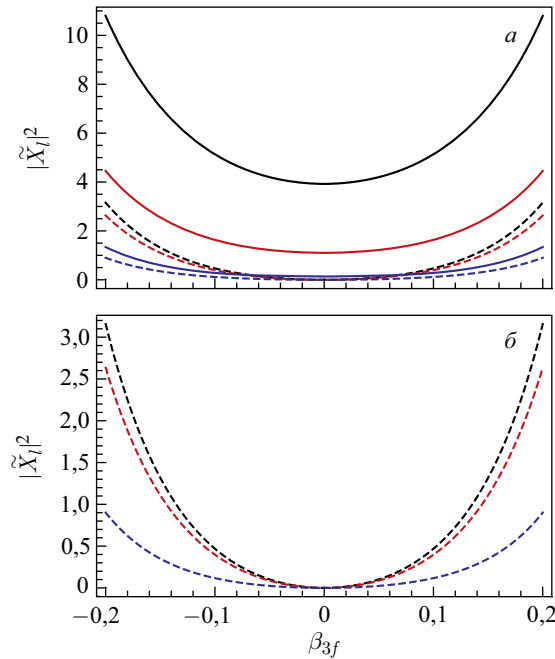


Рис. 5. Зависимость  $|\tilde{X}_l|^2$  от  $\beta_{3f}$  при  $C_{\text{def}2} = 2,5$  для всех  $l$  (а) и только для нечетных  $l$  (б) для значений орбитального момента  $l = 0, 2, 4$  (сплошные линии) и  $l = 1, 3, 5$  (штриховые) сверху вниз соответственно

Для четно-четных материнских ядер без учета октупольной деформации дочернего ядра ( $\beta_{3f} = 0$ ) разрешены распады только с четными значениями  $l$  и  $l = 0$ . Для нечетных  $l$   $\tilde{X}_l = 0$ . Для материнских ядер в основном состоянии, когда  $\Omega = 0$ , возможны распады с  $l = J$ , поскольку в остальных распадах коэффициенты Клебша–Гордана равны нулю. Наиболее вероятным оказывается распад, когда  $J = l = 0$ . Распады на ненулевые ( $J \neq 0$ ) ротационные уровни подавлены из-за уменьшения проникаемости  $P_{\text{sph}}$  вследствие передачи части энергии распада на вращение ядра.

Необходимо отметить, что при малых деформациях ядер ДЯС  $C_{\text{def}2,3} \approx 0$ ,  $|\tilde{X}_0|^2 \approx 1$  для  $l = 0$  и  $|\tilde{X}_l|^2 \approx 0$  для всех остальных  $l$  (см. рис. 5 и 6). Это соответствует запрету на вращение в распадающейся системе сферических ядер. Таким образом, учет запрета на ротационные возбуждения сферически симметричных ядер и закона сохранения углового момента приводит к большим временам жизни для материнских ядер с  $\Omega \neq 0$  по отношению к распадам с выходом из слабдеформированных ядер [23].

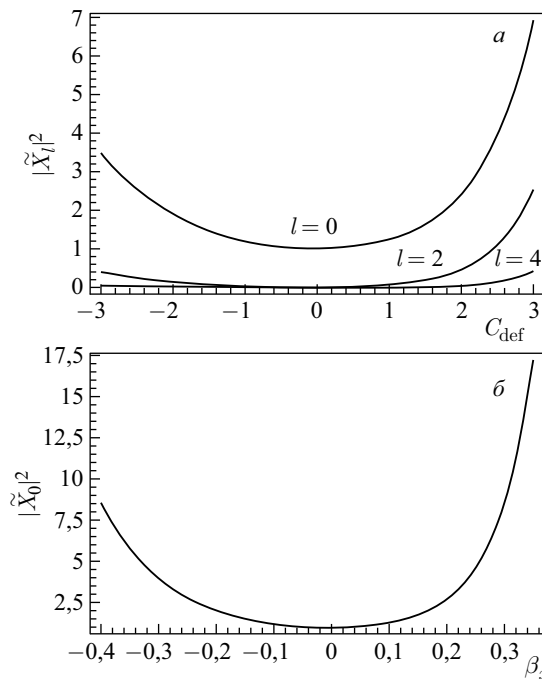


Рис. 6. Для комбинации  $^{208}\text{Pb} + ^{26}\text{Ne}$  [23] зависимости  $|\tilde{X}_l|^2$  от  $C_{\text{def}} = C_{\text{def}2}$  (прямо пропорционален  $\beta_{2x}$ ) для указанных значений  $l$  (а) и  $|\tilde{X}_0|^2$  от параметра квадрупольной деформации  $\beta_x = \beta_{2x}$  одного ядра ДЯС, для которого учитывается возможность вращения (б) в случае отсутствия октупольной деформации ( $\beta_{3x} = 0$ )  $^{26}\text{Ne}$

В случае больших  $\beta_{2f} > 0,2$  (в отличие от случая малых  $\beta_{2f}$ )  $|\tilde{X}_1|^2 > |\tilde{X}_3|^2$  (см. рис. 5). При  $C_{\text{def}2} \approx 2,1$   $|\tilde{X}_1|^2$  и  $|\tilde{X}_3|^2$  почти совпадают, и их значения слабо зависят от  $\beta_{3f}$ . Значение  $C_{\text{def}2} \approx 2,1$  для  $\alpha$ -распада соответствует  $\beta_{2f} \gtrsim 0,19$ . Если разница между  $E_1$  и  $E_3$  небольшая, то в случае малых  $\beta_{2f}$  ширина распада на состояние  $3^-$  дочернего ядра может превысить ширину распада на  $1^-$ . Такая ситуация более вероятна для  $\alpha$ -распада с малым  $T_{1/2}$ .

Зависимость  $|\tilde{X}_0|^2$  от квадрупольной деформации кластера (см. рис. 6) характеризуется неравнозначностью положительной и отрицательной деформаций. Соотношение  $|\tilde{X}_0|^2 \geq 1$  можно объяснить поляризацией «сплюснутого» кластера электростатическим полем. Большая разница значений  $|\tilde{X}_0|^2$  для равных по величине, но различных по знаку параметров квадрупольной деформации говорит о более вероятном наблюдении распадов с выходом кластеров, имеющих большую положительную статическую деформацию в основном состоянии.

Физический смысл фактора  $|\tilde{X}_l|^2$  (20) заключается в отображении наличия орбитальной части в полной волновой функции распадающейся ДЯС. Чем более похожи волновые функции материнского ядра и распадающейся ДЯС, тем слабее запрет на такой распад. Минимальное отличие получается как раз при  $l = 0$ . А если ядра ДЯС сильно деформированы, то это эффективно сглаживает возмущение от возможного орбитального движения.

В работе [23] расчеты производились в предположении, что в основном состоянии находится дочернее ядро, деформация которого не учитывалась, а легкий кластер полагался способным к вращению. В этом случае в (18) и далее заменяется  $R_f \beta_{2f} \rightarrow R_x \beta_{2x}$ . Ядерная часть  $V_N$  потенциала  $V$  в (8) берется в положении энергетически наиболее выгодной ориентации ДЯС и в дальнейшем предполагается не зависящей от углов  $\theta_x$  и  $\theta_f$ . Все остальные результаты остаются без изменений. Такой подход хорошо описывает КР с основных состояний четно-четных материнских ядер на основные состояния кластеров.

Описываемый выше метод вычисления ширин КР и  $\alpha$ -распада можно применить и для нечетных по  $A$  материнских ядер. В этом случае полная ширина распада равна сумме парциальных ширин  $W_x(J, l)$  по всем возможным значениям  $J$ ,  $l$  и  $K$ :

$$\Gamma_x = \sum_{J, l, K} \frac{W_x(J, l)}{N_K},$$

где  $N_K = 2 \min[\Omega, J] + 1$  — число возможных значений проекций  $K$ , соответствующих ненулевым значениям коэффициента Клебша–Гордана в (22). Данное усреднение по  $K$  необходимо в случае нечетных ядер с  $K \neq 0$  и не

нужно для четно-четных ядер, у которых в основном состоянии  $I^\pi = 0^+$  и  $K = 0$ . По причине возможного различия спинов-четностей материнского и дочернего нечетных ядер конкретное значение проекции  $K$  неизвестно и каждое из возможных предполагается равновероятным.

Ширину необлегченного  $\alpha$ -распада (и КР, когда одно из ядер ДЯС имеет спин 0) на уровень  $J$  дочернего ядра в случае разных значений проекций спинов материнского и дочернего ядер можно оценить следующим образом:

$$\Gamma_x(J) \approx \sum_{l, K, \Delta K} \frac{(C_{JK-\Delta K, l\Delta K}^{\Omega K})^2 W_x(J, l)}{N'_K}, \quad (23)$$

где  $N'_K$  — количество способов распада на уровень  $J$  дочернего ядра с определенными  $l$  и разницей проекций  $\Delta K$ . Эта оценка отражает представление о том, что в случае несовпадения проекций волновая функция дочернего ядра точно такая же, как и для облегченного случая, но повернута на некоторый угол. Коэффициенты Клебша–Гордана  $C_{JK-\Delta K, l\Delta K}^{\Omega K}$  отражают изменения в сложении моментов при  $\Delta K \neq 0$ . Особый интерес представляют необлегченные распады при  $\Omega = J$ . В этом случае из полной ширины распада на уровень  $J$  дочернего ядра исключается основной канал с  $l = 0$ , что сразу сильно уменьшает  $\Gamma_x(J)$ .

Ширину  $\Gamma_x(E^*)$  кластерного распада возбужденного ядра можно определить следующим образом:

$$\Gamma_x(E^*) = \sum_n \Gamma_{n,x} Y_n(E^*),$$

где

$$\Gamma_{n,x} = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} S_{n,x} P_{n,x}$$

является шириной кластерного распада из  $n$ -го состояния управляющего потенциала  $U$  (2), а  $Y_n = \frac{\exp(-E_n/T)}{\sum_n \exp(-E_n/T)}$  — вероятность заселения  $n$ -го состояния с энергией  $E_n$ . Значения  $E_n$  — собственные значения уравнения (1). Примеры решения волнового уравнения по координате зарядовой асимметрии для основного и некоторых возбужденных состояний приведены на рис. 7. Термодинамическая температура

$$T = \sqrt{\frac{E^*}{a}}$$

определяется из энергии возбуждения  $E^*$  материнского ядра в рамках модели ферми-газа с параметром плотности уровней  $a = A/12 \text{ МэВ}^{-1}$  [66].

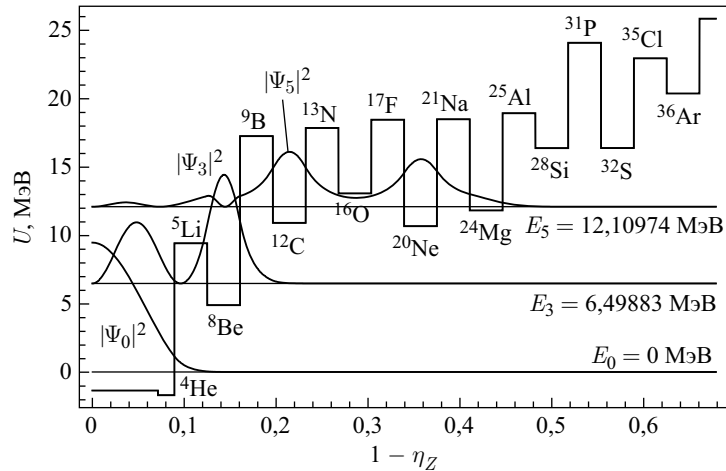


Рис. 7. Управляющий потенциал  $U$  для  $^{118}\text{Ba}$  (ступенчатая линия), некоторые значения собственной энергии  $E_n$  (горизонтальные прямые) соответствуют собственным волновым функциям, представленным как  $|\Psi_n|^2$  (гладкие кривые). Значения  $|\Psi_n|^2$ ,  $U$  и  $E_n$  даны в относительных единицах и МэВ соответственно

Аналогично можно определить спектроскопический фактор

$$S_x(E^*) = \sum_n S_{n,x} Y_n(E^*)$$

и проницаемость барьера

$$P_x(E^*) = \sum_n P_{n,x} Y_n(E^*),$$

где  $S_{n,x}$  — спектроскопический фактор;  $P_{n,x}$  — проницаемость потенциального барьера для ДЯС в  $n$ -м состоянии.

### 3. АЛЬФА-РАСПАДЫ ЧЕТНЫХ ИЗОТОПОВ Po И Rn

Результаты экспериментов по  $\alpha$ -распаду нейтронно-дефицитных изотопов Po показали заметное отклонение от закона Гейгера–Нэттола периодов полураспада [70, 71]. Было сделано предположение, что это связано с сильным изменением параметра квадрупольной деформации дочернего ядра. В рамках модели ДЯС мы попытались проверить данное предположение [24].

Наша модель содержит оболочечные поправки и энергии спаривания через экспериментальные энергии связи ядер ДЯС. Поскольку учтены микроскопические эффекты, модель позволяет описать процессы  $\alpha$ -распада и кластерной радиоактивности. На рис. 8 показаны спектроскопические факторы  $S_\alpha$

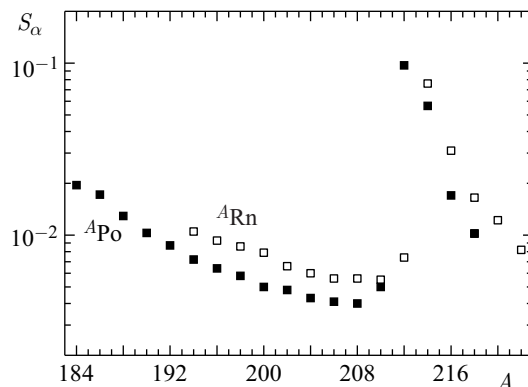


Рис. 8. Рассчитанный  $\alpha$ -кластерный спектроскопический фактор  $S_\alpha$  как функция массового числа материнского ядра

в изотопах Po и Rn. В нейтронно-дефицитных изотопах Po и Rn потенциальная энергия  $U_\alpha$   $\alpha$ -частичной конфигурации меньше нуля и  $\alpha$ -кластеризация ядра становится более вероятной. Когда число нейтронов приближается к магическому  $N = 126$ , ядро становится жестче по отношению к колебаниям по координате массовой асимметрии и потенциальная энергия  $U_\alpha$  становится больше нуля. Добавление двух нейтронов сверх замкнутой оболочки  $N = 126$  вызывает кластеризацию, и  $S_\alpha$  резко увеличивается (см. рис. 8). В этом случае  $U_\alpha$  сильно уменьшается и становится отрицательной. Дальнейшее добавление нейтронов повышает ядерную жесткость по отношению к колебаниям по координате массовой асимметрии. Максимумы  $S_\alpha$  соответствуют конфигурациям  $^{212}\text{Po} \rightarrow ^{208}\text{Pb} + ^4\text{He}$  и  $^{214}\text{Rn} \rightarrow ^{210}\text{Po} + ^4\text{He}$ , где  $^{208}\text{Pb}$  и  $^{210}\text{Po}$  — дважды магическое и полумагическое ядра соответственно. Можно заметить, что  $S_\alpha(^{212}\text{Po}) < S_\alpha(^{214}\text{Rn})$ . Это отражает естественный факт, что оболочечные эффекты для  $^{208}\text{Pb}$  сильнее, чем для  $^{210}\text{Po}$  ( $U_\alpha(^{212}\text{Po}) < U_\alpha(^{214}\text{Rn})$ ). Используя расчетные значения проницаемости барьера, можно извлечь приведенные ширины или спектроскопические факторы из экспериментальных значений периода полураспада. Значение проницаемости зависит от выбранного ядро-ядерного потенциала взаимодействия. Например, изоспиновая зависимость этого потенциала влияет на изотопическую зависимость спектроскопического фактора. Таким образом, сравнивая различные модели, следует искать соответствие расчетных периодов полураспада для  $\alpha$ -распада с экспериментальными значениями.

