ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2020. Т. 51. ВЫП. 4. С. 534–544

УРАВНЕНИЕ БФКЛ: СОСТОЯНИЕ И ПРОБЛЕМЫ

В. С. Фадин *

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

Уравнение БФКЛ было получено для описания поведения амплитуд рассеяния при высоких энергиях в неабелевых калибровочных теориях. В настоящее время оно широко известно и используется в квантовой хромодинамике в главном логарифмическом приближении и следующем за ним. Его вывод основан на полюсной реджевской форме амплитуд с глюонным обменом в кросс-каналах. В высших приближениях эта форма нарушается вкладами реджевских разрезов, что затрудняет вывод уравнения в подходе БФКЛ.

The BFKL equation was derived for description of high energy behaviour of scattering amplitudes in non-Abelian gauge theories. Now it is widely known and used in quantum chromodynamics in the leading and next-to-leading logarithmic approximations. Its derivation is based on the pole Regge form of amplitudes with gluon exchanges in cross channels. In higher approximations this form is violated by contributions of Regge cuts, which complicates the derivation of the equation in the BFKL approach.

PACS: 12.38.-t; 12.40.Nn

ВВЕДЕНИЕ

Среди множества выдающихся достижений и открытий Н. Н. Боголюбова есть и открытие нового квантового числа — цвета, носителями которого являются кварки — элементарные частицы с сильным взаимодействием. Впоследствии оказалось, что это квантовое число является не просто меткой, которая служит для различения кварков, но и источником сильного взаимодействия, подобно тому, как электрический заряд является источником электромагнитного взаимодействия. Понятие цвета лежит в основе современной теории сильного взаимодействия, которая по аналогии с квантовой электродинамикой (КЭД) называется квантовой хромодинамикой (КХД). Эти теории объединяет то, что обе они являются калибровочными, т. е. основаны

*E-mail: fadin@inp.nsk.su

на требовании инвариантности действия относительно локальных калибровочных преобразований. Но есть существенная разница: электрический заряд является скалярной (однокомпонентной) величиной, так что соответствующая группа преобразований абелева, а цвет имеет три компонента, соответствующая группа преобразований неабелева, так что КХД является неабелевой калибровочной теорией.

Неабелевы калибровочные теории были введены в физику в 1954 г. [1], но они получили реальное применение только после создания теории электрослабого взаимодействия [2, 3] и квантовой хромодинамики [4, 5], образующих современную теорию элементарных частиц, называемую Стандартной моделью.

Уравнение, которое теперь называется уравнением БФКЛ (Балицкого–Фадина–Кураева–Липатова), было выведено [6–8] для суммирования радиационных поправок к амплитудам упругого рассеяния при большой энергии $\sqrt{s}$ в системе центра масс в главном логарифмическом приближении (ГЛП), когда в каждом порядке теории возмущений сохраняются только члены с высшими степенями $\ln s$. Вывод был проделан в неабелевых калибровочных теориях с хиггсовским механизмом генерации масс [9–11], сохраняющим перенормируемость и позволяющим избежать инфракрасных особенностей.

Позднее была показана [12] применимость уравнения в КХД. В настоящее время основная область применения уравнения БФКЛ лежит в КХД, и все дальнейшее относится к КХД.

1. ПОДХОД БФКЛ

Для расчета амплитуд рассеяния использовался дисперсионный метод, основанный на общих свойствах теории: унитарности, аналитичности и перенормируемости. Унитарность использовалась для расчета скачков амплитуд, аналитичность и перенормируемость — для их полного восстановления.

Дисперсионный подход требует знания всех амплитуд, входящих в соотношения унитарности. Число таких амплитуд неограниченно возрастает с ростом порядка теории возмущений. Ясно, что прямой расчет таких амплитуд во всех порядках теории возмущений невозможен. Нужна какая-то «дебютная идея». Этой идеей была гипотеза реджезации калибровочных бозонов.

Одним из замечательных свойств КХД является реджезация всех ее элементарных частиц в теории возмущений. Реджезация глюонов особенно важна, поскольку она определяет высокоэнергетическое поведение неубывающих с ростом энергии сечений.

Для процессов упругого рассеяния $A + B \to A' + B'$ в реджевской кинематической области $s \simeq -u \to \infty$, t фиксировано (т. е. не растет с s), $s = (p_A + p_B)^2$, $u = (p_A - p_{B'})^2$, $t = (p_A - p_{A'})^2$, реджезация означает, что амплитуды рассеяния с квантовыми числами глюонов в t-канале и отрицательной сигнатурой (симметрией относительно $s \leftrightarrow u$) записываются в виде

$$\mathcal{A}_{AB}^{A'B'} = \Gamma_{A'A}^{R} \left[\left(\frac{-s}{-t} \right)^{j(t)} - \left(\frac{s}{-t} \right)^{j(t)} \right] \Gamma_{B'B}^{R}, \tag{1}$$

где $\Gamma_{P'P}^{R}$ — вершины частица–частица–реджеон (ЧЧР) или вершины рассеяния; $j(t) = 1 + \omega(t)$ — траектория реджезованного глюона.

