

## ПРЕЦИЗИОННОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ НА КОЛЛАЙДЕРАХ В СИСТЕМЕ SANC

Д. Ю. Бардин<sup>1</sup>, П. Х. Христова<sup>1</sup>, Л. В. Калиновская<sup>1</sup>,  
В. А. Колесников<sup>1</sup>, Л. А. Румянцев<sup>1</sup>, Р. Р. Садыков<sup>1,\*</sup>,  
А. А. Сапронов<sup>1</sup>, Е. Д. Углов<sup>1</sup>, В. Б. фон Шлиппе<sup>1</sup>,  
А. Б. Арбузов<sup>1</sup>, С. Г. Бондаренко<sup>1</sup>, Г. Нанава<sup>2</sup>, А. Андонов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>2</sup> Университет Ганновера, Ганновер, Германия

<sup>3</sup> Quanterall Ltd., Варна, Болгария

ВВЕДЕНИЕ	446
ПЕРВЫЙ ЭТАП РАЗВИТИЯ SANC (2000–2004 ГГ.)	451
Процесс $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$	451
Нарушение четности в атомных переходах	453
Глубоконеупругое рассеяние нейтрино	454
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СРЕДА SANC	456
База вычислительной среды SANC	457
Предвычисления	458
Описание дерева SANC в EW-секторе	460
Аналитические вычисления в SANC	462
От аналитических результатов до чисел	464
ПРИЛОЖЕНИЕ SANC ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ПРОЦЕССОВ	464
Распад $t \rightarrow b\nu$	465
Процесс $f_1\bar{f}_1 \rightarrow ZZ$	465
Три канала $f_1\bar{f}_1 H A \rightarrow 0$	466
Три канала процесса $f_1\bar{f}_1 Z A \rightarrow 0$	468
Два канала для $\bar{f}_1 f_1 H Z \rightarrow 0$	469
Процессы типа Дрелла–Яна с одиночным рождением $W$ - и $Z$ -бозонов	470

---

Четырехбозонные процессы $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ( $\gamma Z, ZZ$ ) и $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$	475
Аналитические сокращения массовых и инфракрасных сингулярностей	481
ПРОГРАММНЫЕ ПРОДУКТЫ SANC	483
Стандартные модули	483
Автономные MC-генераторы	483
MCSANC ДЛЯ ФИЗИКИ ATLAS	488
Электрослабые поправки в анализе процессов Дрелла–Яна на ATLAS	488
Совместный учет эффекта партонных ливней и электрослабых поправок к процессам Дрелла–Яна	492
Рабочие совещания по прецизионному согласованному сравнению вычислений процессов типа Дрелла–Яна	492
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	497
Приложение. СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ И СОКРАЩЕНИЙ	498
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	499

## ПРЕЦИЗИОННОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ НА КОЛЛАЙДЕРАХ В СИСТЕМЕ SANC

*Д. Ю. Бардин*<sup>1</sup>, *П. Х. Христова*<sup>1</sup>, *Л. В. Калиновская*<sup>1</sup>,  
*В. А. Колесников*<sup>1</sup>, *Л. А. Румянцев*<sup>1</sup>, *Р. Р. Садыков*<sup>1,\*</sup>,  
*А. А. Сапронов*<sup>1</sup>, *Е. Д. Углов*<sup>1</sup>, *В. Б. фон Шлиппе*<sup>1</sup>,  
*А. Б. Арбузов*<sup>1</sup>, *С. Г. Бондаренко*<sup>1</sup>, *Г. Нанава*<sup>2</sup>, *А. Андонов*<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>2</sup> Университет Ганновера, Ганновер, Германия

<sup>3</sup> Quanterall Ltd., Варна, Болгария

Представлен обзор компьютерной системы SANC, предназначенной для осуществления теоретической поддержки экспериментов на коллайдерах. Система позволяет полуавтоматически получать прецизионные предсказания для широкого класса процессов взаимодействия частиц в рамках Стандартной модели. При этом учитываются полные вклады однопетлевых радиационных поправок. В обзоре описаны основные элементы компьютерной системы и приведены примеры ее использования для высокоточного описания некоторых процессов взаимодействия частиц Стандартной модели. Представлена полученная с помощью системы Монте-Карло программа MCSANC, которая используется для вычисления сечений ряда процессов, изучаемых на Большом адронном коллайдере. Обсуждаются перспективы развития исследований в данном направлении для теоретической поддержки экспериментов на будущих адронных и лептонных коллайдерах.

We give an overview of the computer system SANC, intended to implement theoretical support for experiments on colliders. The system allows one to obtain semi-automatic precision predictions for a wide class of processes of particle interactions within the Standard Model. The contributions of complete one-loop radiative corrections are taken into account. The review describes the main elements of a computer system and gives examples of its use for high-precision descriptions for some processes of interaction of particles of the Standard Model. A Monte Carlo program MCSANC is presented, which is used to calculate the cross sections of a series of processes studied at the Large Hadron Collider. Prospects are discussed for the development of research in this direction for theoretical support for future hadron and lepton colliders.

PACS: 11.10.-z; 12.15.Lk

---

\*E-mail: sadykov@cern.ch

## ВВЕДЕНИЕ

В этом обзоре описывается научная деятельность в рамках проекта SANC по поддержке аналитических и численных расчетов для экспериментов по физике элементарных частиц. Область научных исследований проекта охватывала физику электрослабых и сильных взаимодействий частиц Стандартной модели (SM), изучаемую на современных ускорителях высоких энергий. Особое внимание при этом уделялось построению высокоточных предсказаний для процессов, исследуемых на Большом адронном коллайдере (LHC). В частности, вычислялись радиационные поправки (RC) к процессам типа Дрелла–Яна (DY), и проводился анализ экспериментальных данных в формализме уравнений эволюции Докшицера–Грибова–Липатова–Алтарелли–Паризи. Результаты, полученные участниками проекта, были представлены в более чем 70 публикациях в рецензируемых журналах, а также докладывались на многочисленных международных семинарах и конференциях.

Прецизионные тесты Стандартной модели на LHC в настоящее время становятся все более и более важными. Точность экспериментальных исследований непрерывно возрастает с увеличением набранной статистики, улучшением калибровки детектора, разработками методов анализа и т.д. Это приводит к постоянному повышению требований по точности теоретических предсказаний.

Базой проведенных исследований был большой опыт участников проекта в области феноменологии физики высоких энергий, долгая история развития основ и инструментов теоретической поддержки, доступ к новейшим экспериментальным результатам и активное сотрудничество с международным научным сообществом.

Основная цель проекта — создание компьютерной системы для полуавтоматических реалистических и псевдонаблюдаемых расчетов для различных процессов взаимодействия элементарных частиц *от лагранжиана SM до распределений событий* на однопетлевом уровне точности для действующих и будущих ускорителей: LHC, электрон-позитронных линейных коллайдеров (ISCLC, CLIC, FCCee), мюонных фабрик и т.д.

Все аналитические вычисления в SANC реализуются на однопетлевом уровне точности в духе книги [1] в  $R_\xi$ -калибровке, и все результаты выражаются через скалярные функции Пассарино–Велтмана  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  и  $D_0$ . Эти две отличительные особенности позволяют выполнить несколько важных проверок на уровне аналитических выражений, например, проверку калибровочной инвариантности путем сокращения зависимости от калибровочного параметра, а также проверку различных свойств симметрии и выполнения тождеств Уорда. Процесс вычислений разбит на несколько четко определенных шагов. С помощью системы SANC легко следовать всем этим шагам вычислений для большого числа распадов и процессов рассеяния частиц SM.

Это делает систему SANC особенно привлекательной для образовательных целей.

В системе SANC используются несколько компьютерных языков. Все аналитические выкладки делаются на языке FORM [2] с применением специально написанных процедур. Все коды помещаются в специальную программную среду, написанную на языке JAVA.

Исследования по проекту SANC начались в 2001 г. Первые шаги были проделаны в работе [3], а отчет о первом этапе представлен на конференции «ACAT-2002» в докладах [4, 5]. Программная среда SANC на первом этапе использовалась для пересмотра эффекта нарушения атомной четности [6], расчета однопетлевых электрослабых радиационных поправок для процессов  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$  [7] и для описания глубоконеупругого рассеяния нейтрино [8]. Кроме того, в работе [9] проведен высокоточный расчет электрослабых (EW) поправок в распадах  $W$ - и  $Z$ -бозонов на фермион-антифермионную пару для улучшения генератора Монте-Карло PHOTOS [10].

На втором этапе проекта (2004–2010 гг.) расчеты были распространены на большее количество процессов физики высоких энергий с акцентом на физику LHC. В работе [11] мы описали статус версии SANC 1.00, в которой реализовали теоретические предсказания для многих процессов высокоэнергетических взаимодействий фундаментальных частиц на однопетлевом уровне точности вплоть до четырехчастичных процессов.

Третий этап (2010–2018 гг.) был в основном посвящен применению интеграторов и генераторов Монте-Карло, произведенных системой SANC и основанных на модулях на языке FORTRAN с результатами аналитических вычислений. В это время в SANC были внедрены модули для нескольких процессов, таких как распад топ-кварка, QCD-поправки к процессам Дрелла–Яна [23–25], различные 4-бозонные процессы [26–28] и одиночное рождение топ-кварка. Особое внимание уделялось процессам типа Дрелла–Яна (или Матвеева–Мурадяна–Тавхелидзе–Дрелла–Яна) [29, 30], т. е. одиночному рождению  $Z$ - и  $W$ -бозонов с их последующим распадом в лептонную пару [31–33]. Теоретическое описание этих процессов в SM строится с учетом различных возможных эффектов, включая радиационные поправки, неопределенности кварк-партоновых распределений (PDF), зависимости от выбора масштабов факторизации и перенормировки. Описание анализа процесса Дрелла–Яна на LHC с помощью интегратора MCSANC представлено в работах [32, 34–36], а также во внутреннем документе коллаборации ATLAS (ATL-PHYS-INT-2011-081) и в работах [37–39].

В рамках системы SANC мы также вычислили однопетлевую QED-поправку к высокоэнергетическому лептонному тормозному излучению на тяжелых ядрах [40].

На древесном уровне мы проводили сравнения с компьютерными системами GRACE-tree [41], CompHEP [42], PHOTOS [43, 44], PYTHIA [45]. Ре-

зультаты однопетлевых вычислений были проверены путем сравнения с программами HORACE [46, 47], WGRAD2 [48, 49], ZGRAD2 [50, 51], кодом S. Dittmaier и M. Kramer [52], FeynArts [53, 54] и GRACE-loop [55]. Прецизионные сравнения с результатами, полученными другими группами с использованием альтернативных компьютерных программ, проводились как тет-а-тет, так и в рамках рабочих совещаний [67–70]. Сравнения результатов, получаемых независимо разными группами, необходимы для обеспечения высокой точности и надежности теоретических предсказаний, используемых в эксперименте при проверке Стандартной модели и поиске новой физики.

Обзор состоит из введения, пяти разделов и заключения.

Разд. 1 обзора посвящен раннему этапу работ по проекту SANC, когда еще только вырабатывалась концепция самого проекта, создавались и тестировались основные процедуры системы.

В п. 1.1 описан один из первых примеров проверки правильности расчетов SANC для физического процесса  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$  (см. работу [56]), представляющего большой интерес для физики линейного  $e^+e^-$ -коллайдера. Значение этого исследования выходит далеко за рамки воспроизведения известных в мировой литературе результатов, полученных, например, с помощью систем FeynArts/FeynCalc и GRACE-loop. В работах [4] и [57] была продемонстрирована оригинальность подхода SANC: использование  $R_\xi$ -калибровки с тремя калибровочными параметрами  $\xi_A$ ,  $\xi_Z$  и  $\xi \equiv \xi_W$  (явное сокращение калибровочных параметров в амплитудах физических процессов гарантирует высокую надежность вычислений); в свою очередь, аналитическое сокращение возможно только после полной «скаляризации» амплитуды, т. е. сведения выражения к скалярным функциям Пассарино–Велтмана  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ ,  $D_0$  и вспомогательным функциям  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ ,  $d_0$ . Здесь также впервые описано разложение ковариантной амплитуды процесса по базисным структурам, что стало одним из первых стандартных шагов в реализации однопетлевых вычислений в SANC [4, 56, 57].

В п. 1.2 приведен пример использования SANC, основанный на работе [6]. Результаты этой работы были внедрены в программу ZFITTER V.6\_35 и в течение ряда лет использовались при глобальном фитировании мировых данных по электрослабым взаимодействиям. Работа выполнена по запросу экспериментаторов LEP включить расчеты параметров нарушения четности в атомных переходах (здесь и далее APV) в список псевдонаблюдаемых, доступных в фортранных программах TOPAZO [81, 82] и ZFITTER [84, 85], для того чтобы учесть результаты APV в фитах, выполняемых рабочей группой по электрослабой физике на LEP (LEP EWWG). Для программы ZFITTER выполнено новое вычисление параметров APV в схеме перенормировок на массовой поверхности (OMS) с помощью прототипа компьютерной системы SANC, см. [3, 4]. Они были дополнены посредством учета всех известных к тому времени эффектов поправок высших порядков.

В п. 1.3 описан первый пример использования SANC для физических приложений в эксперименте по глубоконеупругому рассеянию нейтрино [8]. Радиационные эффекты в рассеянии нейтрино нуклонами, включая вычисление вклада жестких фотонов и вкладов виртуальных (однопетлевых) электрослабых поправок, сделанные с помощью системы SANC, были внедрены в общую схему Монте-Карло анализа данных эксперимента NOMAD. Учтены вклады с массовыми сингулярностями, включая поправки высших порядков в ведущем логарифмическом приближении. Были получены аналитические формулы (без численного интегрирования), описывающие поправки. Исследования проведены в двух электрослабых схемах:  $G_F$  и  $\alpha(0)$ , и установлено, что зависимость от выбора схемы заметна. Поведение поправок достаточно гладкое, их значения достигают нескольких процентов, что говорит о необходимости их учета при анализе экспериментальных данных.

В переходный период развития компьютерной системы SANC с 2000 по 2004 г. проект интенсивно обсуждался на российских и международных конференциях [3, 4, 56, 58–60], в том числе на Рочестерской конференции в Амстердаме в 2002 г. [59].

В разд. 2 описана собственно компьютерная система SANC v.1.00.

В п. 2.1 рассмотрена база вычислительной среды системы, основанная на потоках вычислений внутри процедур, а также представлены процедуры вычислительной среды: *специфические, специальные и внутренние (intrinsic)*. Приведено описание реализации предвычислений, деревьев SANC, а также предвычислительных модулей для собственных энергий, вершин и бокс-диаграмм. Более подробное описание вычислительной среды системы можно найти в работе [11]. Далее описаны аналитический и численный уровни внедрения процессов в систему SANC. Дерево процессов SANC содержит три модели взаимодействий элементарных частиц: квантовую электродинамику, электрослабые взаимодействия и квантовую хромодинамику (QED, EW и QCD). Аналитический уровень внедрения процессов предполагает вычисление однопетлевых скалярных формфакторов (FF-модуль), спиральных амплитуд (HA-модуль) и сопутствующего тормозного излучения (BR-модуль). В некоторых случаях имеется дополнительный модуль Монте-Карло (MC-модуль), предназначенный для расчета полностью дифференциальных распределений в MC-кодах. Мягкое тормозное излучение обладает борноподобной кинематикой, в то время как фазовое пространство жесткого тормозного излучения содержит дополнительную частицу (фотон или глюон).

Специфика аналитических вычислений состоит в том, что массами легких фермионов первого поколения пренебрегается повсюду, за исключением QED-диаграмм с виртуальными и реальными фотонами. Описан численный уровень внедрения процессов. Для численных расчетов используются фортранские модули, сгенерированные пакетом s2n.f. — частью системы, написанной на языке PERL. Система SANC включает в себя собственную фортран-

ную библиотеку для численных вычислений функций Пассарино–Велтмана и использует пакет LoopTools [105]. Результаты сравнения наших численных расчетов для всех внедренных процессов с другими независимыми однопетлевыми вычислениями, существующими в литературе, показаны в конце соответствующих пунктов.

В разд. 3 по единой схеме описаны результаты расчетов внедренных в систему электрослабых радиационных поправок в однопетлевом приближении для процессов  $ffff \rightarrow 0$ ,  $ffbb \rightarrow 0$  и  $bbbb \rightarrow 0$ , где  $f$  обозначает фермион, а  $b$  — какой-либо бозон SM. Для этих процессов в оригинальных работах получены формфакторы, свободные от ультрафиолетовых расходимостей, и спиральные амплитуды. Для устранения инфракрасных расходимостей учтены вклады мягкого тормозного излучения. Вычислены и внедрены в систему вклады жесткого тормозного излучения.

В п. 3.1–3.7 мы показываем ковариантные амплитуды процессов в однопетлевом приближении и представляем сравнение полученных результатов с имеющимися в мировой литературе для следующих процессов:

- $f\bar{f} \rightarrow ZZ$ ;
- $f\bar{f}HZ \rightarrow 0$  в канале аннигиляции  $f_1\bar{f}_1 \rightarrow HZ$  и в канале распада  $H \rightarrow f_1\bar{f}_1Z$ ;
- $f\bar{f}HA \rightarrow 0$  в трех каналах: в канале аннигиляции  $f_1\bar{f}_1 \rightarrow H\gamma$ , в канале распада  $H \rightarrow f_1\bar{f}_1\gamma$  и в канале рождения  $H$ -бозона  $\gamma e \rightarrow eH$ ;
- $f\bar{f}ZA \rightarrow 0$  в трех каналах: в канале аннигиляции  $f_1\bar{f}_1 \rightarrow Z\gamma$ , в канале распада  $Z \rightarrow f_1\bar{f}_1\gamma$  и в канале рождения  $Z$ -бозона  $f_1\gamma \rightarrow f_1Z$ ;
- одиночного рождения  $t$ -кварка (на партонном уровне) и различных каналов его распадов;
- процессов типа Дрелла–Яна с одиночным рождением  $W$ - и  $Z$ -бозонов (каналы CC и NC), ветви EW и QCD;  $f\bar{f}ZA \rightarrow 0$  в трех каналах: в канале аннигиляции  $f_1\bar{f}_1 \rightarrow Z\gamma$ , в канале распада  $Z \rightarrow f_1\bar{f}_1\gamma$  и в канале рождения  $Z$ -бозона  $f_1\gamma \rightarrow f_1Z$ .

Содержание этих исследований опубликовано в работах [12, 16, 22, 61] и докладывалось на рабочих совещаниях группы ATLAS в ОИЯИ и на международных конференциях, см., например, работу [62].

В п. 3.8 обзора рассматривается подход к аналитическому сокращению массовых и инфракрасных сингулярностей в электрослабых поправках. В этом пункте описаны процедуры введения и вычисления вспомогательных функций  $J$ , возникающих при выделении инфракрасных расходимостей из  $D_0$ -функций в редукции Пассарино–Велтмана. Было проведено сравнение с программным пакетом LoopTools [105], которое подтвердило правильность и быстроту счета по полученным коротким формулам. Содержание этого пункта опубликовано в работах [63–65].

В разд. 4 представлены программные продукты — стандартные SANC фортранные модули (SSFM) — и продемонстрированы примеры их приме-



нения. Кратко описаны созданные генераторы Монте-Карло и интегратор MCSANC. Показан пример успешной реализации идеи экспорта модулей однопетлевых вычислений в генераторы Монте-Карло, создаваемые другими группами [71].

В разд. 5 описаны основные приложения вычислений SANC для задач, решаемых коллаборацией ATLAS на LHC. В этом разделе рассказывается об использовании SSFM в пакетах на партонном уровне для быстрого изучения различных свойств некоторых подпроцессов: оценок эффектов, связанных с зависимостью от входных параметров, различных электрослабых схем, взаимного влияния различных вкладов радиационных поправок (EW-QCD, QED-излучения из начального и конечного состояний и их интерференции). Содержание этого исследования изложено в работах [21, 66–68].

Генераторы событий SANC были скоординированно связаны с кодами PYTHIA и HERWIG [72], генерирующими партонные ливни. В дальнейшем сгенерированные события могут быть пропущены через полную программную среду, моделирующую экспериментальную ситуацию (детекторы). С помощью этих программных продуктов Монте-Карло системы SANC были изучены EW RC, не учтенные ранее в стандартных программах, используемых при анализе экспериментальных данных на LHC. А именно, чисто слабые (PW) поправки и поправки, обусловленные QED-интерференцией излучения (виртуальных и реальных фотонов) из начального и конечного состояний (QED IFI) в процессах типа Дрелла–Яна, т. е. так называемого одиночного рождения  $Z$ - и  $W$ -бозонов:  $pp \rightarrow (Z, \gamma) \rightarrow e^+e^-X$  и  $pp \rightarrow (W) \rightarrow e^+\nu_e X$ .

Выборочно представлены сравнения результатов нескольких независимых исследовательских групп в рамках рабочих совещаний по согласованному сравнению для кодов коллаборации ATLAS. Высокоточные сравнения независимо полученных результатов демонстрируют полное согласие в описании вкладов QCD и электрослабых радиационных поправок в однопетлевом (NLO) приближении. Также было показано [67, 69, 70], что для обеспечения требуемого LHC уровня точности важны эффекты более высоких порядков.

В заключении кратко суммируются основные научные результаты, представленные в обзоре, и выражаются благодарности коллегам по совместной работе.

В работе широко используются сокращения, принятые в англоязычной литературе. Расшифровка этих обозначений приведена в приложении.

## 1. ПЕРВЫЙ ЭТАП РАЗВИТИЯ SANC (2000–2004 ГГ.)

**1.1. Процесс  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ .** Процесс  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$  начали изучать около 20 лет назад в связи с предполагавшимися экспериментами на будущих линейных  $e^+e^-$ -коллайдерах (см., например, обзор [74]). Фактически это шестифермионный процесс, поскольку топ-кварки моментально распадаются [75]. Однако

сечение жесткого подпроцесса  $\sigma(e^+e^- \rightarrow t\bar{t})$  с топ-кварками на массовой поверхности является составной частью в нескольких подходах, таких как двойное полюсное приближение [76] или модифицированная теория возмущений [77]. В работах [56] и [4] представлено краткое описание вычисления электрослабой части амплитуды процесса  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ , выполненной с помощью системы SANC.

Была использована схема перенормировок на массовой поверхности (OMS), полное описание которой содержится, например, в [1]. Впервые вычисления были сделаны в двух калибровках:  $R_\xi$  и унитарной калибровке.

Для процесса  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$  в одной петле можно выделить калибровочно-инвариантную подгруппу *электромагнитных поправок*: QED-вершины, бокс-диаграммы  $\gamma\gamma$  и  $Z\gamma$ . Вместе с QED-диаграммами тормозного излучения эта подгруппа свободна от инфракрасных расходимостей. Вклад QED-диаграмм приведен в работе [78]. Полная электрослабая амплитуда — это сумма «одетых» амплитуд  $\gamma$ - и  $Z$ -обмена плюс вклады от диаграмм *слабых боксов* ( $WW$  и  $ZZ$ ).