Вычисленные и экспериментальные периоды полураспада для изотопных цепочек (четно-четные ядра)  $^{186}\text{Po}, \dots, ^{208}\text{Po}$  и  $^{194}\text{Rn}, \dots, ^{210}\text{Rn}$  представлены в табл. 1, 2 и на рис. 9. Согласно экспериментам квадрупольные деформации дочерних ядер Pb и Po в этом диапазоне масс малы. Поэтому в вычислениях

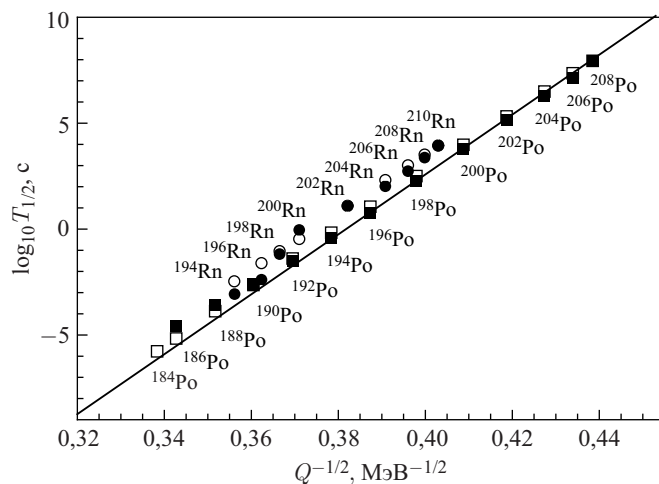


Рис. 9. Зависимость  $\log_{10} T_{1/2}$  от величины, обратной квадратному корню энергии  $\alpha$ -распада  $Q^{-1/2}$  для  $\alpha$ -распадов изотопов Po (квадраты) и Rn (кружки): экспериментально измеренные [37] (темные символы) и вычисленные в рамках модели (светлые символы) периоды полураспада, прямая линия — закон Гейгера–Нэттола  $\log_{10} T_{1/2} = 141,43789Q^{-1/2} - 53,99743$  для  $\alpha$ -распадов изотопов Po

использовалось значение  $\beta_{2f} = 0,05$  для всех дочерних ядер. В пользу такого выбора говорит хорошее согласие между экспериментальными и вычисленными периодами полураспада для четно-четных ядер  $^{188-208}\text{Po}$  и  $^{198-210}\text{Rn}$ . На рис. 9 рассчитанные периоды полураспада для изотопов Po и Rn следуют закону Гейгера–Нэттола, когда дочерние ядра являются почти сферическими. Для экспериментальных значений  $T_{1/2}$  закон Гейгера–Нэттола работает также для всех изотопов Po и Rn, за исключением  $^{186,188}\text{Po}$  и  $^{194,196}\text{Rn}$ . Согласно полученным данным, отклонение от закона Гейгера–Нэттола для  $^{186,188}\text{Po}$  происходит в сторону увеличения времени жизни. Согласно модели ДЯС увеличение абсолютного значения параметра квадрупольной деформации дочернего ядра при любом знаке приводит к уменьшению вычисляемого периода полураспада (см. рис. 6) как из-за увеличения проницаемости, так и из-за возрастания спектроскопического фактора. Данное уменьшение, конечно, неравноценно для вытянутых и сплюснутых форм дочернего ядра: в случае положительного  $\beta_{2f}$  оно более резкое. Таким образом, наши расчеты показывают, что невозможно воспроизвести экспериментальные периоды полураспада изотопов  $^{186,188}\text{Po}$  путем увеличения деформации дочерних ядер. Отклонение от закона Гейгера–Нэттола периодов полураспада изотопов  $^{186,188}\text{Po}$  нельзя объяснить резким увеличением квадрупольной деформации соответствующих дочерних ядер. Стоит отметить, что согласно работам [59, 72, 73] ядра  $^{182,184}\text{Pb}$

Таблица 1. Вычисленные  $S_\alpha$ ,  $T_{1/2}^{\text{th}} = \hbar \ln(2)/\Gamma_\alpha$  и экспериментальные значения  $T_{1/2}^{\text{exp}}$  [37]  $\alpha$ -распадов изотопов Po

${}^xY$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^{\text{th}}, \text{с}$	$T_{1/2}^{\text{exp}}, \text{с}$
${}^{184}\text{Po}$	0,0195	$1,69 \cdot 10^{-6}$	
${}^{186}\text{Po}$	0,0172	$6,83 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-5}$
${}^{188}\text{Po}$	0,0129	$1,33 \cdot 10^{-4}$	$2,7 \cdot 10^{-4}$
${}^{190}\text{Po}$	0,0103	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$
${}^{192}\text{Po}$	0,0087	$4,08 \cdot 10^{-2}$	$3,18 \cdot 10^{-2}$
${}^{194}\text{Po}$	0,0072	0,68	0,392
${}^{196}\text{Po}$	0,0064	11,32	5,8
${}^{198}\text{Po}$	0,0058	318,47	186,32
${}^{200}\text{Po}$	0,0050	9533,27	5891,89
${}^{202}\text{Po}$	0,0048	209796,94	139688
${}^{204}\text{Po}$	0,0043	$3,13 \cdot 10^6$	$1,93 \cdot 10^6$
${}^{206}\text{Po}$	0,0041	$2,27 \cdot 10^7$	$1,4 \cdot 10^7$
${}^{208}\text{Po}$	0,0040	$8,78 \cdot 10^7$	$9,14 \cdot 10^7$

Таблица 2. То же самое, что и в табл. 1, но для  $\alpha$ -распадов изотопов Rn

${}^xY$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^{\text{th}}, \text{с}$	$T_{1/2}^{\text{exp}}, \text{с}$
${}^{194}\text{Rn}$	0,0105	$3,27 \cdot 10^{-3}$	$7,8 \cdot 10^{-4}$
${}^{196}\text{Rn}$	0,0093	$24,13 \cdot 10^{-3}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$
${}^{198}\text{Rn}$	0,0086	$86,77 \cdot 10^{-3}$	$65 \cdot 10^{-3}$
${}^{200}\text{Rn}$	0,0079	$359,08 \cdot 10^{-3}$	$960 \cdot 10^{-3}$
${}^{202}\text{Rn}$	0,0066	13,61	11,628
${}^{204}\text{Rn}$	0,0060	217,38	98,164
${}^{206}\text{Rn}$	0,0056	1087,98	548,71
${}^{208}\text{Rn}$	0,0056	3340,64	2356,45
${}^{210}\text{Rn}$	0,0055	8332,97	9000

имеют почти сферическую форму в основном состоянии. Экспериментальные данные [74] также показывают, что нейтронно-дефицитные четные и нечетные по массе ядра Pb почти все являются сферическими, до и после заполнения нейтронной подоболочки с  $N = 104$ .

В случае  $\alpha$ -распада  ${}^{196}\text{Rn}$  ( ${}^{194}\text{Rn}$ ) согласие между теорией и экспериментом достигается путем увеличения квадрупольной деформации  $\beta_{2f} = 0,24$  ( $\beta_{2f} = 0,17$ ) или  $\beta_{2f} = -0,35$  ( $\beta_{2f} = -0,24$ ) для дочернего ядра  ${}^{192}\text{Po}$  ( ${}^{190}\text{Po}$ ).



В нашем случае четные изотопы  $^{194-206}\text{Po}$  почти сферические [59, 72, 73]. Это сильное различие в деформациях основного состояния дочерних ядер  $^{190,192}\text{Po}$  и четно-четных  $^{194-206}\text{Po}$  может быть причиной измеренного отклонения времен  $\alpha$ -распадов  $^{194,196}\text{Rn}$  от закона Гейгера–Нэттола. Необходимо отметить, что микроскопическо-макроскопическая модель [59] предсказывает  $\beta_{2f} = -0,207$  и  $0,274$  для основных состояний  $^{192}\text{Po}$  и  $^{190}\text{Po}$  соответственно. Авторы работы [70] считают, что основное состояние ядер  $^{190,192}\text{Po}$  имеет сплюснутую форму ( $\beta_{2f} \approx -0,21$ ). В [75] извлечены среднеквадратичные зарядовые радиусы четных изотопов  $^{192-206}\text{Po}$ , которые сравниваются с известными систематиками и вычислениями. В этой работе сделан вывод, что формы нейтронно-дефицитных изотопов с массовым числом  $A \leq 198$  отклоняются от сферической. Однако для  $^{192}\text{Po}$  отношение экспериментальных значений энергии состояний  $4^+$  и  $2^+$   $R_{4^+/2^+} = 2,31$ , что больше, чем соответствующие отношения для более тяжелых четных изотопов Po [76]. Это отношение указывает на увеличенную по сравнению с более тяжелыми изотопами коллективность в  $^{192}\text{Po}$ . Но оно все еще далеко от величины  $R_{4^+/2^+} = 3,33$ , характерной для сильнодеформированных ядер. В работе [77] показано, что изотопы  $^{192-198}\text{Po}$  не имеют статической деформации в основном состоянии, но жесткость поверхности потенциальной энергии увеличивается с массовым числом  $A$  [75]. Таким образом, вопрос о деформации основных состояний  $^{190,192}\text{Po}$  остается открытым [24].

#### 4. ТОНКАЯ СТРУКТУРА АЛЬФА-РАСПАДОВ ИЗОТОПОВ Th И U

Вычисленные периоды  $T_{1/2}$  для тонкой структуры  $\alpha$ -распадов изотопов U представлены в табл. 3–10. Согласие с экспериментальными данными достаточно хорошее. Данные в таблицах показывают сильный запрет на перенос орбитального момента  $l$ . Зависимость спектроскопического фактора  $S_\alpha$  (6) от массового числа материнского ядра  $A$  также показана в табл. 3–10. Спектроскопические факторы, в целом, уменьшаются с увеличением массового числа ядра. Это связано с ростом значений управляющего потенциала в  $\alpha$ -конфигурациях ДЯС. Для актинидов используемый в рамках модели ДЯС метод расчета  $S_x$  приводит к  $S_\alpha \approx 10^{-2}$ , что близко к значениям, известным из литературы [5, 33].

В табл. 9 и 10 представлены значения предсказаний для тонкой структуры  $\alpha$ -распадов нейтронно-дефицитных изотопов  $^{224,226}\text{U}$ . Было бы интересно сравнить экспериментальные и вычисленные в рамках модели ДЯС интенсивности  $\alpha$ -переходов из  $^{224}\text{U}$  на первые возбужденные  $2^+$ - и  $4^+$ -состояния  $^{220}\text{Th}$ , так как ожидается сильное подавление этих переходов по сравнению с такими же  $\alpha$ -переходами из соседнего ядра  $^{226}\text{U}$  [24].

Таблица 3. Тонкая структура  $\alpha$ -распада  $^{228}\text{U}$ . Параметры ядро-ядерного потенциала  $r_{0z} = 1$  фм,  $r_{0f} = 1,13$  фм,  $a_{0z} = 0,47$  фм,  $a_{0f} = 0,53$  фм. Размер шейки  $b = 0,45$  фм. Параметр квадрупольной деформации  $^{224}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,215$

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$P_{\text{sph}}$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %	$T_{1/2}$ , с	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с
$0^+$	6,8050	0	2,87	$4,46 \cdot 10^{-24}$		418	73,22	70		
$2^+$	6,7069	2	0,6642	$1,38 \cdot 10^{-24}$	0,0181	$1,16 \cdot 10^3$	26,35	29	306,22	546
$4^+$	6,5209	4	$6,45 \cdot 10^{-2}$	$1,26 \cdot 10^{-25}$		$7,22 \cdot 10^4$	0,42	0,56		
$6^+$	6,2703	6	$3,36 \cdot 10^{-3}$	$3,78 \cdot 10^{-27}$		$3,16 \cdot 10^7$	$9,70 \cdot 10^{-4}$	—		

Примечание.  $J^\pi$  — спин-четность уровня дочернего ядра;  $Q$  — энергия распада на соответствующий уровень дочернего ядра;  $l$  — уносимый орбитальный момент;  $|\tilde{X}_l|^2$  — фактор запрета на перенос орбитального момента;  $P_{\text{sph}}$  — проникаемость;  $S_\alpha$  — спектроскопический фактор;  $T_{1/2}^l$  — вычисленный период полураспада в канале с орбитальным моментом  $l$ ;  $\Gamma$  — вычисленная относительная ширина  $\alpha$ -распада;  $\Gamma^{\text{exp}}$  — экспериментальная относительная ширина  $\alpha$ -распада;  $T_{1/2}$  — вычисленный полный период полураспада;  $T_{1/2}^{\text{exp}}$  — экспериментальный полный период полураспада.

