

КВАНТОВЫЙ ЛАСТИК И ПРОБЛЕМА ЛОКАЛЬНОСТИ

*Д. А. Славнов**

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

ВВЕДЕНИЕ	503
ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОДХОДА	505
ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВОЛН ДЕ БРОЙЛЯ И КВАНТОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ	511
КВАНТОВЫЙ ЛАСТИК ГРУППЫ ЦАЙЛИНГЕРА	516
КВАНТОВЫЙ ЛАСТИК ГРУППЫ КИМА	520
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	526
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	527

*E-mail: slavnov@goa.bog.msu.ru

КВАНТОВЫЙ ЛАСТИК И ПРОБЛЕМА ЛОКАЛЬНОСТИ

*Д. А. Славнов**

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

В рамках алгебраического подхода рассматривается проблема локальности в экспериментах квантового ластика. Вопреки широко распространенному сейчас мнению показывается, что можно согласовать результаты экспериментов с предположением о существовании локальной физической реальности, определяющей результаты локальных измерений. Экспериментам квантового ластика дается наглядная физическая интерпретация, не противоречащая классическим представлениям.

The locality problem in the experiments of the quantum erasure is considered within the framework of the algebraic approach. Contrary to the opinion widely distributed now, we demonstrate that the results of these experiments can be reconciled with the assumption that there exists some local physical reality determining the results of local measurements. A clear physical interpretation of these experiments that does not contradict classical concepts is provided.

PACS: 03.65.Ud

ВВЕДЕНИЕ

Еще в работе [1] было сформулировано условие, которое сейчас обычно называют эйнштейновским условием локальности: если «... во время измерения эти две системы уже не взаимодействуют, то в результате каких бы то ни было операций над первой системой во второй системе уже не может получиться никаких реальных изменений». Это условие, после придания ему математической формы, стало одним из основных конструктивных элементов в построении современной квантовой теории поля (см., например, [2]). В боголюбовском подходе [3] на основе этого условия сформулирован принцип причинности — центральный пункт подхода.

Вместе с тем в последнее время появляется все больше сообщений об экспериментах, которые вроде бы противоречат этому условию локальности.

*E-mail: slavnov@goa.bog.msu.ru

Сюда относятся эксперименты с так называемым отсроченным выбором (см., например, [4, 5]), с квантовой телепортацией (см., например, [6, 7]), с квантовым ластиком [8, 9].

Эксперименты с отсроченным выбором и квантовой телепортацией были рассмотрены в работах [10–12], в которых показано, что результаты этих экспериментов вполне могут быть согласованы с условием локальности. В данной работе показывается, что то же самое справедливо и для экспериментов с квантовым ластиком.

Надо отметить, что проблема локальности имеет не только чисто академический интерес. Дело в том, что очень часто делаются заявления о том, что нарушение локальности в квантовых процессах может позволить создать новые, очень эффективные способы передачи информации. Это, конечно, очень заманчивая перспектива. Но, на наш взгляд, к этим заявлениям надо подходить с очень большой осторожностью.

Обсуждение проблемы локальности осложняется тем, что стандартный математический аппарат квантовой механики основывается на теории гильбертова пространства. Этот аппарат очень хорошо приспособлен для вычисления средних значений наблюдаемых величин, для нахождения вероятностей определенных значений этих величин, для установления корреляций между ними. Однако для исследования локальных свойств он приспособлен значительно хуже. Это связано с тем, что гильбертово пространство строится вне связи с пространством и временем. Наиболее рельефно это проявляется в гейзенберговском представлении, в котором векторы состояния (элементы гильбертова пространства) описывают состояние физической системы во все моменты времени. Таким образом, ни о какой локальности, во всяком случае по времени, здесь говорить не приходится.

На это можно возразить, что в том же представлении от пространственных и временных координат зависят операторы. Но эти операторы непосредственно связаны не с конкретными значениями наблюдаемых величин, а лишь с их средними значениями. В свою очередь, средние значения связаны с многократными измерениями, проводимыми в разных местах и (или) в разные моменты времени, т.е. и в этом случае мы выходим за рамки локальности. Поэтому для обсуждения свойств локальности желательно иметь математический аппарат, который дополнял бы стандартный математический аппарат квантовой механики. Подчеркнем, дополнял, а не отвергал, так как стандартный аппарат доказал свою очень высокую эффективность во многих вопросах.

Как показано в работах [11, 13–16], такой аппарат может быть сформулирован в рамках алгебраического подхода (см. [17–23]). Физические обоснования этого аппарата можно найти в работах [13, 14]. Здесь сосредоточено внимание на формальных моментах.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОДХОДА

В алгебраическом подходе в качестве первичного понятия рассматривается «наблюдаемая» и принимается следующий постулат.

Постулат 1. Наблюдаемые физической системы являются эрмитовыми элементами некоторой C^* -алгебры \mathfrak{A} .

C^* -алгебры [24] обладают следующим примечательным свойством. Любая C^* -алгебра имеет точное представление в подходящем гильбертовом пространстве, и эта алгебра изоморфна некоторой подалгебре ограниченных операторов в таком пространстве.

Под термином «наблюдаемая» понимается такой атрибут физической системы, для которого можно с помощью измерения получить некоторое численное значение. Далее наблюдаемые обозначаются латинскими буквами с «крышечкой», например \hat{A} . Значение этой наблюдаемой обозначается той же буквой A , но без крышечки. Множество эрмитовых элементов алгебры \mathfrak{A} будем обозначать \mathfrak{A}_+ .

Считается, что наблюдаемая локализована в области \mathcal{O} четырехмерного пространства-времени \mathfrak{M} , если ее значение можно определить с помощью измерения в области \mathcal{O} . Множество таких наблюдаемых обозначается $\mathfrak{A}_+(\mathcal{O})$. В алгебраическом подходе точки области \mathcal{O} в качестве наблюдаемых не рассматриваются.

В постулате 1 считается, что понятие «физическая система» является самоочевидным. Далее нам будет удобнее перейти на более формальный уровень и под термином «физическая система» подразумевать совокупность двух множеств: \mathcal{O} (область локализации системы) и $\mathfrak{A}_+(\mathcal{O})$ (множество ее наблюдаемых). Это позволит естественно переходить от физической системы к ее физической подсистеме: $\mathcal{O}, \mathfrak{A}_+(\mathcal{O}) \rightarrow \mathcal{O}', \mathfrak{A}'_+(\mathcal{O}')$, где $\mathcal{O}' \subset \mathcal{O}$ и $\mathfrak{A}'_+(\mathcal{O}') \subset \mathfrak{A}_+(\mathcal{O})$. При этом не будем предполагать, что подсистемы обязательно изолированы друг от друга. В общем случае системы и подсистемы могут быть открытыми.

Постулат 1 пригоден как для квантовой, так и для классической системы. Разница заключается в том, что в случае классической системы C^* -алгебра коммутативна, а в случае квантовой системы — некоммутативна. Одновременно с этим у классической системы все наблюдаемые совместимы, а у квантовой системы есть как совместимые, так и несовместимые наблюдаемые.

Наблюдаемые \hat{A} и \hat{B} назовем совместимыми, если их можно измерить совместимым образом. Последнее означает следующее. Измерим наблюдаемую \hat{A} , затем наблюдаемую \hat{B} , потом опять наблюдаемую \hat{A} и, наконец, наблюдаемую \hat{B} . Если результаты повторных измерений для каждой из наблюдаемых совпадут с результатами первичных измерений, то такие измерения назовем совместимыми. Соответственно, примем следующий постулат.

Постулат 2. Множество совместимых между собой наблюдаемых является действительной ассоциативной коммутативной алгеброй. Наоборот, если наблюдаемые принадлежат некоторой действительной ассоциативной коммутативной алгебре, то они совместимы.

Вместо термина «совместимые» часто употребляется термин «одновременно измеримые». Однако этот термин нельзя признать вполне удачным, так как пару несовместимых наблюдаемых можно одновременно измерить при использовании косвенного измерения.

Далее физическую систему, наблюдаемые которой описываются коммутативной C^* -алгеброй, будем называть классической, а систему, у которой имеются некоммутирующие наблюдаемые, будем называть квантовой.

Каждая C^* -алгебра имеет коммутативные подалгебры. Соответственно, каждая квантовая система имеет классические подсистемы. Коммутативная подалгебра называется максимальной, если она не является подалгеброй другой коммутативной подалгебры. Если C^* -алгебра некоммутирует, то она имеет бесконечно много максимальных коммутативных подалгебр \mathcal{Q}_ξ . Индекс ξ будет отличать одну такую подалгебру от другой.