В отличие от борновской однопетлевая амплитуда может быть разложена по шести базисным структурам и параметризована соответственно шестью скалярными формфакторами, что соответствует числу независимых спиральных амплитуд этого процесса.

Мы работаем в так называемом  $LQD$ -базисе, который естественно возникает в случае, когда массами в конечном состоянии не пренебрегается. Если бы массами начального состояния также не пренебрегалось, то мы имели бы 10 базисных структур, 10 формфакторов и 10 независимых спиральных амплитуд.

Каждый формфактор в  $R_\xi$ -калибровке может быть представлен как сумма двух членов:

$$F_{L,Q,D}^\xi(s) = F_{L,Q,D}^{(1)}(s) + F_{L,Q,D}^{\text{add}}(s). \quad (1)$$

Первое слагаемое отвечает калибровке  $\xi = 1$ , а второе содержит все  $\xi$ -зависимости и исчезает при  $\xi = 1$  по построению.

Мы проверили сокращение всех  $\xi$ -зависимых членов в нескольких подгруппах диаграмм по отдельности, которые мы назвали кластерами:  $\gamma$ ,  $Z$  и  $H$  (вершины и контрчлены);  $W$ -кластер, включающий в себя также собственные энергии и  $WW$ -боксы;  $\gamma\gamma$ -,  $\gamma Z$ - и  $ZZ$ -боксы. Мы нашли 7 таких подгрупп: три в QED-секторе и четыре в электрослабом секторе.

«Одетая» амплитуда  $\gamma$ -обмена идентична борновской амплитуде с точностью до замены  $\alpha(0)$  на бегущую электромагнитную константу  $\alpha(s)$ .

В  $LQD$ -базисе амплитуда  $Z$ -обмена имеет борноподобную структуру в терминах шести ( $LL$ ,  $QL$ ,  $LQ$ ,  $QQ$ ,  $LD$  и  $QD$ ) формфакторов.

Заметим, что формфакторы  $\tilde{F}_{ij}$  поглощают константы связи, что приводит к более компактным выражениям для амплитуды. Это типичный пример

использования понятий ковариантной амплитуды, базисных структур и скалярных формфакторов в идеологии SANC.

Все полученные для этого процесса аналитические формулы были реализованы в фортранной программе eeffLib [79]. В работе [57] приведены многочисленные сравнения результатов eeffLib и нашей предыдущей программы ZFITTER v6.30 [80] для каналов рождения легких кварков и продемонстрировано очень хорошее согласие численных результатов.

Окончательное сравнение результатов eeffLib, FeynArts и GRACE-loop было приведено в работе нашей группы [7]. Оно показало согласие результатов вплоть до 9–11 значащих цифр. В этой работе было впервые продемонстрировано разложение ковариантной амплитуды процесса по базисным структурам, что впоследствии стало одним из первых стандартных шагов в реализации однопетлевых вычислений в SANC.

**1.2. Нарушение четности в атомных переходах.** Это исследование было выполнено в ответ на запрос экспериментаторов LEP включить расчеты параметров нарушения четности в атомных переходах (APV) в список псевдонаблюдаемых, доступных в программах TOPAZ0 [81–83] и ZFITTER [84, 85], для того, чтобы использовать результаты расчетов параметров APV в процедурах фитирования, выполняемых рабочей группой по электрослабой физике на LEP (LEP EWWG).

Необходимость нового исследования состояла в том, что на то время уже имелись прецизионные экспериментальные измерения APV на уровне 0,4 % в парах цезия [86], таллия [87, 88], свинца [89] и висмута [90]. Кроме того, согласно работе [91], неопределенности, связанные с расчетами атомных волновых функций, были уменьшены на 0,4 % для цезия. Дополнительные неопределенности, связанные с величиной тензорной поляризуемости, были оценены в работе [92]. Отметим, однако, что имеется существенная разница между псевдонаблюдаемыми на  $Z$ -резонансе, например,  $\Gamma_Z$ ,  $\sigma_h^0$ ,  $A_{FB}^0$  и т. п., и параметрами APV, когда типичная энергетическая шкала определяется пределом нулевого переданного импульса в APV-гамильтониане. Этот факт является причиной относительно больших теоретических неопределенностей, которые обусловлены нашим пренебрежением QCD-поправками в этом режиме.

Для программы ZFITTER авторам удалось выполнить новое вычисление параметров APV в схеме перенормировок на массовой поверхности (OMS).

Мы взяли вычисления Марчиано и Сирлина (W. Marciano и A. Sirlin), выполненные в модифицированной схеме минимального вычитания ( $\overline{MS}$ ), и расширили их посредством учета всех известных к настоящему времени эффектов высших порядков, а именно: двухпетлевых вкладов в параметр  $\rho$  [93], точных поправок  $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$  [94], поправок  $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$  к  $\rho$  [95] и NLO двухпетлевых поправок в режиме тяжелого топ-кварка [96]. В то же время была сделана попытка оценить теоретические неопределенности на уровне электрослабых и QCD-поправок.

Вместо того чтобы менять массы легких кварков в неопределенных пределах, мы предпочитаем оценить теоретические неопределенности посредством сравнения пертурбативного результата с фиксированными массами легких кварков для воспроизведения дисперсионного подхода к  $Z-\gamma$ -переходу с нептурбативным подходом, основанным на разделении на низко- и высокочастотную части на массовом масштабе порядка 0,5 ГэВ. Сравнивая  $B_{\text{np}}(M)$  с пертурбативным фактором  $\ln(M_Z^2/M^2) + 3/2$ , мы находим, что пертурбативный подход переоценивает эффект на величину около 5,6%(1,9%) при  $M = 0,5(0,8)$  ГэВ.

Когда мы сравниваем результаты кода ZFITTER с предпочтительным набором параметров и кода TOPAZ0 в аддитивном пертурбативном подходе, мы находим относительную разницу 0,004(0,005, 0,008)% при  $m_t = 170(175, 180)$  ГэВ. Однако внутренняя оценка электрослабых теоретических неточностей с помощью ZFITTER (реализованная посредством оценки эффектов электрослабых двухпетлевых поправок, не включенных в предпочтительный набор условий) привела к величине порядка  $\pm 0,025\%$ . Вывод таков, что в теоретических неопределенностях полностью доминируют QCD-эффекты при нулевом переданном импульсе.

Наконец, определим эффективный  $\text{APV}$  слабый угол смешивания следующим соотношением:

$$\sin^2 \theta_{\text{APV}} = \kappa'_{\text{PV}}(0) \sin^2 \hat{\theta}(M_W^2). \quad (2)$$

Для  $M_Z = 91,1875$  ГэВ,  $M_H = 150$  ГэВ и  $\alpha_s(M_Z^2) = 0,119$  мы получили  $\sin^2 \theta_{\text{APV}} = 0,231601(0,232123)$  для пертурбативного (непертурбативного) подхода.

Дальнейшие детали касательно учета  $\text{APV}$  можно найти в работе [6].

**1.3. Глубоконеупругое рассеяние нейтрино.** Исследование, проведенное в работе [8], было мотивировано запросом эксперимента NOMAD. Электрослабые радиационные поправки к рассеянию нейтрино нуклонами должны были быть внедрены в общую монте-карловскую схему анализа экспериментальных данных. В отличие от прежних работ мы используем современную технику автоматических расчетов с помощью системы SANC. Кроме однопетлевых вычислений мы учли определенные вклады высших порядков и оценили теоретические неопределенности, обусловленные неизвестными EW-поправками для случая конкретных экспериментов.

Численные результаты были получены для следующих условий: фиксированная энергия нейтрино  $E_\nu = 80$  ГэВ; изоскалярная ядерная мишень; обрезание на энергию адронной системы в конечном состоянии  $\hat{E}_{\text{hadr}} \geq 10$  ГэВ. Мы использовали набор PDF CTEQ4L [98]. Получены численные значения и абсолютные сдвиги за счет радиационных поправок (РП) для величины [99],

построенной из сечений глуконепругого рассеяния нейтрино:

$$R^\nu = \frac{\sigma_{NC}^\nu(\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu X)}{\sigma_{CC}^\nu(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X)}, \quad (3)$$

$$R^- = \frac{\sigma_{NC}^\nu(\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu X) - \sigma_{NC}^{\bar{\nu}}(\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \bar{\nu}_\mu X)}{\sigma_{CC}^\nu(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X) - \sigma_{CC}^{\bar{\nu}}(\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \mu^+ X)}, \quad (4)$$

$$\delta R_{NC}^\nu = \frac{\sigma_{\nu NC}^{\text{corr}} - \sigma_{\nu NC}^{\text{Born}}}{\sigma_{\nu NC}^{\text{Born}}}, \quad \delta R_{CC}^\nu = -\frac{\sigma_{\nu CC}^{\text{corr}} - \sigma_{\nu CC}^{\text{Born}}}{\sigma_{\nu CC}^{\text{Born}}}. \quad (5)$$

Борновские значения —  $R_0^\nu = 0,31764$  и  $R_0^- = 0,27831$ .

Для иллюстрации мы используем простые древесные соотношения между сдвигами  $R^{\nu,-}$  и  $\sin^2 \theta_W$ :

$$\delta R^\nu = \left(1 - \frac{40}{27} \sin^2 \theta_W\right) \Delta^\nu \sin^2 \theta_W, \quad \delta R^- = \Delta^- \sin^2 \theta_W, \quad (6)$$

где  $\delta R^\nu$  и  $\delta R^-$  — это разности между поправленными и древесными величинами.

В случае анализа реальных экспериментальных данных вклад радиационных поправок должен быть оценен в рамках общей процедуры подгонки (фитирования), включающей все другие эффекты: эффективности детекторов, ядерное экранирование и т. д.

Были рассмотрены две электрослабые схемы:  $G_F$  и  $\alpha(0)$  (см. работу [100] и ссылки в ней). Мы установили, что зависимость от выбора электрослабой схемы заметна, но менее, чем это наблюдалось в [100].

Рассмотрим источники теоретических неопределенностей, связанных с неполным знанием радиационных поправок. Эти источники перечислены в табл. 1.

С общей точки зрения схема Ферми электрослабых вычислений  $G_F$  выглядит предпочтительной для наших задач. Пробуя другие EW-схемы, мы получаем оценку того, как могут быть велики неучтенные EW-поправки выс-

Таблица 1. Оценки различных вкладов в теоретическую неопределенность

Источник неопределенности	Оцененное значение		
	$R^\nu$	$\Delta^\nu \sin^2 \theta_W$	$R^-$
Высшие порядки EW РП	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Высшие порядки QED РП	$0,5 \cdot 10^{-4}$	$0,7 \cdot 10^{-4}$	$0,2 \cdot 10^{-4}$
$\mathcal{O}(\alpha_s)$	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
Общие	$2,7 \cdot 10^{-4}$	$4,0 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$

ших порядков. QED-поправки\* в нашем случае невелики, и по вкладу ведущих логарифмов второго порядка можно наложить предел на неизвестные QED-поправки высших порядков. В качестве основного источника теоретических неопределенностей мы рассматриваем вклад РП порядка  $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ . Они могут происходить как от петлевых вкладов в пропагатор  $W$ -бозона, так и от амплитуд, где фотонные и глюонные линии присутствуют одновременно. В нашем подходе мы разделяем EW- и QCD-поправки. В результате получаем прямое произведение QCD-эффектов (см. работу [101]) и EW-поправок, которые не учитывают полный вклад в порядке  $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ . Кроме того, как видно из наших вычислений, мы всегда рассматриваем  $\tilde{Q}^2$  в качестве аргумента партонных распределений (PDF). Однако в случае излучения жесткого фотона лептоном  $\tilde{Q}^2$  не совпадает с квадратом «настоящего» адронного переданного импульса. Это приводит к определенным эффектам в порядке  $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ . Чтобы оценить соответствующую неопределенность, мы изменяли величину  $Q^2$  в аргументе PDF. В результате нашли, что вычисленные нами РП могут получить относительный сдвиг до  $\pm 3\%$ .

Следует отметить, что радиационные поправки к одним и тем же процессам, но вычисленные для различных наборов кинематических переменных, могут иметь совершенно разное поведение. Например, в переменных, выбранных для эксперимента NuTeV, величина поправок к рассеянию в заряженном токе (где измеряются энергия и угол исходящего лептона) намного больше, чем поправок, полученных для условий эксперимента NOMAD. Аналогично, оценки теоретических неопределенностей должны быть выполнены с учетом этого выбора переменных и, возможно, других относящихся к делу экспериментальных условий.

Наши аналитические результаты реализованы в виде фортранной программы, которая была использована в анализе экспериментальных данных. Как можно увидеть из численных оценок, эффект радиационных поправок больше, чем экспериментальная ошибка, см., например, результат эксперимента NuTeV [102, 103]:

$$\sin^2 \theta_W = 0,2277 \pm 0,0013(\text{стат.}) \pm 0,0009(\text{сист.}). \quad (7)$$

Это делает очень важным учет РП правильным образом. Дальнейшие детали можно найти в работе [8].

## 2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СРЕДА SANC

В разд. 2 представлены некоторые результаты проекта SANC. Последовательно описана база вычислительной среды (п. 2.1), объяснены основные процедуры. Далее описаны *предвычисления* (п. 2.2) и дерево SANC в EW-секторе

---

\* Однозначное разделение EW- и QED-поправок в канале заряженного тока невозможно.

(п. 2.3). В п. 2.4 объясняются ренормализационная схема и калибровка, обсуждаются составляющие однопетлевых расчетов. В заключительном п. 2.5 кратко описано получение чисел для однопетлевых вкладов.

**2.1. База вычислительной среды SANC.** Базой вычислительной среды SANC являются процедуры. В SANC мы используем конвенцию имен для полей (или частиц), показанную в табл. 2, где  $N$  — это индекс поля, а в колонках, озаглавленных «Имя», мы показываем имена, которые внутренне используются в SANC. Все связанные символы параметров выводятся из этих имен. Так, масса, заряд и слабый изоспин электрона обозначаются как  $m_{el}$ ,  $q_{el}$  и  $i_{3el}$  соответственно, как и векторная и аксиальная константы связи  $Z$ -бозона с электронами,  $(v_e, a_e) \equiv vel, ael$  и их сумма,  $\sigma_e \equiv vrael$  и разность  $\delta_e \equiv vmael$ .

Таблица 2. Список полей

Бозоны			Фермионы									КХД		
			1-е поколение			2-е поколение			3-е поколение					
$N$	Поле	Имя	$N$	Поле	Имя	$N$	Поле	Имя	$N$	Поле	Имя	$N$	Поле	Имя
1	$A$	gm	11	$\nu_e$	en	15	$\nu_\mu$	mn	19	$\nu_\tau$	tn	23	g	gn
2	$Z$	z	12	$e^-$	el	16	$\mu^-$	mo	20	$\tau^-$	ta	24	$Y_g$	—
$\pm 3$	$W^\pm$	w	13	$u$	up	17	$c$	ch	21	$t$	tp			
4	$H$	h	14	$d$	dn	18	$s$	st	22	$b$	bt			
5	$\phi^0$	—												
$\pm 6$	$\phi^\pm$	—												
7	$X^+$	—												
8	$X^-$	—												
9	$Y_Z$	—												
10	$Y_A$	—												

**Процедуры вычислительной среды.** На аналитическом уровне вычислений база данных SANC содержит программы и процедуры на языке FORM.

Для процедур, которые подразделяются на три типа: специфические, специальные и внутренние (intrinsic), ситуация сильно различается.

**Специфические процедуры.** Процедура называется специфической, если она используется только одной конкретной программой. Обычно специфическая процедура включена в тело данной программы и также открыта для пользователя. Как и программы, они легко читаются и могут быть описаны.

**Специальные процедуры.** Специальные процедуры являются промежуточными. Они обычно используются ограниченным числом программ определенного типа, выполняя функцию, специальную для этого типа.

**Внутренние процедуры.** Внутренние процедуры предназначены для любой программы — как существующей, так и новой. Их функции полностью определены списком аргументов, которые бывают двух типов: собственно

аргументы (переменные FORM), обозначаемые ниже как AVALUE, и *опции* (обычно целые числа), обозначаемые как IVALUE, которые используются как переключатели (ключи), управляющие потоком вычислений внутри процедуры. Иногда IVALUE (см. ниже) отвечает за *специальное использование*, т. е. за специальный поток вычислений внутри внутренней процедуры. Текст внутренних процедур не доступен пользователю, они должны рассматриваться как «черные ящики». Идея состоит в том, что пользователю достаточно понимать ее функцию и смысл ее аргументов. Внутренние процедуры представляют собой истинный фундамент системы SANC и являются одним из главных элементов ее языка. Мы привели перечень основных процедур, которые можно встретить в каждой программе деревьев SANC Precomputation и Processes в расширенном описании [11].

**2.2. Предвычисления.** Основная идея (см. работу [3]) состоит в том, чтобы предварительно вычислить все однопетлевые диаграммы и производные величины (такие как ренормализационные константы, различные строительные блоки (BB) и т.п.) Деревья предвычислений описаны и исчерпывающе обсуждаются в работе [11].

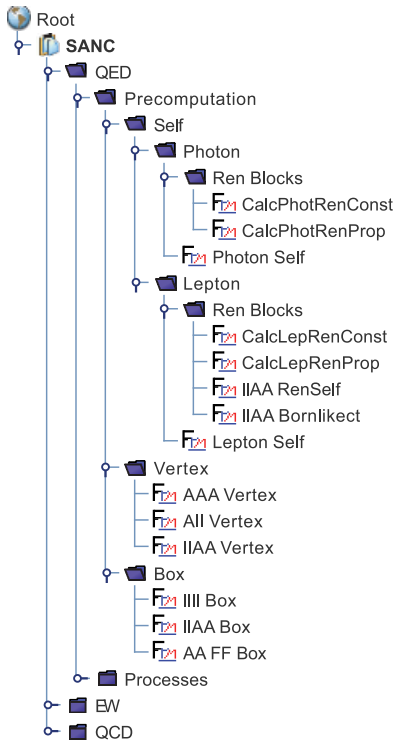


Рис. 1. Предвычисления в части QED

Обозначения для частиц таковы:

- $f$  обозначает любой фермион (лептон или кварк);
- $b$  обозначает нейтральные бозоны  $A, Z, H$ ;
- когда нужно быть более определенным, мы используем  $l$  для лептонов вместо  $f$  и собственные имена бозонов  $A, Z, W, H$ .

Следует подчеркнуть, что на стадии предвычислений не нужно различать каналы процесса. Поэтому в процессе вычисления однопетлевых диаграмм все 4-импульсы рассматриваются как входящие. Выведенные выражения (скажем, скалярные FF) для любого требуемого канала получаются посредством соответствующей перестановки аргументов, например переменных Мандельштама  $s, t$  и  $u$ .

На рис. 1 показано полностью открытое меню предвычислений в QED-ветви SANC.



Оно состоит из подуровней Self [energies] (собственные энергии), Vertex (вершины) и Box (боксы-диаграммы). Собственные энергии, в свою очередь, подразделяются на подуровни Photon и Lepton, которые далее подразделяются на вычисления собственно диаграмм: Photon Self и Lepton Self.

Предвычисленные и сохраненные на диске однопетлевые диаграммы используются для вычисления соответствующих констант перенормировок: CalcPhotRenConst и CalcLepRenConsts, которые также сохраняются на диске. Все эти объекты используются для вычисления перенормированных пропагаторов: CalcPhotRenProp и CalcLepRenProp. Последние применяются, чтобы рассчитать перенормированную собственно энергетическую 4-ножную диаграмму для процесса комптоновского рассеяния QED  $\Pi$ AA RenSelf. Файл lbb Bornlikect вычисляет борноподобные контрчлены.

Вершины QED Vertex состоят из трехфотонных AAA, фотон-двухлептонных All и 4-ножных вершин для  $\Pi$ AA комптоноподобных QED-процессов (любого канала).

Box представлен двухфотонным обменом в диаграмме нейтрального тока с четырьмя лептонными ногами (*прямой* и *кросс*-боксы, см. ниже) и боксами двух топологий (T2 и T4, см. ниже), появляющимися в комптоноподобных процессах  $\Pi$ AA Box. Наконец, файл AA FF Box трансформирует результаты, полученные посредством llll Box, в скалярные формфакторы  $4l$ -процесса.

Дерево предвычислений в EW-части, которое показано на рис. 2, имеет намного больше ветвей.

Оно также состоит из трех подуровней Self, Vertex и Box.

Собственные энергии подразделяются на подуровни Boson и Fermion, которые далее подразделяются на вычисления самих диаграмм: Boson Self и Tadpole и Fermion Self.

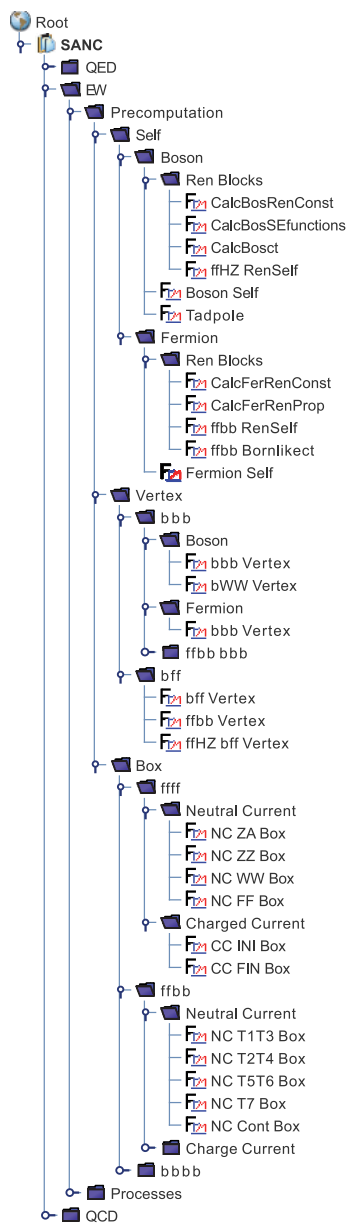


Рис. 2. Предвычисления в части EW

Предвычисленные и сохраненные на диске диаграммы используются для вычисления соответствующих констант перенормировок: CalcBosRenConst и CalcFerRenConsts, которые также сохраняются. Все они используются для вычисления составляющих частей перенормированных бозонных пропагаторов: CalcBosSEfunctions и CalcBosct, а также перенормированных фермионных пропагаторов: CalcFerRenProp. Последние используются для вычисления перенормированных собственно энергетических 4-ножных диаграмм для *ffbb*-процессов программой *ffbb RenSelf*; *ffbb Bornlikect* вычисляет борноподобные контрчлены.

Вершины (Vertex) состоят из 3-ножных бозонных *bbb* и бозон-двухфермионных *bff*-вершин. Вершины *bbb* содержат бозонную *Boson* и фермионную *Fermion* компоненты и *bbb ffbb*-вершины (закрыты на этом дереве). Вершины *bbb Boson* далее подразделяются на вершины с любыми ногами нейтральных бозонов *bbb Vertex* и на случай любого нейтрального бозона и пару  $W^+W^-$  *bWW Vertex*. Вершины *bff* подразделяются на любые 3-ножные вершины *bff Vertex* и на 4-ножные вершины для NC *ffbb*-процессов.