Таблица 4. То же самое, что и в табл. 3, но для  $^{230}\text{U}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{226}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,228$

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$P_{\text{sph}}$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %	$T_{1/2}$ , с	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с
$0^+$	5,9930	0	3,31	$8,66 \cdot 10^{-28}$		$2,35 \cdot 10^6$	69,39	67,40		
$2^+$	5,9208	2	0,8447	$2,92 \cdot 10^{-28}$	0,0141	$5,42 \cdot 10^6$	30,09	32	$1,63 \cdot 10^6$	$2,42 \cdot 10^6$
$4^+$	5,7666	4	$9,25 \cdot 10^{-2}$	$2,57 \cdot 10^{-29}$		$3,12 \cdot 10^8$	0,52	0,38		
$6^+$	5,5457	6	$5,48 \cdot 10^{-3}$	$6,17 \cdot 10^{-31}$		$1,49 \cdot 10^{11}$	0,001	—		

Таблица 5. То же самое, что и в табл. 3, но для  $^{232}\text{U}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{228}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,2301$ 

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$P_{\text{sph}}$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %	$T_{1/2}$ , с	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с
$0^+$	5,4140	0	3,42	$6,19 \cdot 10^{-31}$		$3,74 \cdot 10^9$	68,10	68,15		
$2^+$	5,3562	2	0,8890	$2,19 \cdot 10^{-31}$		$8,13 \cdot 10^9$	31,33	31,55	$2,55 \cdot 10^9$	$2,17 \cdot 10^9$
$4^+$	5,2272	4	$9,98 \cdot 10^{-2}$	$1,96 \cdot 10^{-32}$	0,0117	$4,45 \cdot 10^{11}$	0,57	0,3		
$6^+$	5,0358	6	$6,09 \cdot 10^{-3}$	$4,46 \cdot 10^{-34}$		$2,20 \cdot 10^{14}$	0,001	—		

Таблица 6. То же самое, что и в табл. 3, но для  $^{234}\text{U}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{230}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,2441$ 

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$P_{\text{sph}}$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %	$T_{1/2}$ , с	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с
$0^+$	4,8590	0	4,03	$1,73 \cdot 10^{-34}$		$1,27 \cdot 10^{13}$	67,66	71,38		
$2^+$	4,8058	2	1,16	$5,64 \cdot 10^{-35}$	0,0104	$2,70 \cdot 10^{13}$	31,82	28,42	$8,59 \cdot 10^{12}$	$7,74 \cdot 10^{12}$
$4^+$	4,6849	4	0,1458	$4,06 \cdot 10^{-36}$		$1,65 \cdot 10^{15}$	0,52	0,2		
$6^+$	4,5025	6	$1,01 \cdot 10^{-2}$	$6,14 \cdot 10^{-38}$		$1,08 \cdot 10^{18}$	$7,96 \cdot 10^{-4}$	—		

Таблица 7. То же самое, что и в табл. 3, но для  $^{236}\text{U}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{232}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,2608$ 

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$P_{\text{sph}}$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %	$T_{1/2}$ , с	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с
$0^+$	4,5720	0	4,93	$1,46 \cdot 10^{-36}$		$1,27 \cdot 10^{15}$	65,83	73,8		
$2^+$	4,5226	2	1,57	$4,66 \cdot 10^{-37}$	0,0100	$2,49 \cdot 10^{15}$	33,58	25,9	$8,36 \cdot 10^{14}$	$7,39 \cdot 10^{14}$
$4^+$	4,4099	4	0,2233	$3,17 \cdot 10^{-38}$		$1,42 \cdot 10^{17}$	0,59	0,15		
$6^+$	4,2387	6	$1,75 \cdot 10^{-2}$	$4,32 \cdot 10^{-40}$		$9,12 \cdot 10^{19}$	$9,17 \cdot 10^{-4}$	—		

Таблица 8. То же самое, что и в табл. 3, но для  $^{238}\text{U}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{234}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,241$ 

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$P_{\text{sph}}$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %	$T_{1/2}$ , с	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с
$0^+$	4,2700	0	3,97	$5,64 \cdot 10^{-39}$		$4,56 \cdot 10^{17}$	70,83	79,0		
$2^+$	4,2205	2	1,13	$1,61 \cdot 10^{-39}$	0,0089	$1,12 \cdot 10^{18}$	28,83	20,9	$3,23 \cdot 10^{17}$	$1,41 \cdot 10^{17}$
$4^+$	4,1070	4	0,1410	$8,35 \cdot 10^{-41}$		$9,55 \cdot 10^{19}$	0,34	0,078		
$6^+$	3,9336	6	$9,65 \cdot 10^{-3}$	$7,07 \cdot 10^{-43}$		$1,13 \cdot 10^{23}$	$2,86 \cdot 10^{-4}$	—		

Таблица 9. То же самое, что и в табл. 3, но для  $^{224}\text{U}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{220}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,11$ 

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$P_{\text{sph}}$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %	$T_{1/2}$ , с	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с
$0^+$	8,6150	0	1,31	$7,75 \cdot 10^{-18}$		$3,69 \cdot 10^{-4}$	98,05	$\sim 96$		
$2^+$	8,2417	2	0,086	$4,86 \cdot 10^{-19}$	0,0273	0,019	1,94	$\leq 8^*$	$3,62 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-4}$
$4^+$	7,8552	4	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$1,58 \cdot 10^{-20}$		11,69	0,003	—		
$6^+$	7,4490	6	$3,00 \cdot 10^{-5}$	$2,60 \cdot 10^{-22}$		$3,56 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^{-6}$	—		

\* Оценочное ожидаемое значение, указанное в [37].

Таблица 10. То же самое, что и в табл. 3, но для  $^{226}\text{U}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{222}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,153$ 

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$P_{\text{sph}}$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %	$T_{1/2}$ , с	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с
$0^+$	7,7050	0	1,70	$1,08 \cdot 10^{-20}$		0,26	89,54	85		
$2^+$	7,5217	2	0,21	$1,97 \cdot 10^{-21}$	0,0209	2,24	10,39	15	0,23	0,35
$4^+$	7,2652	4	0,0106	$1,34 \cdot 10^{-22}$		363,55	0,06	—		
$6^+$	6,9550	6	$2,82 \cdot 10^{-4}$	$3,54 \cdot 10^{-24}$		$3,54 \cdot 10^5$	$6,6 \cdot 10^{-5}$	—		

В табл. 11 и 12 показаны результаты вычислений для тонкой структуры  $\alpha$ -распада для четных изотопов тория  $^{224,226}\text{Th}$ . Значения параметров квадрупольной деформации  $\beta_{2f}$  дочерних ядер взяты из работы [58]. В расчетах проницаемости барьера учтена октупольная деформация  $\beta_{3f} = -0,1$  дочерних ядер, чтобы снять запрет на перенос нечетных угловых моментов. Во всех остальных приведенных таблицах  $\beta_{3f} = 0$ . Отрицательный знак  $\beta_{3f}$  в табл. 11 и 12 выбран, исходя из данных работы [72], хотя наши расчеты не зависят от выбора знака. Спектроскопические факторы  $S_\alpha$  вычислялись при  $\beta_{3f} = 0$  во всех случаях. Учет октупольной деформации в ядро-ядерном потенциале приводит лишь к небольшому увеличению значений  $S_\alpha$ . Значения  $|\tilde{X}_l|^2$ , а следовательно, и проницаемости барьера для нечетных  $l$  гораздо более чувствительны к изменению  $\beta_{3f}$ , чем  $\beta_{2f}$ , тогда как значения  $|\tilde{X}_l|^2$  для четных орбитальных моментов одинаково чувствительны как к значениям параметра квадрупольной, так и к значениям параметра октупольной деформаций.

Для  $^{224}\text{Th}$  (табл. 11) экспериментально обнаружен распад на третий возбужденный уровень дочернего ядра  $^{220}\text{Ra}$ , предположительно  $1^-$ , принадлежащий полосе альтернативной четности. Согласно законам сохранения спина и четности распад на этот уровень должен идти с орбитальным угловым моментом  $l = 1$ . Вычисленные в рамках модели полный период  $T_{1/2}$   $\alpha$ -распада и распределение ширин для  $^{224}\text{Th}$  достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными [37]. Лишь вычисленная ширина распада на нечетный уровень  $1^-$  дочернего ядра сильно меньше экспериментальной, в отличие от результатов для перехода на уровень  $3^-$  дочернего ядра, который хорошо описывается.

В табл. 12 приводятся результаты расчета тонкой структуры  $\alpha$ -распада  $^{226}\text{Th}$ . Вычисленное распределение ширин переходов на основной и первые четыре возбужденных уровня дочернего ядра  $^{222}\text{Ra}$  достаточно хорошо соответствует экспериментальному распределению. Вычисленный полный период полураспада получился немного меньше экспериментального, различие не превышает 20 %.

Тонкая структура  $\alpha$ -распада проявляется, в первую очередь, из-за зависимости парциальных ширин распада от уносимого орбитального углового момента. Расчеты тонкой структуры  $\alpha$ -распада для ядра  $^{233}\text{U}$  представлены в табл. 13. Спин-четность  $J^\pi$  основного состояния ядра  $^{233}\text{U}$  —  $5/2^+$ , для основного состояния дочернего ядра  $^{229}\text{Th}$  —  $5/2^+$ . Поэтому основным каналом распада является  $\alpha$ -переход на основное состояние дочернего ядра  $^{229}\text{Th}$  [37]. Вычисленное и экспериментальное распределения ширин  $\alpha$ -переходов хорошо согласуются друг с другом (табл. 13), как и в случае четных ядер (см. табл. 3–10). Рассчитанный период полураспада  $T_{1/2} = 8,30 \cdot 10^{12}$  с близок к экспериментальному  $T_{1/2}^{\text{exp}} = 5,02 \cdot 10^{12}$  с [37]. Экспериментально измерен слабый (относительная ширина составляет 0,01 %) пере-

Таблица 11. Тонкая структура  $\alpha$ -распада  $^{224}\text{Th}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{220}\text{Ra}$   $\beta_{2f} = 0,16$  [58]. Параметр октупольной деформации  $^{220}\text{Ra}$   $\beta_{3f} = -0,1$ . Полный рассчитанный период  $T_{1/2} = 0,71$  с, а экспериментальное значение  $T_{1/2}^{\text{exp}} = 1,05$  с [37]

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$S_\alpha$	$T_{1/2}$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %
$0^+$	7,302	0	2,075	0,022	0,79	89,45	79
$2^+$	7,124	2	0,296	0,020	7,03	10,02	19
$4^+$	6,892	4	0,029	0,018	628,20	0,11	—
$(1^-)$	6,889	1	0,070	0,018	387,86	0,18	1,2
$(3^-)$	6,828	3	0,098	0,017	319,53	0,22	0,3
$(5^-)$	6,667	5	0,017	0,016	11822	0,006	—
$6^+$	6,614	6	0,004	0,015	111435	$6,3 \cdot 10^{-4}$	—

Примечание.  $J^\pi$  — спин и четность уровней дочернего ядра;  $Q$  — энергия распада на эти уровни;  $l$  — орбитальный момент ДЯС;  $|\tilde{X}_l|^2$  — фактор запрета на перенос орбитального момента;  $S_\alpha$  — спектроскопический фактор;  $T_{1/2}$  — парциальный период полураспада;  $\Gamma$  — вычисленная относительная ширина  $\alpha$ -распада;  $\Gamma^{\text{exp}}$  — экспериментальная относительная ширина  $\alpha$ -распада.

Таблица 12. Тонкая структура  $\alpha$ -распада  $^{226}\text{Th}$  (обозначения см. в табл. 11). Параметр квадрупольной деформации  $^{222}\text{Ra}$   $\beta_{2f} = 0,192$  [58]. Параметр октупольной деформации  $^{222}\text{Ra}$   $\beta_{3f} = -0,1$ . Полный рассчитанный период  $T_{1/2} = 1483$  с, а экспериментальное значение  $T_{1/2}^{\text{exp}} = 1834$  с [37]

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$S_\alpha$	$T_{1/2}$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %
$0^+$	6,451	0	2,741	0,018	1871,89	79,21	75,5
$2^+$	6,340	2	0,556	0,016	7786,27	19,04	22,8
$1^-$	6,209	1	0,146	0,016	178752	0,83	1,26
$4^+$	6,150	4	0,070	0,015	514386	0,29	0,187
$3^-$	6,134	3	0,163	0,015	243076	0,61	0,206
$(5^-)$	5,978	5	0,037	0,014	$9,02 \cdot 10^6$	0,02	$2,3 \cdot 10^{-4*}$
$(6^+)$	5,901	6	0,010	0,013	$1,13 \cdot 10^8$	$1,31 \cdot 10^{-3}$	—
$(7^-)$	5,748	7	0,004	0,012	$3,15 \cdot 10^9$	$4,71 \cdot 10^{-5}$	—
$(8^+)$	5,608	8	0,001	0,011	$1,07 \cdot 10^{11}$	$1,39 \cdot 10^{-6}$	—
$(0^+)$	5,537	0	2,811	0,012	$9,23 \cdot 10^7$	$1,61 \cdot 10^{-3}$	$3,4 \cdot 10^{-4*}$
$(9^-)$	5,459	9	$3,49 \cdot 10^{-4}$	0,010	$5,74 \cdot 10^{12}$	$2,59 \cdot 10^{-8}$	—
$2^+$	5,426	2	0,584	0,012	$5,15 \cdot 10^8$	$2,88 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4*}$

\* Каналы, в которых  $\alpha$ -распады не наблюдались, но приведена оценка ширины [37].

Таблица 13. Расчет тонкой структуры  $\alpha$ -распада  $^{233}\text{U}$  ( $5/2^+$ ) на ротационную полосу основного состояния  $^{229}\text{Th}$ . Параметр квадрупольной деформации  $^{229}\text{Th}$   $\beta_{2f} = 0,19$ 

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$S_\alpha$	$T_{1/2}^l$ , с	$\Gamma$ , %	$\Gamma^{\text{exp}}$ , %
$5/2^+$	4,908	0	2,334	0,009	$1,17 \cdot 10^{13}$	89,64	84,3
		2	0,438	0,009	$8,68 \cdot 10^{13}$		
		4	0,035	0,005	$3,31 \cdot 10^{15}$		
$7/2^+$	4,866	2	0,438	0,007	$1,48 \cdot 10^{14}$	6,40	13,2
		4	0,035	0,005	$4,95 \cdot 10^{15}$		
		6	0,001	0,008	$1,84 \cdot 10^{17}$		
$9/2^+$	4,811	2	0,439	0,009	$2,42 \cdot 10^{14}$	3,91	1,61
		4	0,035	0,006	$8,91 \cdot 10^{15}$		
		6	0,001	0,005	$5,74 \cdot 10^{17}$		
$11/2^+$	4,745	4	0,035	0,007	$1,90 \cdot 10^{16}$	0,049	0,042
		6	0,001	0,005	$1,59 \cdot 10^{18}$		
		8	$3,93 \cdot 10^{-5}$	0,008	$1,38 \cdot 10^{20}$		

ход на уровень  $J^\pi = 5/2^-$ . Очень близко по энергии к основному состоянию расположено первое возбужденное состояние  $J^\pi = 3/2^+$  ( $E^* = 7,6$  кэВ). В экспериментальной картине тонкой структуры оно не представлено, что говорит о том, что либо деформация дочернего ядра в этом состоянии равна нулю, либо четность данного состояния отрицательна. Альфа-переход на уровень  $5/2^+$  ( $E^* = 0,0292$  МэВ) имеет относительную ширину 0,28 %. Чтобы вычисленная относительная ширина приблизилась к этому значению, необходимо либо выбрать для данного состояния почти нулевую деформацию, либо изменить его спин или четность (например, на  $7/2^+$  или  $5/2^-$ ), либо изменить и то и другое. Для остальных уровней положительной четности, но не относящихся к вращательной полосе основного состояния, наилучшим вариантом для описания экспериментальных относительных ширин  $\alpha$ -переходов стал бы вариант с увеличением всех спинов этих состояний дочернего ядра на единицу при сохранении четности и значения параметра квадрупольной деформации.

Результаты в табл. 3–13 указывают на правильность учета орбитальной части волновой функции ДЯС при описании тонкой структуры  $\alpha$ -распада ядер.

## 5. АЛЬФА-РАСПАД ИЗ РОТАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ

В рамках модели ДЯС возможно построение коллективных спектров ядер. Метод построения представлен в целом ряде работ [29–32]. Он заключается в определении собственных значений энергии для основного четного и пер-

вого нечетного уровней в пространстве зарядовой (массовой) асимметрии в случае различных спинов ядра  $\Omega$ . Спин ядра  $\Omega$  складывается из спинов ядер ДЯС и орбитального момента  $l$ . Четность определяется произведением четностей ядер ДЯС, фактора  $(-1)^l$  и четности состояния в пространстве зарядовой (массовой) асимметрии. Сначала строится управляющий потенциал (2) для основного состояния ядра. В нем определяется уровень моноядра  $U(\eta_Z = 1)$  путем поиска собственного значения  $E_0$  энергии основного состояния (решение волнового уравнения (1)) и приведения его к  $E_0 = 0$ . Зависимость  $U(\eta_Z = 1)$  от спина моделируется добавлением к ней энергии жесткого ротатора. Для каждого спина уравнение (1) решается с новым  $U$ , а полученное значение  $E_0$  будет вычисленным значением энергии коллективного уровня с такой же четностью, как и у основного состояния. Если, решая уравнение (1), получить первый нечетный возбужденный уровень, то собственное значение его энергии  $E_1$  будет вычисленным значением энергии коллективного уровня альтернативной четности.