Опыт показывает, что для классической системы в каждом состоянии сумме наблюдаемых соответствует сумма значений этих наблюдаемых, а каждому произведению — произведение их значений. Это значит, что каждому состоянию классической системы соответствует гомоморфное отображение алгебры наблюдаемых в множество действительных чисел. Для коммутативной C^* -алгебры такое отображение

$$\hat{A} \rightarrow A_\xi = \varphi_\xi(\hat{A}), \text{ если } \hat{A} \in \mathcal{Q}_\xi,$$

называется характером алгебры.

Таким образом, мы можем считать, что состояние классической системы задается характером ее алгебры. По сравнению с традиционным способом задания состояния классической системы с помощью точки в фазовом пространстве такой способ имеет целый ряд преимуществ. Во-первых, он пригоден для открытых систем. Во-вторых, он не предполагает знания уравнения движения. В-третьих, он не требует, чтобы каждая наблюдаемая системы (подсистемы) имела канонически сопряженную.

Такое определение состояния системы можно обобщить и на случай квантовой системы. Для квантовой системы каждая наблюдаемая \hat{A} , принадлежащая множеству \mathcal{A}_+ , одновременно принадлежит некоторой максимальной коммутативной подалгебре \mathcal{Q}_ξ . Поэтому при каждом конкретном измерении наблюдаемой $\hat{A} \in \mathcal{Q}_\xi$ мы можем считать, что мы имеем дело не с квантовой системой, а с ее классической подсистемой, наблюдаемые которой принадлежат подалгебре \mathcal{Q}_ξ . Конечно, эта система будет открытой, но это

не является препятствием для описания ее состояния с помощью характера подалгебры \mathfrak{Q}_ξ .

Таким образом, для предсказания результата измерения наблюдаемой \hat{A} достаточно знать вид функционала $\varphi_\xi(\hat{A})$. Соответственно, для предсказания результата измерения любой наблюдаемой, принадлежащей \mathfrak{A}_+ , достаточно знать вид функционалов $\varphi_\xi(\cdot)$ для всех значений индекса ξ . Обозначим такую совокупность функционалов символом $\varphi = [\varphi_\xi]$ и назовем эту совокупность элементарным состоянием.

Теперь можно принять следующий постулат.

Постулат 3. Результат каждого индивидуального эксперимента по измерению наблюдаемой физической системы определяется элементарным состоянием этой системы.

Для классической системы этот постулат справедлив тривиальным образом, так как в этом случае набор $\varphi = [\varphi_\xi]$ состоит из одного характера $\varphi_\xi(\cdot)$.

Для квантового случая возникает сразу несколько вопросов. Первый вопрос заключается в следующем. Постулат 3 утверждает, что элементарное состояние однозначно определяет результат любого индивидуального измерения. С другой стороны, хорошо известно, что для квантовой системы, в общем случае, можно предсказать только вероятность результата измерения. В действительности никакого противоречия нет. Дело в том, что для квантовой системы нельзя однозначно определить элементарное состояние, так как для такого определения обязательно потребуется проводить несовместимые измерения, в результате которых измерения одних наблюдаемых неконтролируемым образом искажают значения других наблюдаемых.

Второй вопрос такой. Одна и та же наблюдаемая \hat{A} может одновременно принадлежать нескольким подалгебрам \mathfrak{Q}_ξ . Тогда не ясно, при каком значении индекса ξ функционал $\varphi_\xi(\cdot)$ будет описывать результат наблюдения \hat{A} . Этот вопрос не возникнет, если потребовать, чтобы выполнялось равенство

$$\varphi_\xi(\hat{A}) = \varphi_{\xi'}(\hat{A}), \text{ если } \hat{A} \in \mathfrak{Q}_\xi \cap \mathfrak{Q}_{\xi'}, \quad \varphi_\xi(\cdot) \in \varphi, \varphi_{\xi'}(\cdot) \in \varphi. \quad (1)$$

Однако если потребовать, чтобы всегда выполнялось это равенство, то нельзя доказать, что соответствующее элементарное состояние существует. Если же не требовать обязательного выполнения равенства (1), то такое доказательство провести можно (см. статью [13]).

С другой стороны, условие (1) кажется вполне естественным. Более того, условие (1) является необходимым, если считать, что значение наблюдаемой — это объективная реальность. В действительности это не так. Дело в том, что о значении наблюдаемой мы получаем сведения из показаний измерительного прибора, которые являются следствием взаимодействия исследуемой физической системы с измерительным прибором, а это следствие может

зависеть не только от состояния исследуемой системы, но и от состояния прибора.

Простейший классический пример — это измерение скорости. Различным образом движущиеся приборы для одной и той же исследуемой системы зафиксируют различные значения скорости. Здесь легко можно пересчитать показания одного прибора в показания другого прибора. Однако в общей теории относительности для многих наблюдаемых это уже невозможно.

Можно показать (см. [11, 13]), что благодаря наличию несовместимых измерений, в общем случае, калибровка прибора не позволяет добиться выполнения условия (1) для всех квантовых наблюдаемых. Однако для некоторых наблюдаемых условие (1) может выполняться. Будем говорить, что элементарное состояние стабильно на наблюдаемой \hat{A} , если условие (1) выполняется для всех Ω_ξ и Ω'_ξ , которые содержат наблюдаемую \hat{A} .

Таким образом, в общем случае, значение наблюдаемой нельзя считать объективной характеристикой исследуемой системы. Оно может зависеть от характеристик измерительного прибора. С другой стороны, ничто не мешает считать такой характеристикой (физической реальностью) элементарное состояние. Заметим, что при доказательстве так называемой запрещающей (no-go) теоремы Кохена–Спекера [25] молчаливо предполагалось, что условие (1) всегда справедливо.

Возвращаясь к обсуждению элементарного состояния, можем констатировать, что с помощью совместимых измерений из набора $\varphi = [\varphi_\xi]$ функционалов $\varphi_\xi(\cdot)$ мы в состоянии определить только один функционал, например $\varphi_\eta(\cdot)$. В связи с этим удобно ввести класс φ_η -эквивалентных элементарных состояний. Обозначим этот класс $\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$. Членами этого класса являются элементарные состояния $\varphi = [\varphi_\xi]$, у которых для $\xi = \eta$ функционал φ_ξ один и тот же, а при $\xi \neq \eta$ для разных членов класса функционалы φ_ξ друг с другом никак не связаны.

Таким образом, с помощью совместимых измерений мы можем только установить, что имеем дело с одним из элементарных состояний из определенного класса эквивалентности, но не более того. Иными словами, мы можем выделить класс эквивалентности, а не конкретное элементарное состояние.

Если мы имеем дело с классом эквивалентности $\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$, в котором элементарные состояния стабильны на наблюдаемых $\hat{A} \in \Omega_\eta$, то при измерении этих наблюдаемых мы будем получать определенные значения, вне зависимости от того, с каким элементарным состоянием мы столкнемся в эксперименте. Для других наблюдаемых ничего определенного сказать нельзя, так как для разных элементарных состояний из этого класса значения наблюдаемых могут быть разными. Именно таким физическим свойством обладает квантовое состояние, фиксируемое определенными собственными значениями наблюдаемых

$\hat{A} \in \mathfrak{Q}_\eta$. Поэтому такой класс эквивалентности мы можем отождествить с соответствующим квантовым состоянием Ψ_{φ_η} , т. е. $\Psi_{\varphi_\eta} \equiv \{\varphi\}_{\varphi_\eta}$.

Концепция элементарного состояния позволяет вернуть классическую (колмогоровскую) теорию вероятностей в лоно квантовой физики. Напомним, что в основе колмогоровской теории вероятностей (см., например, [26, 27]) лежит так называемое вероятностное пространство (Ω, \mathcal{F}, P) . Здесь Ω — множество элементарных событий. Элементарные события должны быть взаимоисключающими, и в каждом испытании должно реализоваться одно и только одно элементарное событие. В нашем случае в качестве такого элементарного события может выступать элементарное состояние. В стандартном математическом аппарате квантовой механики претендента на эту роль нет.

Помимо элементарных событий вводится еще понятие случайного события, или просто события. Каждое событие F — это некоторое подмножество множества Ω . Считается, что произошло событие F , если произошло одно из элементарных событий, принадлежащих F . Предполагается, что в каждом испытании можно установить, произошло событие или нет. В квантовом случае это требует, чтобы исследуемые события можно было различить с помощью совместимых измерений.