Боксы (Box) подразделяются на три больших класса: *ffff*, *ffbb* и *bbbb*, каждый из которых подразделяется далее на NC- и CC-боксы. Класс *ffff* содержит богатую коллекцию NC- и CC-боксов с четырьмя фермионными ногами, прямыми (*direct*) и перекрестных (*crossed*). Семья *ffbb* сейчас представлена семью топологиями боксов (NC T1–T7 *Box*), появляющимися в NC *ffbb*-процессах.

Файл NC FF *Box* трансформирует результаты, полученные *ffff*, в скалярные FF *4f*-процессов, в то время как NC *Cont Box* осуществляет дальнейшие манипуляции с NC *ffbb*-боксами.

Созданы и работают файлы, предназначенные для боксов *Charged Current* для *ffbb*-процессов и для *bbbb*-боксов.

**2.3. Описание дерева SANC в EW-секторе.** Система SANC позволяет работать с тремя моделями физики элементарных частиц: QED, QCD и электрослабым сектором Стандартной модели. На рис. 3 показаны процессы для электрослабого сектора (дерева).

Каждое дерево состоит из нескольких уровней папок, которые заканчиваются файлами, обычно тремя. Последние обозначены как FF (формфакторы), HA (спиральные амплитуды) и BR (тормозное излучение). В ярлыках папок мы используем следующие обозначения: *b* — для любого бозона;  $f(f_1)$  — для любого фермиона ( $f_1$  для легких фермионов первого поколения, масса которых сохраняется только в аргументах логарифмических функций); *A* — для фотонов; *Z* и *W* — для электрослабых калибровочных бозонов и *H* — для бозона Хиггса. То же самое относится к файлам, где, кроме того, *t* и *b* означают верхний и нижний кварки соответственно.

Типичные автономные программные продукты экспорта SANC на выходе: фортранные модули и отдельные генераторы Монте-Карло.

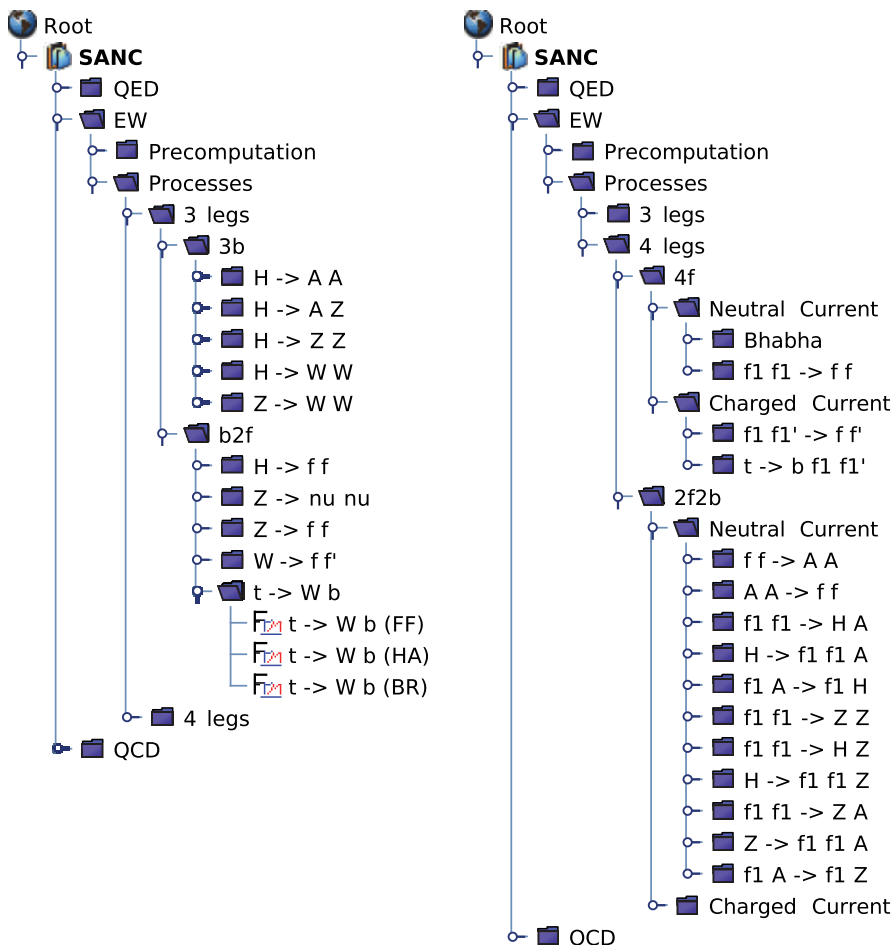


Рис. 3. Трех- и четырехчастичные электрослабые процессы, содержащиеся в системе SANC версии 1.10

Рассмотрим в качестве примера внедрение процессов EW-сектора:  $ffbb \rightarrow 0$ , или  $2f2b$ , см. деревья процессов на рис. 3. Аннигиляция в вакуум  $ffbb \rightarrow 0$  означает, что все 4-импульсы входящие; это стандартный (мультиканальный) подход SANC, который позволяет делать расчет однопетлевой ковариантной амплитуды (CA) и формфакторов только один раз и получать результаты для каждого конкретного канала путем кроссинг-преобразований.

Согласно принятому в SANC подходу все  $ffbb \rightarrow 0$  процессы могут быть посчитаны с бозонами, не лежащими на массовой поверхности, что,

в свою очередь, позволит использовать их в качестве строительных блоков для будущего внедрения процессов с большим количеством частиц.

**2.4. Аналитические вычисления в SANC.** Аналитический уровень предполагает вычисление однопетлевых скалярных формфакторов, спиральных амплитуд и сопутствующего тормозного излучения.

Для выполнения аналитических вычислений используется язык FORM версии 3.3. Все расчеты на однопетлевом уровне точности выполнены с использованием схемы перенормировок на массовой поверхности (OMS) в  $R_\xi$ -калибровке с тремя калибровочными параметрами  $\xi_A$ ,  $\xi_Z$  и  $\xi \equiv \xi_W$ .

Для параметризации ультрафиолетовых расходимостей используется размерная регуляризация. Петлевые интегралы выражаются через стандартные скалярные функции ПВ:  $A_0, B_0, C_0, D_0$  и вспомогательные функции  $a_0, b_0, c_0, d_0$ .

Реальные поправки состоят из вкладов мягкого (Soft) и жесткого (Hard) тормозного излучения. Они вычисляются модулями BR и MC. Мягкое тормозное излучение обладает борноподобной кинематикой, в то время как фазовое пространство жесткого тормозного излучения содержит дополнительную частицу (фотон или глюон).

Интегрирование Монте-Карло по фазовому пространству  $d\Phi^n$  осуществляется с использованием алгоритма Vegas [104].

Специфика расчета состоит в том, что массами легких фермионов первого поколения пренебрегается повсюду, за исключением QED-диаграмм с виртуальными и реальными фотонами.

На рис. 3 открыты файлы для распада  $t \rightarrow Wb$ , которые вычисляют следующее.

- *Ковариантную амплитуду, скалярные формфакторы.* В следующем разделе мы покажем примеры СА-амплитуд для многих процессов. СА соответствует прямому расчету *всех* диаграмм, дающих вклад в данный процесс на однопетлевом уровне. Результат представлен в конечном *базисе структур*, составленном из строк матриц Дирака (иногда свернутых с внешними импульсами) и самих внешних импульсов, свернутых с поляризационными векторами векторных бозонов. Амплитуда параметризована некоторым числом формфакторов, которые обозначаются  $\mathcal{F}$ . Индекс формфактора отвечает соответствующей структуре. Число формфакторов по построению равно числу структур. Однако для случаев, приведенных ниже, некоторые из формфакторов могут быть одинаковы. Таким образом, число независимых формфакторов может быть меньше числа структур. Для существующих структур древесного уровня соответствующие формфакторы записываются в следующем виде:  $\mathcal{F} = 1 + (\alpha/4\pi s_W^2) \tilde{\mathcal{F}}$ , где «1» отвечает борновскому приближению, а  $\tilde{\mathcal{F}}$  — однопетлевому приближению. Традиционно используются различные константы:  $Q_f, I_f^{(3)}, \sigma_f = v_f + a_f, \delta_f = v_f - a_f, s_W = e/g$  и  $c_W = M_W/M_Z$ .

В системе SANC эффективно работает идеология строительных блоков (Building Blocks, BB) для вычислений формфакторов. Информация о главных предвычисленных BB сохраняется в базовых \*.sav файлах (BSF). Заметим, что для 4-частичных процессов все BB 4-ножные по построению. Этот прием сильно упрощает процедуру проектирования СА на базис независимых структур.

Любой модуль, вычисляющий формфакторы, начинается с загрузки вычисленных BB из банка BSF. BSF содержат предвычисленные объекты: собственные энергии, вершины и боксы (иногда с бозонами вне массовой поверхности). Предвычислительные процедуры имеют несколько уровней. В модулях, вычисляющих формфакторы, используются результаты последнего уровня, который содержит уже перенормированные BB — пропагаторы и вершины. Например, принимаются во внимание *контрчлены* и *специальные вершины*. Однако в них есть много остаточных ультрафиолетовых расходимостей и  $\xi$ -зависимых слагаемых, которые сокращаются в сумме для однопетлевой СА физического процесса. Именно поэтому используется термин «перенормировка» в связи с модулями, вычисляющими FF.

Загрузка BSF делается в несколько шагов: шаг собственных энергий + шаг вершин + шаг боксов. Итог — суммирование всех вкладов. Конструируются четыре выражения, Sum«i», отвечающие калибровочным индексам  $i = 1 (\xi_A), 2 (\xi_Z), 3 (\xi), 4$  (не зависит ни от какого  $\xi$ ). Заключительный шаг — формирование BSF \*.sav с «i» FF: FF«i» ( $i = 1-4$ ) для дальнейшего использования в программном продукте s2n.f.

Полученные формфакторы  $\mathcal{F}$  свободны от калибровочных параметров и от ультрафиолетовых сингулярностей. Аналитические выражения для формфакторов слишком громоздки для того, чтобы представить их в данном обзоре. Они могут быть воспроизведены в режиме реального времени с помощью системы SANC.

- *Спиральные амплитуды (HA)*. Они зависят от скалярных формфакторов,  $\mathcal{H}(\mathcal{F}_i)_{\{\lambda_i\}}$ . Символ  $\{\lambda_i\}$  означает набор квантовых собственных значений спиральностей. Обычно это просто проекции спина на некоторые оси квантования (например, направления внешних импульсов). Напомним, что в стандартном подходе для некоторой наблюдаемой величины  $O$  сечение вычисляется как  $O \propto |A|^2$ , в то время как в терминах HA  $O \propto \sum_{\{\lambda_i\}} |\mathcal{H}_{\{\lambda_i\}}|^2$ .

В последнем случае расчеты значительно упрощаются, поскольку  $\mathcal{H}_{\{\lambda_i\}}$  являются скалярными объектами, которые вычисляются как комплексные числа. Примеры СА и HA для многочисленных процессов могут быть найдены в работах [11, 12, 16].

- *Сопутствующее тормозное излучение (BR)*. Этот модуль вычисляет вклад тормозного излучения жестких реальных фотонов или глюонов в соответствующем процессе. Обычно мы получаем результаты как для инклюзив-

ных, так и для полностью дифференциальных величин. Последние результаты используются в кодах для моделирования процессов по методу Монте-Карло.

В некоторых случаях имеется дополнительный MC-модуль, предназначенный для расчета полностью дифференциальных распределений в кодах Монте-Карло.

**2.5. От аналитических результатов до чисел.** Цепочка вычислений SANC начинается с нахождения формфакторов (модуль FF), а затем запуска процедуры s2n (см. упомянутое во введении краткое руководство пользователя на домашней странице проекта и в работе [12]). Далее выполняется модуль HA с другим запуском s2n. В результате система генерирует код на языке FORTRAN для вклада виртуальной поправки к выбранному процессу в следующей схематической форме:

$$d\Gamma(d\sigma) \sim \sum_{\lambda_i \lambda_j \lambda_k \lambda_l} \left| \mathcal{H} \left( \mathcal{F}^{\text{Born}+1\text{loop}+2\text{loop}} \right)_{\lambda_i \lambda_j \lambda_k \lambda_l} \right|^2. \quad (8)$$

Заметим, что двухпетлевые поправки могут быть легко встроены в эту схему, если они известны.

Поправки за счет излучения реальных частиц состоят из вкладов мягкого (Soft) и жесткого (Hard) тормозного излучения. Они вычисляются как модули BR. Для нескольких процессов система вычисляет полные однопетлевые поправки, включая реальное тормозное излучение для инклюзивных наблюдаемых.

Для численного расчета мы используем модули на языке FORTRAN, сгенерированные пакетом s2n (часть системы, написанная на языке PERL). Система SANC включает в себя собственную библиотеку на языке FORTRAN для численного расчета функций Пассарино–Велтмана. Кроме того, в качестве альтернативы используется пакет LoopTools [105].

### 3. ПРИЛОЖЕНИЕ SANC ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ПРОЦЕССОВ

Разд.3 содержит основные результаты внедрения в систему SANC фермион-бозонных  $2f2b$ -процессов,  $4f$ -процессов, процессов одиночного рождения  $t$ -кварков,  $4b$ -процессов. Также обсуждается введение и вычисление вспомогательных функций  $J$ .

В этом пункте представлены некоторые результаты, полученные с помощью SANC, для следующих процессов: распад  $t \rightarrow b\nu$  в QCD и электрослабом секторах [14,20,61,106], приложения для LHC [67];  $\bar{f}_1 f_1 \rightarrow ZZ$  [12,106];  $\bar{f}_1 f_1 HA \rightarrow 0$ : три канала процесса [16];  $\bar{f}_1 f_1 ZA \rightarrow 0$ : три канала процесса [22];  $\bar{f}_1 f_1 HZ \rightarrow 0$ : два канала процесса [12]; распад  $H \rightarrow 4\mu$  [12]; рождение  $W$ - и  $Z$ -бозонов в процессах типа Дрелла–Яна [13,25]; поправки

за счет рождения легких лептонных пар в процессах Дрелла–Яна [32, 33]; четырехбозонные процессы типа рассеяния света на свете  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$  [17, 26];  $\gamma\gamma Z\gamma \rightarrow 0$ : два канала процесса [27];  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  [28]. В работах [63–65] вычислены присутствующие в редукции Пассарино–Велтмана вспомогательные функции  $J$ , которые использованы для описания перечисленных выше процессов.

**3.1. Распад  $t \rightarrow b\nu$ .** Результаты исследований этого распада, проведенных в рамках проекта SANC, опубликованы в работах [14, 15, 19–21, 61, 106]. В этих работах мы представили полные ширины и различные распределения, рассчитанные без учета и с учетом однопетлевых EW- и QCD-поправок; результаты полных расчетов и полюсных приближений при рассмотрении каскада с узкой шириной и каскада с комплексной массой; результаты, полученные с помощью интегратора MC и генератора событий; сравнение с мировой литературой.

Именно в период 2007–2012 гг. в SANC успешно реализовывалась концепция стандартных SANC FORM/FORTRAN модулей (SSFМ), которые предназначены для использования в программных продуктах других физических групп. Первоначальная версия модулей была описана в [66].

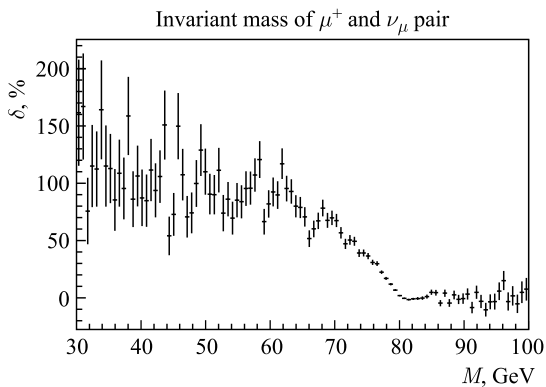


Рис. 4. Полная EW-поправка  $\delta$  как функция инвариантной массы лептонной пары  $M_{l\nu_l}$

В качестве типичного результата, полученного с генератором событий MC, мы показываем на рис. 4 результат вычислений полной EW-поправки  $\delta = (d\Gamma^{\text{loop}}/dM_{l\nu_l})/(d\Gamma^{\text{Born}}/dM_{l\nu_l}) - 1$  (%) как функцию инвариантной массы  $M = M_{l\nu_l}$  лептонной пары.

Как видно из рис. 4, EW-поправка очень большая ниже резонанса и довольно мала в области резонанса и выше.

**3.2. Процесс  $f_1\bar{f}_1 \rightarrow ZZ$ .** В работах [12, 106] мы представили аналитические и численные результаты для однопетлевых EW-поправок к процессу

$f_1 \bar{f}_1 \rightarrow ZZ$ . Мы получили отличное согласие с результатами работы [107]. В SANC внедрен модуль для вклада жесткого тормозного излучения, а также имеется возможность вычисления процесса  $pp \rightarrow ZZ$  на адронном уровне.

**3.3. Три канала**  $f_1 \bar{f}_1 HA \rightarrow 0$ . В работе [16] мы представили результаты единого подхода, начиная с общей СА для всех кросс-каналов процесса  $f_1 \bar{f}_1 HA \rightarrow 0$  при условии, что 4-импульсы внешних частиц входящие:  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0$ .

Для процесса  $f_1 \bar{f}_1 HA \rightarrow 0$  СА на однопетлевом уровне точности имеет вид

$$\mathcal{A}^{\text{Born}+1\text{-loop}} = \mathcal{A}^{\text{Born}}[\mathcal{O}(m_f^2)] + \mathcal{A}^{1\text{-loop}}[\mathcal{O}(\alpha)] + \mathcal{A}^{1\text{-loop}}[\mathcal{O}(m_f^2\alpha)]. \quad (9)$$

Второе слагаемое,  $\mathcal{A}^{1\text{-loop}}[\mathcal{O}(\alpha)]$ , обозначает часть однопетлевой амплитуды, не подавленной константой связи Юкавы ( $m_f^2$ ) в отличие от борновской амплитуды  $\mathcal{A}^{\text{Born}}[\mathcal{O}(m_f^2)]$ , и остаточную часть однопетлевой амплитуды  $\mathcal{A}^{1\text{-loop}}[\mathcal{O}(m_f^2\alpha)]$ . По этой причине вклад древесного приближения обычно меньше, чем однопетлевой, и квадрат амплитуды можно записать следующим образом:

$$|\mathcal{A}^{\text{Born}+1\text{-loop}}|^2 \longrightarrow |\mathcal{A}^{\text{Born}}[\mathcal{O}(m_f^2)] + \mathcal{A}^{1\text{-loop}}[\mathcal{O}(\alpha)]|^2. \quad (10)$$

Для фермионов первого поколения можно даже пренебречь  $\mathcal{A}^{\text{Born}}$ , но этот вклад может быть значительным для второго и третьего поколений. QED-поправки за счет виртуального однопетлевого и тормозного излучения вносят вклад в третье слагаемое уравнения (9), поэтому ими тоже можно пренебречь. Таким образом, система SANC вычисляет аналитические выражения НА для всех трех каналов, которые создаются соответствующей перестановкой входящих импульсов и проекцией СА на состояния с определенной спиральностью. Три канала процесса  $f_1 \bar{f}_1 HA \rightarrow 0$  и исходная форма со всеми входящими импульсами участвующих частиц схематически представлены на рис. 5.

Аналитические выражения для НА всех трех каналов приведены в работе [16]. Ниже мы представим только некоторые численные результаты для каждого канала.

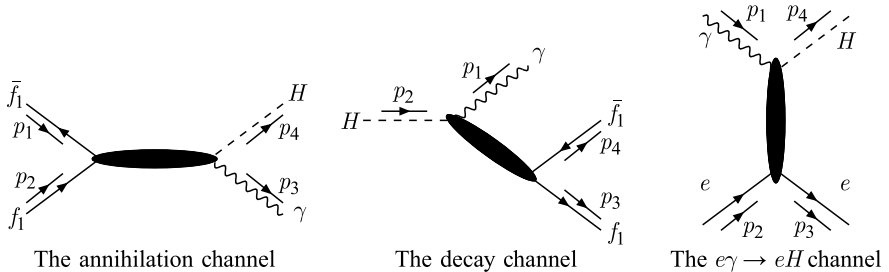


Рис. 5. Три канала процесса  $f_1 \bar{f}_1 HA \rightarrow 0$



3.3.1. Аннигиляционный канал  $f_1 \bar{f}_1 \rightarrow HA$ . На рис. 6 показано сечение реакции рождения бозона Хиггса в процессе аннигиляции на однопетлевом уровне в зависимости от его массы  $M_H$  в том же стиле, что и на рис. 2 в обзоре [108].

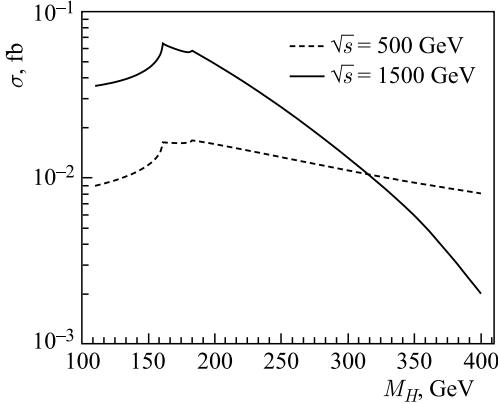


Рис. 6. Полное EW-сечение  $\sigma$  как функция массы бозона Хиггса

Хотя нам не удалось выполнить детальное высокоточное сравнение наших результатов, существует хорошее «визуальное» согласие с рис. 2 работы [108].

3.3.2. Канал распада  $H \rightarrow \mu^+ \mu^- \gamma$ . Для канала распада мы не нашли работы, с которой можно сравнить наши результаты. На рис. 7 показано распределение по инвариантной массе  $M_{\mu^+ \mu^-}$  на борновском и однопетлевом уровнях для  $M_H = 150$  ГэВ.

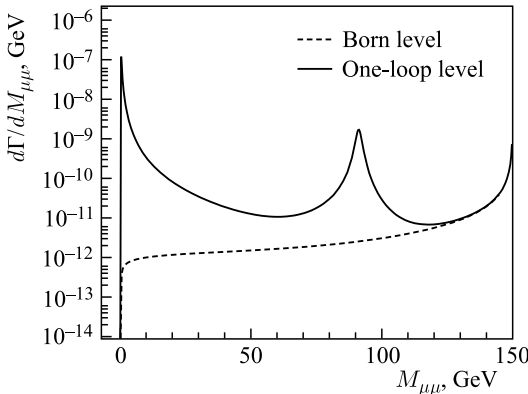


Рис. 7. Распределение по инвариантной массе. Штриховая линия — древесный уровень; сплошная — однопетлевой уровень

Четко видны два пика из-за  $\gamma$ - и  $Z$ -обменов. Борновский вклад мал повсюду, кроме угла, соответствующего излучению мягких фотонов, где он инфракрасно расходится. Более подробно численные результаты представлены в работе [16].