Вращательные полосы для четных и нечетных ядер качественно отличаются. Для четных ядер уровни нормальной и альтернативной четности следуют по спину через двойку ( $0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$ , ... и  $1^-$ ,  $3^-$ ,  $5^-$  ...). Этого требует закон сохранения четности. Для нечетных ядер — через единицу ( $5/2^+$ ,  $7/2^+$ ,  $9/2^+$ , ... и  $5/2^-$ ,  $7/2^-$ ,  $9/2^-$ , ...). Примеры вычисленных полос нормальной и альтернативной четности для четного ядра  $^{236}\text{U}$  показаны в табл. 14. В табл. 15 сравниваются значения вычисленной энергии уровней

Таблица 14. Вычисленные  $E$  и экспериментальные  $E_{\text{exp}}$  [37] энергии вращательных состояний положительной и отрицательной четности для ядра  $^{236}\text{U}$

$\Omega^\pi$	$E$ , МэВ	$E_{\text{exp}}$ , МэВ
$0^+$	0	0
$1^-$	0,655	0,688
$2^+$	0,045	0,049
$3^-$	0,731	0,774
$4^+$	0,151	0,150
$5^-$	0,866	0,848
$6^+$	0,318	0,310
$7^-$	1,062	1,000
$8^+$	0,545	0,522
$9^-$	1,318	1,199
$10^+$	0,832	0,782

Таблица 15. Вычисленные  $E$  и экспериментальные  $E_{\text{exp}}$  [37] энергии вращательных состояний положительной и отрицательной четности для ядра  $^{233}\text{U}$  (основное состояние  $\Omega^\pi = 5/2^+$ )

$\Omega^\pi$	$E$ , МэВ	$E_{\text{exp}}$ , МэВ
$5/2^-$	0,287	0,299
$7/2^-$	0,327	0,321
$9/2^-$	0,379	0,354
$11/2^-$	0,442	0,398
$13/2^-$	0,516	—
$15/2^-$	0,602	0,522
$17/2^-$	0,698	—
$19/2^-$	0,805	—
$21/2^-$	0,922	—



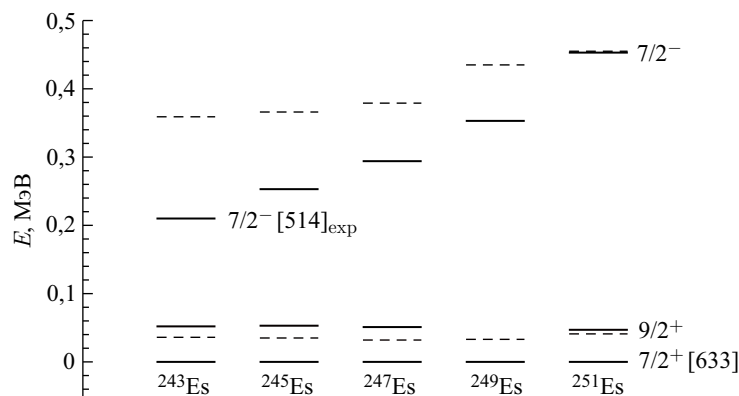


Рис. 10. Вычисленные в рамках модели ДЯС (штриховые линии) вращательные уровни  $9/2^+$  (построен на основном состоянии) и  $7/2^-$  (построен на одночастичном состоянии  $3/2^- [521]$ ) в сравнении с экспериментальными данными [35] (сплошные линии) для состояний  $9/2^+$  и предполагаемых состояний  $7/2^- [514]$  для некоторых нечетных изотопов Es. Основное состояние  $7/2^+ [633]$  указано

полосы альтернативной четности нечетного ядра  $^{233}\text{U}$  с экспериментальными данными. Как видно, отклонение теории от эксперимента может составить около 80 кэВ. Вращательные полосы можно строить и на возбужденных состояниях. Для этого необходимо учитывать спин-четность состояния, выбранного основанием, и энергию возбуждения, определяемую при вычислении управляющего потенциала. Все остальные действия остаются без изменений. На рис. 10 показан пример такого расчета для некоторых уровней нечетных изотопов Es в сравнении с экспериментом [35]. Основанием ротационной полосы выбран низколежащий уровень  $3/2^- [521]$ . Переход с состояния  $3/2^- [521]$  на основное состояние  $7/2^+ [633]$ , как оценивается, требует  $T_\gamma \approx 0,4$  мс для нечетных изотопов Es. Таким образом, данное состояние можно считать изомерным. Вращательная полоса, построенная на этом уровне, получается расположенной чуть выше аналогичной полосы, построенной на основном состоянии  $7/2^+ [633]$ .

На рис. 11 приводится предсказание возможного положения полосы альтернативной четности для ядра  $^{253}\text{No}$ . Вычисленные уровни ротационной полосы нормальной четности хорошо согласуются с экспериментальными данными. Это позволяет надеяться на корректность предсказания полосы альтернативной четности. В наших вычислениях значения энергии уровней сильно зависят от значения параметра шейки  $b$ , прямо влияющего на величину обратной инерции  $(B)_{\eta_z \eta_z}^{-1}$  в (1). Правильный выбор величины этого параметра особенно важен при определении энергии уровней именно альтернативной четности, так как он сильно влияет на положение по энергии первого уровня

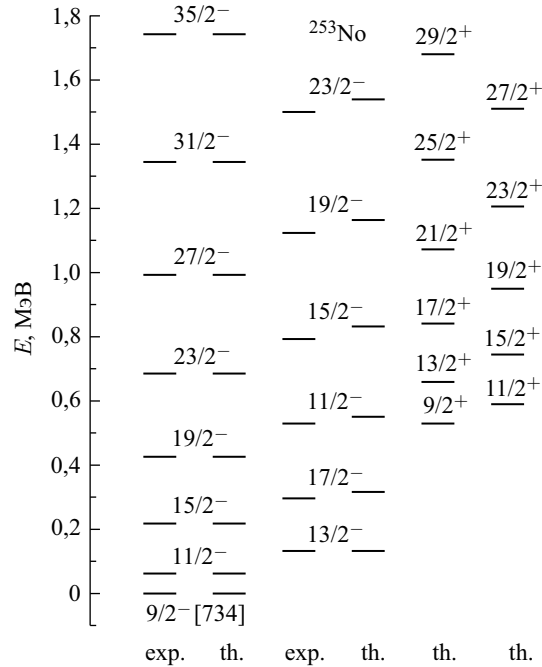


Рис. 11. Рассчитанные в рамках модели ДЯС вращательные полосы альтернативной четности (th.) ядра  $^{253}\text{No}$  в сравнении с экспериментальными данными (exp.) [36]

при решении уравнения Шредингера (1). Чем меньше значение  $b$ , тем выше расположен уровень.

Если в рамках модели ДЯС можно рассчитать вращательные полосы, то можно вычислить и периоды  $T_{1/2}$  для  $\alpha$ -распадов с этих ротационных полос. Пользуясь формулами (21) и (22), подставив туда новое значение спина  $\Omega \neq \Omega_{\text{gs}}$ , можно вычислить ширину (период) распада с возбужденного состояния материнского ядра. Фактор запрета на перенос орбитального момента  $|X_l|^2$  (см. рис. 5, 6 и формулу (20)) обеспечивает максимальную ширину распада на уровень дочернего ядра с теми же значениями спина-четности. Проницаемость барьера  $P_{\text{sph}}$ , благодаря большей энергии реакции, наоборот, будет способствовать тому, чтобы максимальная ширина распада приходилась на основное состояние дочернего ядра. Как показали вычисления, для  $\alpha$ -распадов с низколежащих уровней материнского ядра большое значение имеет фактор  $|X_l|^2$ . В полную ширину распада большие вклады дают переходы на уровни дочернего ядра в интервале, начиная с состояния с такими же значениями спина-четности, что и у материнского ядра (орбитальный момент  $l = 0$ ) и заканчивая основным или ближайшим к нему (максимальная  $P_{\text{sph}}$ )

состоянием. Переходы на вышележащие состояния будут сильно подавлены. Таким образом, получается как бы «тонкая структура наоборот». Конечно, наблюдение  $\alpha$ -переходов из ротационных состояний возможно, если время жизни этих состояний по отношению к  $\gamma$ -переходам на нижайшие состояния не сильно меньше времени  $\alpha$ -распада.

Пример зависимости  $S_\alpha$  от спина материнского ядра  $^{220}\text{Th}$  показан на рис. 12. Видно, что спектроскопические факторы нечетных состояний заметно больше, чем четных состояний. Такая картина характерна для четно-нечетных ядер.

Зависимость полного периода полураспада  $T_{1/2}$  от спина  $\Omega$  материнского ядра  $^{236}\text{U}$  показана на рис. 13. Заметно уменьшение  $T_{1/2}$  с ростом  $\Omega$ . Видна также зависимость от четности. Переходы с четных уровней ( $\Omega$ ) имеют больший  $T_{1/2}$ , чем переходы с нечетных уровней ( $\Omega + 1$ ). Основной вклад в полную ширину  $\alpha$ -распада из возбужденных состояний ядра  $^{236}\text{U}$ , вплоть до уровня  $20^+$ , вносят переходы с  $l$  не больше 4–6. Рост проницаемости  $P_{\text{sph}}$

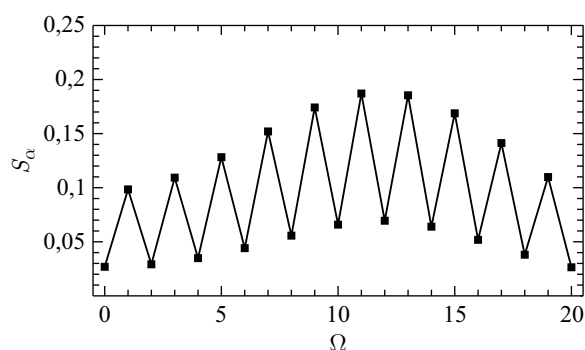


Рис. 12. Зависимость  $S_\alpha$  от спина  $\Omega$  материнского ядра  $^{220}\text{Th}$

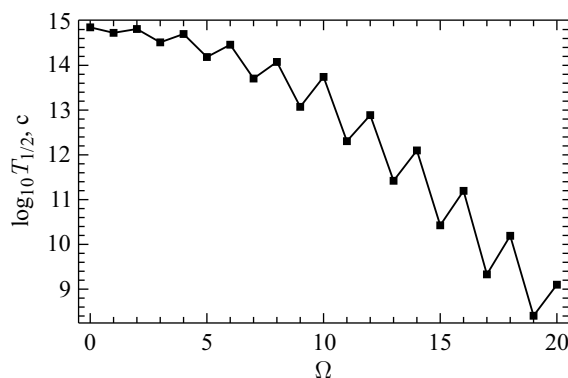


Рис. 13. Рассчитанная зависимость  $T_{1/2}$   $\alpha$ -распада от спина  $\Omega$  материнского ядра  $^{236}\text{U}$

не компенсирует уменьшения фактора  $|X_l|^2$  при высоких  $l$ . К тому же для  $l$  порядка 10 в ядро-ядерном потенциале взаимодействия  $V$  заметную роль начинает играть центробежная составляющая. В случае  $\alpha$ -распада данный эффект замедляет рост  $P_{\text{sph}}$ . Что касается спектроскопического фактора, то его относительное увеличение также весьма слабое по сравнению с уменьшением  $|X_l|^2$ .

## 6. КЛАСТЕРНАЯ РАДИОАКТИВНОСТЬ

В этом разделе рассматриваются только распады из основного состояния четно-четных ядер. Поэтому в расчетах спектроскопических факторов и периодов полураспада  $\Omega = 0$ . Зависимость спектроскопических факторов  $S_x$  от массового числа  $A$  материнских ядер для области «свинцовой» радиоактивности определена по формуле (6) и представлена на рис. 14.  $S_x$  имеют общую глобальную тенденцию убывать при увеличении  $A$  материнского ядра. Заметно, что точки, отвечающие кластерам с одинаковым зарядовым числом, группируются вдоль линий, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. В случае, когда у материнского ядра увеличивается заряд при постоянном массовом числе, спектроскопические факторы одинаковых кластеров увеличиваются или остаются практически постоянными. Последнее также характерно для области «оловянной» радиоактивности (рис. 15). При сильном увеличении  $A_x$  спектроскопический фактор стремится к некоторому постоянному значению или, пройдя через минимум, обратно возрастает. Для различных кластеров характер зависимости  $-\log_{10} S_x$  от  $A$  существенно не отличается.

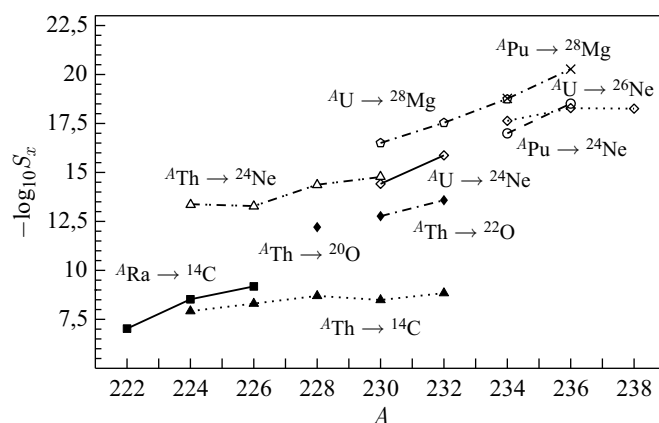


Рис. 14. Зависимость спектроскопического фактора  $S_x$  от массового числа  $A$  материнского ядра для области «свинцовой» радиоактивности

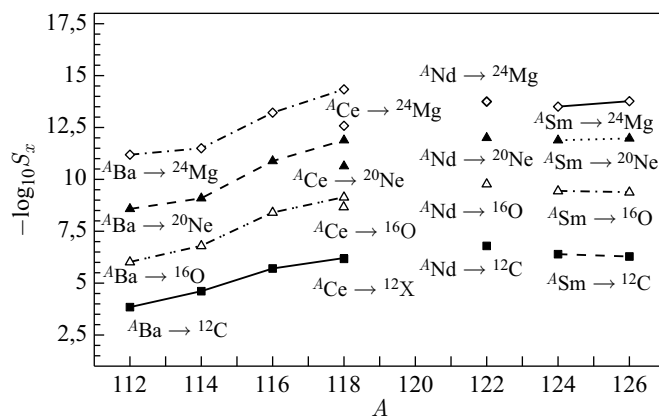


Рис. 15. Зависимость спектроскопического фактора от массового числа  $A$  материнского ядра для области «оловянной» радиоактивности

В области «свинцовой» радиоактивности спектроскопический фактор в большинстве случаев экспоненциально падает с ростом зарядового числа кластера до  $Z_x = 10$ . Дальнейший рост  $Z_x$  приводит к уменьшению скорости падения. Данное поведение может быть связано с тем, что тяжелые кластерные конфигурации оказываются за критической точкой Бусинаро–Галлоне, после которой потенциальная энергия двойной ядерной системы уменьшается с симметризацией системы [21, 28]. Необходимы новые экспериментальные данные по радиоактивной эмиссии кластеров с  $Z_x = 14–20$  для проверки данного объяснения.