Второй компонент вероятностного пространства — это так называемая σ -алгебра \mathcal{F} . Элементами σ -алгебры являются события F , включая все множество Ω и пустое множество. Опять же, в квантовом случае в σ -алгебру должны входить события, различимые совместимыми измерениями. Поэтому каждую допустимую σ -алгебру можно проиндексировать символом ξ , которым индексируются алгебры совместимых наблюдаемых. Множество, оснащенное σ -алгеброй, называется измеримым. Выбор определенной σ -алгебры \mathcal{F}_ξ физически соответствует выбору определенной совокупности измерительных приборов, которые могут проводить совместимые измерения.

Третьим компонентом вероятностного пространства является вероятностная мера P . Она каждому событию $F \in \mathcal{F}$ ставит в соответствие число $P(F)$ такое, что: а) $0 \leq P(F) \leq 1$ для всех $F \in \mathcal{F}$, $P(\Omega) = 1$; б) $P(\sum_j F_j) = \sum_j P(F_j)$ для любой счетной совокупности непересекающихся подмножеств $F_j \in \mathcal{F}$.

Обратим внимание на то, что вероятность P не является атрибутом какого-то элементарного события. Она, во-первых, зависит от множества Ω , элементом которого является это событие. Во-вторых, она зависит от того, какая σ -алгебра выбрана в множестве Ω . На этот пункт физики обычно не обращают внимания. В частности, это делается в случаях доказательств неравенств Белла [28]. Напомним, что именно неравенства Белла явились основным аргументом в утверждении, что колмогоровская теория вероятностей не применима в квантовой теории. Как показано в работах [15, 13], при учете

этой особенности квантовых систем приведенные доказательства неравенств Белла не проходят.

Если колмогоровская теория вероятностей допустима в квантовой физике, то среднее значение наблюдаемой $\hat{A} \in \mathfrak{Q}_\eta$ по классу эквивалентности $\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$ можно задать стандартной формулой теории вероятностей

$$\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A}) = \int_{\varphi \in \Psi_{\varphi_\eta}} P_{\hat{A}}(d\varphi) \varphi_\xi(\hat{A}), \quad (2)$$

где

$$P_{\hat{A}}(d\varphi) = P(\varphi : \varphi_\xi(\hat{A}) \leq A + dA) - P(\varphi : \varphi_\xi(\hat{A}) \leq A)$$

— вероятностная мера на классе $\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$.

Формула (2) будет исполнять роль квантового среднего, если справедлив следующий постулат.

Постулат 4. Вероятностное распределение на классе эквивалентности $\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$ таково, что правая часть равенства (2) не зависит от ξ и задает линейный функционал $\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A})$ на алгебре \mathfrak{A} .

Как показано в статье [13], такие функционалы существуют. Указанными в постулате 4 свойствами обладают функционалы, которые удовлетворяют соотношению

$$\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A})\tilde{p}_{\varphi_\eta} = \tilde{p}_{\varphi_\eta}\tilde{A}\tilde{p}_{\varphi_\eta}, \quad (3)$$

где \tilde{p}_{φ_η} — некоторый одномерный проектор в гильбертовом пространстве, в котором реализуется точное представление алгебры, а \tilde{A} — оператор в этом представлении, соответствующий \hat{A} .

Процедурой, которая реализует представление C^* -алгебры, является так называемая каноническая конструкция (см., например, [19, 29]) Гельфанда–Наймарка–Сигала (ГНС). Вкратце она состоит в следующем. Пусть имеется некоторая C^* -алгебра \mathfrak{A} и линейный положительный нормированный функционал Ψ на этой алгебре. В нашем случае таким функционалом может служить функционал Ψ_{φ_η} , задаваемый формулой (2). Будем считать два элемента \hat{A} и \hat{A}' алгебры \mathfrak{A} эквивалентными, если для любого $\hat{W} \in \mathfrak{A}$ справедливо равенство $\Psi(\hat{W}^*(\hat{A} - \hat{A}')) = 0$. Символ $*$ означает эрмитовское сопряжение в алгебре C^* . Обозначим через $\Phi(\hat{A})$ класс эквивалентности элемента \hat{A} и рассмотрим множество $\mathfrak{A}(\Psi)$ — множество всех классов эквивалентности в \mathfrak{A} . Превратим множество $\mathfrak{A}(\Psi)$ в линейное пространство, определив в нем линейные операции формулой

$$a\Phi(\hat{A}) + b\Phi(\hat{B}) = \Phi(a\hat{A} + b\hat{B}),$$

а скалярное произведение

$$\left(\Phi(\hat{A}), \Phi(\hat{B})\right) = \Psi(\hat{A}^* \hat{B}). \quad (4)$$

Это скалярное произведение порождает в $\mathfrak{A}(\Psi)$ норму. Пополнение по этой норме превращает $\mathfrak{A}(\Psi)$ в гильбертово пространство. Каждый элемент \hat{A} алгебры \mathfrak{A} однозначно представляется в этом пространстве линейным оператором \tilde{A} , действующим по правилу

$$\tilde{A}\Phi(\hat{B}) = \Phi(\hat{A}\hat{B}). \quad (5)$$

Конструкция ГНС позволяет построить представление любой C^* -алгебры. Рассмотрим ГНС-конструкцию, в которой в качестве функционала, порождающего представление, фигурирует $\Psi_{\varphi_n}(\hat{A})$. Пусть $\Phi(\hat{I})$ — класс эквивалентности единичного элемента \hat{I} , тогда согласно формулам (4) и (5) имеем

$$\left(\Phi(\hat{I}), \tilde{A}\Phi(\hat{I})\right) = \Psi(\hat{A}).$$

Это не что иное, как правило Борна.

Таким образом, конструкция ГНС позволяет воспроизвести стандартный математический аппарат квантовой механики. Конструкция ГНС — довольно сложное математическое построение. Конечно, гораздо проще постулировать, что квантовое состояние описывается вектором (матрицей плотности) некоторого гильбертова пространства, а среднее значение наблюдаемых — правилом Борна. Однако при таком подходе становится совершенно неочевидной связь математических понятий с их физическими прообразами.

В результате подавляющее большинство физиков, занимающихся исследованием квантовых процессов, смирились с мыслью, что многим процессам нельзя дать интуитивно понятное объяснение. Технически более сложный алгебраический подход более тесно связан с физическими явлениями, поэтому часто в его рамках такое интуитивно понятное объяснение дать можно.

2. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВОЛН ДЕ БРОЙЛЯ И КВАНТОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

Одним из наиболее трудно интерпретируемых свойств квантовых систем является корпускулярно-волновой дуализм. В любом учебнике по квантовой механике можно найти утверждение, что с каждой квантовой частицей, имеющей импульс k , связана волна де Бройля, длина волны которой равна

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{k}. \quad (6)$$

В качестве экспериментального подтверждения этого тезиса чаще всего приводят результаты опытов рассеяния электронов на двух щелях. В этом эксперименте наблюдается отчетливая интерференционная картина, соответствующая формуле (6).

Обычно соотношение (6) трактуется следующим образом. Электрон (или другая квантовая частица) одновременно обладает свойствами как частицы с импульсом k , так и волны с длиной λ . Но такую трактовку трудно согласовать со свойством локальности. Волна — это протяженный объект, размеры которого не должны быть заметно меньше длины волны. С другой стороны, электрон может иметь сколько угодно малый импульс. Тогда согласно формуле (6) он должен иметь макроскопические размеры.

Надо сказать, что сам де Бройль такой трактовки не придерживался. Он утверждал (см., например, [30]), что с частицей *связана* волна, длина которой удовлетворяет соотношению (6). Кроме того, он утверждал, что частота этой волны связана с энергией частицы соотношением

$$E = \hbar\omega \quad (7)$$

и такая связь между длиной волны, частотой, энергией и импульсом характерна для электромагнитной волны. Здесь сразу же возникает вопрос, откуда может взяться эта волна.

Оказывается, ответ на этот вопрос может подсказать квантовая теория поля (см., например, [31]). Эта теория утверждает, что при рассеянии электрона, помимо собственно электрона, рождается огромное количество тормозных фотонов. Эти фотоны мы не наблюдаем, так как их энергия лежит ниже порога чувствительности измерительных приборов, но они совершенно необходимы, например, для объяснения компенсации инфракрасных расходимостей. Аналогичная ситуация имеет место при рассеянии фотона, или другой квантовой частицы. Помимо наблюдаемого фотона (или другой частицы) рождается масса мягких тормозных фотонов. Поэтому, когда нам кажется, что мы имеем дело с одиночной наблюдаемой частицей, в действительности мы имеем дело с этой частицей и целым облаком ненаблюдаемых мягких фотонов. Эти фотоны не виртуальные, а вполне реальные.