3.3.3. *Канал рождения  $e\gamma \rightarrow eH$ .* Для этого канала мы представляем прецизионное сравнение результатов, показанных в табл. 1 работы [109], и SANC для трех значений энергии  $\sqrt{s} = 500, 1000, 1500$  ГэВ в широком диапазоне спектра масс бозона Хиггса:  $80 \leq M_H \leq 400$  ГэВ.

В табл. 3 показаны результаты двух расчетов полного сечения  $\sigma$  и относительной поправки  $\delta$  ( $\delta = \sigma [109]/\sigma[\text{SANC}] - 1$  (%)).

Таблица 3. Сравнение полного сечения  $\sigma$  и относительная поправка  $\delta$  между программой SANC и работой [109]

$M_H$ , ГэВ	$\sqrt{s} = 500$ ГэВ			$\sqrt{s} = 1000$ ГэВ			$\sqrt{s} = 1500$ ГэВ		
	$\sigma$ , пб (SANC)	$\sigma$ , пб ([109])	$\delta$ , %	$\sigma$ , пб (SANC)	$\sigma$ , пб ([109])	$\delta$ , %	$\sigma$ , пб (SANC)	$\sigma$ , пб ([109])	$\delta$ , %
80	8,40	8,38	-0,2	9,31	9,29	-0,2	9,76	9,74	-0,2
100	8,85	8,85	0	9,95	9,94	-0,1	10,48	10,5	-0,2
120	9,77	9,80	0,3	11,16	11,2	0,4	11,80	11,8	0
140	11,76	11,8	0,3	13,68	13,7	0,1	14,52	14,6	0,6
160	20,91	21,1	0,9	24,82	25,0	0,7	26,48	26,6	0,5
180	20,67	20,9	1,1	25,04	25,3	1,0	26,81	27,0	0,7
200	16,99	17,2	1,2	21,05	21,2	0,7	22,64	22,8	0,7
300	5,90	5,97	1,2	8,44	8,53	1,0	9,33	9,43	1,1
400	1,64	1,64	0	2,74	2,78	1,5	3,15	3,18	1,0

Как видно, разница в большинстве точек ниже 1% и наблюдается нерегулярное поведение, указывающее на вычислительные затруднения (наши вычисления проводились с точностью  $\text{real}^*16$ ). На основе этого можно сделать вывод, что эти два результата находятся в очень хорошем согласии.

3.4. **Три канала процесса  $f_1\bar{f}_1ZA \rightarrow 0$ .** Мы внедрили три возможных канала для реакции  $f_1\bar{f}_1ZA \rightarrow 0$ : канал аннигиляции  $f_1\bar{f}_1 \rightarrow ZA$ , распада  $Z \rightarrow f_1\bar{f}_1A$  и рождения  $e\gamma \rightarrow eZ$  [22].

Для каждого канала SANC генерирует соответствующий вклад жесткого тормозного излучения [22]. Похожие исследования проводились А. Деннером и С. Дитмайером в работе [110], что позволяет провести сравнение с нашими результатами. Только часть их табл. 5.3 показана в нашей табл. 4, где мы также добавили числа программы Gracе-loop, взятые из работы [55]. Как видно, между этими тремя расчетами существует идеальное согласие при использовании одинаковых входных параметров.

Таблица 4. Сравнение борновского сечения  $\sigma^{\text{Born}}$  и  $\delta$  процесса  $\gamma e^- \rightarrow Ze^-(\gamma)$  (входные параметры [DD];  $E_\gamma \leq 0,025\sqrt{s}$  ГэВ)

$\sqrt{s}$ , ГэВ	$\theta$ , °	Параметр	DD [110]	Grace-loop [55]	SANC [22]
500	$20 < \theta < 160$	$\sigma^{\text{Born}}$ , пб $\delta$ , %	0,7051 -25,69	0,70515 -25,689	0,70515 -25,690
	$1 < \theta < 179$	$\sigma^{\text{Born}}$ , пб $\delta$ , %	1,770 -22,31	1,7696 -22,313	1,7697 -22,313
2000	$20 < \theta < 160$	$\sigma^{\text{Born}}$ , пб $\delta$ , %	0,04620 -39,53	0,046201 -39,529	0,046201 -39,529
	$1 < \theta < 179$	$\sigma^{\text{Born}}$ , пб $\delta$ , %	0,1170 -30,84	0,1170 -30,845	0,11697 -30,845

**3.5. Два канала для  $\bar{f}_1 f_1 H Z \rightarrow 0$ .** Исследование этого процесса в двух каналах (аннигиляции  $\bar{f}_1 f_1 \rightarrow H Z$  и распада  $H \rightarrow Z \bar{f}_1 f_1$ ) представлено в работе [12]. Здесь мы показываем только его СА и несколько примеров числовых результатов.

3.5.1. *Ковариантная амплитуда процесса.* СА этого процесса довольно компактна; она описывается шестью структурами и шестью формфакторами. Если считаем все импульсы входящими,  $f_1(p_1) f_1(p_2) Z(p_3) H(p_4) \rightarrow 0$ , то выражение для ковариантной амплитуды имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ffHZ} = k \left\{ \left[ \bar{v}(p_1) (\gamma_\nu \gamma_+ \sigma_f \mathcal{F}_0^+(s, t) - \not{p}_3 \gamma_+ (p_1)_\nu \mathcal{F}_1^+(s, t) - \right. \right. \\ \left. \left. - \not{p}_3 \gamma_+ (p_2)_\nu \mathcal{F}_2^+(s, t) \right) u(p_2) \varepsilon_\nu^Z(p_3) \right] + \\ \left. + \left[ \sigma_f \rightarrow \delta_f, \gamma_+ \rightarrow \gamma_- \mathcal{F}_i^+(s, t) \rightarrow \mathcal{F}_i^-(s, t) \right] \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\text{где } \gamma_\pm = 1 \pm \gamma_5, \quad \sigma_f = v_f + a_f, \quad \delta_f = v_f - a_f, \quad k = -\frac{ig^2}{4c_W^2} \frac{M_Z}{M_Z^2 - s}. \quad (12)$$

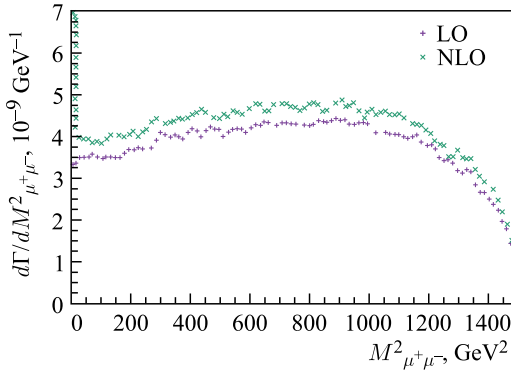
3.5.2. *Канал аннигиляции  $e^+ e^- \rightarrow H Z$ .* Для канала аннигиляции мы приводим результаты тройного сравнения (табл. 5). Опять наблюдается замечательное согласие между тремя независимыми расчетами. В SANC мы внедрили также полные поправки NLO EW, в том числе для учета жесткого тормозного излучения.

3.5.3. *Канал распада  $H \rightarrow Z f_1 \bar{f}_1(\gamma)$ .* Для канала распада мы не нашли в литературе результатов для сравнения. На рис. 8 показаны распределения по инвариантной массе  $m_{\mu^+ \mu^-}^2(\gamma)$ .

Четко выражен узкий пик при малых массах. Он имеет простое физическое объяснение: поскольку ширина  $H \rightarrow Z \gamma$  ненулевая для фотона на массо-

Таблица 5. Поправки EW к полному сечению (в %) в  $\alpha$ -схеме

$\sqrt{s}$ , ГэВ	$M_H$ , ГэВ	Grace-loop [55]	[111]	SANC [12]
500	100	4,1524	4,1524	4,1524
500	300	6,9017	6,9017	6,9017
1000	100	-2,1656	-2,1656	-2,1656
1000	300	-2,4995	-2,4995	-2,4995
1000	800	26,1094	26,1094	26,1094
2000	100	-11,5413	-11,5414	-11,5414
2000	300	-12,8226	-12,8226	-12,8226
2000	800	11,2468	11,2468	11,2468

Рис. 8. Распределения по инвариантной массе  $M^2_{\mu^+\mu^-(\gamma)}$  в  $\alpha$ -схеме. + — распределение на древесном уровне;  $\times$  — однопетлевой вклад

вой поверхности с  $Q_\gamma^2 = 0$ , то однопетлевая амплитуда для  $H \rightarrow Z f_1 \bar{f}_1$  с виртуальным фотонным обменом будет пропорциональна  $\sim 1/s$  (с  $s = -Q_\gamma^2$ ). Это, в свою очередь, приведет к пропорциональности  $\sim 1/s$  как дважды, так и однажды дифференциальной ширины. Область  $1/s$  очень узкая и в значительной степени вымывается обрезанием по переменной  $s$ .

**3.6. Процессы типа Дрелла–Яна с одиночным рождением  $W$ - и  $Z$ -бозонов.** Описание процессов типа Дрелла–Яна в системе SANC очень хорошо проработано. Как обычно, мы начинаем с вычислений на партонном уровне, управляя соответствующими файлами FF/HA/BR для каждой ветви, сначала на языке FORM, а затем аналитические результаты преобразуются в фортранные модули процедурой s2n.

*3.6.1. Распределения для процессов типа Дрелла–Яна в каналах заряженного и нейтрального токов.* Модули FORTRAN, созданные пакетом s2n, используются в MC-интеграторах и генераторах, написанных на основе алгоритма Vegas. С помощью этих инструментов мы построили множество рас-

пределений, представленных в трудах рабочих совещаний Les Houches [69] и TeV4LHC [67]. Здесь мы приводим несколько распределений как для заряженного (CC), так и для нейтрального (NC) токов.

Вначале введем некоторые обозначения.

• Процесс Дрелла–Яна в заряженном токе (CC DY):

—  $q\bar{q}'$ -подпроцесс,  $p[q] + p[\bar{q}'] \rightarrow W^\pm \rightarrow X + \ell^\pm + \nu_\ell(+\gamma)$ ,

—  $gq$ -подпроцесс,  $p[g] + p[q] \rightarrow W^\pm \rightarrow X + \ell^\pm + \nu_\ell(+g)$ ,

—  $\gamma q$ - или  $\gamma$ -индуцированный подпроцесс,  $p[\gamma] + p[q] \rightarrow W^\pm \rightarrow X + \ell^\pm + \nu_\ell(+\gamma)$ , ( $\ell = e, \mu$ ).

• Процесс Дрелла–Яна в нейтральном токе (NC DY):

—  $q\bar{q}$ -подпроцесс,  $p[q] + p[\bar{q}] \rightarrow \gamma, Z \rightarrow X + \ell^+ + \ell^- (+\gamma)$ ,

—  $gq$ -подпроцесс,  $p[g] + p[q] \rightarrow \gamma, Z \rightarrow X + \ell^+ + \ell^- (+g)$ ,

—  $\gamma q$ - или  $\gamma$ -индуцированный подпроцесс,  $p[\gamma] + p[q] \rightarrow \gamma, Z \rightarrow X + \ell^+ + \ell^- (+\gamma)$ , ( $\ell = e, \mu$ ).

Для CC были вычислены  $2 \otimes 2 \otimes 2$  распределения типа

$$\begin{pmatrix} q\bar{q}' \\ g(\gamma)q \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} p_T \\ M_T \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \mu \\ e \end{pmatrix}.$$

В первом столбце показаны распределения на партонном уровне, участвующие в жестком подпроцессе. Во втором столбце — распределения по поперечному лептонному импульсу  $p_T = p_T^\ell$ , или по так называемой поперечной массе  $M_T = \sqrt{2p_T^\ell p_T^\nu (1 - \cos \varphi_{\ell\nu})}$  системы  $\ell\nu_\ell$ . В третьем столбце — тип конечного заряженного лептона  $\mu$  или  $e$ . Кроме того, для мюонов мы используем так называемый bare setup, а для электронов calo, с учетом  $e$ - $\gamma$ -рекомбинации в калориметре.

В случае нейтрального тока NC средний столбец отличается от заряженного тока CC:

$$\begin{pmatrix} q\bar{q} \\ g(\gamma)q \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} p_T \\ M_{\ell^+\ell^-} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \mu \\ e \end{pmatrix}.$$

Для фотона как начального партона мы закончили исследование в работе [31]. Мы также учли глюонное распределение в начальном состоянии.

На рис. 9 приводятся распределения для сечений  $\sigma$  (в пб/ГэВ) и относительных поправок  $\delta$ , где последнее определяется формулой  $\delta = \sigma^{1\text{-loop}}/\sigma^{\text{Born}} - 1$  для поправок NLO QCD и EW, соответствующих подпроцессу  $q\bar{q}'$ , и  $\delta = \sigma^{g(\gamma)q}/\sigma^{\text{Born}}$  для поправок, соответствующих процессам, индуцированным глюоном (фотоном). EW-поправки меньше для электронов вследствие их рекомбинации с фотонами.

Рис. 10 и 11 иллюстрируют вклад  $\gamma$ -индуцированных процессов для канала заряженного и нейтрального токов.

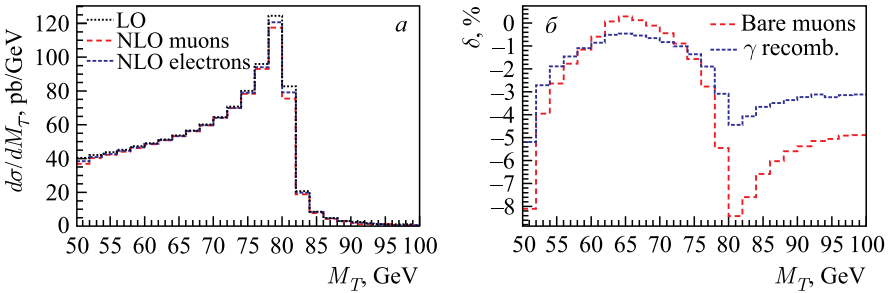


Рис. 9. Процесс Дрелла-Яна в заряженном токе CC DY:  $\sigma$  (а) и  $\delta$  (б), распределения по  $M_T$

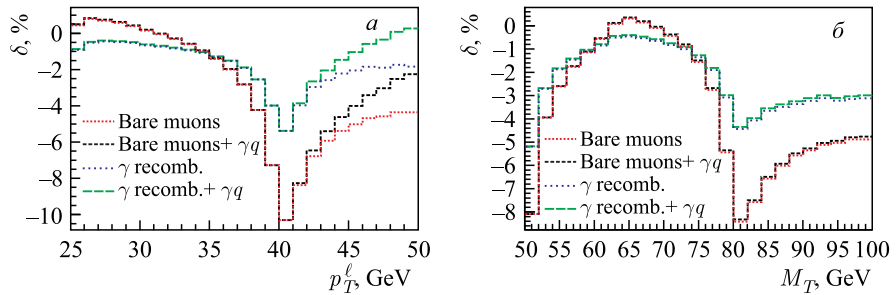


Рис. 10. Процесс Дрелла-Яна в заряженном токе CC DY:  $\delta$  для распределений по  $p_T^\ell$  (а) и по  $M_T$  (б)

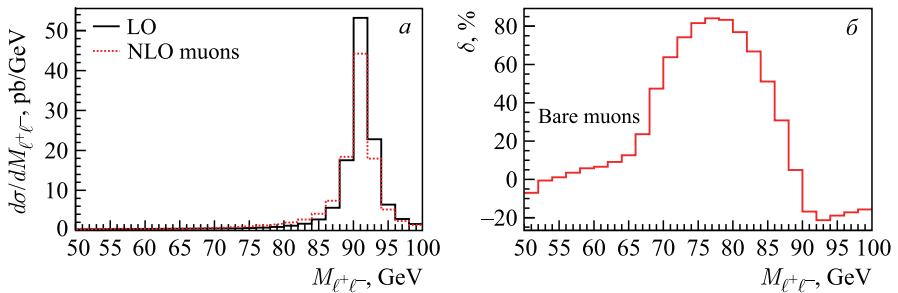


Рис. 11. Процесс Дрелла-Яна в нейтральном токе NC DY: сечение процесса  $\sigma^{\text{Born}}$  (а) и поправка  $\delta$  (б), распределение по инвариантной массе  $M_{\ell^+\ell^-}$

Как видно из рисунков, эти вклады весьма заметны в  $p_T^\ell$ -распределении и едва заметны в распределении по поперечной массе  $M_T$ .

3.6.2. Взаимодействие QCD-EW-поправок. При исследовании процессов Дрелла-Яна наибольший интерес представляет взаимодействие EW- и QCD-поправок по крайней мере в следующем за ведущим (NLO) прибли-

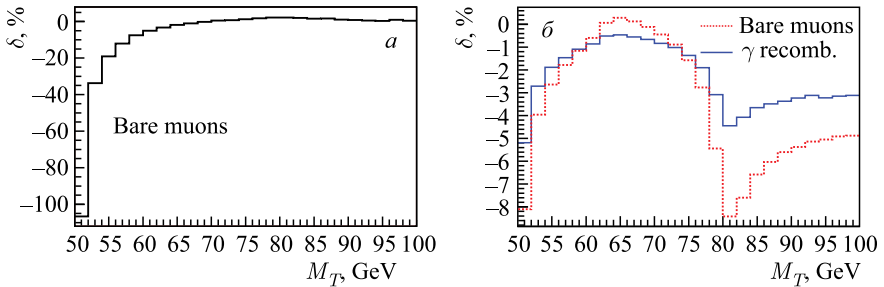


Рис. 12. Процесс Дрелла–Яна в заряженном токе CC DY: относительная поправка QCD (а) и EW (б) в распределении по поперечной массе  $M_T$

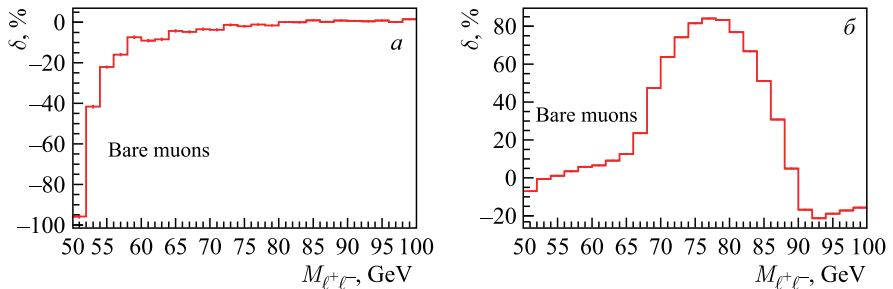


Рис. 13. Процесс Дрелла–Яна в нейтральном токе NC DY: относительная поправка QCD (а) и EW (б) в распределении по инвариантной массе  $M_{\ell^+\ell^-}$

жении. С помощью SANC это возможно, так как мы внедрили NLO QCD-поправки точно на том же уровне, что и EW.

На рис. 12 и 13 показаны относительные QCD- и EW-поправки в распределениях по поперечной и инвариантной массам соответственно.

Из этих рисунков можно заключить, что по крайней мере для некоторых распределений NLO QCD-поправки не доминируют. Более подробное изложение этого исследования можно найти в отчете рабочей группы ATLAS MC [112].

**3.6.3. Рождение легких пар в процессах Дрелла–Яна.** Рождение дополнительных легких пар в конечном состоянии аналогично эффекту излучения фотонов из конечного состояния (FSR). Соответствующие вклады анализируются в работах [32] и [33]. Было показано, что фотонное излучение FSR для некоторых наблюдаемых вносит поправки порядка нескольких десятков процентов. Вклад от рождения дополнительной фермион-антифермионной пары подавляется относительно фотонного одним дополнительным фактором  $\alpha$ , однако важно принимать его во внимание.

Основная часть эффекта исходит от рождения пары  $e^+e^-$ . Оценен вклад пар  $\mu^+\mu^-$ . В качестве иллюстрации приведем рис. 14, где мы показали относительные поправки за счет рождения пар к дифференциальному распределению по инвариантной массе (первичной) мюонной пары и по поперечному импульсу мюона в процессе  $p+p \rightarrow Z+X \rightarrow \mu^++\mu^-+X$ . Как можно видеть, поправки от легких пар к распределению по инвариантной массе достигают уровня 1% в области пика. Соответствующая поправка к распределению по поперечному импульсу не превышает 0,1%.

Эти результаты были получены с помощью монте-карловского интегратора SANC. Также было проведено перекрестное сравнение с результатами аналогичных вычислений компьютерного кода HORACE. Исследования

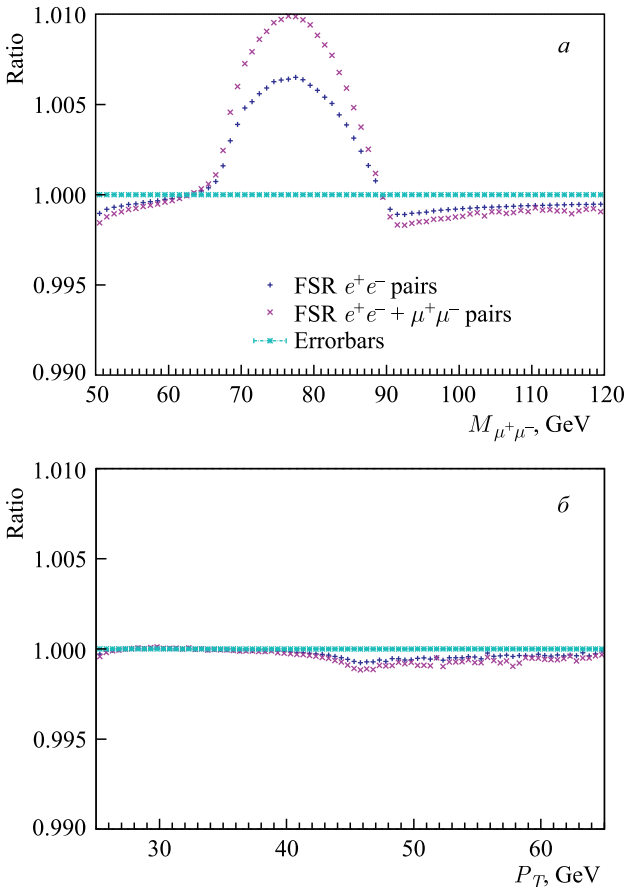


Рис. 14. Относительная поправка за счет рождения легких пар  $\mu^+\mu^-$  к инвариантной массе (а) и распределению по поперечному импульсу (б)



вклада лептонных пар были представлены на рабочих совещаниях W-mass в ЦЕРН.

**3.7. Четырехбозонные процессы  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$  ( $\gamma Z, ZZ$ ) и  $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ .** В работах [26–28] были представлены оценки процессов  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ ,  $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$  и  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  в Стандартной модели на однопетлевом уровне точности в  $R_\xi$ -калибровке через фермионные петли и соответствующие предвычисленные блоки с учетом всех масс ( $Z$ -бозона и внутренних).