По абсолютной величине вычисленные в данной работе спектроскопические факторы для области «свинцовой» радиоактивности получаются больше на 2–3 порядка, чем спектроскопические факторы, полученные в рамках трансляционно-инвариантной модели оболочек [5, 33]. Например, наши значения  $S_x$  для кластеров  $^{24}\text{Ne}$  в  $^{230}\text{Th}$  и  $^{28}\text{Mg}$  в  $^{234}\text{U}$  больше на 3 и 2 порядка соответственно. Если сравнивать наши расчеты для области «оловянной» радиоактивности ( $A \sim 130$ ) с результатами, полученными в рамках оболочечной модели [5, 33], то спектроскопические факторы в обоих подходах практически равны для  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$  и  $^{24}\text{Mg}$ . Исключение составляет  $^{12}\text{C}$ , для которого наше значение  $S_x$  на порядок больше. Надо отметить, данный метод расчета спектроскопического фактора приводит к  $S_\alpha \approx 10^{-2}$  в актинидах, что близко к значениям, известным из литературы [5, 33].

Поскольку спектроскопический фактор является величиной экспериментально не наблюдаемой, для проверки реалистичности данной модели необходимо рассчитать кластерные периоды полураспада. Используя ширину

распада  $\Gamma_x$  из формулы (21), можно определить период полураспада:

$$T_{1/2} = \hbar \ln(2) / \Gamma_x.$$

В табл. 16 представлены вычисленные по этой формуле периоды полураспада для некоторых реакций в сравнении с экспериментальными значениями  $T_{1/2}^{\text{exp}}$ . Практически точное совпадение между измеренным и вычисленным периодами полураспада получается для реакций  $^{222}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ ,  $^{228}\text{Th} \rightarrow ^{20}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ ,  $^{234}\text{U} \rightarrow ^{26}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$ ,  $^{236}\text{U} \rightarrow ^{30}\text{Mg} + ^{206}\text{Hg}$ ,  $^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{32}\text{Si} + ^{206}\text{Hg}$  и  $^{242}\text{Cm} \rightarrow ^{34}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$ . Приблизительно на порядок меньше экспериментальных значений получились вычисленные значения периодов в распадах  $^{232}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$  и  $^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{208}\text{Pb}$ . Если сравнивать с работой [22], где проницаемость барьера вычислялась в одномерном ВКБ-приближении по координате  $R$  (при  $\theta = 0$ ), то лучше стали описываться распады с выходом изотопов кремния.

Таблица 16. Сравнение экспериментально измеренных периодов полураспада  $T_{1/2}^{\text{exp}}$  с теоретическими  $T_{1/2}$ .  $Q$  — энергия реакции

$A \rightarrow A_x + A_f$	$Q$ , МэВ	$T_{1/2}^{\text{exp}}$ , с	$T_{1/2}$ , с
$^{222}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	33,05	$1,7 \cdot 10^{11}$	$2,3 \cdot 10^{11}$
$^{228}\text{Th} \rightarrow ^{20}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	44,73	$5,4 \cdot 10^{20}$	$5,1 \cdot 10^{20}$
$^{232}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$	62,32	$2,5 \cdot 10^{20}$	$2,7 \cdot 10^{19}$
$^{234}\text{U} \rightarrow ^{26}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$	59,48	$1,2 \cdot 10^{25}$	$2,1 \cdot 10^{25}$
$^{236}\text{U} \rightarrow ^{30}\text{Mg} + ^{206}\text{Hg}$	72,51	$3,8 \cdot 10^{27}$	$8,3 \cdot 10^{26}$
$^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{208}\text{Pb}$	79,85	$3,5 \cdot 10^{21}$	$3,4 \cdot 10^{20}$
$^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{32}\text{Si} + ^{206}\text{Hg}$	91,20	$1,9 \cdot 10^{25}$	$1,1 \cdot 10^{25}$
$^{242}\text{Cm} \rightarrow ^{34}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$	96,52	$1,4 \cdot 10^{23}$	$4,8 \cdot 10^{23}$

Использование (21) означает учет того, что разлет ядер возможен не только с наиболее энергетически выгодной ориентацией  $\theta = 0$  [21], когда деформированный ( $\beta_{2x} > 0$ ) легкий кластер касается дочернего ядра «носом» (для  $\beta_{2x} < 0$  наиболее благоприятна ориентация  $\theta = \pi/2$ ), но и с другими ориентациями. С увеличением заряда кластера средний угол вылета уменьшается из-за возрастания поляризующих сил.

На рис. 16 видна схожесть зависимостей  $|\tilde{X}_0|^2$  и отношения проницаемости барьера для  $\beta_{2x} \neq 0$  при  $\theta = 0$  к  $P_{\text{sph}}$  от  $Z_x$ . Чтобы получить совпадение и по абсолютной величине, необходимо умножить  $|\tilde{X}_0|^2$  на постоянную величину. Так как метод вычисления спектроскопических факторов в данной работе и в [22] один и тот же, то для получения тех же экспериментальных

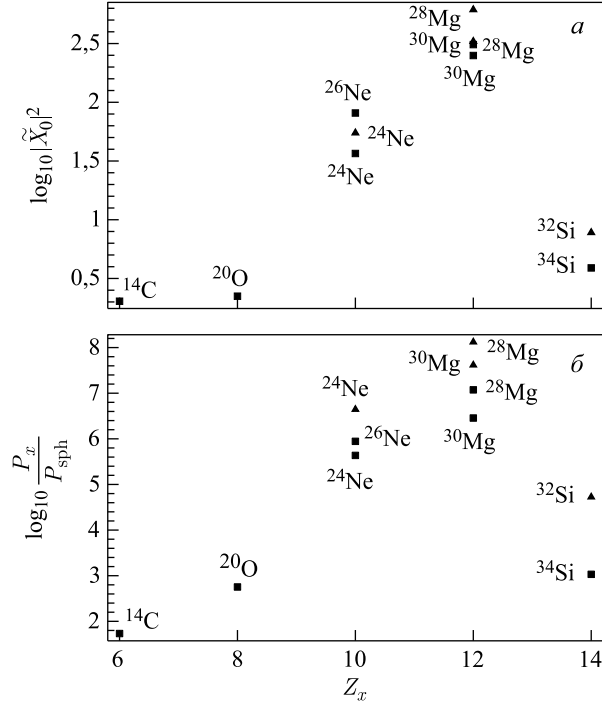


Рис. 16. Зависимости от  $Z_x$   $|\tilde{X}_0|^2$  (а) и отношения проницаемости потенциального барьера  $P_x$  ( $\beta_{2x} \neq 0$ ), вычисленной в одномерном ВКБ-приближении с учетом квадрупольной деформации, к проницаемости барьера  $P_x$  ( $\beta_{2x} = 0$ ) =  $P_{\text{sph}}$  для сферических продуктов распада (б). Около точек указаны легкие кластеры. Квадраты и треугольники соответствуют распадам, где дочерние ядра  $^{208}\text{Pb}$  и  $^{206}\text{Hg}$  соответственно

периодов полураспада (табл. 16) необходимо при переходе от одномерного ВКБ-приближения к (21) перенормировать массовый параметр по координате  $\eta_Z$ .

## 7. ТОНКАЯ СТРУКТУРА КЛАСТЕРНОГО РАСПАДА

В рамках представленной модели можно объяснить тонкую структуру распада  $^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{209}\text{Pb}$ , где на основное состояние  $^{209}\text{Pb}$  с  $J^\pi = 9/2^+$  приходится 16% ширины, а на возбужденное с  $J^\pi = 11/2^+$  и энергией 0,779 МэВ — 84%. Основное состояние  $^{223}\text{Ra}$  имеет  $\Omega^\pi = 3/2^+$ . При распаде на основное состояние  $^{209}\text{Pb}$  орбитальный момент  $l$  может принимать значения от 3 до 6. Согласно закону сохранения четности возможны только переходы с  $l = 4$  и 6. В случае распада на первое возбужденное состояние  $^{209}\text{Pb}$  значение  $l$  лежит в интервале от 4 до 7, и только значения  $l = 4$  и 6

удовлетворяют закону сохранения четности. Разница между  $T_{1/2}$  с  $l = 4$  в первом и втором случаях состоит в возможном различии деформаций основного и первого возбужденного состояний тяжелого дочернего ядра.

Экспериментальные данные по тонкой структуре  $\alpha$ -распада нечетных ядер косвенно указывают на возможное сильное различие структуры основного и возбужденных состояний дочерних ядер. Увеличение параметра квадрупольной деформации для первого возбужденного состояния тяжелого дочернего ядра  $^{209}\text{Pb}$   $J^\pi = 11/2^+$  приведет к понижению значения управляющего потенциала ДЯС  $^{14}\text{C} + ^{209}\text{Pb}$ . Увеличение  $\beta_{2f}$  до 0,05 понижает значение  $U$  до немного меньшего, чем для перехода на основное состояние  $^{209}\text{Pb}$  с  $\beta_{2f} = 0,02$ , что означает предпочтительность канала распада на первое возбужденное состояние  $^{209}\text{Pb}$ . Такое изменение увеличит  $|\tilde{X}_4|^2$  почти на 2 порядка, чего как раз будет достаточно, чтобы описать тонкую структуру кластерного распада  $^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C}$  (табл. 17). Таким образом, для описания тонкой структуры КР необходимо, чтобы параметры квадрупольной деформации основного и первого возбужденного состояний дочернего ядра относились, как 0,02/0,05, и тогда

$$\frac{W(3/2^+ \rightarrow 9/2^+)}{W(3/2^+ \rightarrow 11/2^+)} = \frac{16,35}{83,65}.$$

Экспериментальные данные по тонкой структуре КР можно использовать для оценки параметров квадрупольной деформации возбужденных состояний

**Таблица 17. Расчет тонкой структуры распада  $^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{209}\text{Pb}$  в рамках модели ДЯС с учетом угловых моментов. Значения параметров для расчета потенциала:  $\beta_{2x} = 0,36$ ,  $a_{0x} = 0,55$  фм,  $a_{0f} = 0,56$  фм,  $r_{0x} = 1,15$  фм,  $r_{0f} = 1,16$  фм. При вычислении  $S_{14\text{C}}$  параметр шейки  $b = 0,45$  фм. Параметры деформации основного и возбужденного состояний ядра  $^{209}\text{Pb}$   $\beta_{2f} = 0,02$  и  $0,05$  соответственно**

$J^\pi$	$Q$ , МэВ	$l$	$ \tilde{X}_l ^2$	$T_{1/2}$ , с	$\Gamma$ , %
$9/2^+$	31,839	4	0,004	$5,12 \cdot 10^{16}$	16,34
		6	$4,09 \cdot 10^{-6}$	$6,94 \cdot 10^{19}$	0,01
$11/2^+$	31,060	4	0,5580	$9,99 \cdot 10^{15}$	83,47
		6	0,0019	$4,66 \cdot 10^{18}$	0,18

*Примечание.*  $J^\pi$  — спин-четность для основного и возбужденного состояний  $^{209}\text{Pb}$ ;  $Q$  — энергия распада;  $l$  — орбитальный момент ДЯС;  $|\tilde{X}_l|^2$  — фактор запрета на перенос орбитального момента;  $T_{1/2}$  — парциальный период полураспада, усредненный по всем возможным значениям проекции  $K$ ;  $\Gamma$  — доля полной ширины для каждого канала в %.



ядер. Вычисленный полный период  $T_{1/2} = 8,34 \cdot 10^{15}$  с получается близким к экспериментальному периоду полураспада.

## 8. ПРЕДСКАЗАНИЯ

Предсказания возможных реакций кластерного распада для области «свинцовой» радиоактивности приведены в табл. 18. Здесь же представлены распады с  $T_{1/2} < 10^{30}$  с, что является экспериментальным пределом для регистрации кластерного распада в настоящее время. В области «свинцовой» радиоактивности экспериментаторам следует обратить внимание на изотопы  $^{224,226,230}\text{Th}$  для поиска распадов с выходом изотопов кислорода и неона, и из  $^{220}\text{Ra}$  возможен распад с выходом  $^{12}\text{C}$  с малым  $T_{1/2}$ . Среди изотопов юрия перспективным источником кластерного распада является  $^{240}\text{Cm}$ . Данное ядро может испускать изотопы магния, кремния и серы. Полученные результаты практически совпадают с предсказаниями в [22] с точностью меньше или около одного порядка. В [22] для тяжелых материнских ядер предсказанные  $T_{1/2}$  получаются больше, чем в табл. 18. Различие увеличивается с ростом

Таблица 18. Предсказания возможных реакций распада в области «свинцовой» радиоактивности

$A \rightarrow A_x + A_f$	$Q$ , МэВ	$T_{1/2}$ , с
$^{220}\text{Ra} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	32,02	$2,8 \cdot 10^{11}$
$^{224}\text{Th} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	46,49	$6,6 \cdot 10^{13}$
$^{224}\text{Th} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{200}\text{Hg}$	55,46	$4,3 \cdot 10^{24}$
$^{226}\text{Th} \rightarrow ^{18}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	45,73	$4,3 \cdot 10^{16}$
$^{226}\text{Th} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{202}\text{Hg}$	56,50	$7,0 \cdot 10^{22}$
$^{230}\text{Th} \rightarrow ^{22}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	43,34	$4,1 \cdot 10^{24}$
$^{230}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{206}\text{Pb}$	61,35	$2,1 \cdot 10^{19}$
$^{230}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{202}\text{Hg}$	73,98	$1,9 \cdot 10^{21}$
$^{234}\text{Pu} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{210}\text{Po}$	62,26	$5,8 \cdot 10^{22}$
$^{234}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{206}\text{Pb}$	79,33	$4,9 \cdot 10^{19}$
$^{234}\text{Pu} \rightarrow ^{32}\text{Si} + ^{202}\text{Hg}$	91,78	$4,5 \cdot 10^{24}$
$^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{32}\text{Si} + ^{204}\text{Hg}$	91,68	$4,0 \cdot 10^{25}$
$^{240}\text{Pu} \rightarrow ^{34}\text{Si} + ^{206}\text{Hg}$	91,04	$1,6 \cdot 10^{27}$
$^{240}\text{Cm} \rightarrow ^{30}\text{Mg} + ^{210}\text{Po}$	76,56	$8,1 \cdot 10^{26}$
$^{240}\text{Cm} \rightarrow ^{32}\text{Si} + ^{208}\text{Pb}$	97,56	$2,5 \cdot 10^{21}$
$^{240}\text{Cm} \rightarrow ^{36}\text{S} + ^{204}\text{Hg}$	107,09	$2,6 \cdot 10^{27}$
$^{244}\text{Cm} \rightarrow ^{34}\text{Si} + ^{210}\text{Pb}$	93,15	$4,1 \cdot 10^{28}$
$^{244}\text{Cm} \rightarrow ^{38}\text{S} + ^{206}\text{Hg}$	106,27	$3,3 \cdot 10^{29}$

массы и заряда материнских ядер. Видно, что хотя спектроскопические факторы и проницаемости ядро-ядерного потенциала в данной работе и в [22] могут сильно различаться, но их произведения (периоды полураспада) остаются почти одинаковыми. Поэтому в рамках той или иной модели необходима самосогласованность при вычислениях спектроскопического фактора и проницаемости ядро-ядерного потенциала. Исключениями являются распады  $^{220}\text{Th} \rightarrow ^{12}\text{C}$  и  $^{224}\text{Th} \rightarrow ^{24}\text{Ne}$ , где в [22]  $T_{1/2}$  на 3 порядка больше и 2 порядка меньше соответственно, чем в табл. 18.