Наблюдаемые частицы рождаются в одном процессе с тормозными фотонами. Никаким законам физики не противоречит предположение, что между ними может возникнуть корреляция. В частности, наблюдаемая частица может быть когерентна волне тормозных фотонов. Для этого достаточно, чтобы при рождении эта частица приобрела колебания (назовем их собственной осцилляцией) с частотой, описываемой формулой (7), и генерировала в облаке тормозных фотонов волну с длиной, описываемой формулой (6). Конечно, частоты собственных осцилляций каждого отдельного тормозного фотона не будут равны частоте наблюдаемой частицы. Здесь надо различать собственные осцилляции тормозных фотонов и их колебания в волне де Бройля.

Волна — это коллективный объект, который может иметь большие размеры. Это ни в коей мере не противоречит принципу локальности, который принят в квантовой теории поля.

В рассматриваемом случае элементами коллектива являются мягкие фотоны. Каждый из этих фотонов находится в некотором элементарном состоянии. Когерентность требует определенных корреляций между этими состояниями. Иными словами, эти состояния должны образовывать определенный класс эквивалентности. В нашем подходе классу эквивалентности элементарных состояний соответствует квантовое состояние.

Граница между наблюдаемыми фотонами и ненаблюдаемыми мягкими тормозными фотонами четко не фиксирована. Но ее всегда можно установить так, чтобы она лежала ниже порога чувствительности используемых измерительных приборов. Так как мягких тормозных фотонов, с одной стороны, бесконечно много, а, с другой стороны, они несут малое количество энергии, то границу можно установить так, чтобы их совокупность хорошо аппроксимировалась классическим электромагнитным полем. Для последнего корреляционные функции n -го порядка можно представить в виде произведения корреляционных функций первого порядка.

Согласно Глауберу (см. [32,33]) система фотонов, в которой корреляционные функции обладают таким свойством, находится в так называемом когерентном состоянии. Поэтому можно считать, что каждой волне де Бройля соответствует определенное когерентное квантовое состояние Глаубера.

Обычно считается, что когерентность характерна только для монохроматических волн. В данном случае это условие не выполняется, если под условием монохроматичности мы понимаем равенство частот собственных осцилляций всех составляющих волны. Но, как показал Глаубер, монохроматичность не является необходимым условием возникновения когерентности.

Если мы допускаем возможность образования пары — наблюдаемой частицы и когерентной с ней волны де Бройля, состоящей из ненаблюдаемых мягких фотонов, — то следует ожидать, что благодаря резонансному взаимодействию эта пара может образовать сильно связанную систему, которую мы назовем маркированной волной, а в качестве маркера будем рассматривать наблюдаемую частицу.

В маркированной волне физически реализуется корпускулярно-волновая дуальность. Маркер несет корпускулярную информацию (энергию и импульс наблюдаемой частицы), а мягкие тормозные фотоны несут информацию о фазе волны. Маркер, подобно поплавку на поверхностной волне на воде, может замещать любой фотон волны. Естественно предположить, что в масштабе одного периода относительная вероятность быть замещенным маркером у всех волновых фотонов одинакова.

Это предположение имеет следующее следствие. Пусть при одинаковых условиях мы провели большое количество экспериментов, в каждом из ко-

торых была реализована маркированная волна со случайной локализацией маркера. Образует ансамбль, элементами которого являются маркеры. Этот ансамбль будет иметь такую же структуру, что и ансамбль, состоящий из мягких фотонов одной волны. Поэтому оба эти ансамбля можно рассматривать как разные физические реализации одного и того же квантового состояния. Однако если волна мягких фотонов имеет вполне четкую локализацию в пространстве и времени, то ансамбль маркеров такой локализации не имеет. В этом смысле ансамбль маркеров образует не физическую волну, а волну вероятностей. С другой стороны, волна мягких фотонов не наблюдаема, а все элементы волны вероятностей наблюдаемы.

В такой ситуации эксперимент по рассеянию на двух щелях интерпретируется вполне наглядно (см. [11, 12]). В источнике одновременно с электроном рождается когерентная ему волна тормозных фотонов. Эта волна падает на решетку с двумя щелями и возбуждает в ней колебания. Структура этих колебаний зависит от того, открыта одна из щелей или две. Эти колебания очень слабые, но они когерентны колебаниям электрона. Поэтому с электроном они взаимодействуют резонансным образом и оказываются той случайной силой, которая отклоняет электрон от прямолинейного движения.

Для отдельного электрона величина этого отклонения случайна и непредсказуема. Однако для большого количества электронов «вступает в игру» теория вероятностей, которая приводит к определенному распределению отклонений. При этом совершенно безразлично, с каким интервалом по времени падают электроны на экран со щелями. Важно только, чтобы начальные условия у этих электронов были одинаковыми и чтобы можно было пренебречь взаимодействием этих электронов между собой.

Сами электроны остаются хорошо локализованными частицами, и при попадании на регистрирующий экран они оставляют на нем точечные следы. В такой ситуации для объяснения результата эксперимента никакой аксиомы о коллапсе квантового состояния не требуется. Напомним, что в нашем подходе квантовое состояние описывает не отдельный электрон, а ансамбль электронов, падающих на экран. В данном эксперименте волна тормозных фотонов может рассматриваться в качестве пилотной волны де Бройля–Бома.

Алгебраический подход позволяет взглянуть по-новому на многие другие трудные интерпретируемые явления квантовой физики. Среди них: запутанные состояния, коллапс волновой функции, бесконтактные измерения. В стандартной формулировке квантовой механики эти явления очень трудно согласовать с условием локальности.

Обычно запутанное состояние определяется чисто формальным образом. Запутанное состояние — это состояние двух подсистем, описываемое волновой функцией, которая не может быть представлена в виде произведения волновых функций, каждая из которых описывает состояние соответствующей

щей подсистемы. Для простоты ограничимся случаем двух подсистем. Одновременно с этим волновая функция системы может быть представлена в виде двух слагаемых, имеющих вид таких произведений. При этом считается, что квантовое состояние (волновая функция) — это характеристика отдельной квантовой системы (подсистемы).

В варианте алгебраического подхода, используемого в данной статье, ситуация иная. Отдельная квантовая система (подсистема) описывается элементарным состоянием, а квантовое (чистое) состояние — это класс эквивалентности элементарных состояний. Соответственно, квантовое состояние описывает не отдельную квантовую систему, а ансамбль квантовых систем. Ансамбль, для которого выполняется постулат 4, далее будем называть квантовым ансамблем.

В отличие от квантового состояния для любой конкретной квантовой системы, описываемой конкретным элементарным состоянием, каждая подсистема описывается своим конкретным элементарным состоянием. Запутанным квантовым ансамблем назовем квантовый ансамбль, обладающий двумя свойствами. Во-первых, он не является чистым квантовым ансамблем для каждой из двух взаимно дополняющих друг друга подсистем. Во-вторых, в этом ансамбле реализуется следующее корреляционное свойство. Если из запутанного квантового ансамбля выбрать подансамбль такой, что элементарные состояния первой подсистемы составят квантовый ансамбль этой подсистемы, то автоматически элементарные состояния второй подсистемы составят квантовый ансамбль второй подсистемы. Это условие корреляции можно считать определением запутанного квантового ансамбля, в котором отсутствует ссылка на запутанное квантовое состояние. Наоборот, запутанным квантовым состоянием назовем квантовое состояние, соответствующее запутанному квантовому ансамблю.

Такая корреляция между подсистемами, как правило, возникает в момент создания системы. В дальнейшем подсистемы могут разойтись на большое расстояние и потерять какую-либо связь между собой. Тем не менее корреляция между ними может сохраниться. Это ни в коей мере не противоречит свойству локальности. Вместе с тем может возникнуть иллюзия, что с помощью запутанного ансамбля можно реализовать бесконтактное воздействие (измерение), противоречащее свойству локальности.