В качестве основного примера рассмотрим процесс  $Z\gamma\gamma\gamma \rightarrow 0$ . На рис. 15 показано дерево предвычислений для этого процесса. При описании СА для него мы покажем явный вид тензора.

При расчете этих процессов учитываются ненулевые массы фермионов в петлях. В работах [26–28] кратко описаны дополнительные модули предвычислений, используемые для расчета массивных диаграмм типа бокс, также обсуждаются ковариантные и тензорные структуры для этих процессов, которые представлены в компактной форме. Описан подход в спиральных амплитудах, и показаны аналитические выражения НА. Соответствующие пакеты для числовых вычислений доступны по запросу.

Следует отметить, что полученные строительные блоки и процедуры предвычислений для QED и электрослабых диаграмм типа бокс (как  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$ ,  $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  [113]) являются первыми шагами в создании

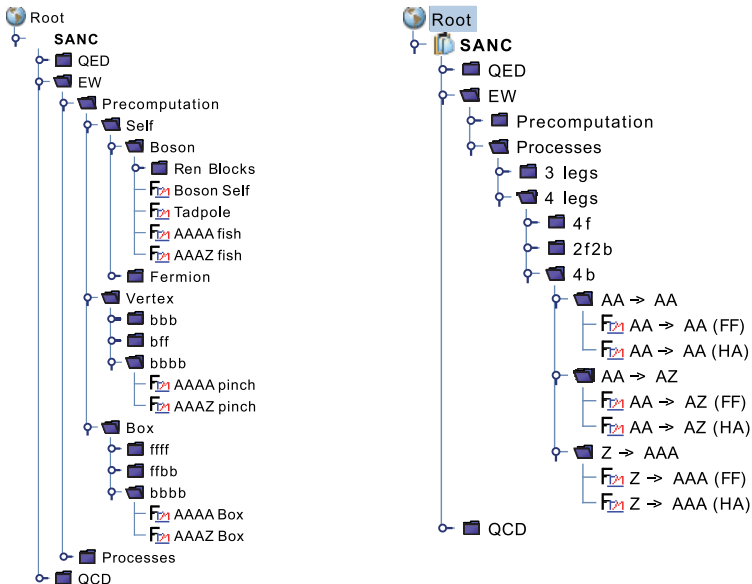


Рис. 15. Файлы предвычислений AA AZ Box, AA AZ pinch, AA AZ fish на дереве процессов SANC для процесса  $Z\gamma\gamma\gamma \rightarrow 0$

окружения для внедрения подобных четырехбозонных процессов в SM (как  $\gamma\gamma \rightarrow ZH$ ,  $gg \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $gg \rightarrow ZZ$ ,  $gg \rightarrow W^+W^-$  и др.).

3.7.1. *Процесс  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ .* Этот процесс в квантовой теории поля появляется благодаря нелинейным эффектам взаимодействия с вакуумом, поэтому не имеет древесного или борновского уровня вычислений. Соответствующие диаграммы появляются на однопетлевом уровне и в QED представляются диаграммами типа бокс с четырьмя внутренними фермионами одинаковой массы. Число различных диаграмм (или топологий) равно шести. Но три из них отличаются от других только ориентацией потока внутреннего петлевого фермиона и вносят одинаковый вклад, дающий фактор два в амплитуду. Таким образом, только три топологии ( $st$ ,  $su$  и  $ut$ ) остаются для вычислений и относятся к простым перестановкам импульсов внешних фотонов в амплитудах:  $su$ -канал получается из  $st$ -канала вращением  $p_3 \leftrightarrow p_4$ , а  $ut$ -канал — вращением  $p_2 \leftrightarrow p_3$ . Сумма этих фермионных диаграмм калибровочно инвариантна для каждого поколения частиц.

В терминах лоренцевских структур имеем

$$\mathcal{A}_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} = \sum_{i=1}^{43} \mathcal{F}_i^{\text{fermions}}(s, t, u) T_i^{\alpha\beta\mu\nu},$$

где  $\mathcal{F}_i$  нормализуются на соответствующий фактор для фермионных частей  $C^{\text{fermions}} = 8\alpha^2 Q_f^4 N_c$ ,  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $Q_f$  — заряд фермиона в петле в единицах заряда электрона  $e$ ,  $N_c$  — число цветов для данного фермиона;  $T_i^{\alpha\beta\mu\nu}$  — тензорные структуры, определяемые с помощью вспомогательных строк  $\tau_j$ , представленных далее. Вне массовой поверхности получаем базис из 43 элементов, но для реальных фотонов на массовой поверхности остаются только 10 первых структур. Выражения для явного вида структур приводятся в работе [26].

Таким образом, получаем минимальный набор тензорных структур для ковариантной амплитуды. Она может быть записана в простой форме с помощью скалярных формфакторов (FF)  $\mathcal{F}_i$ . Вся зависимость от массы и других параметров включена в эти FF. Важно отметить, что каждый базовый элемент  $T_i^{\alpha\beta\mu\nu}$ ,  $i = 1-43$ , тензорной структуры с лоренцевскими индексами четырежды поперечен по каждому внешнему фотону:

$$T_i^{\alpha\beta\mu\nu} p_\alpha = T_i^{\alpha\beta\mu\nu} p_\beta = T_i^{\alpha\beta\mu\nu} p_\mu = T_i^{\alpha\beta\mu\nu} p_\nu = 0.$$

- Сравнения результатов для процесса  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ .

Ответ для полного сечения в безмассовом пределе после подстановки спиральных амплитуд и углового интегрирования имеет следующий вид:

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{e^8}{2\pi\omega^2} \left( \frac{108}{5} + \frac{13}{2}\pi^2 - 8\pi^2\zeta(3) + \frac{148}{225}\pi^4 - 24\zeta(5) \right). \quad (13)$$

Этот результат полностью согласуется с полученным в работе [114]. В том же безмассовом пределе было найдено полное согласие с выражениями для спиральных амплитуд из работы [115].

3.7.2. *Процесс*  $Z\gamma\gamma\gamma \rightarrow 0$ . В терминах лоренцевских структур можно записать выражение для ковариантной амплитуды процесса  $Z\gamma\gamma\gamma \rightarrow 0$  в следующем виде:

$$A_{Z\gamma\gamma\gamma \rightarrow 0} = 4e^4 Q_f^4 \sum_{i=1}^{14} \left[ \mathcal{F}_i^{\text{bosons}}(s, t, u) + \mathcal{F}_i^{\text{fermions}}(s, t, u) \right] T_i^{\alpha\beta\mu\nu}.$$

Необходимо всего 7 простых тензорных строк для описания тензорной структуры ковариантных амплитуд процесса  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$ :

$$\begin{aligned} \tau_1^{ij} &= p^{1i} p^{2j} + \frac{s}{2} \delta^{ij}, & \tau_2^{ij} &= p^{2i} p^{3j} + \frac{t}{2} \delta^{ij}, & \tau_3^{ij} &= p^{1i} p^{3j} + \frac{u}{2} \delta^{ij}, \\ \tau_4^{ij} &= p^{1i} \left( p^{1j} - \frac{s}{t} p^{3j} \right), & \tau_5^{ij} &= p^{2i} \left( p^{2j} - \frac{s}{u} p^{3j} \right), \\ \tau_6^{ij} &= p^{1i} \left( p^{1j} - \frac{u}{t} p^{2j} \right), & \tau_7^{ij} &= p^{2i} \left( p^{2j} - \frac{t}{u} p^{1j} \right). \end{aligned}$$

Тензор четвертого ранга после исключения  $p_4$  по закону сохранения импульсов и применения условий физической поперечности и нулевой массы фотонов ( $p_{1\alpha} = p_{2\beta} = p_{3\nu} = 0$  и  $p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = 0$ ) представим в виде

$$\begin{aligned} T_1^{\alpha\beta\mu\nu} &= \left( \tau_1^{\beta\nu} - \frac{t}{u} \tau_4^{\nu\beta} \right) \delta^{\alpha\mu} - \left( \tau_1^{\mu\nu} + \frac{t}{u} \tau_1^{\nu\mu} \right) \delta^{\alpha\beta} + \\ &+ \left( \frac{t}{u} \tau_3^{\beta\alpha} + \frac{s+u}{u} \tau_2^{\alpha\beta} \right) \delta^{\mu\nu} + \frac{t}{u} \left( \tau_1^{\beta\mu} + \tau_4^{\mu\beta} \right) \delta^{\alpha\nu} + \left( \frac{s}{u} \tau_2^{\nu\alpha} - \tau_7^{\alpha\nu} \right) \delta^{\beta\mu} - \\ &- \left( \frac{s}{u} \tau_2^{\mu\alpha} + \tau_2^{\alpha\mu} \right) \delta^{\beta\nu} + \frac{s-t}{2} \delta^{\alpha\beta} \delta^{\mu\nu} + \frac{t}{2u} \left( (s+u) \delta^{\alpha\mu} \delta^{\beta\nu} - s \delta^{\alpha\nu} \delta^{\beta\mu} \right), \\ T_2^{\alpha\beta\mu\nu} &= -\tau_1^{\beta\alpha} \tau_3^{\nu\mu}, & T_3^{\alpha\beta\mu\nu} &= -\frac{t}{u} \tau_1^{\beta\alpha} \tau_6^{\mu\nu}, \\ T_4^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\beta\alpha} \left( \frac{t}{u} \tau_6^{\mu\nu} - \tau_2^{\nu\mu} \right), \\ T_5^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\mu\alpha} \tau_3^{\nu\beta} - \frac{t}{2} \left( \tau_6^{\beta\nu} \delta^{\alpha\mu} - \tau_6^{\mu\nu} \delta^{\alpha\beta} \right), \\ T_6^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\nu\alpha} \tau_2^{\mu\beta} - \frac{u}{2} \left( \tau_5^{\nu\alpha} \delta^{\beta\mu} - \tau_5^{\mu\alpha} \delta^{\beta\nu} \right), & T_7^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\nu\beta} \tau_1^{\mu\alpha}, \\ T_8^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\nu\beta} \tau_5^{\mu\alpha}, & T_9^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\nu\alpha} \tau_4^{\mu\beta}, & T_{10}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\nu\alpha} \tau_1^{\beta\mu}, \\ T_{11}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\mu\alpha} \tau_1^{\beta\nu} + \frac{t}{2} \left( \tau_4^{\mu\beta} \delta^{\alpha\nu} - \tau_4^{\nu\beta} \delta^{\alpha\mu} \right), & T_{13}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\mu\beta} \tau_3^{\nu\alpha}, \\ T_{12}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\nu\alpha} \tau_1^{\beta\mu} + \frac{u}{2} \left( \tau_6^{\mu\nu} \delta^{\alpha\beta} - \tau_6^{\alpha\nu} \delta^{\beta\mu} \right), & T_{14}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\nu\beta} \tau_3^{\mu\alpha}. \end{aligned}$$

Характерно, что аксиально-векторное взаимодействие  $Z$ -бозонов с фермионами, пропорциональное  $g_{Af}^Z \epsilon_{\alpha\beta\nu\mu}$ , не дает вклад в лоренц-структуры амплитуды из-за зарядовой симметрии. Можно показать, что вклады этого взаимодействия сокращаются в полной сумме диаграмм.

Численные результаты для реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$  сравнивались покомпонентно для бозонного и фермионного вкладов и их интерференции с учетом различной поляризации  $Z$ -бозона и начальных фотонов («++» — рис. 16, «+-» — рис. 17) в диапазоне значений энергии от 100 ГэВ до 2 ТэВ.

При точном выборе параметров в соответствии с приведенным набором сравнение всех вкладов и сечений дает точное совпадение, продемонстрированное на рисунках.

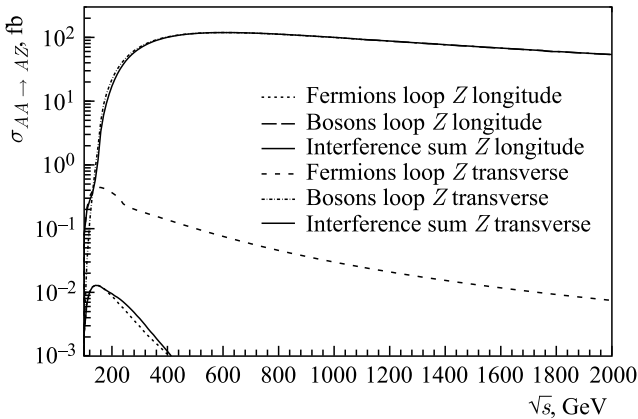


Рис. 16. Сечение рассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$  при «++» поляризации начальных фотонов (стандартный набор параметров)

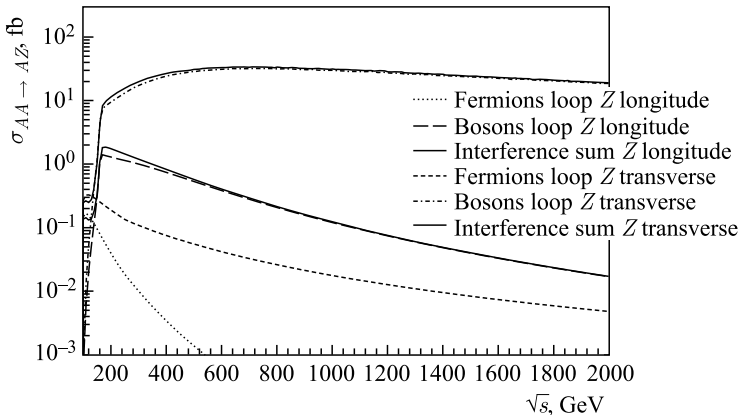


Рис. 17. Сечение рассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$  при «+-» поляризации начальных фотонов (стандартный набор параметров)

3.7.3. *Процесс*  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$ . Ковариантная амплитуда процесса равна

$$A_{\gamma\gamma \rightarrow ZZ} = 4e^4 Q_f^4 \sum_{i=1}^{20} [\mathcal{F}_i^{\text{bosons}}(s, t, u) + \mathcal{F}_i^{\text{fermions}}(s, t, u)] T_i^{\alpha\beta\mu\nu}.$$

Для описания тензорной структуры ковариантной амплитуды процесса  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  найдены пять простых тензорных строк:

$$\begin{aligned} \tau_1^{ij} &= p^{1i} p^{2j} + \frac{1}{2} s \delta^{ij}, & \tau_2^{ij} &= p^{2i} p^{3j} - \frac{1}{2} (M_z^2 - t) \delta^{ij}, \\ \tau_3^{ij} &= p^{1i} p^{3j} - \frac{1}{2} (M_z^2 - u) \delta^{ij}, & \tau_4^i &= p^{3i} + \frac{M_z^2 - t}{s} p^{1i}, \\ \tau_5^i &= p^{3i} + \frac{M_z^2 - u}{s} p^{2i}. \end{aligned}$$

Получаем тензорный базис

$$\begin{aligned} T_1^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\beta\alpha} p^{1\mu} p^{1\nu}, & T_2^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\beta\nu} \tau_1^{\mu\alpha}, & T_3^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\beta\nu} \tau_3^{\mu\alpha}, \\ T_4^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\beta\mu} \tau_1^{\nu\alpha}, & T_5^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\beta\mu} \tau_3^{\nu\alpha}, & T_6^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\beta\alpha} p^{2\mu} p^{2\nu}, \\ T_7^{\alpha\beta\mu\nu} &= \frac{1}{2} p^{2\mu} \left( 2p^{2\nu} \tau_3^{\beta\alpha} + s \delta^{\beta\nu} \tau_5^\alpha \right), \\ T_8^{\alpha\beta\mu\nu} &= \frac{1}{2} p^{1\mu} \left( 2p^{1\nu} \tau_2^{\beta\alpha} + s \delta^{\alpha\nu} \tau_4^\beta \right), \\ T_9^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_3^{\nu\alpha} p^{1\mu} \tau_4^\beta, & T_{10}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\mu\alpha} \tau_2^{\nu\beta}, & T_{11}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\nu\beta} \tau_3^{\mu\alpha}, \\ T_{12}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\nu\alpha} \tau_2^{\mu\beta}, & T_{13}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\mu\beta} \tau_3^{\nu\alpha}, & T_{14}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_2^{\nu\beta} p^{2\mu} \tau_5^\alpha, \\ T_{15}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \delta^{\alpha\beta} p^{1\mu} p^{2\nu} - \delta^{\alpha\mu} p^{1\beta} p^{2\nu} - \delta^{\beta\nu} \tau_1^{\mu\alpha}, \\ T_{16}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \delta^{\alpha\beta} p^{1\nu} p^{2\mu} - \delta^{\alpha\nu} p^{1\beta} p^{2\mu} - \delta^{\beta\mu} \tau_1^{\nu\alpha}, \\ T_{17}^{\alpha\beta\mu\nu} &= (\delta^{\alpha\mu} p^{1\nu} - \delta^{\alpha\nu} p^{1\mu}) \tau_4^\beta, \\ T_{18}^{\alpha\beta\mu\nu} &= (\delta^{\beta\mu} p^{2\nu} - \delta^{\beta\nu} p^{2\mu}) \tau_5^\alpha, \\ T_{19}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \tau_1^{\beta\alpha} \delta^{\mu\nu}, & T_{20}^{\alpha\beta\mu\nu} &= \delta^{\mu\nu} \left( \frac{M_z - t}{s} \tau_3^{\alpha\beta} + \tau_5^\alpha p^{3\beta} \right). \end{aligned}$$

Выражения для формфакторов фермионного и бозонного вкладов данного процесса приведены в пакете, доступном для скачивания на домашней странице системы SANC [97].

*Численные результаты.* В системе имеется возможность анализа вклада каждой спиральной амплитуды с определенным набором спиральностей в заданном диапазоне энергий при заданном угле вылета бозонов. При этом также можно провести анализ отдельных вкладов (фермионного, бозонного, вершины бозона Хиггса) для каждой амплитуды. В анализе использовались

следующие формулы для дифференциальных сечений процессов, учитывающие спиральности частиц:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_0}{d\cos\vartheta^*} &= \left(\frac{\beta_Z}{64\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} [|\mathcal{H}_{++\lambda_3\lambda_4}|^2 + |\mathcal{H}_{+-\lambda_3\lambda_4}|^2], \\ \frac{d\sigma_{22}}{d\cos\vartheta^*} &= \left(\frac{\beta_Z}{64\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} [|\mathcal{H}_{++\lambda_3\lambda_4}|^2 - |\mathcal{H}_{+-\lambda_3\lambda_4}|^2], \\ \frac{d\sigma_{33}}{d\cos\vartheta^*} &= \left(\frac{\beta_Z}{64\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re} [\mathcal{H}_{+-\lambda_3\lambda_4} \mathcal{H}_{-\lambda_3\lambda_4}^*], \\ \frac{d\sigma_3}{d\cos\vartheta^*} &= \left(\frac{-\beta_Z}{32\pi s}\right) \sum_{\lambda_3\lambda_4} \text{Re} [\mathcal{H}_{++\lambda_3\lambda_4} \mathcal{H}_{-\lambda_3\lambda_4}^*], \end{aligned}$$

где

$$\beta_Z = 1 - \frac{M_Z^2}{s}.$$

Результаты расчетов распределений сечений  $\sigma_0$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  и  $\sigma_3$  по энергии  $\sqrt{s}$  налетающих фотонов и их сравнение с [113] даны на рис. 18–21.

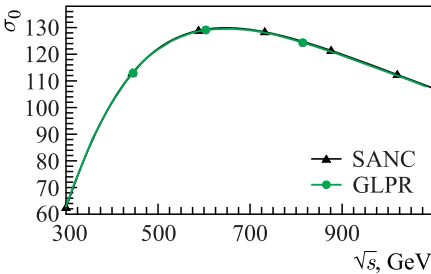


Рис. 18. Распределение сечения  $\sigma_0$  процесса  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  [113]

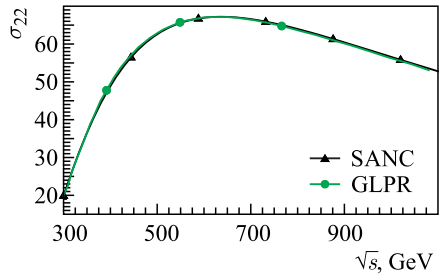


Рис. 19. Распределение сечения  $\sigma_{22}$  процесса  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  [113]

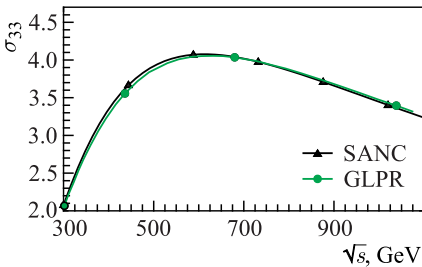


Рис. 20. Распределение сечения  $\sigma_{33}$  процесса  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  [113]

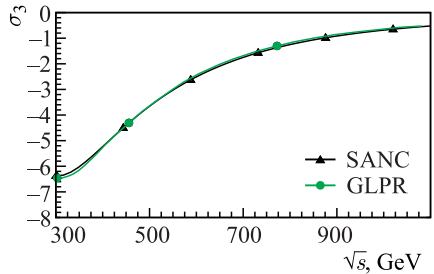


Рис. 21. Распределение сечения  $\sigma_3$  процесса  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  [113]

**3.8. Аналитические сокращения массовых и инфракрасных сингулярностей.** В статьях [63–65] детально рассматривается стандартная редукция Пассарино–Велтмана для четырех точечных диаграмм типа бокс с фотоном на внутренней линии, которая приводит к инфракрасно расходящимся и массово сингулярным  $D_0$ -функциям. Типичный пример таких диаграмм, появляющихся при вычислении однопетлевых электрослабых поправок к процессу  $f\bar{f} \rightarrow ZZ$ , приведен на рис. 22.

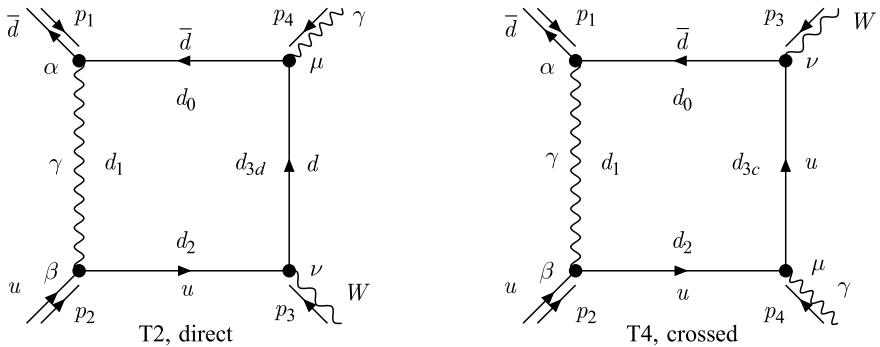


Рис. 22. Боксы для  $f\bar{f}bb$ -процессов, топологии T2 и T4

В соответствии с книгой Д. Бардина и Дж. Пассарино [1] эти бокс-диаграммы описываются как «топологии» T2 и T4 соответственно, а всего для  $f\bar{f}bb$ -процессов имеются семь топологий. В работе [63] впервые была предложена систематическая процедура отделения обоих типов сингулярностей в простейшие объекты —  $C_0$ -функции.