Если сравнивать с предсказаниями в рамках оболочечной модели [5, 33], то  $T_{1/2}$  из табл. 18 меньше на 1–3 порядка. Такое различие  $T_{1/2}$  возникает не только из-за различия спектроскопических факторов, но и из-за различия проницаемостей ядро-ядерного потенциала. В феноменологической модели [78]  $T_{1/2}$  на 2–3 порядка больше для изотопов материнских ядер Th и U и на 2–3 порядка меньше для изотопов материнских ядер Pu и Cm, чем в данной работе. В феноменологической модели [79] значения  $T_{1/2}$  на 1–3

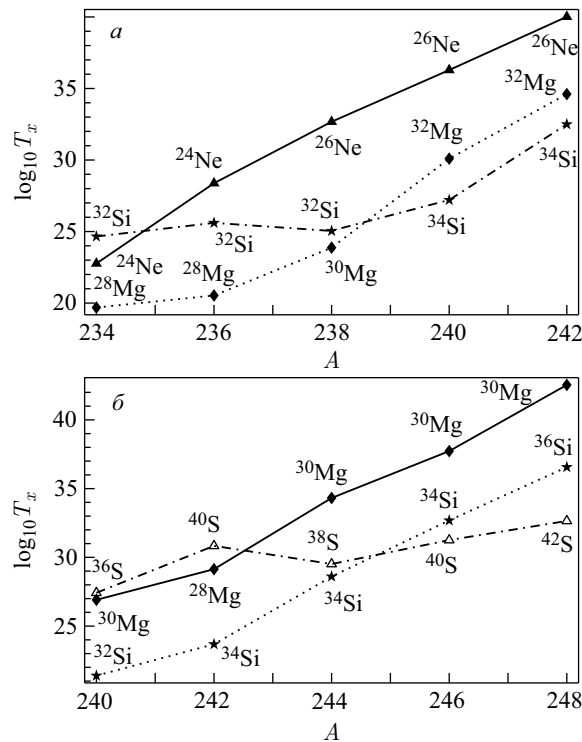


Рис. 17. Зависимость рассчитанного периода полураспада  $T_{1/2}$  (с) от массы материнского ядра для выходов изотопов неона (▲), магния (◆) и кремния (★) из плутония (а) и магния, кремния и серы (△) из кюрия (б). Около точек указаны легкие кластеры

порядка больше для изотопов материнских ядер Th и U, чем значения  $T_{1/2}$  из табл. 18, хотя для изотопов материнских ядер Pu и Cm результаты двух моделей сравнимы.

На рис. 17 показаны зависимости рассчитанных  $T_{1/2}$  относительно выходов изотопов неона, магния, кремния и серы от массового числа материнских ядер плутония и юрия. Видно, что для ядер с массовым числом, превышающим некоторое значение, более вероятно наблюдать распады с выходом кластера с большими  $A_x$  и  $Z_x$ . Все упомянутые модели качественно правильно определяют ядра, в которых кластерный распад доступен для экспериментального наблюдения.

Предсказания для  $T_{1/2}$  в области «оловянной» радиоактивности для ядер  $^{112,114,116,118}\text{Ba}$ ,  $^{118}\text{Ce}$ ,  $^{122}\text{Nd}$  и  $^{124,126}\text{Sm}$ , которые могут испускать кластеры  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$  и  $^{24}\text{Mg}$ , представлены в табл. 19. Особенностью распадов, приведенных в этой таблице, являются меньшие по сравнению с областью «свинцовой» радиоактивности значения  $T_{1/2}$  для кластеров с одинаковыми  $Z_x$ . Полученные результаты для вылета кластера  $^{12}\text{C}$  из ядер  $^{112,114}\text{Ba}$  практически совпадают с предсказаниями работы [22]. Значения  $T_{1/2}$  для распадов  $^{116,118}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C}$  и  $^{116,118}\text{Ba} \rightarrow ^{16}\text{O}$ ,  $^{118}\text{Ce} \rightarrow ^{20}\text{Ne}$ ,  $^{118}\text{Ce} \rightarrow ^{24}\text{Mg}$ ,  $^{122}\text{Nd} \rightarrow ^{24}\text{Mg}$ ,  $^{124,126}\text{Sm} \rightarrow ^{24}\text{Mg}$  на 2 порядка меньше и на 1–3 порядка больше соответственно, чем в [22]. Если сравнивать с предсказаниями в рамках оболочечной модели [5, 33], то значения  $T_{1/2}$  в табл. 19 больше на 7–10 порядков, за исключением реакции  $^{114}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C}$ , где различие составляет около 3 порядков. Такое сильное отличие  $T_{1/2}$  возникает в основном из-за различия проницаемости ядро-ядерного потенциала. В феноменологической модели [79] значения  $T_{1/2}$  для распадов  $^{118}\text{Ba} \rightarrow ^{16}\text{O}$  и  $^{118}\text{Ce} \rightarrow ^{16}\text{O}$  являются одного порядка с нашими предсказаниями. По сравнению с нашей моделью значения  $T_{1/2}$  для распадов  $^{114}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C}$ ,  $^{116}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C}$ ,  $^{118}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C}$ ,  $^{116}\text{Ba} \rightarrow ^{16}\text{O}$  и  $^{122}\text{Nd} \rightarrow ^{24}\text{Mg}$  больше на 3, 1, 4, 1 и 3 порядка соответственно. В рамках феноменологической модели [78] для распада  $^{118}\text{Ba} \rightarrow ^{16}\text{O}$  значение  $T_{1/2}$  совпадает с нашим предсказанием, а для распада  $^{118}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C}$  значение  $T_{1/2}$  больше на 1 порядок.

## 9. ШИРИНА КЛАСТЕРНОГО РАСПАДА ВОЗБУЖДЕННОГО ЯДРА

Вычисляя ширину КР в виде

$$\Gamma_x = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} S_x P_x,$$

период полураспада находится как

$$T_x = \frac{\pi \ln(2)}{\omega_0 S_x P_x} = \frac{\hbar \ln(2)}{\Gamma_x}. \quad (24)$$

Таблица 19. Предсказания возможных реакций распада в области «оловянной» радиоактивности

$A \rightarrow A_x + A_f$	$Q$ , МэВ	$T_{1/2}$ , с
$^{112}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{100}\text{Sn}$	23,17	3,2
$^{114}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{102}\text{Sn}$	21,11	$1,6 \cdot 10^4$
$^{116}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{104}\text{Sn}$	17,15	$8,1 \cdot 10^{14}$
$^{118}\text{Ba} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{106}\text{Sn}$	15,29	$8,0 \cdot 10^{20}$
$^{114}\text{Ba} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{98}\text{Cd}$	27,98	$3,5 \cdot 10^{10}$
$^{116}\text{Ba} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{100}\text{Cd}$	24,65	$2,8 \cdot 10^{18}$
$^{118}\text{Ba} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{102}\text{Cd}$	22,13	$1,9 \cdot 10^{25}$
$^{118}\text{Ce} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{102}\text{Sn}$	30,55	$1,1 \cdot 10^{10}$
$^{118}\text{Ce} \rightarrow ^{20}\text{Ne} + ^{98}\text{Cd}$	34,64	$2,1 \cdot 10^{16}$
$^{118}\text{Ce} \rightarrow ^{24}\text{Mg} + ^{94}\text{Pd}$	39,63	$8,5 \cdot 10^{21}$
$^{122}\text{Nd} \rightarrow ^{24}\text{Mg} + ^{98}\text{Cd}$	46,20	$1,2 \cdot 10^{16}$
$^{124}\text{Sm} \rightarrow ^{24}\text{Mg} + ^{100}\text{Sn}$	51,97	$2,3 \cdot 10^{11}$
$^{126}\text{Sm} \rightarrow ^{24}\text{Mg} + ^{102}\text{Sn}$	50,53	$1,6 \cdot 10^{13}$

Частота  $\omega_0$  соотносится с частотой нулевых колебаний по координате  $\eta_Z$  вблизи  $|\eta_Z| = 1$ . Величину  $\hbar\omega_0$  можно взять постоянной для большой группы материнских ядер, например, как в [21, 22]. Из [29] следует, что можно использовать  $\hbar\omega_0 \approx 1,2$  МэВ. Проницаемость потенциального барьера вычисляется в рамках одномерного ВКБ-приближения по формуле

$$P = \frac{1}{1 + \exp[G]}, \quad (25)$$

$$G = \frac{2}{\hbar} \int_{R_0}^{R_{Jl}} \sqrt{2\mu[V(R, \eta_Z, l) - Q]} dR,$$

где  $Q$  — энергия распада. Спектроскопические факторы  $S_x$  вычисляются по формуле (6).

В грубом приближении учтем только возможный орбитальный момент в ДЯС. Для четно-четных ядер он всегда равен 0. В случае распадов нечетных ядер необходимо рассматривать состояния ДЯС с ненулевым орбитальным моментом. Это эффективно учтено добавлением центробежного потенциала  $V_R$  в ядро-ядерный потенциал взаимодействия. Возможные значения орбитального момента определяются законами сохранения четности и момента импульса. Например, в случае распада  $^{235}\text{U}(7/2^-) \rightarrow ^{26}\text{Ne}(0^+) + ^{209}\text{Pb}(9/2^+)$  орбитальный момент может иметь значения 1, 3, 5 и 7.

Из рис. 18 и 19 видно, что в отличие от случая с  $\alpha$ -частицей кластерные спектроскопические факторы  $S_x$  растут более резко с увеличением энергии возбуждения  $E^*$  материнского ядра. Этот рост более выражен для кластеров с большим зарядом  $Z_x$ . При этом все они сходятся к некоторому предельному

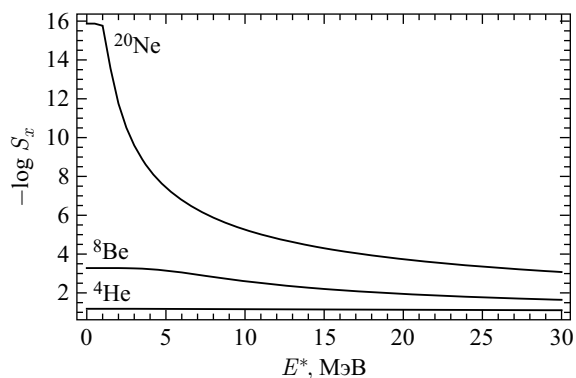


Рис. 18. Зависимости спектроскопических факторов указанных кластеров от энергии возбуждения материнского ядра  $^{118}\text{Ba}$

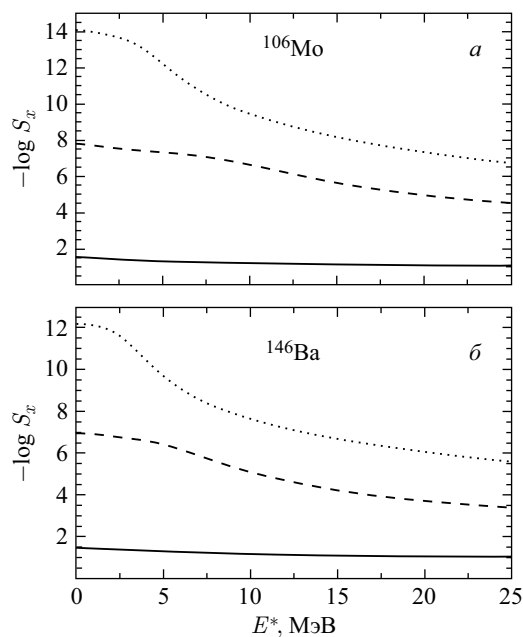


Рис. 19. Спектроскопические факторы для  $^4\text{He}$  (сплошные линии),  $^{10}\text{Be}$  (штриховые) и  $^{14}\text{C}$  (пунктирные) в зависимости от энергии возбуждения материнских ядер  $^{106}\text{Mo}$  и  $^{146}\text{Ba}$

значению при больших  $E^*$ . Все зависимости  $S_x(E^*)$  выглядят практически одинаково. Исходя из этого их можно аппроксимировать следующим образом:

$$S_x(E^*) \approx S_x(0) + S_x(\infty) \exp\left[-\frac{C}{\sqrt{E^*}}\right],$$

где  $S_x(0)$  — спектроскопический фактор для основного состояния;  $S_x(\infty) = 2/Z$  — высокотемпературный предел в пространстве зарядовой асимметрии;  $C$  — фактор, зависящий от параметров конкретной ДЯС. Вычисления  $S_x(E^*)$  нашли применение в исследовании по тройному делению  $^{252}\text{Cf}$  [66–68], где таким образом оценивались вероятности выходов третьего кластера из сформировавшейся ДЯС с возбужденными ядрами ( $E^* \approx 10\text{--}15$  МэВ). Результаты расчетов показали, что спектроскопические факторы  $S_x$  для легких кластеров в тройном делении, отнесенные к  $S_\alpha$ , коррелируют с аналогичной зависимостью для экспериментальных выходов  $Y^{\text{exp}}(^A X_Z)$  (табл. 20).

**Таблица 20. Экспериментальные выходы легких кластеров в тройном делении  $Y^{\text{exp}}(^A X_Z)$  [69], отнесенные к выходу  $\alpha$ -частицы  $Y^{\text{exp}}(^4\text{He})$ , в сравнении с соотношением спектроскопических факторов кластеров  $S_x(T)$  и  $\alpha$ -частицы  $S_\alpha(T)$**

$^A X_Z$	$Y^{\text{exp}}(^A X_Z)/Y^{\text{exp}}(^4\text{He})$	$S_x(T)/S_\alpha(T)$
$^4\text{He}$	1	1
$^7\text{Li}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
$^{10}\text{Be}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$
$^{11}\text{B}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
$^{14}\text{C}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$
$^{20}\text{O}$	—	$1,3 \cdot 10^{-4}$

Ширина кластерного распада  $\Gamma_x$  зависит от энергии возбуждения  $E^*$  намного сильнее, чем спектроскопический фактор. Это обусловлено резкой зависимостью проницаемости потенциального барьера от  $E^*$ . Например, для распада  $^{118}\text{Ba} \rightarrow ^{10}\text{Be}$  вычисления дают возрастание ширины на  $\sim 44$  порядка при  $E^* = 5$  МэВ по сравнению со значением при  $E^* = 0$  МэВ (распад из основного состояния). С ростом энергии возбуждения ширины  $\Gamma_x(E^*)$  сходятся к предельному значению, аналогично зависимости  $S_x(E^*)$  (рис. 20).