Действительно, отбирая из ансамбля исследуемых систем те системы, у которых элементарные состояния первой подсистемы составляют квантовый подансамбль, мы тем самым отбираем системы, у которых элементарные состояния второй подсистемы также составляют определенный квантовый ансамбль. Остается только сообщить исследователю, который будет непосредственно работать со второй (удаленной) подсистемой, какие системы он должен учитывать. При этом для набора статистики совершенно безразлично, когда он будет проводить этот отбор систем — до проведения требуемых из-

мерений или сначала проведет измерения, а затем сделает выборку из готовых результатов.

Измерения, проводимые в первой подсистеме, никак не влияют на результаты измерений во второй подсистеме. Измерения в первой подсистеме только позволяют выработать инструкцию, как надо проводить набор статистики. С другой стороны, если мы считаем, что квантовое состояние — это свойство отдельной квантовой системы, то возникает иллюзия, что измерения в первой подсистеме формирует квантовое состояние в отдаленной второй системе. Эта иллюзия прочно утвердилась в квантовой механике и получила название «действие на расстоянии». Аналогичным образом коллапс квантового состояния легко сводится к отбору учитываемых элементарных состояний.

Понятие запутанного квантового ансамбля позволяет дать вполне наглядную интерпретацию такого загадочного явления, как квантовая телепортация (см. [10, 11]). На основе этого понятия далее будет дана наглядная интерпретация явления, которое получило название квантового ластика.

3. КВАНТОВЫЙ ЛАСТИК ГРУППЫ ЦАЙЛИНГЕРА

Сначала обсудим эксперимент группы Цайлингера [9]. Были реализованы два варианта эксперимента. Первый — венский с базой 55 м. Второй — канарский с базой 144 км. Результаты обоих экспериментов были идентичны, и мы осудим только первый вариант.

Принципиальная схема венского эксперимента изображена на рис. 1 (из статьи [9]). Регистрирующие элементы были расположены в трех лабораториях, удаленных друг от друга на расстояниях, которые обеспечивали то, что эксперименты в разных лабораториях были разделены между собой пространственноподобными интервалами. Основываясь на этом, авторы эксперимента заявили, что их результаты противоречат эйнштейновскому условию локальности. Мы сейчас убедимся, что противоречия можно избежать.

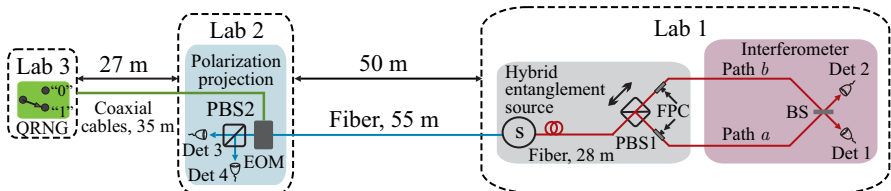


Рис. 1. Схема венского эксперимента

В эксперименте используется пара фотонов: сигнальный фотон s и фотон окружения e . Эта пара находится в запутанном состоянии

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|H\rangle_s |V\rangle_e + |V\rangle_s |H\rangle_e \right],$$

где H и V означают горизонтальную и вертикальную поляризации.

Источником S таких фотонов является нелинейный кристалл, облучаемый ультрафиолетовым лазером. Лазерные фотоны рассеиваются в кристалле. Как правило, при таком рассеянии один фотон на входе дает один фотон на выходе. Однако иногда с гораздо меньшей вероятностью один фотон порождает два фотона, суммарная энергия которых равна энергии входящего фотона. Такое явление получило название «параметрического преобразования частоты вниз». В зависимости от свойств кристалла между поляризациями фотонов в паре реализуются разного типа корреляции. Если фотоны рождаются с ортогональными поляризациями, то говорят, что это преобразование второго типа.

Один из фотонов пары (фотон s) направляется в лабораторию 1. Другой (фотон e) направляется в лабораторию 2. Там он попадает в электрооптический модулятор ЕОМ, который может находиться в двух состояниях: включен, выключен. Включение и выключение производится генератором случайных чисел QRNG.

Когда модулятор ЕОМ выключен, фотон e проходит через него без изменения своей поляризации. Когда модулятор включен, циклическая поляризация фотона e меняется на линейную. После модулятора ЕОМ фотон e попадает в поляризационный светоделитель PBS2. В зависимости от своей линейной поляризации фотон e направляется либо в детектор Det₃, либо в детектор Det₄.

Партнер фотона e — фотон s — направляется в поляризационный светоделитель PBS1. После него он, в зависимости от своей поляризации, направляется либо в плечо a , либо в плечо b интерферометра. Смещая светоделитель PBS1, можно изменять разность оптических длин этих плечей. Далее фотон s попадает в простой светоделитель BS, после которого направляется либо в детектор Det₁, либо в детектор Det₂.

Для набора статистики эксперимент многократно повторяется в двух режимах: ЕОМ включен, ЕОМ выключен. В обоих режимах измерения проводятся при различных смещениях светоделителя PBS1. Результат набора статистики следующий. При выключенном модуляторе ЕОМ вероятность попасть фотону s в каждый из детекторов Det₁ и Det₂ равна 1/2 и не зависит от положения светоделителя PBS1. При включенном модуляторе ЕОМ вероятность зависит от положения светоделителя PBS1. График этой зависимости имеет вид типичной интерференционной картины.

Одновременно с этим установлено следующее. При выключенном модуляторе ЕОМ щелчки детекторов Det_3 и Det_4 однозначно фиксируют плечи a и b , по которым распространяется фотон s . При включенном модуляторе ЕОМ эти щелчки такой информации не дают.

Внешне все выглядит так, как будто генератор случайных чисел QRNG влияет на поведение фотонов, которые попадают в детекторы Det_1 и Det_2 . При этом справедлив следующий принцип дополнительности. При выключенном модуляторе ЕОМ можно (с помощью детекторов Det_3 и Det_4) получить информацию о том, по какому пути распространяется фотон s , но интерференционная картина не возникает. При включенном модуляторе ЕОМ информация о пути следования фотона s стирается, но возникает интерференционная картина. Вроде бы принцип причинности нарушается.

Сейчас мы убедимся, что такого вывода можно избежать. Будем считать, что источник S испускает не отдельные фотоны s и e в некоторых квантовых состояниях, а маркированные волны, в которых эти фотоны являются маркерами. Как отмечено в разд. 1, при наборе статистики получаемому ансамблю маркеров соответствует определенное когерентное квантовое состояние. Как отмечено в разд. 2, этому же квантовому состоянию соответствует ансамбль мягких фотонов, образующих когерентную волну де Бройля. Математически квантовое состояние может быть описано вектором гильбертова пространства, но гильбертово пространство плохо приспособлено для описания локальных свойств.

В противоположность этому волна мягких фотонов является физическим объектом, имеющим вполне определенные локальные свойства. Поэтому мы постараемся проследить связь между математическими операциями над векторами гильбертова пространства и физическими операциями над соответствующей волной мягких фотонов.

Сначала рассмотрим случай, когда модулятор ЕОМ выключен. После ЕОМ волна с маркером e попадет в поляризационный светоделитель PBS2. В зависимости от поляризации она направится либо в детектор Det_3 , либо в Det_4 . Для определенности будем считать, что при поляризации H волна попадет в детектор Det_4 . В таком случае щелчок детектора Det_4 будет означать, что испущенная источником S волна с маркером e имела поляризацию H , а ее партнер — волна с маркером s — имела поляризацию V . Соответственно, после прохождения поляризационного светоделителя PBS1 она пойдет в плечо b интерферометра. Обозначим вектор квантового состояния этой волны через $|b\rangle$.

По плечу b эта волна достигнет простого светоделителя BS. При этом фаза волны изменится на угол ϕ , величина которого зависит от длины плеча. В светоделителе BS волна разделится на две части. Половина мягких фотонов пройдет без изменения фазы насквозь в виде волны d_1 , идущей к детектору Det_1 , другая половина с изменением фазы на $\pi/2$ отразится и в виде волны d_2

пойдет к детектору Det_2 . Для каждого волнового фотона вероятность попасть в любой из двух детекторов равна $1/2$ и не зависит от угла ϕ .

В терминах гильбертова пространства этот процесс выглядит следующим образом. Сдвиг фазы: $|b\rangle \rightarrow e^{i\phi}|b\rangle$. Прохождение через светоделитель BS:

$$e^{i\phi}|b\rangle \rightarrow |d\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{i\phi}|d_1\rangle + e^{i(\phi+\pi/2)}|d_2\rangle \right]. \quad (8)$$

Здесь

$$\hat{d}_i|d_j\rangle = \delta_{ij}|d_j\rangle, \quad \langle d_i|d_j\rangle = \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2),$$

где щелчок детектора $\text{Det}(i)$ — это значение 1 наблюдаемой \hat{d}_i . Очевидно, $\langle d|\hat{d}_i|d\rangle = 1/2$.