Формально получение выражения, свободного от инфракрасных расходимостей и массовых сингулярностей, сводится к добавлению к  $D_0$  инфракрасно расходящейся функции и нескольких массово-сингулярных  $C_0$ -функций. Такая сумма называется «вычтенной»  $J_{A,\text{sub}}$ -функцией.

Процедура естественно разбивается на три этапа: 1) отделение инфракрасных расходимостей, 2) вычисление вспомогательной («невычтенной»)  $J_A$ -функции и 3) отделение массовых сингулярностей, если это требуется поставленной задачей.

На первом этапе вводится вспомогательная инфракрасно конечная функция. Поскольку в конечном состоянии рассматриваемого процесса находится пара  $Z$ -бозонов, то эта сумма была названа  $J_A^{ZZ}$ -функцией.  $J_A^{ZZ}$ -функция прямой (direct) диаграммы определяется выражением

$$i\pi^2 J_A^{ZZ}(Q^2, T^2; m_e, M_z) = \mu^{4-n} \int d^n q \frac{2(q+p_1)p_4}{d_1 d_2 d_3 d_4}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}
 Q^2 &= (p_1 + p_2)^2, & T^2 &= (p_2 + p_3)^2, \\
 d_1 &= (q + p_1)^2 - i\epsilon, \\
 d_2 &= (q + p_1 + p_2)^2 + m_e^2 - i\epsilon, \\
 d_3 &= (q + p_1 + p_2 + p_3)^2 + m_e^2 - i\epsilon, \\
 d_4 &= q^2 + m_e^2 - i\epsilon.
 \end{aligned} \tag{15}$$

С применением стандартной редукции Пассарино–Велтмана было показано, что имеет место точное по массам соотношение

$$\begin{aligned}
 J_A^{ZZ}(Q^2, T^2; m_e, M_z) &= (T^2 + m_e^2) \times \\
 &\times D_0(-m_e^2, -m_e^2, -M_z^2, -M_z^2, Q^2, T^2; m_e, 0, m_e, m_e) + \\
 &+ C_0(-m_e^2, -M_z^2, T^2, 0, m_e, m_e) - C_0(-m_e^2, -m_e^2, Q^2, m_e, 0, m_e), \tag{16}
 \end{aligned}$$

из которого и исключается инфракрасно расходящаяся  $D_0$ -функция через простейшую инфракрасно расходящуюся  $C_0(-m_e^2, -m_e^2, Q^2, m_e, 0, m_e)$  и две инфракрасно конечные, но массово-сингулярные функции  $J_A^{ZZ}(Q^2, T^2; m_e, M_z)$  и  $C_0(-m_e^2, -M_z^2, T^2; 0, m_e, m_e)$ .

На втором этапе функция  $J_A^{ZZ}(Q^2, T^2; m_e, M_z)$  вычисляется точно по массам в терминах дилогарифмов.

На третьем этапе находится предел при массе  $m_e \rightarrow 0$ , таким образом массовая сингулярность проявляется в явном виде под аргументом логарифмической функции, после чего ее легко скомпенсировать с помощью комбинации с еще одной  $C_0$ -функцией, которая находится из физического свойства отсутствия массовых сингулярностей в полной электрослабой части однопетлевой поправки (т. е. после отделения ее калибровочно-инвариантной QED-части).

В рассматриваемом в работе [63] случае  $J_{A,\text{sub}}^{ZZ}$ -функция определяется выражением

$$\begin{aligned}
 J_{A,\text{sub}}^{ZZ}(Q^2, T^2; M_z) &= J_A^{ZZ}(Q^2, T^2; m_e, M_z) - \\
 &- \left( 2 \frac{M_z^2 + T^2}{Q^2} + 1 \right) C_0(-m_e^2, -M_z^2, T^2; 0, m_e, m_e). \tag{17}
 \end{aligned}$$

Вычисления завершаются приведением подобных членов и наблюдением факта явного сокращения сингулярных по массе легкого фермиона вкладов вида  $\ln(m_e)$ .

В работе [63] приводится подробное вычисление функции  $J_A^{ZZ}$  без пренебрежения массой  $m_e$ , находится ее предел при  $m_e \rightarrow 0$  и завершается



построение  $J_{A,\text{sub}}^{ZZ}$ ; без вывода приводятся результаты для аналогичных функций  $J_A^{ZA}$ ,  $J_{A,\text{sub}}^{ZA}$  и  $J_A^{AA}$ ,  $J_{A,\text{sub}}^{AA}$ , а в приложениях приведен вспомогательный материал.

В работе [64] было продолжено изучение  $J$ -функций в редукции Пассарино–Велтмана. Описана процедура разделения двух видов расходимости: инфракрасной и массовой, которые вбираются в обычные  $C_0$ -функции. Инфракрасные расходимости  $C_0$ -функций затем могут быть регуляризованы любым способом: вспомогательной массой фотона, методом размерной регуляризации или через ширину нестабильной частицы.  $J$ -функции, в свою очередь, представляются в виде неких линейных комбинаций стандартных  $C_0$ - и  $D_0$ -функций Пассарино–Велтмана. Первые не содержат никакой расходимости и выражаются в терминах явных и компактных линейных комбинаций логарифмов и дилогарифмов. Работа содержит обширное сравнение численных результатов с результатами, полученными с помощью пакета LoopTools.

В работе [65] продолжено исследование функций  $J$  и  $J_{\text{sub}}$  для процесса  $ud \rightarrow WA$ . Были рассмотрены шесть топологий боксов с фотоном на внутренней линии. В отличие от работы [64], в которой не было универсального выражения для  $J_{\text{sub}}$ -функций (их явный вид зависел от конкретного канала процесса), в работе [65] представлен универсальный подход к аналитическим расчетам выражений для функции  $J_{\text{uni}}$ , действительных для всех шести топологий боксов процесса  $ud \rightarrow WA$ . Подробно описаны вычисления универсальной функции  $J_{\text{uni}}$ , представлены аналитические результаты  $J_{\text{sub}}$  для каждой топологии боксов и обсуждена процедура сокращения массовых сингулярностей в NLO EW части амплитуды рассматриваемого процесса. Были проведены численные сравнения для всех топологий с результатами, полученными с помощью пакета LoopTools [105] для нескольких значений  $s$  и  $\cos\vartheta$ .

## 4. ПРОГРАММНЫЕ ПРОДУКТЫ SANC

Типичными выходными продуктами системы SANC являются следующие.

**4.1. Стандартные модули.** Модули SSFM доступны для общего использования в MC-интеграторах и генераторах. Была реализована идея экспорта модулей однопетлевых вычислений в монте-карловские генераторы родственных задач: они были внедрены в генератор WINHAC, что расширило его возможности [71].

**4.2. Автономные MC-генераторы.** В качестве инструментов для получения результатов созданы следующие генераторы:

- а) генератор для распада  $t \rightarrow b\nu$ ;
- б) генератор для распада  $H \rightarrow 4\mu$  в однополюсном приближении [5];
- в) интегратор MCSANC [35].

4.2.1. *MC-генератор для распада  $H \rightarrow 4\mu$* . Используя результаты предыдущего пункта, мы разработали простой Монте-Карло генератор событий,

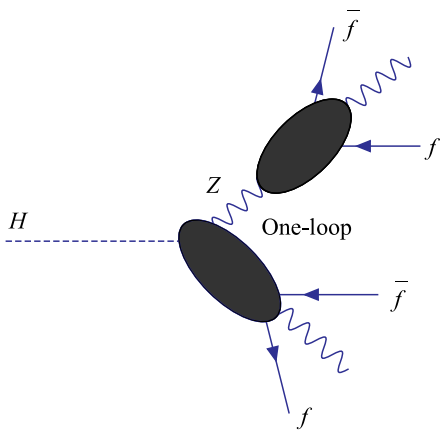


Рис. 23. Распад  $H \rightarrow 4\mu$  в резонансном приближении

который основывается на идеях учета идентичности мюонов, вкладов однофотонного излучения и однопетлевых виртуальных поправок в резонансном приближении (рис. 23). Основные положения такого подхода более подробно описываются в работе [12], где показано, что это приближение справедливо для  $130 \leq M_H \leq 160$  ГэВ. Этот генератор событий был передан для использования в мюонную группу ATLAS ОИЯИ.

MC-генератор Prophecy4f на основе полного пятипетлевого однопетлевого расчета процесса  $H \rightarrow 4\mu$  описан в работах [69, 116, 117].

В табл. 6 мы представляем сравнение частичной ширины распада  $H \rightarrow 4\mu$  в  $G_\mu$ -схеме для различных масс  $H$ -бозона в программах Prophecy4f и SANC. Как видно из табл. 6, имеется согласие  $\pm 1\%$  в диапазоне масс 130–140 ГэВ, которое ухудшается ближе к границам интервала [120–160] ГэВ, как и ожидалось (см. [12]). Следует обратить внимание, что программа Prophecy4f использует другой тип перенормировки и учитывает несколько эффектов более высокого порядка и, кроме того, что вычисления SANC в схемах  $\alpha$  и  $G_\mu$  различаются примерно на 2%.

Генератор SANC использовался для моделирования Монте-Карло распада  $H \rightarrow 4\mu$  в детекторе ATLAS; результаты сравнивались с результатами, полученными с помощью программы PYTHIA, и демонстрировались заметные отклонения. Это показывает важность учета поправок более высокого порядка и необходимость уменьшения теоретических ошибок.

Таблица 6. Сравнение парциальной ширины в  $10^{-7}$  ГэВ распада  $H \rightarrow 4\mu$  в  $G_\mu$ -схеме для различных масс  $H$ -бозона в программах Prophecy4f и SANC

Программа	$M_H$ , ГэВ				
	120	130	140	150	160
Prophecy4f	0,7053(3)	2,3769(9)	6,692(2)	16,807(6)	40,06(1)
SANC (схема $G_\mu$ )	0,7197(3)	2,4079(8)	6,743(2)	16,842(5)	39,62(2)
$\delta$ , %	2,04	1,01	0,76	0,21	-1,10
SANC (схема $\alpha$ )	0,6938(2)	2,343(1)	6,594(2)	16,534(5)	39,15(1)

4.2.2. *Интегратор MCSANC.* Список процессов, реализованных в интеграторе MCSANC, включает процессы Дрелла–Яна, ассоциативное рождение бозонов Хиггса и калибровочных бозонов и одиночное рождение топ-кварка в  $s$ - и  $t$ -каналах (рис. 24) [34]. Интегратор MCSANC создан для моделирования реалистичных распределений этих процессов с учетом условий экспериментов LHC. Этот код позволяет изучить влияние различных радиационных поправок на кинематические распределения наблюдаемых.

Схема системы SANC показана на рис. 25. Как обсуждалось выше, аналитические выражения для формфакторов и амплитуд процессов типа  $f\bar{f}b\bar{b} \rightarrow 0$ ,  $4b \rightarrow 0$  и  $4f \rightarrow 0$  сохраняются в виде выражений на языке FORM. Послед-

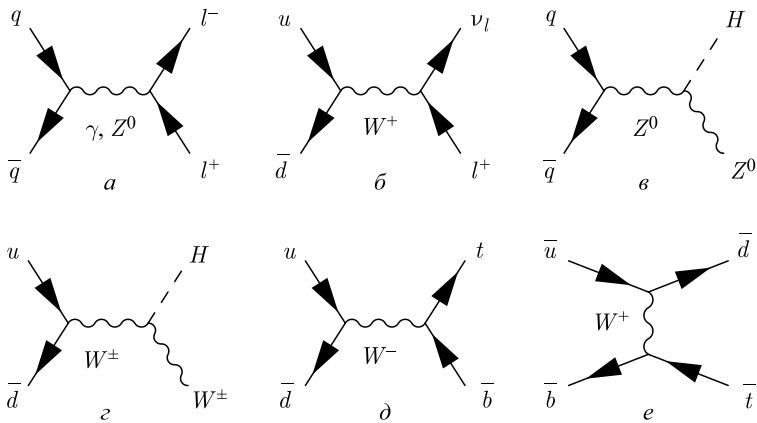


Рис. 24. Диаграммы Фейнмана для древесного приближения процессов типа Дрелла–Яна нейтрального (а) и заряженного (б) токов, ассоциативного рождения бозона Хиггса и калибровочных бозонов нейтрального (в) и заряженного (г) токов, а также процессов одиночного рождения топ-кварка в  $s$ - (д) и  $t$ -каналах (е), реализованные в интеграторе MCSANC

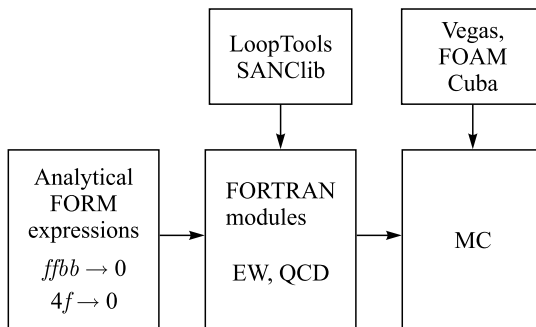


Рис. 25. Схема системы SANC

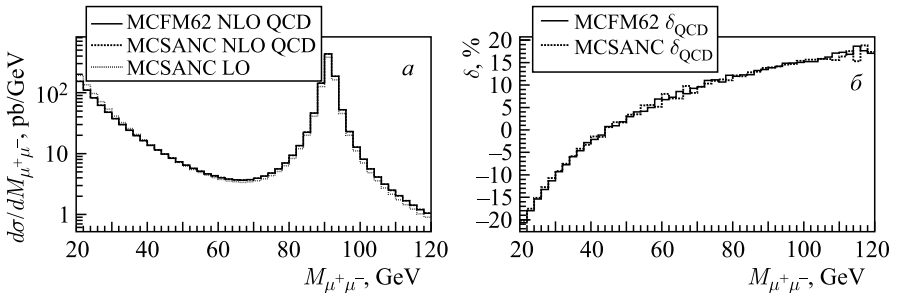
ние переводятся в модули FORTRAN для описания процессов на партонном уровне с учетом NLO QCD и EW-поправок. Модули используют пакеты LoopTools и SANClib для оценки петлевых интегралов. При построении кода Монте-Карло необходимо свернуть партонные сечения с функциями партонных распределений и представить результат как подынтегральное выражение к любой реализации алгоритма Монте-Карло, например FOAM или Cuba. Процедура создания модулей для партонных сечений значительно унифицирована и позволяет рассчитывать полностью дифференциальные адронные сечения.

Ниже мы приводим численные перекрестные проверки для интегратора MCSANC. Электрослабые поправки SANC DY в приближении NLO тщательно сравнивались с другими расчетами, проведенными ранее на теоретических рабочих совещаниях. Новые результаты с QCD-поправками проверяются с использованием программы MCFM.

Табл. 7 содержит результаты для интегральных сечений в приближениях LO и NLO EW и QCD, полученных с помощью интегратора MCSANC. Значения

**Таблица 7. Процессы NC и CC DY. Сечения на уровне LO, NLO EW, NLO QCD приведены в пб и сравниваются с соответствующими значениями, полученными с помощью программы MCFM. Величина поправки  $\delta$  показана в %**

Уровень; поправка	$pp \rightarrow Z^0(\mu^+\mu^-)$	$pp \rightarrow W^+(\mu^+\nu_\mu)$	$pp \rightarrow W^-(\mu^-\bar{\nu}_\mu)$
LO, пб	3338(1)	10696(1)	7981(1)
LO MCFM, пб	3338(1)	10696(1)	7981(1)
NLO QCD, пб	3388(2)	12263(4)	9045(4)
NLO MCFM, пб	3382(1)	12260(1)	9041(5)
NLO EW, пб	3345(1)	10564(1)	7861(1)
$\delta_{QCD}, \%$	1,49(3)	14,66(1)	13,35(3)
$\delta_{EW}, \%$	0,22(1)	-1,23(1)	-1,49(1)



**Рис. 26. Сравнение дифференциальных сечений и поправок  $\delta(QCD)$  для распределения инвариантной массы дилептонного конечного состояния процесса Дрелла-Яна  $pp \rightarrow \mu^+\mu^-$  в нейтральном токе**

ния LO и NLO QCD согласуются с MCFM в рамках статистических ошибок (численной точности интегрирования). Детальное сравнение дифференциальных сечений процесса Дрелла–Яна для распределения дилептонной инвариантной массы в нейтральном токе показано на рис. 26. Рис. 26, б показывает хорошее согласие между поправками QCD NLO, полученными с помощью MCSANC и MCFM.

В версии MCSANC-v1.20 интегратора Монте-Карло на основе модулей SANC были добавлены вклады обратных фотонов для процессов Дрелла–Яна, а именно композиций  $(q\gamma)$  и  $(\gamma\gamma)$  в начальном состоянии. Версия MCSANC-v1.20 использовалась для расчета следующих поправок к процессам Дрелла–Яна при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ:

- «дополнительные» однопетлевые вклады (чистые слабые, начальные и интерференционные QED) для распределения  $M_{\text{inv}}$ ;
- вклады от обратных фотонов в кинематических ограничениях чувствительного объема детектора.

Предсказания были рассчитаны для следующих ограничений, соответствующих типичным экспериментальным условиям на LHC:

- нейтральный ток:  $p_T(\ell) > 30$  ГэВ и  $|\eta(\mu)| < 2,4$  или  $|\eta(e)| < 2,47$  для мюонного или электронного канала соответственно;
- заряженный ток:  $M_T > 60$  ГэВ,  $p_T(\mu) > 30$  ГэВ,  $E_T(\nu_\mu) > 30$  ГэВ и  $|\eta(\mu)| < 2,4$  для мюонного канала и  $M_T > 60$  ГэВ,  $p_T(e) > 65$  ГэВ,  $E_T(\nu_e) > 65$  ГэВ при  $|\eta(e)| < 2,47$  для электронного.

Полученные результаты (см. рис. 27) были использованы группой Стандартной модели коллаборации ATLAS для анализа экспериментальных данных по процессам Дрелла–Яна.

В исследовании [35] мы продолжили серию работ по разработке компьютерной программы MCSANC — инструмента Монте-Карло на основе модулей SANC. Мы представляем обновление интегратора до версии v.1.20 с включением вышеупомянутых поправок, относящихся к процессам DY на LHC при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.

Рассмотрим кратко три следующие новые опции в рамках инструмента MCSANC v.1.20:

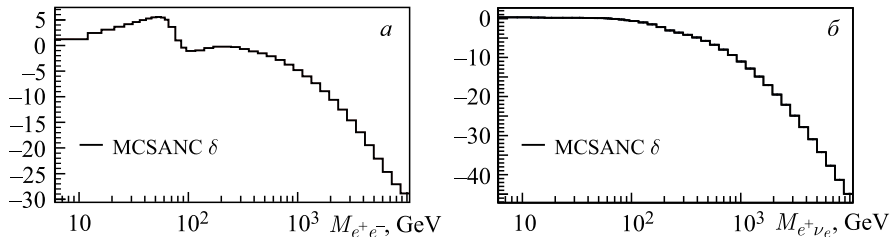


Рис. 27. Вклад  $\delta_{\text{miss}}$  для  $pp \rightarrow e^+e^-(\gamma)$  (а) и  $pp \rightarrow e^+\nu_e(\gamma)$  (б) при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ

- фотонные вклады, реализованные для процессов  $q\gamma \rightarrow ql^\pm\nu_l$  (для CC DY),  $q\gamma \rightarrow ql^+l^-$  (для NC DY) и  $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$  (для NC DY);
  - ведущая в  $Gm_t^2$  двухпетлевая EW и смешанные EW  $\otimes$  QCD радиационные поправки;
  - асимметрия вперед-назад  $A_{FB}^{ff}$ .
- Обновления кода были представлены в работе [36] «Computer system SANC: its development and applications».

## 5. MCSANC ДЛЯ ФИЗИКИ ATLAS

Основное приложение вычислений SANC для физики ATLAS — увеличение теоретической точности предсказаний:

- оценка так называемых «дополнительных поправок высшего порядка», т. е. тех, которые не учитываются стандартными программами ATLAS при моделировании сечений рождения  $W$ - и  $Z$ -бозонов [118, 119];
- создание расширенных версий инструментов Монте-Карло (интегратор и генератор) для анализа данных LHC с комбинированным учетом поправок QCD и EW в следующем за ведущим порядке приближения теории возмущения (NLO);
- интегратор MCSANC, впервые реализующий в едином подходе моделирование методом Монте-Карло ряда процессов, представляющих интерес для физики LHC в NLO-приближении. Эти инструменты уточняются путем вычисления дополнительных вкладов NNLO QCD с помощью сторонних программ, уже использовавшихся в анализе данных LHC (см. [37]);
- анализ вклада QED излучения из конечного состояния заряженных лептонов для процессов на LHC [32, 34];
- участие в международных рабочих совещаниях в ЦЕРН по сравнению программ моделирования процессов типа Дрелла–Яна на LHC: POWHEG, FEWZ, DYNLO, HORACE, WZGRAD2, RADY, SANC, PHOTOS.

*Участие в прецизионных сравнениях.* Группа SANC принимала активное участие в трех рабочих совещаниях: «Les Houches Workshop» [69], «TEVATRON for LHC» [67] и «Precision studies of observables in  $pp \rightarrow W \rightarrow l\nu_l$  and  $pp \rightarrow \gamma, Z \rightarrow l^+l^-$  processes at the LHC», см. обзор «Benchmarks for Drell–Yan processes at the LHC» [70].

**5.1. Электрослабые поправки в анализе процессов Дрелла–Яна на ATLAS.** Моделирование методом Монте-Карло в анализе ATLAS обычно реализуется генераторами общего назначения, такими как POWHEG++ или MC@NLO в NLO QCD приближении, и дополняется PHOTOS для учета вкладов от электромагнитного излучения в конечном состоянии. Этот подход не учитывает набор электрослабых поправок (НО EW) более высокого порядка, имеющих значение в случае процессов Дрелла–Яна: чисто слабый (PW) вклад,

QED-интерференцию (IFI) излучения из начального и конечного состояний и то, что осталось от излучения из начального состояния (ISR) после вычитания коллинеарных расходимостей. Эти поправки иногда упоминаются в этом тексте как «дополнительные».

Важность учета этих поправок в анализе процессов DY была продемонстрирована во внутреннем сообщении ATLAS ATL-PHYS-INT-2011-081 и в работе [37]. На рис. 28 показано распределение  $\frac{d\delta}{dM_{\ell\ell}} = \frac{(d\sigma^{\text{Born+NLO}}/dM_{\ell\ell})}{(d\sigma^{\text{Born}}/dM_{\ell_p\ell_p})} - 1$  в области Z-резонанса. Хотя эта поправка может быть незначительной вблизи резонанса, она становится более заметной для больших значений инвариантной массы. Это особенно актуально для поисков тяжелого дилептонного резонанса  $Z'$  на LHC.