В рамках подхода ДЯС была предложена модель [40] для описания образования и распада сильно возбужденной ядерной системы путем испускания легких частиц и сложных фрагментов (кластеров). Кластеры образуются при коллективном движении ядерной системы по координатам массовой и зарядовой асимметрий с дальнейшим распадом посредством классической диффузии через барьер квазиделения. Единым образом учитывается конкуренция

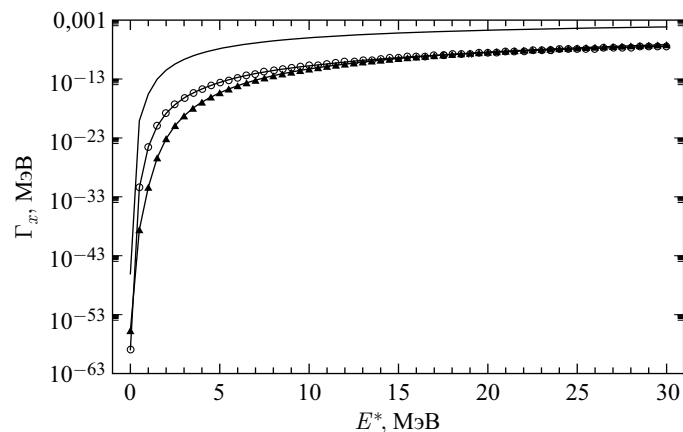


Рис. 20. Ширины эмиссии  $\Gamma_x$  кластеров  ${}^4\text{He}$  (сплошная линия),  ${}^{10}\text{Be}$  (○) и  ${}^{20}\text{Ne}$  (▲) в зависимости от  $E^*$  материнского ядра  ${}^{118}\text{Ba}$

между испарительными каналами и каналами бинарного распада. Сравнение результатов расчетов с имеющимися экспериментальными данными показали, что предложенный механизм вылета сложных фрагментов в реакциях полного слияния является более реалистичным, чем существующие механизмы. В дальнейшем было бы интересно сравнить результаты, полученные в данном статистическом подходе и в комбинированном квантовомеханическо-статистическом подходе этой части.

## 10. СВЯЗ КЛАСТЕРНОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ С СИЛЬНОДЕФОРМИРОВАННЫМИ ЯДЕРНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ И ДЕЛЕНИЕМ

В литературе [80, 81] обсуждался вопрос о возможности деления через конфигурации квазимолекулярного типа, т.е. по координате массовой (зарядовой) асимметрии. Делящееся ядро последовательно проходит целый ряд стадий, отвечающих различным ДЯС. Предположим, что процесс спонтанного деления (sf) имеет также кластерную природу, а именно в результате флуктуации формы ядра по коллективной координате массовой асимметрии образуется исходная затравочная ДЯС, с которой начинается эволюция системы в энергетически разрешенной области потенциальной поверхности [21]. Таким образом, переход от кластерного распада к спонтанному делению происходит при затравочной ДЯС, для которой  $Q$  по величине становится равной потенциальной энергии  $V(R_0)$  в точке контакта ядер. Поскольку система неминуемо распадается ( $P_{\text{sf}} = 1$ ) в ходе эволюции в энергетически разрешенной области ( $Q$  становится намного больше высоты деформированного

кулоновского барьера  $V(R_b \approx R_0 + 1 \text{ фм при } \eta \approx 0)$  и нам известны экспериментальные периоды полураспада  $T_{1/2}^{\text{sf}}$  актинидов в спонтанном делении, то можно оценить с помощью формулы (24) спектроскопические факторы  $S_{\text{sf}}$  затравочной ДЯС:

$$S_{\text{sf}} = \frac{\pi \ln 2}{\omega_0 T_{1/2}^{\text{sf}}}. \quad (26)$$

Тогда

$$\frac{T_{1/2}^{\text{sf}}}{T_{1/2}(A_x)} = \frac{S(A_x)P(A_x)}{S_{\text{sf}}}.$$

Соответственно,  $T_{1/2}^{\text{sf}} \leq T_{1/2}(A_x)$ , если  $S_{\text{sf}} \geq S(A_x)P(A_x)$ . Экспериментально известно, что для ядер тяжелее  $^{232}\text{U}$  существует конкуренция спонтанного деления с кластерным распадом.

В табл. 21 представлены значения весов затравочной ДЯС в волновых функциях основного состояния актинидов. Видно, что  $S_{\text{sf}}$  увеличивается с ростом зарядового числа  $Z$  делящегося ядра. По-видимому, это связано с тем фактом, что абсолютная величина потенциальной энергии ДЯС в точке Бусинаро–Галлоне уменьшается относительно энергии моноядра с увеличением  $Z$ . Из сравнения  $S_{\text{sf}}$  и  $S(A_x)$  можно предположить, что затравочной является асимметричная ДЯС, где легкое ядро — из области ядер Са–Fe. Верхний предел этой области определяется тем, что в экспериментах по спонтанному делению наблюдались легкие ядра  $^{66}\text{Cr}$ ,  $^{66}\text{Mn}$  и  $^{66}\text{Fe}$  [16]. Однако наблюдение легких кластеров ограничивается малой статистикой выходов из-за малой проницаемости потенциального барьера. С усовершенствованием технических возможностей эксперимента, наверное, станет возможным детальное наблюдение таких редких событий.

Таблица 21. Веса затравочной ДЯС в волновых функциях основного состояния актинидов [21]

$^A Z$	$S_{\text{sf}}$	$^A Z$	$S_{\text{sf}}$	$^A Z$	$S_{\text{sf}}$
$^{232}\text{U}$	$4,8 \cdot 10^{-43}$	$^{234}\text{U}$	$2,4 \cdot 10^{-45}$	$^{236}\text{U}$	$1,5 \cdot 10^{-45}$
$^{236}\text{Pu}$	$7,6 \cdot 10^{-39}$	$^{238}\text{Pu}$	$9,5 \cdot 10^{-40}$	$^{240}\text{Pu}$	$2,4 \cdot 10^{-40}$
$^{242}\text{Pu}$	$5,6 \cdot 10^{-40}$	$^{244}\text{Pu}$	$5,8 \cdot 10^{-40}$	$^{246}\text{Cm}$	$2,1 \cdot 10^{-36}$

При делении ядро может проходить через супер- и гипердеформированные (СД и ГД) кластерные состояния. Эти состояния локализованы по координате  $\eta_Z$  ( $\eta$ ) около глубокого минимума управляющего потенциала [31, 32, 82, 83]. Потенциальные ямы, отвечающие супер- и гипердеформированным состояниям, содержат несколько квазисвязанных состояний. Подбарьер-



Таблица 22. Значения вычисленных  $E_\gamma = \hbar^2/(2\mathfrak{I})$  (кэВ),  $Q_2$  ( $10^2$  е·фм<sup>2</sup>),  $Q_3$  ( $10^3$  е·фм<sup>3</sup>) и экспериментальных  $E_\gamma^{\text{exp}} = \hbar^2/(2\mathfrak{I}^{\text{exp}})$  (кэВ),  $Q_2^{\text{exp}}$  ( $10^2$  е·фм<sup>2</sup>) ротационных энергий, квадрупольных и октупольных моментов соответственно. Для различных ДЯС, соотносимых с СД- и ГД-состояниями [25]

$A \rightarrow A_x + A_f$	$E_\gamma$	$E_\gamma^{\text{exp}}$	$Q_2$	$Q_2^{\text{exp}}$	$Q_3$
$^{236}\text{U} \rightarrow ^{30}\text{Mg} + ^{206}\text{Hg}$	3,30	3,36	31	32	27
$^{238}\text{U} \rightarrow ^{32}\text{Mg} + ^{206}\text{Hg}$	3,11	3,27	33	29	29
$^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{208}\text{Pb}$	3,33	—	33	37	30
$^{239}\text{Pu} \rightarrow ^{30}\text{Mg} + ^{209}\text{Pb}$	3,26	3,36	32	36	28
$^{240}\text{Pu} \rightarrow ^{32}\text{Mg} + ^{208}\text{Pb}$	3,08	3,343	34	—	29
$^{240}\text{Am} \rightarrow ^{32}\text{Al} + ^{208}\text{Pb}$	3,16	—	34	32,7	29
$^{230}\text{Th} \rightarrow ^{50}\text{Ca} + ^{182}\text{Yb}$	2,1	2,0	73	—	42
$^{231}\text{Th} \rightarrow ^{50}\text{Ca} + ^{181}\text{Yb}$	2,2	2,0	73	—	42
$^{233}\text{Th} \rightarrow ^{50}\text{Ca} + ^{183}\text{Yb}$	2,1	2,0	74	—	43
$^{234}\text{U} \rightarrow ^{50}\text{Ca} + ^{184}\text{Hf}$	2,1	2,1	73	—	43
$^{236}\text{U} \rightarrow ^{50}\text{Ca} + ^{186}\text{Hf}$	2,1	1,6	73	—	43

ные делительные резонансы в ядрах Th и U можно интерпретировать как возникающие из асимметричных кластерных СД- и ГД-состояний (табл. 22). Низкоспиновые СД- и ГД-изомеры описываются преимущественно как кластерные конфигурации с Mg, Al и Ca. Распад таких изомеров по координате  $R$  может наблюдаться экспериментально, поскольку их амплитуда перехода к меньшим  $\eta$  и  $\eta_Z$  получается  $10^{-3}$ – $10^{-1}$  для изотопов U и Pu. Таким образом, можно предложить новый способ определения СД-изомеров путем идентификации фрагментов распада изомерных ДЯС, где легкими ядрами будут Al или Mg с энергиями, соответствующими переходам с резонансных состояний. Если вычисления и экспериментальные данные будут в согласии, то это будет элегантным доказательством кластерной природы СД- и ГД-состояний в области актиноидов. К этому надо добавить, что эмиссия изотопов Mg была обнаружена в кластерных распадах ядер  $^{236}\text{U}$  и  $^{236}\text{Pu}$ . Ожидается, что связь между КР и распадом изомерных СД- и ГД-состояний в области актиноидов будет обнаружена [25, 26].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложено описание кластерной радиоактивности и  $\alpha$ -распада из холодных ядер в рамках модели двойной ядерной системы. Волновая функция материнского ядра представлена в виде суперпозиции двойных ядерных си-

стем. Процесс образования кластера связан с флуктуацией системы по коллективной координате зарядовой (массовой) асимметрии. Туннелирование по координате относительного расстояния определяет величину проницаемости барьера ядро-ядерного потенциала взаимодействия. Предложен новый метод расчета спектроскопического фактора путем решения уравнения Шредингера по переменной зарядовой асимметрии. Проницаемость рассчитана в квазиклассическом приближении. В процессе распада учтены законы сохранения полного спина, четности и энергии. Изучены факторы запрета на перенос орбитального момента. Показано, что учет октупольной деформации дочернего ядра снимает полный запрет на перенос нечетных орбитальных моментов. Сделано предсказание о запрете распада возбужденного ядра на два очень слабо деформированных кластера.

Представленная модель применена к описанию  $\alpha$ -распада. Показано хорошее согласие между экспериментальными и вычисленными периодами полураспада. Рассмотрена тонкая структура  $\alpha$ -распада изотопов U и Th. Для четно-четных  $^{224,226}\text{Th}$  описаны  $\alpha$ -переходы на полосу альтернативной четности. При описании тонкой структуры  $\alpha$ -распада показана роль запрета на перенос орбитального момента. Для  $\alpha$ -распадов нейтронно-дефицитных ядер  $^{194,196}\text{Rn}$  предложено объяснение отклонения от закона Гейгера–Нэттола. Кластерная модель двойной ядерной системы применена для вычисления вращательных полос альтернативной четности. Описаны  $\alpha$ -распады с вращательных полос.

Рассмотрен процесс кластерного распада из четно-четных материнских ядер, находящихся в основном состоянии. При вычислении проницаемости барьера ядро-ядерного потенциала учитывается возможность распада с разными ориентациями кластеров. Хорошо описаны известные периоды полураспада, и предсказаны наиболее вероятные выходы кластеров в областях «свинцовой» и «оловянной» радиоактивности. Предсказаны зависимости периода полураспада и спектроскопических факторов от массового числа материнского ядра. Спектроскопические факторы имеют общую тенденцию убывать при увеличении  $A$  материнского ядра. С ростом заряда материнского ядра при фиксированном массовом числе спектроскопические факторы одинаковых кластеров увеличиваются или остаются практически постоянными. В области «свинцовой» радиоактивности спектроскопический фактор, в целом, резко экспоненциально падает с ростом зарядового числа кластера до  $Z_x = 10$ . Дальнейший рост  $Z_x$  приводит к уменьшению скорости падения. Необходимы новые экспериментальные данные по радиоактивной эмиссии кластеров с  $Z_x = 14-20$  для подтверждения наших предсказаний и объяснения данного эффекта.

Рассмотрен кластерный распад нагретых ядер. На примере ядра  $^{118}\text{Ba}$  показано резкое увеличение спектроскопических факторов кластеров с ростом энергии возбуждения материнского ядра и еще более резкое увеличение

их ширин распада (уменьшение их периодов полураспада). По сравнению со спектроскопическими факторами более тяжелых кластеров значения  $S_\alpha$  увеличиваются гораздо медленнее.

Поскольку в рамках модели двойной ядерной системы можно описать единым образом кластерную радиоактивность и  $\alpha$ -распад и экспериментально установлена корреляция между парциальными периодами полураспада спонтанного деления и кластерной радиоактивности, можно попытаться применить данную модель для единого описания спонтанного деления,  $\alpha$ -распада и кластерной радиоактивности. Тогда естественным образом снимется вопрос, заданный во введении, о схожести КР с  $\alpha$ -распадом или делением ядра, поскольку и  $\alpha$ -распад, и КР будут промежуточными процессами в ходе деления ядра. Нам представляется возможным применение данной модели для описания кластеризации в сверхтяжелых ядрах, изучения структуры возбужденных и сильнодеформированных состояний ядер и распада нагретых ядер.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность В. В. Саргсяну за большую помощь при подготовке данной статьи. Работа частично поддержана грантом РФФИ и в рамках соглашения IN2P3 (Франция) – ОИЯИ (Дубна).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rose H. J., Jones G. A.* A New Kind of Natural Radioactivity // *Nature*. 1984. V. 307. P. 245–247.
2. *Александров Д. В. и др.* Наблюдение спонтанного вылета ядер  $^{14}\text{C}$  из  $^{223}\text{Ra}$  // *Письма в ЖЭТФ*. 1984. Т. 40. С. 152–154.
3. *Сэндулеску А., Поенару В. Н., Грайнер В.* Новый тип распада тяжелых ядер, промежуточный между делением ядра и  $\alpha$ -распадом // *ЭЧАЯ*. 1980. Т. 11. С. 1334–1368.
4. *Замятнин Ю. С. и др.* Кластерная радиоактивность — достижения и перспективы. Эксперимент и теория // *ЭЧАЯ*. 1990. Т. 21. С. 537–594.
5. *Чувильский Ю. М.* Кластерная радиоактивность. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1997.
6. *Ogloblin A. A. et al.* Observation of Cluster Decay of  $^{242}\text{Cm}$  // *Phys. Rev. C*. 2000. V. 61. 034301.
7. *Tretyakova S. P., Ogloblin A. A.* Recent Advances in the Study of Cluster Radioactivities // *Proc. of Intern. Symp. on Nuclei Clusters / Ed. by R. Jolos and W. Scheid*. Debrecen: EP Systema, 2003.
8. *Guglielmetti A. et al.* Nonobservation of  $^{12}\text{C}$  Cluster Decay of  $^{114}\text{Ba}$  // *Phys. Rev. C*. 1997. V. 56. R2912.
9. *Кадменский С. Г., Кургалин С. Д., Чувильский Ю. М.* Кластерные состояния атомных ядер и процессы кластерного распада // *ЭЧАЯ*. 2007. Т. 38. С. 1333–1412.
10. *Brillard L. et al.* Fine Structure in  $^{14}\text{C}$  Radioactivity // *Intern. School-Seminar Heavy Ion Phys. Dubna: JINR*, 1990. P. 133.
11. *Пик-Пичак Г. А.* О новом виде естественной радиоактивности // *ЯФ*. 1986. Т. 44. С. 1421.