Теперь рассмотрим случай, когда модулятор включен. Для определенности будем считать, что правополяризованные фотоны модулятор переводит в горизонтально поляризованные фотоны, а левополяризованные — в вертикально поляризованные. В этом случае щелчок детектора Det_3 означает, что при испускании фотона e из источника S он имел поляризацию R . Соответственно, его напарник фотон s должен иметь поляризацию L . Аналогичным образом щелчок детектора Det_4 свидетельствует о том, что фотон s имеет поляризацию R .

При включенном модуляторе наблюдается интерференционная картина. Но она видна только после набора статистики, т. е. когда мы имеем дело не с отдельными событиями, а с ансамблями событий. В рассматриваемом случае это будут квантовые ансамбли, для которых справедлив постулат 4 из разд. 1. Соответственно, для вычисления статистического среднего мы сможем воспользоваться формулой (3).

Для примера рассмотрим случай, когда щелкнул детектор Det_3 . Это означает, что соответствующий фотон s имеет поляризацию L . Когерентные ему тормозные фотоны также будут иметь поляризацию L . В нашем подходе это не означает, что они не имеют никакой линейной поляризации. Этот факт означает другое: в множестве таких левополяризованных фотонов половина фотонов имеет поляризацию V , а другая половина имеет поляризацию H .

В результате на выходе светоделителя PBS1 будет следующая картина. Фотон s пойдет по одному из путей — a или b , а когерентная с ним волна тормозных фотонов разобьется на две части. Одна из них пойдет по пути a , а другая пойдет по пути b . Непосредственно после светоделителя PBS1 фотоны в разных частях будут иметь ортогональные поляризации. Однако после прохождения регуляторов поляризации FPS все фотоны станут одинаково поляризованными.

При попадании на светоделитель BS обе волны когерентно сложатся с учетом сдвига фаз. Этот сдвиг фаз зависит от разности оптических длин путей a и b . Следовательно, количество волновых фотонов, попавших в детек-

торы Det_1 и Det_2 , будет зависеть от фазового сдвига. Так как при наборе статистики вероятность попасть маркеру в каждый из этих детекторов равняется вероятности попасть в этот детектор волновому фотону, то при включенном модуляторе ЕОМ будет наблюдаться интерференционная картина.

Посмотрим, как этот физический процесс можно описать в терминах гильбертова пространства. На входе светоделителя PBS1 мы имеем волну мягких фотонов, которая описывается вектором

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|H\rangle - i|V\rangle]. \quad (9)$$

Далее в подобной ситуации будем говорить: имеем волну (9). Светоделитель PBS1 преобразует ее в волну

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [|a\rangle - i|b\rangle].$$

После регулятора РРС волны $|a\rangle$ и $|b\rangle$ будут иметь одинаковую поляризацию. За счет смещения светоделителя PBS1 на входе светоделителя BS будем иметь волну

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [e^{-i\phi}|a\rangle - ie^{i\phi}|b\rangle].$$

Согласно формуле (8) светоделитель BS преобразует ее в волну

$$|d'\rangle = [-i \sin \phi |d_1\rangle + \cos \phi |d_2\rangle].$$

Отсюда следует

$$\langle d'|\hat{d}_1|d'\rangle = \sin^2 \phi, \quad \langle d'|\hat{d}_2|d'\rangle = \cos^2 \phi.$$

При щелчке Det_4 \hat{d}_1 и \hat{d}_2 меняются местами.

Модулятор ЕОМ никак не влияет на значение наблюдаемых \hat{d}_1 и \hat{d}_2 для каждого конкретного фотона s . Он влияет на множество событий, по которому происходит усреднение значений этих наблюдаемых. Так как обработка данных производится после окончания всех этапов эксперимента, то совершенно безразлично, как отделены друг от друга различные этапы.

Таким образом, никакого противоречия между эйнштейновским принципом причинности и результатами данного эксперимента нет.

4. КВАНТОВЫЙ ЛАСТИК ГРУППЫ КИМА

Теперь рассмотрим эксперимент, выполненный группой Кима [8]. В этом эксперименте события, коррелированные друг с другом, не разделены между собой пространственноподобным интервалом. Этот эксперимент является примером эксперимента с отсроченным выбором, в котором будущее вроде бы влияет на прошлое.

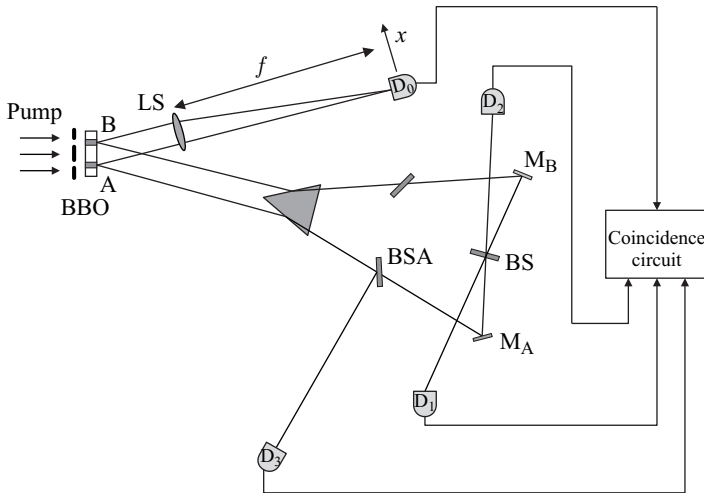


Рис. 2. Схема эксперимента группы Кима

Принципиальная схема эксперимента изображена на рис. 2 (из статьи [8]). В этом эксперименте также используются запутанные фотонные пары, полученные с помощью параметрического преобразования частоты вниз второго типа. Ультрафиолетовый лазер через решетку с двумя щелями облучает нелинейный кристалл ВВО в двух областях — А и В. В каждом отдельном событии одна из этих областей является источником запутанной пары фотонов: сигнального фотона s и фотона окружения e . Фотон s направляется на линзу LS, в фокальной плоскости которой расположен детектор D_0 . Этот детектор может перемещаться по фокальной плоскости и регистрировать количество фотонов s , попадающих в различные точки плоскости.

Фотон e направляется в интерферометр с плечами одинаковой оптической длины. Интерферометр состоит из призмы, трех простых светоделителей 50 : 50 (BSA, BSB, BS) и двух зеркал M_A и M_B . Так как зеркала дают одинаковые сдвиги фазы, то в дальнейшем эти сдвиги можно не учитывать. После прохождения интерферометра фотон e попадает в один из детекторов D_1, D_2, D_3, D_4 (детектор D_4 на рисунке не изображен). Сигналы от этих детекторов и от детектора D_0 подаются в систему совпадений, которая позволяет установить для каждого фотона s , в какой из детекторов D_1, D_2, D_3, D_4 попал его напарник — фотон e . Габариты установки подобраны таким образом, что время прохождения фотона s до детектора D_0 значительно меньше времени прохождения его напарника e до детектора регистрации.

Проследим за какой-нибудь одной запутанной парой фотонов s и e . Пусть пара рождается в области А. Фотон s , пройдя линзу LS, попадает в детек-

тор D_0 . Его напарник e , отразившись от призмы, попадает в светоделитель BSA. После светоделителя он с вероятностью 0,5 попадет в детектор D_3 , где будет зарегистрирован. С такой же вероятностью этот фотон направится к зеркалу M_A , после которого он попадет в светоделитель BS. После этого светоделителя он опять с вероятностью 0,5 попадет в детектор D_2 , где будет зарегистрирован. С такой же вероятностью он направится к зеркалу M_B , после которого попадет в детектор D_1 .

Аналогичным образом ведет себя пара, родившаяся в области В. Единственная разница заключается в том, что вместо детектора D_3 фотон e может попасть в детектор D_4 . Таким образом, щелчок детектора D_3 однозначно указывает, что пара родилась в области А, а щелчок детектора D_4 однозначно указывает, что пара родилась в области В. Щелчки детекторов D_1 и D_2 никакой информации о месте рождения пары не дают.

Анализ результатов работы детекторов показывает, что если отбираются события с щелчками детектора D_3 или D_4 , то детектор D_0 никакой интерференционной картины не регистрирует. Обратим внимание на то, что в этих случаях однозначно известно, в какой области родилась фотонная пара.