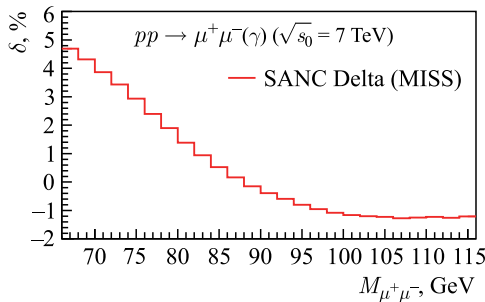


Рис. 28. «Дополнительные» поправки  $\delta_{\text{miss}}$  для распределения по  $M_{\mu^+\mu^-}$  вблизи Z-резонанса

Данные LHC обеспечивают доступ к таким областям инвариантных масс, где вклады к процессу Дрелла–Яна с фотонами в начальном состоянии становятся существенными по сравнению с кварк-антикварковым аннигиляционным каналом. Более точная оценка этого фона для поиска резонансов в области больших масс требует включения в теоретические предсказания подпроцесса  $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$ . С учетом этого подпроцесса были получены оценки в интеграторе MCSANC с MRST2004QED PDF, который (хотя и устарел) на тот момент был единственным, содержащим плотность распределения фотонов в нуклоне. Результаты этой оценки представлены на рис. 29 вместе с НО EW, за исключением вкладов QED FSR, которые, как представляется, имеют противоположный знак. Эти поправки были включены как систематические неопределенности в поиске резонансов в области больших масс в коллаборации ATLAS [120].

*Приложения вычислений SANC к результатам ATLAS.* В целом расчеты НО EW, за исключением поправок QED FSR и методики комбинирования их с NNLO QCD, обычно используются коллаборацией ATLAS при анализе в рамках Стандартной модели и ее расширений.

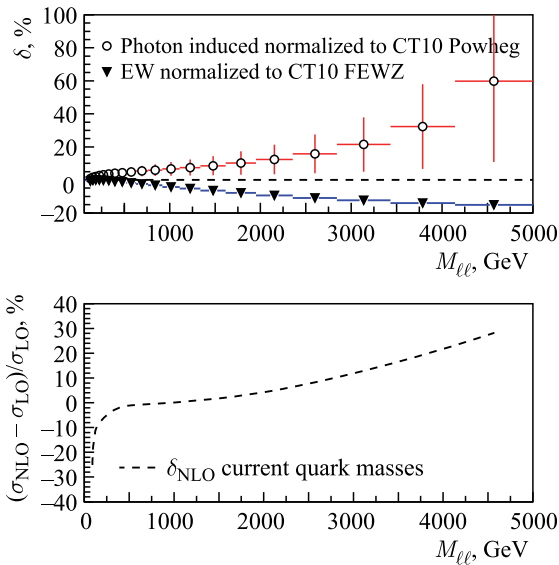


Рис. 29. Фоновые фотонные вклады, рассчитанные при  $\sqrt{s} = 8$  ТэВ с обрезаниями  $p_{T,\ell} > 25$  ГэВ и  $\eta_\ell < 2,5$  с использованием MRST2004QED фотонных PDF в широком диапазоне инвариантных масс. Вычисления проведены в программе MCSANC [34]

- Измерения дифференциальных сечений процесса Дрелла–Яна при  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ для  $e^-$  и  $\mu^-$ -каналов для инвариантных масс в диапазоне 26–66 ГэВ при интегральной светимости  $1,6 \text{ fb}^{-1}$ , набранной в 2011 г. [39].

Сравнение теоретических предсказаний с экспериментальными данными показывает, что учет следующего NNLO-порядка QCD-приближения улучшает описание результатов (рис. 30).

- Измерения дифференциального сечения процесса Дрелла–Яна в области больших масс при  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ в канале  $e^+e^-$  на основе интегральной светимости  $4,9 \text{ fb}^{-1}$ . Значения инвариантной массы электронно-позитронной пары составляют  $116 < M_{ee} < 1500$  ГэВ [38].

- Измерение инклюзивных сечений рождения  $W^\pm$  и  $Z/\gamma$  в электронном и мюонном распадных каналах в  $pp$ -столкновениях при  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ [118].

- QCD-анализ, выполненный по данным коллаборации ATLAS инклюзивного рождения  $W^-$  и  $Z$ -бозонов, был проделан совместно с данными глубоко-неупругого  $ep$ -рассеяния HERA. Данные ATLAS проявляют чувствительность к доле морских легких кварков при небольших значениях переменной Бьёркена  $x \sim 0,01$ . В частности, экспериментальные данные подтвердили гипотезу о симметричном составе легких морских кварков при малых  $x$ . Отношение



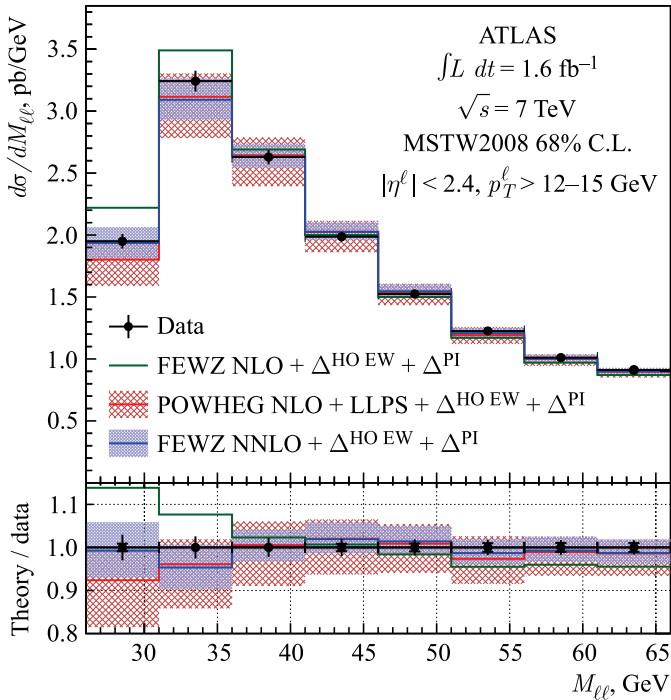


Рис. 30. Дифференциальное сечение в чувствительном объеме  $d\sigma/dm_{\ell\ell}$ , измеренное как функция от инвариантной массы, в сравнении с предсказаниями NLO-расчетов программ FEWZ, NLO+NNPS на основе Powheg и NNLO-предсказаний кода FEWZ (во всех случаях учтены электрослабые поправки высших порядков и вклады фотонов в начальном состоянии). Предсказания вычислялись с использованием набора PDF MSTW2008 соответствующего пертурбативного приближения. Коридор ошибок включает неопределенности PDF и  $\alpha_S$  с уровнем достоверности в 68 %, диапазон шкал между значениями номинальной шкалы, умноженной на 0,5 и 2, и поправкой, индуцированной фотонами в начальном состоянии (PI). Отношение всех теоретических предсказаний (сплошные линии) к данным показано внизу. Данные (темные точки) приведены на уровне 1 со статистической (внутренние) и полной (внешние) погрешностями измерения

распределения морских  $s$ - и  $d$ -кварков определено как  $1,00(+0,25-0,28)$  при квадрате переданного четырехимпульса  $Q^2 = 1,9 \text{ ГэВ}^2$  и  $x = 0,023$  [119].

• Поиск дилептонных резонансов при больших массах при  $20 \text{ fb}^{-1}$  для  $pp$ -столкновений при  $\sqrt{s} = 8 \text{ ТэВ}$ . Представлены результаты анализа  $pp$ -столкновений при энергии 8 ТэВ в системе центра масс и соответствующей интегральной светимости  $20,3 \text{ fb}^{-1}$  в электронном канале и  $20,5 \text{ fb}^{-1}$  в ди-

мионном канале. Узкий резонанс с константами связи  $Z$ -бозона с фермионами в Стандартной модели исключается на 95 %-м уровне достоверности для масс менее 2,79 ТэВ в диэлектронном канале, 2,53 ТэВ в димюонном канале и 2,90 ТэВ в двух комбинированных каналах [120].

**5.2. Совместный учет эффекта партонных ливней и электрослабых поправок к процессам Дрелла–Яна.** В работе [72] представлен согласованный учет эффекта партонных ливней QCD и электрослабых однопетлевых поправок к процессам Дрелла–Яна посредством интерфейса генератора Монте-Карло SANC к программам Монте-Карло общего назначения Pythia8 и Herwig++. С помощью генератора SANC производится файл с событиями в формате Les Houches Accord для сечения жесткого процесса, свернутого с функциями распределения партонов. Далее этот файл подается на вход программ Pythia8 или Herwig++ для учета партонных ливней. На рис. 31 показаны распределения электрослабого  $K$ -фактора, определенного как

$$K = \frac{\sigma^{\text{NLO EW}}}{\sigma^{\text{LO}}} \quad (18)$$

по поперечному импульсу  $p_T(\mu^+)$  заряженного лептона с учетом и без учета партонных ливней.

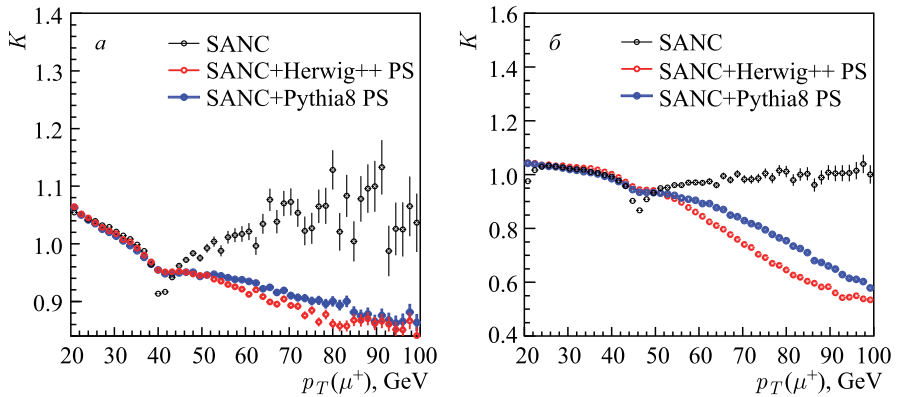


Рис. 31. Распределение электрослабого  $K$ -фактора по поперечному импульсу  $p_T(\mu^+)$  заряженного лептона для процесса Дрелла–Яна по каналу нейтрального (а) и заряженного (б) токов

### 5.3. Рабочие совещания по прецизионному согласованному сравнению вычислений процессов типа Дрелла–Яна

• Рабочее совещание «Les Houches 2005–2006». Сравнение EW-поправок было начато для процессов Дрелла–Яна в заряженном токе в рамках рабочего совещания Les Houches [69].

• Рабочее совещание «TEV4LHC-2006–2007». Гораздо более подробное исследование было выполнено в рамках рабочего совещания TEV4LHC [67]. В этом сравнении участвовали три группы:

- 1) HORACE — С. С. Calame, G. Montagna, O. Nicrosini, A. Vicini (Павия, Италия) [46, 47];
- 2) SANC — группа SANC (ОИЯИ, Дубна) [11, 13];
- 3) W(Z)GRAD2 — U. Baur, D. Wackerath (FNAL, США) [48, 51].

Рис. 32 иллюстрирует факт, что проблема технической точности оценки EW NLO поправок для  $CC\ DY$  находится под контролем.

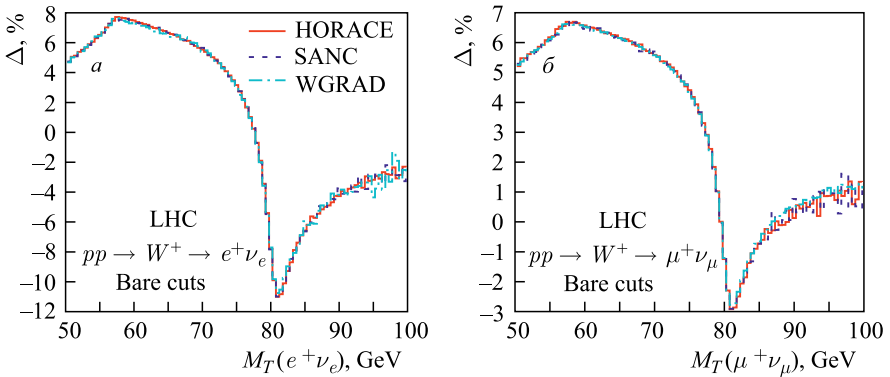


Рис. 32. Относительная поправка  $\Delta$ , идущая от поправок EW  $\mathcal{O}(\alpha)$  в распределении по  $M_T$  для одиночного рождения  $W^+$  с учетом обрезаений на LHC

• Рабочее совещание «LPCC Electroweak Precision Measurements» в WG LHC. Результаты масштабного сравнения инструментов для вычисления процессов типа Дрелла–Яна в заряженном и нейтральном токах в фиксированном порядке теории возмущения (QCD и EW NLO, NNLO) опубликованы в работе [70]. Сравнение проводилось в рамках рабочей группы электрослабых прецизионных измерений на LHC\*. Рассматривались процессы  $pp(p\bar{p}) \rightarrow W^\pm \rightarrow l^\pm \nu_l$  и  $pp(p\bar{p}) \rightarrow \gamma, Z \rightarrow l^+ l^-$  ( $l = e, \mu$ ), играющие роль эталонных измерений при изучении протон-протонных взаимодействий на коллайдерах. В физике этих процессов возникают несколько различных теоретических эффектов, которые необходимо учитывать для получения высокоточных результатов: поправки QCD и EW высших порядков; взаимодействие между вкладками от QCD- и EW-компонент; согласование конечных состояний, вычисленных в фиксированном порядке приближения с партонными ливнями природы QCD и QED; а также влияние выбора функ-

\*<https://lpc.web.cern.ch/electroweak-precision-measurements-lhc-wg>

ций партонных распределений (PDF). Помимо SANC в сравнении принимали участие программы DYNNLO [121], FEWZ [122, 123], HORACE [46], PHOTOS [44], POWHEG [124], RADY [52, 125], SHERPA NNLO+PS [126], WINHAC [127] и WZGRAD [48].

Для согласованного численного сравнения этих инструментов Монте-Карло было установлено значение суммарной энергии в системе центра масс ( $\sqrt{s} = 8$  ТэВ) и приняты следующие входные параметры Стандартной модели:

$$\begin{aligned}
 G_\mu &= 1,1663787 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}, \\
 \alpha &= 1/137,035999074, \quad \alpha_s \equiv \alpha_s(M_Z^2) = 0,12018, \\
 M_Z &= 91,1876 \text{ ГэВ}, \quad \Gamma_Z = 2,4952 \text{ ГэВ}, \\
 M_W &= 80,385 \text{ ГэВ}, \quad \Gamma_W = 2,085 \text{ ГэВ}, \quad M_H = 125 \text{ ГэВ}, \\
 m_e &= 0,510998928 \text{ МэВ}, \quad m_\mu = 0,1056583715 \text{ ГэВ}, \quad m_\tau = 1,77682 \text{ ГэВ}, \quad (19) \\
 m_u &= 0,06983 \text{ ГэВ}, \quad m_c = 1,2 \text{ ГэВ}, \quad m_t = 173,5 \text{ ГэВ}, \\
 m_d &= 0,06984 \text{ ГэВ}, \quad m_s = 0,15 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4,6 \text{ ГэВ}, \\
 |V_{ud}| &= 0,975, \quad |V_{us}| = 0,222, \quad |V_{cd}| = 0,222, \quad |V_{cs}| = 0,975, \\
 |V_{cb}| &= |V_{ts}| = |V_{ub}| = |V_{td}| = |V_{tb}| = 0.
 \end{aligned}$$

Акцептанс детектора моделировался следующими ограничениями на поперечный импульс ( $p_\perp$ ) и псевдобыстроту ( $\eta$ ), соответствующими чувствительной геометрии детекторов ATLAS и CMS:

$$\begin{aligned}
 \text{LHC: } p_\perp^\ell &> 25 \text{ ГэВ}, \quad |\eta(\ell)| < 2,5, \quad p_\perp^\nu > 25 \text{ ГэВ}, \quad \ell = e, \mu, \\
 \text{LHCb: } p_\perp^\ell &> 20 \text{ ГэВ}, \quad 2 < \eta(\ell) < 4,5, \quad p_\perp^\nu > 20 \text{ ГэВ}, \quad \ell = e, \mu. \quad (20)
 \end{aligned}$$

В табл. 8, 9 показано сравнение результатов для полного сечения рождения  $W^\pm$ -бозонов. Мы видим отличное согласие результатов SANC с остальными программами применительно к экспериментальным условиям ATLAS и CMS.

Таблица 8. Полное сечение процесса  $pp \rightarrow W^+ \rightarrow l^+ \nu_l$  (в пб) для LO, NLO EW и NLO QCD при 8 ТэВ LHC с ограничениями ATLAS/CMS

Программа	LO	NLO QCD	NLO EW $\mu^+$	NLO EW $e^+$
HORACE	2897,38(8)	—	2988,2(1)	2915,3(1)
WZGRAD	2897,33(2)	—	2987,94(5)	2915,39(6)
RADY	2897,35(2)	2899,2(4)	2988,01(4)	2915,38(3)
SANC	2897,30(2)	2899,9(3)	2987,77(3)	2915,00(3)
DYNNLO	2897,32(5)	2899(1)	—	—
FEWZ	2897,2(1)	2899,4(3)	—	—
POWHEG-w	2897,34(4)	2899,41(9)	—	—
POWHEG_BMNNP	2897,36(5)	2899,0(1)	2988,4(2)	2915,7(1)
POWHEG_BW	2897,4(1)	2899,2(3)	2987,7(4)	(×)

Таблица 9. Полное сечение процесса  $pp \rightarrow W^- \rightarrow l^- \nu_l$  (в пб) для LO, NLO EW и NLO QCD при 8 ТэВ LHC с ограничениями ATLAS/CMS

Программа	LO	NLO QCD	NLO EW $\mu^-$	NLO EW $e^-$
HORACE	2008,84(5)	—	2076,48(9)	2029,15(8)
WZGRAD	2008,95(1)	—	2076,51(3)	2029,26(3)
RADY	2008,93(1)	2050,5(2)	2076,62(2)	2029,29(2)
SANC	2008,926(8)	2050,3(3)	2076,56(2)	2029,19(3)
DYNNLO	2008,89(3)	2050,2(9)	—	—
FEWZ	2008,9(1)	2049,97(8)	—	—
POWHEG-w	2008,93(3)	2050,14(5)	—	—
POWHEG_BMNNP	2008,94(3)	2049,9(1)	2076,9(1)	2029,71(6)
POWHEG_BW	2009,2(4)	2050,2(4)	2076,0(3)	( $\times$ )

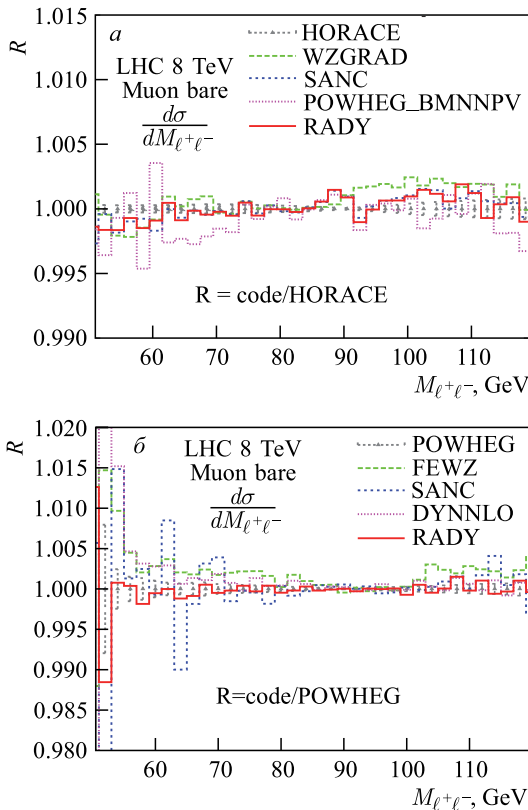


Рис. 33. Согласованное сравнение распределения инвариантной массы резонанса в процессе  $pp \rightarrow \gamma, Z \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$  для энергии 8 ТэВ с поправками NLO EW (а) и NLO QCD (б)

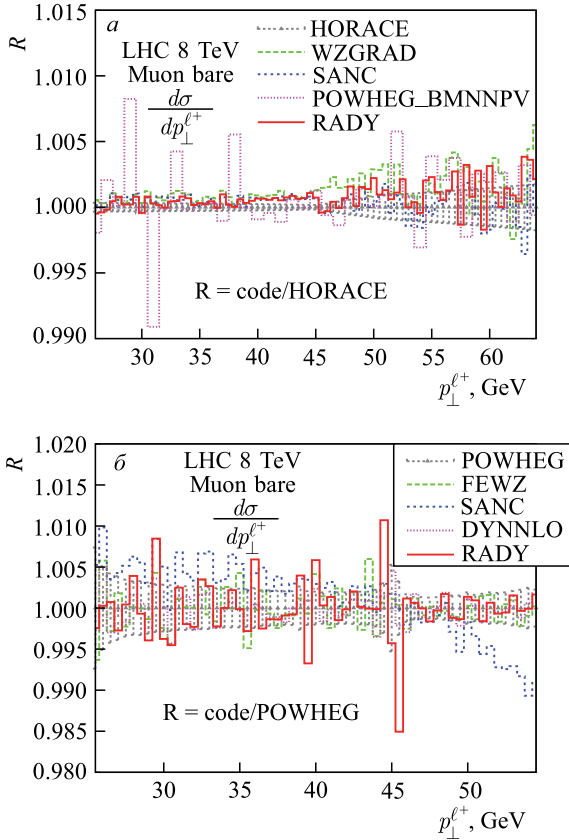


Рис. 34. Согласованное сравнение распределения поперечного импульса конечного мюона в процессе  $pp \rightarrow \gamma, Z \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$  для энергии 8 ТэВ с поправками NLO EW (а) и NLO QCD (б)

Помимо полных сечений процессов проводилось детальное сравнение основных кинематических распределений наблюдаемых, полученных из разных инструментов, с учетом поправок NLO EW и QCD. На рис. 33, 34 приведены распределения для инвариантной массы  $Z$ -бозона и поперечного импульса одного из конечных лептонов, нормированные на значения, полученные с помощью программы HORACE.

Все результаты, приведенные в данном обзоре, показывают, что реализация процессов типа Дрелла–Яна в приближении NLO EW и NLO QCD в системе SANC отлично согласуется с текущими мировыми результатами. Результаты SANC были валидированы для использования в анализе ATLAS и активно применялись для сравнения с другими теоретическими предсказаниями.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основная цель настоящего проекта состояла в теоретической поддержке экспериментов на ускорителях LEP и LHC. Она достигнута путем создания программных продуктов, в которых реализованы прецизионные расчеты физических наблюдаемых на однопетлевом уровне точности для QCD-, QED- и EW-вкладов в Стандартной модели для ряда процессов: глубоконеупругого нейтринного рассеяния, нарушения четности в атомных переходах, типа  $f\bar{f}bb$ ,  $f\bar{f}ff$ ,  $bbbb$  (где  $f, b$  — любой фермион, бозон SM), на основе созданной процедурной платформы аналитических вычислений проекта SANC.