Реджезация означает определенную форму не только упругих амплитуд, но также и реальных частей неупругих амплитуд в мультиреджевской кинематике (МРК). МРК — это кинематика, где все частицы имеют ограниченные (не растущие с s) поперечные импульсы и объединены в струи с фиксированной инвариантной массой каждой струи и большими (растущими с s) инвариантными массами любой пары струй. Амплитуды рождения n струй J_i с импульсами k_i записываются в виде

$$\Re \mathcal{A}_{AB}^{\tilde{A}\tilde{B}+n} = 2s\, \Gamma_{\tilde{A}A}^{R_1} \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{t_i} \gamma_{R_i R_{i+1}}^{J_i} \left(\frac{s_i}{k_{(i-1)\perp} k_{i\perp}} \right)^{\omega(t_i)} \right) \times \\ \times \frac{1}{t_{n+1}} \left(\frac{s_{n+1}}{k_{n\perp} k_{(n+1)\perp}} \right)^{\omega(t_{n+1})} \Gamma_{\tilde{B}B}^{R_{n+1}}, \tag{2}$$

где $\Re$ означает реальную часть; $\gamma_{R_i R_{i+1}}^{J_i}$ — вершины реджеон–реджеон–частица (РРЧ) или вершины рождения, $s_i = (k_{i-1} + k_i)^2$, $k_0 = p_{\tilde{A}}$, $k_{n+1} = p_{\tilde{B}}$, $t_i = q_i^2$, $q_i = q_{i-1} - k_i$, $q_0 = p_A$, $\perp$ означает поперечную к плоскости (p_A, p_B) часть.

Вычисление реджевских вершин и траектории сильно упрощается в предположении реджезации глюона. В ГЛП вершины нужны в борновском приближении. Для нахождения любой вершины $\Gamma_{P'P}^{R}$ достаточно вычислить простейшую амплитуду упругого рассеяния с переходом $P \to P'$. Что касается вершин РРЧ, в ГЛП необходима только вершина рождения глюона; после определения вершин ЧЧР ее можно извлечь из амплитуды рождения глюона в МРК с любыми начальными частицами. Для нахождения траектории достаточно вычислить с логарифмической точностью однопетлевую поправку к амплитуде любого упругого рассеяния с глюонными квантовыми числами в t-канале. Самосогласованность гипотезы реджезации может быть проверена, поскольку она требует совпадения вершин и траекторий, извлеченных из амплитуд различных процессов.

Вычисление вершин и траектории Редже с точностью, требуемой СГЛП, намного сложнее и имеет длинную историю (см. [13] и ссылки там).

Выражения (1) и (2) представляют собой полюсные реджевские формы. Они появились как гипотеза реджезации на основе прямых трехпетлевых расчетов для упругих амплитуд и однопетлевых расчетов для амплитуд рождения одного глюона. Гипотеза чрезвычайно сильна, так как бесконечное число амплитуд во всех порядках теории возмущений выражается через глюонную траекторию Редже и несколько реджеонных вершин. Очевидно, ее доказательство было крайне желательно. Оно было выполнено как в ГЛП [14], так и в СГЛП (см. [15] и ссылки там) с использованием соотношений бутстрапа, вытекающих из требования совместимости полюсной реджевской формы с s-канальной унитарностью.

Существенным обстоятельством, использованным в доказательстве, является выполнение с точностью СГЛП равенства

$$\frac{1}{-2\pi i}\mathrm{disc}_s\,\left(\ln^n(-s)+\ln^n s\right)=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\ln s}\mathrm{Re}\left[\ln^n(-s)+\ln^n s\right], \tag{3}$$

которое является дифференциальным соотношением между действительной и мнимой частями, а не обычным интегральным дисперсионным соотношением, и ведет к соотношениям бутстрапа. Простейшим из них является соотношение бутстрапа для упругих амплитуд. Используя (3) и (1), получаем

$$\frac{1}{-2\pi i s}\mathrm{disc}_s\mathcal{A}_{2\to 2} \;=\; \frac{1}{2}\omega(t)\mathcal{A}^R_{2\to 2}. \tag{4}$$

Скачок в левой части может быть вычислен с использованием соотношений унитарности и амплитуд (1), (2), так что обе части (4) могут быть выражены через реджевские вершины и траекторию. Их сравнение приводит к уравнениям на вершины и траектории, называемым условиями бутстрапа.