Если отбираются события с щелчками детектора D_1 или D_2 , то детектор D_0 воспроизводит интерференционные картины. В этих двух случаях информация о месте рождения пары оказывается стертой.

Такой анализ результатов эксперимента позволил авторам сделать вывод, что если из результатов эксперимента нельзя получить информацию о месте рождения пары, то имеет место интерференционная картина, а если такую информацию получить можно, то интерференционная картина отсутствует. Таким образом, вроде бы наличие или отсутствие интерференционной картины определяется результатами работы детекторов D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , а с другой стороны, сама интерференционная картина строится из показаний детектора D_0 , которые были получены до срабатывания детекторов D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , т. е. все выглядит так, как будто бы будущее влияет на прошлое.

Теперь посмотрим, как результаты эксперимента можно интерпретировать в рамках концепции маркированных волн. Будем считать, что на решетку вдоль оси z падают не отдельные лазерные фотоны, а маркированные волны, в которых наблюдаемые фотоны являются маркерами. Обозначим ширину каждой щели в решетке через a , а расстояние между щелями — через r . В плоскости решетки направим ось x перпендикулярно щелям.

Ясно, что в формировании интерференционной картины примут участие только те волны, маркеры которых прошли либо через одну щель, либо через другую. Сама интерференционная картина определяется вероятностным распределением k_x — проекцией на ось x импульсов маркеров. Таким образом, решетка с двумя щелями сформирует ансамбль физических систем, которые оставят следы на регистрирующем экране.

Каждая из этих систем описывается большим количеством наблюдаемых, относящихся как к маркеру, так и к волновым фотонам. В каждой такой системе выделим подсистему с наблюдаемыми: \hat{k}_x и \hat{x} . Строго говоря, эти наблюдаемые не являются элементами C^* -алгебры, но элементами C^* -алгебры являются их спектральные проекторы $\hat{p}(k)$ и $\hat{p}(x)$. Напомним, что в теории самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве каждому участку спектра оператора ставится в соответствие определенный проекционный оператор.

Решетка с двумя щелями отбирает подсистемы, в которых маркеры проходят через ту или иную щель. Это значит, что при прохождении решетки координата x любого из этих маркеров будет удовлетворять условию

$$\frac{r}{2} < |x| < \frac{r}{2} + a \tag{10}$$

и эти маркеры будут иметь одно и то же значение наблюдаемой $\hat{p}(x)$ — проектора, соответствующего в спектре участку (10). Так решетка сформирует квантовый ансамбль (класс эквивалентности элементарных состояний). В этом ансамбле вероятностное распределение должно удовлетворять постулату 4 из разд. 1, и мы можем воспользоваться формулой (3). Так как в этой формуле фигурируют операторы точного представления C^* -алгебры в гильбертовом пространстве, то дальнейшие математические выкладки мы можем производить, используя стандартную технику квантовой механики.

Так как нас будет интересовать только общий вид картины на экране, то мы несколько идеализируем условия эксперимента. В частности, будем считать, что при распаде фотона накачки на фотоны s и e сохраняются как энергия, так и импульс, и они распределяются между этими фотонами поровну. В действительности это справедливо только в среднем. Для более детальных расчетов можно воспользоваться техникой, рассмотренной в статье [34].

Сначала проследим за событиями, когда щелкнул детектор D_1 . Будем следить за маркированными волнами, но, так же как в предыдущем разделе, будем изображать их в виде векторов гильбертова пространства, описывающих квантовое состояние этих волн. Опять эти векторы будем называть волнами. После прохождения решетки будем иметь дело с двумя волнами

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[|\chi_A(x)\rangle + |\chi_B(x)\rangle]. \tag{11}$$

Здесь мы ввели две функции

$$\chi_A(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \text{ при } \frac{r}{2} < -x < \frac{r}{2} + a, = 0 \text{ в другом случае}$$

и

$$\chi_B(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \text{ при } \frac{r}{2} < x < \frac{r}{2} + a, = 0 \text{ в другом случае.}$$

В (11) первое слагаемое соответствует волне с маркером, прошедшим через щель А, а второе слагаемое — волне с маркером, прошедшим через щель В. В дальнейшем функции $\chi_A(x)$ и $\chi_B(x)$ будут играть роль волновых функций соответствующих квантовых состояний в x -представлении. После кристалла ВВО каждое из слагаемых в (11) будет описывать две волны с маркерами s и e .

Чтобы не загромождать формулы, далее будем опускать слагаемые, соответствующие волнам, идущим к детекторам D_3 и D_4 . После прохождения через светоделители BSA, BSB и BS произойдет еще одно разделение маркированных волн на волны, в которых фотоны e распространяются в сторону детектора D_1 или D_2 . Результат такого разделения в терминах векторов гильбертова пространства описывается в виде

$$2^{-1} [|\chi_A(x)\rangle|d_2\rangle + i[|\chi_A(x)\rangle|d_1\rangle + |\chi_B(x)\rangle|d_1\rangle + i|\chi_B(x)\rangle|d_2\rangle] \equiv |\chi, d\rangle,$$

где учтено изменение фазы волны, маркированной фотоном e , при отражении в светоделителе. Если мы отбираем события, в которых шелкнул детектор D_1 , то получим ансамбль волн, маркированных фотонами s , который описывается вектором

$$|\chi_1(x)\rangle \equiv [i|\chi_A(x)\rangle + |\chi_B(x)\rangle]/\sqrt{2} = \sqrt{2}\langle d_1|\chi, d\rangle. \quad (12)$$

В терминах теории вероятностей (см., например, [26, 27]) этот ансамбль описывается условной вероятностью

$$P(F_1|F_2) = \frac{P(F_1 \cap F_2)}{P(F_2)}.$$

В этой формуле $P(F_i)$ — вероятность события F_i ; $P(F_1 \cap F_2)$ — вероятность одновременной реализации событий F_1 и F_2 . Хотя здесь используется термин «одновременный», никакого отношения ко времени он не имеет. Он означает, что произошли оба события, а в какой последовательности или с каким временным промежутком они произошли — совершенно безразлично. $P(F_1|F_2)$ — вероятность события F_1 при условии, что событие F_2 также произошло. В нашем случае $P(F_2) = 1/2$ — вероятность щелчка детектора D_1 .

Мы легко можем вычислить $R_{01}(k_x) \delta k_x$ — условное среднее число фотонов s , имеющих x -проекцию импульса в интервале δk_x при условии, что фотон e попадет в детектор D_1 . Для этого воспользуемся формулой (3), в которую в качестве проектора \tilde{p}_{φ_η} подставим оператор $|\chi_1(x)\rangle\langle\chi_1(x)|$, а в качестве \tilde{A} подставим $|k_x\rangle\langle k_x| \delta k_x$. В этом случае формулу (3) можно переписать в виде

$$R_{01}(k_x) \delta k_x = |\langle k_x|\chi_1(x)\rangle|^2 \delta k_x. \quad (13)$$

Здесь

$$\langle k_x|\chi_1(x)\rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi\hbar}} \left[\int dx \exp\left(\frac{-ixk_x}{\hbar}\right) (i\chi_A(x) + \chi_B(x)) \right].$$

При выполнении интегрирования получаем

$$R_{01}(k_x) \delta k_x = \frac{\hbar}{\pi a k_x^2} \sin^2 \left(\frac{a k_x}{2\hbar} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{k_x(r+a)}{2\hbar} \right) \delta k_x.$$

Подставляя $k_x \simeq 2\pi\hbar x (f\lambda)^{-1}$, этой формуле можно придать вид

$$R_{01}(x) \delta x \simeq \frac{f\lambda}{2\pi^2 x^2 a} \sin^2 \left(\frac{x\pi a}{f\lambda} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x(a+r)\pi}{f\lambda} \right) \delta x. \quad (14)$$

Здесь $R_{01}(x)$ — средняя плотность числа фотонов s , попадающих в точку x регистрирующего экрана; f — фокусное расстояние линзы; $\lambda = 2\pi\hbar k^{-1}$.