Научная ценность результатов состоит в применении созданных программных продуктов в процедурах анализа LEP и LHC. Созданные в рамках проекта SANC программы востребованы экспериментаторами ATLAS на LHC, что подтверждено нашим участием в работе коллектива авторов по анализу данных ATL-COM-PHYS-2010-325 [67, 69, 70].

Основные результаты проекта.

- Вычислены EW ПП к процессам ГНР нейтрино в условиях эксперимента NOMAD. Создана компьютерная программа, которая применена для анализа данных.

- Разработана концепция проекта SANC, предназначенного для полуавтоматического вычисления наблюдаемых в физике высоких энергий на однопетлевом уровне точности (физическая часть).

- Создан основной набор внутренних процедур, предназначенных для аналитических однопетлевых вычислений.

- Вычислены и внедрены в среду SANC однопетлевые EW- и QCD-поправки к фермион-бозонным процессам типа  $4f \rightarrow 0$ ,  $2f2b \rightarrow 0$ ,  $bbbb \rightarrow 0$  в рамках мультиканального подхода.

- Введены и вычислены вспомогательные функции в классе функций Пассарино–Велтмана с использованием общего метода.

- Реализованы и использованы в анализе данных эксперимента ATLAS программные продукты SANC: стандартные модули (внедрены в PHOTOS, WINHAC), интегратор MCSANC. Активное сотрудничество по созданию стандартных кодов коллаборации ATLAS с авторами PHOTOS, HORACE, POWHEG-EW.

- Реализована программа точного сравнения кодов для коллаборации ATLAS в рамках рабочих совещаний: «Les Houches 2005–2006», «TEV4LHC-2006–2007», «LPC Electroweak Precision Measurements» в WG LHC-2015–2017.

По результатам проекта опубликовано более 50 работ, защищено 6 кандидатских и 2 докторские диссертации.

**Благодарности.** Мы признательны дирекции Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ за многолетнюю поддержку. Мы благодарны за поддержку кол-

лаборации ATLAS и теоретическому отделу ЦЕРН. Плодотворное сотрудничество с польскими коллегами внесло большой вклад в развитие SANC. Благодарим за теплый прием дирекции IFI в Кракове, DESY Zeuthen, Лаборатории физики частиц в г. Анси (LAPP).

В. Б. фон Шлиппе выражает благодарность дирекции ЛЯП ОИЯИ.

Авторы глубоко благодарны коллегам по совместным проектам: В. Холлику, А. А. Ахундову, Б. Баделек, Й. Блюмляйну, Э. Э. Боосу, С. Диттмайеру, Д. Вакерос, З. Вос, А. Вичини, А. А. Глазову, Ф. Пиччинини, А. Е. Пухову, Ж. П. Пассарино, П. Зёдингу, М. Кляйну, У. Кляйн, В. Плачеку, Т. Риманну, С. Риманн, А. Съёмоку, С. Ядаху, Л. ди Чаччо.

Исследования, описанные в обзоре, были поддержаны грантами INTAS-2000-00313, РФФИ — № 10-02-01030, 07-02-00932-а, РФФИ–ЦЕРН — 12-02-91526-ЦЕРН-а. Результаты были получены в рамках государственного задания № 3.9696.2017/8.9 Министерства образования и науки России.

## Приложение СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ И СОКРАЩЕНИЙ

SANC — Support for Analytic and Numeric Calculations for experiments at colliders

SM — Standard Model; CM — Стандартная модель [взаимодействий]

EW — Electroweak (электрослабые [взаимодействия])

QCD — Quantum Chromodynamics; КХД — квантовая хромодинамика

QED — Quantum Electrodynamics; КЭД — квантовая электродинамика

LHC — Large Hadron Collider (Большой адронный коллайдер)

LEP — Large Electron–Positron collider (Большой электрон-позитронный коллайдер)

RC — Radiative Corrections; РП — радиационные поправки

PW — Pure Weak (чисто слабые [взаимодействия])

APV — Atomic Parity Violation (нарушение четности в атомных переходах)

ATLAS — экспериментальная коллаборация ATLAS на LHC

CMS — экспериментальная коллаборация CMS на LHC

DIS — Deep Inelastic Scattering (глубоконеупругое рассеяние)

DY — Drell–Yan [process] ([процесс] Дрелла–Яна)

LO — Leading Order (ведущий порядок)

NLL — Next to Leading-Logarithm (следующий за ведущим порядок)

(N)NLO — (Next-to-)Next-to-Leading Order ((следующее за) следующее за ведущим приближение)

HO — Higher Order ([поправки] высших порядков)

OMS — On-Mass Shell (на массовой поверхности)

PDF — Parton Density Function (функции партонных распределений)



TEVATRON — протон-антипротонный коллайдер Tevatron  
 CLIC — электрон-позитронный коллайдер CLIC  
 NOMAD — экспериментальная коллаборация NOMAD  
 MC — Monte Carlo (Монте-Карло)  
 FF — Form Factors (формфакторы)  
 HA — Helicity Amplitudes (спиральные амплитуды)  
 BR — Bremsstrahlung (тормозное излучение)  
 NC — Neutral Current (нейтральный ток)  
 CC — Charged Current (заряженный ток)  
 IFI — Initial-Final Interference (интерференция [излучения] из начального и конечного состояний)  
 ISR — Initial State Radiation (излучение из начального состояния)  
 FSR — Final State Radiation (излучение из конечного состояния)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bardin D. Yu., Passarino G.* The Standard Model in the Making: Precision Study of the Electroweak Interactions. Oxford, UK: Clarendon, 1999.
2. *Vermaseren J. A. M.* arXiv:0010025 [math-ph].
3. *Bardin D., Passarino G., Kalinovskaya L., Christova P., Andonov A., Bondarenko S., Nanava G.* Project “CalcPHEP: Calculus for Precision High-Energy Physics”. 2002. arXiv:0202004 [hep-ph].
4. *Andonov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Nanava G., Passarino G.* // Nucl. Instr. Meth. A. 2003. V. 502. P. 576–577.
5. *Nanava G.* // Ibid. P. 583–585.
6. *Bardin D. Yu., Christova P., Kalinovskaya L., Passarino G.* // Eur. Phys. J. C. 2001. V. 22. P. 99–104.
7. *Andonov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Nanava G.* // Phys. Part. Nucl. 2003. V. 34. P. 577–618.
8. *Arbuzov A. B., Bardin D. Yu., Kalinovskaya L. V.* // JHEP. 2005. V. 06. P. 078.
9. *Andonov A., Jadach S., Nanava G., Was Z.* // Acta Phys. Polon. B. 2003. V. 34. P. 2665–2672.
10. *Nanava G., Was Z.* // Ibid. P. 4561–4570.
11. *Andonov A., Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Nanava G., von Schlippe W.* // Comp. Phys. Commun. 2006. V. 174. P. 481–517 (Erratum: Comp. Phys. Commun. 2007. V. 177. P. 623).
12. *Bardin D., Bondarenko S., Kalinovskaya L., Nanava G., Romyantsev L., von Schlippe W.* // Comp. Phys. Commun. 2007. V. 177. P. 738–756.
13. *Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Nanava G., Sadykov R.* // Eur. Phys. J. C. 2006. V. 46. P. 407–412 (Erratum: Eur. Phys. J. C. 2007. V. 50. P. 505).
14. *Sadykov R., Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Nanava G.* // PoS. TOP2006. 2006. P. 036.

15. *Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Nanava G., Sadykov R., von Schlippe W.* // Eur. Phys. J. C. 2007. V. 51. P. 585–591.
16. *Bardin D., Bondarenko S., Kalinovskaya L., Nanava G., Romyantsev L.* // Ibid. V. 52. P. 83–92.
17. *Bardin D., Kalinovskaya L., Kolesnikov V., Uglov E.* Light-by-Light Scattering in SANC. Talk Given at Intern. School-Workshop on Calculations for Modern and Future Colliders (CALC 2006), Dubna, July 15–25, 2006; arXiv:0611188 [hep-ph].
18. *Andonov A., Arbuzov A., Bondarenko S., Christova P., Kolesnikov V., Sadykov R.* arXiv:0610268 [hep-ph].
19. *Andonov A., Arbuzov A., Bondarenko S., Christova P., Kolesnikov V., Sadykov R.* // Phys. Part. Nucl. Lett. 2007. V. 4. P. 451–460.
20. *Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Kolesnikov V., von Schlippe W.* // Phys. Part. Nucl. Lett. 2010. V. 7. P. 72–79.
21. *Kolesnikov V., Andonov A., Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Sadykov R.* // PoS. 2008. ACAT08. P. 110.
22. *Bardin D., Bondarenko S., Kalinovskaya L., Nanava G., Romyantsev L., von Schlippe W.* // Eur. Phys. J. C. 2008. V. 54. P. 187–197.
23. *Andonov A., Arbuzov A., Bondarenko S., Christova P., Kolesnikov V., Nanava G., Sadykov R.* // Phys. At. Nucl. 2010. V. 73. P. 1761–1769.
24. *Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Nanava G., Sadykov R.* // Eur. Phys. J. C. 2008. V. 54. P. 451–460.
25. *Arbuzov A., Andonov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Kolesniko V., Nanava G., Sadykov R.* // PoS. 2008. ACAT08. P. 109.
26. *Bardin D., Kalinovskaya L., Uglov E.* // Phys. At. Nucl. 2010. V. 73. P. 1878–1888.
27. *Bardin D. Yu., Kalinovskaya L. V., Uglov E. D.* // Phys. At. Nucl. 2013. V. 76. P. 1339–1344.
28. *Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., von Schlippe W., Uglov E.* // Phys. Part. Nucl. Lett. 2017. V. 14, No. 6. P. 811–816.
29. *Matveev V. A., Muradian R. M., Tavkhelidze A. N.* Muon Pair Production in Strong Interactions and the Asymptotic Sum Rules. Preprint SLAC-TRANS-0098; JINR Preprint P2-4543, Dubna, 1969.
30. *Drell S. D., Yan T.-M.* // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 316–320 (Erratum: Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 902).
31. *Arbuzov A. B., Sadykov R. R.* // J. Exp. Theor. Phys. 2008. V. 106. P. 488–494.
32. *Arbuzov A., Sadykov R., Was Z.* // Eur. Phys. J. C. 2013. V. 73, No. 11. P. 2625.
33. *Antropov S., Arbuzov A., Sadykov R., Was Z.* // Acta Phys. Polon. B. 2017. V. 48. P. 1469.
34. *Bondarenko S. G., Sapronov A. A.* // Comp. Phys. Commun. 2013. V. 184. P. 2343–2350.
35. *Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Klein U., Kolesnikov V., Romyantsev L., Sadykov R., Sapronov A.* // JETP Lett. 2016. V. 103, No. 2. P. 131–136.
36. *Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Sadykov R., Sapronov A., Riemann T.* // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. V. 762, No. 1. P. 012062.
37. *Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Romyantsev L., Sapronov A., von Schlippe W.* // JETP Lett. 2012. V. 96. P. 285–289.

38. Aad G. et al. (ATLAS Collab.) // Phys. Lett. B. 2013. V. 725. P. 223–242.
39. Aad G. et al. (ATLAS Collab.) // JHEP. 2014. V. 1406. P. 112.
40. Arbuzov A. B. // JHEP. 2008. V. 01. P. 031.
41. Yuasa F. et al. // Prog. Theor. Phys. Suppl. 2000. V. 138. P. 18–23.
42. Boos E., Bunichev V., Dubinin M., Dudko L., Ilyin V., Kryukov A., Edneral V., Savrin V., Semenov A., Sherstnev A. (CompHEP Collab.) // Nucl. Instr. Meth. A. 2004. V. 534. P. 250–259.
43. Barberio E., Was Z. // Comp. Phys. Commun. 1994. V. 79. P. 291–308.
44. Golonka P., Was Z. // Eur. Phys. J. C. 2006. V. 45. P. 97–107.
45. Sjostrand T., Mrenna S., Skands P. Z. // JHEP. 2006. V. 05. P. 026.
46. Carloni Calame C. M., Montagna G., Nicrosini O., Treccani M. // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 037301.
47. Carloni Calame C. M., Montagna G., Nicrosini O., Vicini A. // JHEP. 2006. V. 12. P. 016.
48. Baur U., Keller S., Wackerroth D. // Phys. Rev. D. 1999. V. 59. P. 013002.
49. Baur U., Wackerroth D. // Phys. Rev. D. 2004. V. 70. P. 073015.
50. Baur U., Keller S., Sakumoto W. K. // Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 199–215.
51. Baur U., Brein O., Hollik W., Schappacher C., Wackerroth D. // Phys. Rev. D. 2002. V. 65. P. 033007.
52. Dittmaier S., Kramer M. // Ibid. P. 073007.
53. Kublbeck J., Bohm M., Denner A. // Comp. Phys. Commun. 1990. V. 60. P. 165–180.
54. Hahn T., Illana J. I. // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2006. V. 160. P. 101–105.
55. Belanger G., Boudjema F., Fujimoto J., Ishikawa T., Kaneko T., Kato K., Shimizu Y. // Phys. Rep. 2006. V. 430. P. 117–209.
56. Kalinovskaya L. V. // Nucl. Instr. Meth. A. 2003. V. 502. P. 581–582.
57. Bardin D. Y., Kalinovskaya L., Nanava G. An Electroweak Library for the Calculation of EWRC to  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$  within the Topfit Project. arXiv:0012080 [hep-ph].
58. Bardin D. Y., Kalinovskaya L. V., Tkachov F. V. New Algebraic-Numeric Methods for Loop Integrals: Some 1-Loop Experience. arXiv:0012209 [hep-ph].
59. Andonov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Nanava G., Passarino G. // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2003. V. 117. P. 825.
60. Bardin D., Christova P., Kalinovskaya L. // Ibid. V. 116. P. 48–52.
61. Bardin D., Bondarenko S., Kalinovskaya L., Kolesnikov V., von Schlippe W. // Eur. Phys. J. C. 2011. V. 71. P. 1533.
62. Bardin D., Kalinovskaya L. et al. // PoS. 2007. ACAT 2007. P. 077.
63. Bardin D. Yu., Kalinovskaya L. V., Romyantsev L. A. // Phys. Part. Nucl. Lett. 2009. V. 6. P. 30–41.
64. Bardin D., Kalinovskaya L., Kolesnikov V., von Schlippe W. // Phys. At. Nucl. 2010. V. 73. P. 2048–2063.
65. Bardin D. Yu., Kalinovskaya L. V., Uglov E. D., von Schlippe W. // Phys. At. Nucl. 2016. V. 79, No. 1. P. 95–107.
66. Andonov A., Arbuzov A., Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Kolesnikov V., Sadykov R. // Comp. Phys. Commun. 2010. V. 181. P. 305–312.
67. Gerber C. E. et al. Electroweak Working Group, tev4lhc-top. Tevatron-for-LHC Report: Top and Electroweak Physics. 2007. arXiv:0705.3251 [hep-ph].

68. *Buttar C. et al.* Standard Model Handles and Candles Working Group: Tools and Jets Summary Report // Physics at TeV Colliders, La physique du TeV aux collisionneurs, Les Houches, France, June 11–29, 2007. 2008. P. 121–214; arXiv:0803.0678 [hep-ph].
69. *Buttar C. et al.* Les Houches Physics at TeV Colliders 2005, Standard Model and Higgs Working Group: Summary Report // Physics at TeV Colliders: Proc. of Workshop, Les Houches, France, May 2–20, 2005. 2006; arXiv:0604120 [hep-ph].
70. *Alioli S. et al.* // Eur. Phys. J. C. 2017. V. 77, No. 5. P. 280.
71. *Bardin D., Bondarenko S., Jadach S., Kalinovskaya L., Placzek W.* // Acta Phys. Polon. B. 2009. V. 40. P. 75–92.
72. *Richardson P., Sadykov R. R., Sapronov A. A., Seymour M. H., Skands P. Z.* // JHEP. 2012. V. 06. P. 090.
73. *Aharrouche M. et al.* An Analysis of the  $Z, W$  Cross Section Determination in the Electron Channels with ATLAS. ATL-COM-PHYS-2010-325.
74. *Beneke M. et al.* Top Quark Physics. arXiv:0003033 [hep-ph].
75. *Piccinini F.* // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2000. V. 89. P. 31–36.
76. *Denner A., Dittmaier S., Roth M., Wackerth D.* // Nucl. Phys. B. V. 587. P. 67–117.
77. *Nekrasov M. L.* // Eur. Phys. J. C. 2001. V. 19. P. 441–454.
78. *Andonov A. et al.* Further Study of the  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$  Process with the Aid of CalcPHEP System. arXiv:0202112 [hep-ph].
79. *Bardin D., Kalinovskaya L., Nanava G.* FORTRAN code eeffLib. 2000.
80. *Bardin D., Bilenky M., Christova P., Jack M., Kalinovskaya L., Olchevski A., Riemann S., Riemann T.* ZFITTER v.6.30. <http://www.ifh.de/~riemann/> and from [fafs.cern.ch/user/b/bardindy/public](http://fafs.cern.ch/user/b/bardindy/public).
81. *Montagna G., Nicosini O., Piccinini F., Passarino G.* // Comp. Phys. Commun. 1999. V. 117. P. 278–289.
82. *Montagna G., Piccinini F., Nicosini O., Passarino G., Pittau R.* // Comp. Phys. Commun. 1993. V. 76. P. 328–360.
83. *Montagna G., Piccinini F., Nicosini O., Passarino G., Pittau R.* // Nucl. Phys. B. 1993. V. 401. P. 3–66.
84. *Bardin D. Y. et al.* // Comp. Phys. Commun. 2001. V. 133. P. 229–395.
85. *Arbuzov A. B., Awramik M., Czakon M., Freitas A., Grunewald M. W., Monig K., Riemann S., Riemann T.* // Comp. Phys. Commun. 2006. V. 174. P. 728–758.
86. *Wood C. S. et al.* // Science. 1997. V. 275. P. 1759–1763.
87. *Vetter P. A., Meekhof D. M., Majumder P. K., Lamoreaux S. K., Fortson E. N.* // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 74. P. 2658–2661.
88. *Ammar R. et al. (CLEO Collab.)* // Ibid. P. 3534–3537.
89. *Meekhof D. M., Vetter P., Majumder P. K., Lamoreaux S. K., Fortson E. N.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 3442–3445.
90. *Macpherson M. J. D., Zeite K. P., Warrington R. B., Stacey D. N., Hoare J. P.* // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 2784–2787.
91. *Blundell S. A., Sapirstein J., Johnson W. R.* // Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. 1602–1623.
92. *Groom D. E. et al. (Particle Data Group Collab.)* // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 15. P. 1–878.
93. *Fleischer J., Tarasov O. V., Jegerlehner F.* // Phys. Lett. B. 1993. V. 319. P. 249–256.

94. *Kniehl B. A.* // Nucl. Phys. B. 1990. V. 347. P. 86–104.
95. *Chetyrkin K. G., Kühn J. H., Steinhauser M.* // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 3394–3397.
96. *Degrassi G., Gambino P.* // Nucl. Phys. B. 2000. V. 567. P. 3–31.
97. SANC, Dubna. <http://sanc.jinr.ru>.
98. *Lai H. L. et al.* // Phys. Rev. D. 1997. V. 55. P. 1280–1296.
99. *Paschos E. A., Wolfenstein L.* // Phys. Rev. D. 1973. V. 7. P. 91–95.
100. *Diener K. P. O., Dittmaier S., Hollik W.* // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 073005.
101. *Alekhin S.* // Phys. Rev. D. 2003. V. 68. P. 014002.
102. *McFarland K. S. et al.* // Intern. J. Mod. Phys. A. 2003. V. 18. P. 3841–3855.
103. *Avvakumov S. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 011804.
104. *Lepage G. P.* // J. Comp. Phys. 1978. V. 27. P. 192.
105. *Hahn T., Perez-Victoria M.* // Comp. Phys. Commun. 1999. V. 118. P. 153–165; hep-ph/9807565.
106. *Bardin D., Bondarenko S., Christova P., Kalinovskaya L., Kolesnikov V., von Schlippe W., Yordanova K.* // Phys. Part. Nucl. Lett. 2012. V. 9. P. 472–483.
107. *Denner A., Sack T.* // Nucl. Phys. B. 1988. V. 306. P. 221–238.
108. *Djouadi A., Driesen V., Hollik W., Rosiek J.* // Nucl. Phys. B. 1997. V. 491. P. 68–102.
109. *Gabrielli E., Ilyin V. A., Mele B.* // Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 5945–5961 (Erratum: Phys. Rev. D. 1998. V. 58. P. 119902).
110. *Denner A., Dittmaier S.* // Nucl. Phys. B. 1993. V. 398. P. 265–284.
111. *Denner A., Kublbeck J., Mertig R., Bohm M.* // Z. Phys. C. 1992. V. 56. P. 261–272.
112. *Sadykov R., Kolesnikov V.* Talk at ATLAS Meeting, 2006. <http://indico.cern.ch/conferenceDisplay.py?confId=6818>.
113. *Diakonidis T., Gounaris G. J., Layssac J.* // Eur. Phys. J. C. 2007. V. 50. P. 47–52.
114. *Ahiezser A., Berestecky V.* Quantum Electrodynamics. M.: Nauka, 1981.
115. *Bern Z. et al.* // JHEP. 2001. V. 11. P. 031.
116. *Bredenstein A., Denner A., Dittmaier S., Weber M. M.* // Phys. Rev. D. 2006. V. 74. P. 013004.
117. *Bredenstein A., Denner A., Dittmaier S., Weber M. M.* // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2006. V. 157. P. 63–67.
118. *Aad G. et al. (ATLAS Collab.)* // Phys. Rev. D. 2012. V. 85. P. 072004.
119. *Aad G. et al. (ATLAS Collab.)* // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. P. 012001.
120. *Aad G. et al. (ATLAS Collab.)* // Phys. Rev. D. 2014. V. 90, No. 5. P. 052005.
121. *Catani S., Cieri L., Ferrera G., de Florian D., Grazzini M.* // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103, No. 8. P. 082001.
122. *Gavin R., Li Y., Petriello F., Quackenbush S.* // Comp. Phys. Commun. 2013. V. 184. P. 208–214.
123. *Li Y., Petriello F.* // Phys. Rev. D. 2012. V. 86. P. 094034.
124. *Alioli S., Nason P., Oleari C., Re E.* // JHEP. 2008. V. 07. P. 060.
125. *Dittmaier S., Huber M.* // JHEP. 2010. V. 01. P. 060.
126. *Hoeche S., Li Y., Prestel S.* // Phys. Rev. D. 2015. V. 91, No. 7. P. 074015.
127. *Placzek W., Jadach S.* // Eur. Phys. J. C. 2003. V. 29. P. 325–339.