12. *Кадренский С. Г. и др.* Распад атомных ядер с испусканием частиц с  $A > 4$  // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. С. 1786–1795.
13. *Blendowske R., Fliessbach T., Walliser H.* Microscopic Calculation of the  $^{14}\text{C}$  Decay of Ra Nuclei // Nucl. Phys. A. 1987. V. 464. P. 75–89.
14. *Gupta R. K., Singh S., Puri R. K.* Influence of the Nuclear Surface Diffuseness on Exotic Cluster Decay Half-Life Times // J. Phys. G. 1992. V. 18. P. 1533;  
*Gupta R. K. et al.* Instabilities against Exotic Cluster Decays in “Stable” Nuclei with  $Z$  and  $N$  in the Neighborhood of Spherical and Deformed Closed Shells // Phys. Rev. C. 1993. V. 47. P. 561.
15. *Buck B. et al.* Calculation of Exotic Decay Half-Lives for All Observed Cases // J. Phys. G. 1994. V. 20. P. 351.
16. *Poenaru D. U.* Nuclear Decay Modes. Bristol: IOP Publ., 1996.
17. *Lovas R. G. et al.* Microscopic Theory of Cluster Radioactivity // Phys. Rep. 1998. V. 294. P. 265–362.
18. *Basu D. N.* Spontaneous Heavy Cluster Emission Rates Using Microscopic Potentials // Phys. Rev. C. 2002. V. 66. P. 027601-1.
19. *Royer G., Moustabchir R.* Light Nucleus Emission within a Generalized Liquid-Drop Model and Quasimolecular Shapes // Nucl. Phys. A. 2001. V. 683. P. 182–206.
20. *Ni D., Ren Z.* Half-Lives and Cluster Preformation Factors for Various Cluster Emissions in Trans-Lead Nuclei // Phys. Rev. C. 2010. V. 82. P. 024311-1–024311-9.
21. *Куклин С. Н., Адамьян Г. Г., Антоненко Н. В.* Спектроскопические факторы и проникаемости барьеров в кластерной радиоактивности // ЯФ. 2005. Т. 68. С. 1501–1510.
22. *Kuklin S. N., Adamian G. G., Antonenko N. V.* Spectroscopic Factors and Cluster Decay Half-Lives of Heavy Nuclei // Phys. Rev. C. 2005. V. 71. 014301.
23. *Куклин С. Н., Адамьян Г. Г., Антоненко Н. В.* Спектроскопические факторы в модели двойной ядерной системы // ЯФ. 2008. Т. 71. С. 1788–1799.
24. *Kuklin S. N. et al.* Alpha-Decay Fine Structures of U Isotopes and Systematics for Isotopic Chains of Po and Rn // Eur. Phys. J. A. 2012. V. 48. P. 112.
25. *Kuklin S. N. et al.* Cluster Features of Strongly Deformed Nuclei Shapes // Intern. J. Mod. Phys. E. 2008. V. 17. P. 2020.
26. *Adamian G. G., Antonenko N. V., Kuklin S. N.* Cluster Features of Normal-, Super- and Hyperdeformed Nuclei // Proc. of Intern. Symp. on Exotic Nuclear Systems // AIP Conf. Proc. 2005. V. 802. P. 169–174.
27. *Greiner W., Park J. Y., Scheid W.* Nuclear Molecules. Singapore: World Sci., 1995.
28. *Volkov V. V., Cherepanov E. A.* Formation of Nuclear Molecules in Cluster Radioactivity. On Interpretation of the Cluster Radioactivity Mechanism // Part. Nucl. Lett. 2013. V. 10. P. 347–353; Preprint JINR E7-2012-95. Dubna, 2012.
29. *Shneidman T. M. et al.* Cluster Interpretation of Parity Splitting in Alternating Parity Bands // Phys. Lett. B. 2002. V. 526. P. 322–328; Cluster Interpretation of Properties of Alternating Parity Bands in Heavy Nuclei // Phys. Rev. C. 2003. V. 67. 014313.
30. *Shneidman T. M. et al.* Possible Alternative Parity Bands in the Heaviest Nuclei // Phys. Rev. C. 2006. V. 74. 034316.
31. *Adamian G. G. et al.* Cluster Effects in the Structure of the Ground State and Superdeformed Bands of  $^{60}\text{Zn}$  // Phys. Rev. C. 2003. V. 67. 054303.

32. Adamian G. G. et al. Decay Out of Superdeformed Bands in the Mass Region  $A \approx 190$  within a Cluster Approach // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. 054310.
33. Кадменский С. Г., Фурман В. И. Альфа-распад и родственные ядерные реакции. М.: Энергоиздат, 1985.
34. Denisov V. Yu., Khudenko A. A.  $\alpha$ -Decay Half-Lives,  $\alpha$ -Capture, and  $\alpha$ -Nucleus Potential // At. Data Nucl. Data Tables. 2009. V. 95. P. 815–835.
35. Adamian G. G. et al. One-Quasiparticle States in Odd- $Z$  Heavy Nuclei // Phys. Rev. C. 2010. V. 82. P. 054304.
36. Adamian G. G. et al. Behavior of One-Quasiparticle Levels in Odd Isotonic Chains of Heavy Nuclei // Phys. Rev. C. 2011. V. 84. P. 024324.
37. <http://www.nndc.bnl.gov/>
38. Балабанов Н. П. и др. Исследование альфа-ширин компаунд-ядер // ЭЧАЯ. 1990. Т. 21. С. 317.
39. Moretto L. G., Wozniak G. J. The Role of the Compound Nucleus in Complex Fragment Emission at Low and Intermediate Energies // Prog. Part. Nucl. Phys. 1988. V. 21. P. 401–457.
40. Каландаров Ш. А., Адамьян Г. Г., Антоненко Н. В. Эмиссия тяжелых кластеров в ядерных реакциях при низких энергиях столкновения // ЭЧАЯ. 2012. Т. 43. С. 1590–1658.
41. Volkov V. V. Deep Inelastic Transfer Reactions — the New Type of Reactions between Complex Nuclei // Phys. Rep. 1978. V. 44. P. 93–157;  
Волков В. В. Ядерные реакции глубоконеупругих передач. М.: Энергоиздат, 1982.
42. Волков В. В. Глубоконеупругие передачи и полное слияние сложных ядер. Новый подход к процессу слияния ядер // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. С. 1879.
43. Volkov V. V. Production of Nuclei Far from Stability // Treatise on Heavy-Ion Science / Ed. D. A. Bromley. New York: Plenum Press, 1989. V. 8. P. 255.
44. Волков В. В. Ядерно-физические исследования с тяжелыми ионами: Избр. работы. Дубна: ОИЯИ, 2012.
45. Adamian G. G. et al. Influence of Shell Effects on the Dynamics of Deep Inelastic Heavy Ion Collisions // Phys. Part. Nucl. 1994. V. 25. P. 1379–1443.
46. Antonenko N. V. et al. Competition between Complete Fusion and Quasi-Fission in Reactions between Massive Nuclei. The Fusion Barrier // Phys. Lett. B. 1993. V. 319. P. 425–430; Compound Nucleus Formation in Reactions between Massive Nuclei: Fusion Barrier // Phys. Rev. C. 1995. V. 51. 2635.
47. Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W. Model of Competition between Fusion and Quasifission in Reactions with Heavy Nuclei // Nucl. Phys. A. 1997. V. 618. P. 176–198;  
Adamian G. G. et al. Competition between Complete Fusion and Quasi-Fission in Dinuclear System // Nuovo Cim. A. 1997. V. 110. P. 1143–1148; Treatment of Competition between Complete Fusion and Quasifission in Collisions of Heavy Nuclei // Nucl. Phys. A. 1997. V. 627. P. 361–378; Fusion Cross Sections for Superheavy Nuclei in the Dinuclear System Concept // Nucl. Phys. A. 1998. V. 633. P. 409–420.
48. Diaz-Torres A. et al. Melting or Nucleon Transfer in Fusion of Heavy Nuclei? // Phys. Lett. B. 2000. V. 481. P. 228–235.
49. Adamian G. G. et al. Dynamical Restriction for Growing Neck in a Dinuclear System // Nucl. Phys. A. 2000. V. 671. P. 233–254.

50. *Diaz-Torres A. et al.* Potential in Mass Asymmetry and Quasifission in a Dinuclear System // Nucl. Phys. A. 2001. V. 679. P. 410–426.
51. *Волков В. В.* Процесс полного слияния атомных ядер. Слияние ядер в рамках концепции двойной ядерной системы // ЭЧАЯ. 2004. Т. 35. С. 797–857.
52. *Зубов А. С., Адамян Г. Г., Антоненко Н. В.* Использование статистических методов при анализе реакций с тяжелыми ионами в рамках модели двойной ядерной системы // ЭЧАЯ. 2009. Т. 40. С. 1603.
53. *Саргсян В. В. и др.* Квантовые статистические эффекты в ядерных реакциях, делении и открытых квантовых системах // ЭЧАЯ. 2010. Т. 41. С. 229–433.
54. *Adamian G. G., Antonenko N. V., Scheid W.* Clustering Effects within the Dinuclear Model // Lect. Notes Phys. 2012. V. 848. P. 165.
55. *Носов В. Г.* Тонкая структура  $\alpha$ -распада нечетных ядер // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. С. 226; Теория  $\alpha$ -распада несферических ядер // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 141.
56. *Fröman P.* Alpha Decay of Deformed Nuclei // Mat.-Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk. 1959. V. 1. P. 3.
57. *Tuli J. K.* Nuclear Wallet Cards. BNL. New York, 2000.
58. *Raman S., Nester C. W., Tikkanen P.* Transition Probability from the Ground to the First-Excited  $2^+$  State of Even–Even Nuclides // At. Data Nucl. Data Tables. 2001. V. 78. P. 1–128.
59. *Möller P. et al.* Nuclear Ground-State Masses and Deformations // At. Data Nucl. Data Tables. 1995. V. 59. P. 185–381.
60. *Adamian G. G. et al.* Effective Nucleus-Nucleus Potential for Calculation of Potential Energy of a Dinuclear System // Intern. J. Mod. Phys. E. 1996. V. 5. P. 191–216.
61. *Мигдал А. Б.* Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
62. *Fayans S. A. et al.* Nuclear Isotope Shifts within the Local Energy-Density Functional Approach // Nucl. Phys. A. 2000. V. 676. P. 49–119;  
*Tolokonnikov S. V., Saperstein E. E.* Description of Superheavy Nuclei on the Basis of a Modified Version of the DF3 Energy Functional // Phys. At. Nucl. 2010. V. 73. P. 1684–1699;  
*Saperstein E. E., Tolokonnikov S. V.* Self-Consistent Theory of Finite Fermi Systems and Radii of Nuclei // Phys. At. Nucl. 2011. V. 74. P. 1277–1298;  
*Borzov I. N., Saperstein E. E., Tolokonnikov S. V.* // Phys. At. Nucl. 2008. V. 71. P. 469.
63. *Adamian G. G., Antonenko N. V., Jolos R. V.* Mass Parameters for a Dinuclear System // Nucl. Phys. A. 1995. V. 584. P. 205–220.
64. *Захарьев Б. Н., Чабанов В. М.* Послушная квантовая механика. М.: ИКИ, 2002.
65. *Rumin T., Hagino K., Takigawa N.* Applicability of the Orientation Average Formula in Heavy-Ion Fusion Reactions of Deformed Nuclei // Phys. Rev. C. 2001 V. 63. 044603.
66. *Andreev A. V. et al.* Cluster Aspects of Binary and Ternary Fission // Phys. At. Nucl. 2007. V. 70. P. 1649–1653.
67. *Andreev A. V. et al.* Description of Light Charged Particle Emission in Ternary Fission // AIP Conf. Proc. 2009. V. 1175. P. 319–322.
68. *Andreev A. V. et al.* Cluster Aspects of Binary and Ternary Fission // 24th Rila Mountains Workshop on Nucl. Theory / Ed. by S. Dimitrova. Sofia: Heron Press, 2005. P. 296–311.

69. *Mutterer M. et al.* Recent Results on the Energetics of the Ternary Fission // Proc. of the 3rd Intern. Conf. on Dynamical Aspects of Nuclear Fission, Casta-Papiernicka, Slovak Republic / Ed. by J. Kliman, B. I. Pustyl'nik. Dubna: JINR, 1996. P. 250–261 and references therein;  
*Mutterer M. et al.* Recent Experimental Studies on Particle-Accompanied Fission // Nucl. Phys. A. 2004. V. 738. P. 122–128.
70. *Van de Vel K. et al.* Fine Structure in the  $\alpha$ -Decay of  $^{188,192}\text{Po}$  // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. 054311.
71. *Andreyev A. N. et al.*  $\alpha$ -Decay of the New Isotopes  $^{193,194}\text{Rn}$  // Phys. Rev. C. 2006. V. 74. 064303.
72. *Möller P., Nix J. J.* Nuclear Masses from a Unified Macroscopic-Microscopic Model // At. Data Nucl. Data Tables. 1988. V. 39. P. 213–223.
73. *Satula W., Wyss R.* Extended Mean Field Description of Deformed States in Neutron Deficient Cd- and Sn-Nuclei // Phys. Scr. 1995. V. 56. P. 159.
74. *De Witte H. et al.* Nuclear Charge Radii of Neutron-Deficient Lead Isotopes beyond  $N = 104$  Mid-Shell Investigated by In-Source Laser Spectroscopy // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. 112502.
75. *Cocolios T. E. et al.* Early Onset of Ground State Deformation in Neutron Deficient Polonium Isotopes // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. 052503.
76. *Fotiades N. et al.* Spectroscopy of  $^{192}\text{Po}$  // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. 1724.
77. *Bender M. et al.* Configuration Mixing of Angular Momentum Projected Self-Consistent Mean-Field States for Neutron-Deficient Pb Isotopes // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. 064303.
78. *Poenaru D. N. et al.* Calculated Half-Lives and Kinetic Energies for Spontaneous Emission of Heavy Ions from Nuclei // At. Data Nucl. Data Tables. 1986. V. 34. P. 423–538.
79. *Poenaru D. N. et al.* Nuclear Lifetimes for Cluster Radioactivities // At. Data Nucl. Data Tables. 1991. V. 48. P. 231–327.
80. *Шугин В. А.* О делении ядер через квазимолекулярные состояния // ЯФ. 1966. Т. 3. С. 756–761; Потенциальная энергия системы двух ядер, ядерные молекулы и деление ядер // ЯФ. 1972. Т. 14. С. 391–396.
81. *Волков В. В.* Роль двойной ядерной системы в процессе слияния ядер, квазиделения, деления и формирования кластеров // ЯФ. 1999. Т. 62. С. 1159–1166.
82. *Shneidman T. M. et al.* Relationship between Dinuclear Systems and Nuclei in Highly Deformed States // Nucl. Phys. A. 2000. V. 671. P. 119–135.
83. *Adamian G. G. et al.* How to Observe Hyperdeformed States Populated in Heavy Ion Reactions // Phys. Rev. C. 2004. V. 81. 064303;  
*Zubov A. S. et al.* Formation of Hyperdeformed States by Neutron Emission from a Dinuclear System // Phys. Rev. C. 2010. V. 81. 024607; Formation of Hyperdeformed States in Capture Reactions at Sub-Barrier Energies // Ibid. V. 82. 034610; Population of the Yrast Superdeformed Band in  $^{152}\text{Dy}$  within a Cluster Approach // Phys. Rev. C. 2013. V. 88. 034607.