При условии регистрации маркера e детектором D_2 аналогичным образом получаем для плотности числа фотонов s , попадающих в точку x регистрирующего экрана, выражение

$$R_{02}(x) \delta x \simeq \frac{f\lambda}{2\pi^2 x^2 a} \sin^2 \left(\frac{x\pi a}{f\lambda} \right) \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x(a+r)\pi}{f\lambda} \right) \delta x.$$

Теперь рассмотрим события, когда щелкнул детектор D_3 . Опуская волны с маркером e , идущие к детекторам D_1 , D_2 и D_4 , в данном случае вместо формулы (12) будем иметь

$$|\chi_3(x)\rangle = i|\chi_A(x)\rangle.$$

Соответственно, для условного среднего числа фотонов s , у которых x -проекция импульса попадает в δk_x при условии, что фотон e зарегистрирован детектором D_3 , вместо формулы (13) получаем

$$R_{03}(k_x) \delta k_x = \frac{1}{2} |\langle k_x | \chi_3(x) \rangle|^2 \delta k_x. \quad (15)$$

Множитель $1/2$ в правой части этой формулы появился из-за того, что в данном случае вклад в среднее число совпадений дает только половина фотонов накачки — это фотоны, прошедшие через щель A . В эксперименте при подсчете числа совпадений в качестве исходной величины бралось число фотонов накачки.

В формуле (15)

$$\begin{aligned} \langle k_x | \chi_3(x) \rangle &= \frac{i}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int dx \exp \left(\frac{-ixk_x}{\hbar} \right) \chi_A(x) = \\ &= \sqrt{\frac{2\hbar}{\pi a k_x^2}} \sin \left(\frac{a k_x}{2\hbar} \right) \left[i \cos \left(\frac{k_x(r+a)}{2\hbar} \right) - \sin \left(\frac{k_x(r+a)}{2\hbar} \right) \right]. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$R_{03}(k_x) \delta k_x = \frac{\hbar}{\pi a k_x^2} \sin^2 \left(\frac{a k_x}{2\hbar} \right) \delta k_x,$$

или

$$R_{03}(x) \delta x \simeq \frac{f \lambda}{2\pi^2 x^2 a} \sin^2 \left(\frac{x \pi a}{f \lambda} \right) \delta x.$$

Для событий, когда щелкнул детектор D_4 , вычисления и результаты аналогичны.

Приведенные результаты вычислений вполне соответствуют экспериментальным результатам, приведенным в статье [8]. Однако выводы из этих результатов следуют совершенно другие. Результаты работы детекторов D_1 , D_2 , D_3 и D_4 в каждом конкретном элементарном событии никак не влияют на работу детектора D_0 . Они влияют на статистическую обработку этих результатов, когда от элементарных событий мы переходим к случайным событиям. Последние самым существенным образом зависят от того, какие элементарные события мы включаем в интересующее нас случайное событие.

Вероятность случайного события может быть никак не связана с локализацией отдельных элементарных событий. Таким образом, результаты работы группы Кима ни в коей мере не противоречат эйнштейновскому принципу причинности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что противоречия между принципом причинности и явлением квантового ластика можно избежать. Однако при этом приходится платить довольно высокую цену. Так, в данной работе активно используется представление о волнах де Бройля–Бома. При этом предлагается модель этих волн в виде физических волн, генерируемых колебаниями наблюдаемых частиц, в среде ненаблюдаемых мягких фотонов.

Ненаблюдаемые мягкие (тормозные) фотоны — это общепринятый объект в квантовой теории поля, но откуда могут взяться колебания наблюдаемых частиц, не очень понятно. Ответа на этот вопрос в данной работе нет. Здесь только можно сказать, что, наверное, отсюда же, откуда берется движение электронов внутри атома или движение кварков и глюонов внутри адронов. Но эти вопросы обычно не задают. Впрочем, в статье [35] говорится о возможности возникновения колебаний в среде мягких фотонов за счет гравитации. Но, конечно, это очень проблематично.

Необычной представляется возможность возникновения в среде мягких фотонов волн с длиной, определяемой не импульсом этих фотонов, а импульсом наблюдаемой частицы, которая сгенерировала эти волны. Здесь можно

возразить, что это не более странно, чем представление квантовой частицы одновременно в виде корпускулы и волны. Просто к последнему мы привыкли и смирились.

Последнее, что можно сказать: «Отказ от принципа причинности нарушает логическую структуру современной квантовой теории поля». Можно, конечно, вообще отказаться от логики и смотреть на квантовую теорию как на сборник рецептов, позволяющих производить большое количество полезных (часто не очень) вычислений. Но это тоже весьма высокая цена. Приходится выбирать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эйнштейн А., Подольский Б., Розен Н. Можно ли считать, что квантовомеханическое описание физической реальности является полным? // УФН. 1936. Т. 16, вып. 4. С. 440–446.
2. Стример Р., Вайтман А. С. РСТ, спин и статистика и все такое. М.: Наука, 1966.
3. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
4. Wheeler J. A. *Mathematical Foundation of Quantum Theory*. New York: Acad. Press, 1978.
5. Jacques V. et al. Experimental Realization of Wheeler's Delayed-Choice Gedanken Experiment // *Science*. 2007. V. 315. P. (5814):966-8.
6. Боумейстер Д., Вайнфуртер Х., Цайлингер А. Протокол квантовой телепортации // *Физика квантовой информации / Под общ. ред. Д. Боумейстера, А. Экерта, А. Цайлингера*. М.: Постмаркет, 2002. С. 76.
7. Боумейстер Д. и др. Эксперименты по квантовой телепортации кубитов // Там же. С. 95.
8. Kim Y. H. et al. Delayed Choice Quantum Erasure // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 84. P. 1–5; arXiv:quant-ph/9903047v1. 1999.
9. Ma X. S. et al. Quantum Erasure with Causally Disconnected Choice // *PNAS*. 2013. V. 110, No. 4. P. 1221–1226.
10. Славнов Д. А. О квантовой телепортации // *ТМФ*. 2008. Т. 157, № 1. С. 79–98.
11. Славнов Д. А. Проблема локальности в квантовых измерениях // *ЭЧАЯ*. 2010. Т. 41, № 1. С. 149–173.
12. Славнов Д. А. Корпускулярно-волновой дуализм // *ЭЧАЯ*. 2015. Т. 46, № 4. С. 1199–1225.
13. Славнов Д. А. Измерения и математический аппарат квантовой физики // *ЭЧАЯ*. 2007. Т. 38, № 2. С. 295–359.
14. Славнов Д. А. Необходимые и достаточные постулаты квантовой механики // *ТМФ*. 2005. Т. 142, № 3. С. 510–529.
15. Славнов Д. А. О возможности согласования квантовой механики с классической теорией вероятностей // *ТМФ*. 2006. Т. 149, № 3. С. 457–472.

16. *Славнов Д. А.* Проблема локальности в квантовой теории // ТМФ. 2008. Т. 155, № 2. С. 327–343.
17. *Araki H.* On the Algebra of All Local Observables // Progr. Theor. Phys. 1964. V. 32, No. 5. P. 844–854.
18. *Naag R., Kastler D.* An Algebraic Approach to Quantum Field Theory // J. Math. Phys. 1964. V. 5, No. 7. P. 848–861.
19. *Эмх Ж.* Алгебраический подход в статистической механике и квантовой теории поля. М.: Мир, 1976.
20. *Хоружий С. С.* Введение в алгебраическую квантовую теорию поля. М.: Наука, 1986.
21. *Боголюбов Н. Н. и др.* Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987.
22. *Браттели У., Робинсон Д.* Операторные алгебры и квантовая статистическая механика. М.: Мир, 1982.
23. *Сигал И.* Математические проблемы релятивистской физики. М.: Мир, 1968.
24. *Диксмье Ж.* C^* -алгебры и их представления. М.: Наука, 1974.
25. *Kochen S., Specker E. P.* The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics // J. Math. Mech. 1967. V. 17. P. 59–87.
26. *Колмогоров А. Н.* Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
27. *Неве Ж.* Математические основы теории вероятностей. М.: Мир, 1969.
28. *Bell J. S.* On the Einstein–Podolsky–Rosen Paradox // Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics: Collected Paper on Quantum Philosophy. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. P. 139.
29. *Наймарк М. А.* Нормированные кольца. М.: Наука, 1968.
30. *де Бройль Л.* Революция в физике. М.: Атомиздат, 1965.
31. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
32. *Glauber R. J.* The Quantum Theory of Optical Coherence // Phys. Rev. 1963. V. 130. P. 2529–2539.
33. *Glauber R. J.* Coherent and Incoherent States of the Radiation Field // Ibid. V. 131. P. 2766–2788.
34. *Rubin M. H. et al.* Coherent and Incoherent States of the Radiation Field // Phys. Rev. A. 1994. V. 50. P. 5122–5133.
35. *Славнов Д. А.* Об эволюции Вселенной // Письма в ЭЧАЯ. 2016. Т. 13, № 1(199). С. 57–65.