Дифференциальные соотношения (3) позволяют получить соотношения бутстрапа и для неупругих амплитуд (2), которые, конечно, являются более сложными. Поскольку существует бесконечное количество амплитуд $\mathcal{A}_{2\to n+2}$, есть бесконечное число соотношений бутстрапа. На первый взгляд кажется невозможным все их удовлетворить, так как все амплитуды выражаются через несколько реджеонных вершин и глюонную траекторию Редже. Оказывается, однако, что это не так. Бесконечное число соотношений бутстрапа выполняется, если выполняется несколько условий бутстрапа [16]. Выполнение этих условий было показано в ряде работ (см. [15] и ссылки там).

Чрезвычайно важно, что как в ГЛП, так и в СГЛП амплитуды, используемые в соотношениях унитарности, определяются полюсными реджевскими формами (1), (2). Поэтому реджезация обеспечивает простой вывод уравнения БФКЛ в ГЛП и в СГЛП. В БФКЛ-подходе s-канальные скачки упругих амплитуд представляются в виде $\Phi_{A'A}\otimes G\otimes\Phi_{B'B}$, где $\Phi_{PP'}$ — выражающиеся через вершины ЧЧР импакт-факторы, описывающие переходы $P+R\to P'+R'$, а G — функция Грина двух взаимодействующих реджезованных глюонов. Символически уравнение БФКЛ представляется как

$$\frac{d}{d\ln s}\,G=\hat{\mathcal{K}}G, \tag{5}$$

где $\hat{\mathcal{K}}$ обозначает ядро БФКЛ, которое выражается через вершины РРЧ и траекторию глюона. Ядро универсально (не зависит от процесса) и определяет энергетическую зависимость амплитуд рассеяния.

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Отдельные вклады в ядро содержат инфракрасные сингулярности. Они были получены в серии работ (см. [13] и ссылки там) с использованием размерностной регуляризации в размерности пространства-времени $D = 4 - 2\epsilon$. Но в бесцветном (померонном) канале ядро инфракрасно стабильно. Оказывается, можно явно сократить сингулярности [17] и записать ядро в физическом пространстве $D = 4$. Для рассеяния вперед

$$\mathcal{K}(\mathbf{q},\mathbf{l}) = \frac{\alpha_s(\mu^2)N_c}{2\pi^2}\left[\frac{2}{(\mathbf{q}-\mathbf{l})^2} - \delta(\mathbf{q}-\mathbf{l})\int\frac{d\mathbf{l}\,\mathbf{q}^{\,2}}{(\mathbf{q}-\mathbf{l})^2\mathbf{l}^2}\right]\times$$
$$\times\left[1+\frac{\alpha_s(\mu^2)N_c}{4\pi}\left(\frac{67}{9}-2\zeta(2)-\frac{10}{9}\frac{n_f}{N_c}\right)\right]+$$
$$+\frac{\alpha_s^2(\mu^2)N_c^2}{4\pi^3}\left[\frac{1}{(\mathbf{q}-\mathbf{l})^2}\left(\frac{\beta_0}{N_c}\ln\left(\frac{\mu^2}{(\mathbf{q}-\mathbf{l})^{\,2}}\right)-\ln^2\left(\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{l}^2}\right)\right)+f_1(\mathbf{q},\mathbf{l})+\right.$$
$$\left.+f_2(\mathbf{q},\mathbf{l})+\delta(\mathbf{q}-\mathbf{l})\left(\frac{\beta_0}{2N_c}\int\frac{d\mathbf{l}\,\mathbf{q}^{\,2}}{(\mathbf{q}-\mathbf{l})^2\mathbf{l}^2}\ln\left(\frac{(\mathbf{q}-\mathbf{l})^2\mathbf{l}^2}{\mu^2\mathbf{q}^{\,2}}\right)+6\pi\zeta(3)\right)\right], \quad (6)$$

где $\beta_0 = 11/3 - 2n_f/(3N_c)$ — первый коэффициент β-функции,

$$f_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2) = -\frac{2(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)}{\boldsymbol{k}^{\,2}(\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2)^2}\left(\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)\ln\left(\frac{\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2\mathbf{k}^4}{(\boldsymbol{q}_1^2+\boldsymbol{q}_2^2)^4}\right)+\right.$$
$$\left.+\,\mathrm{Li}_2\left(-\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)-\mathrm{Li}_2\left(-\frac{\mathbf{q}_2^2}{\mathbf{q}_1^2}\right)\right)-$$
$$-\left(1-\frac{(\mathbf{q}_1^2-\mathbf{q}_2^2)^2}{\mathbf{k}^2(\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2)^2}\right)\left(\int\limits_0^1-\int\limits_1^\infty\right)\frac{dz\,\ln\left((z\mathbf{q}_1)^2/(\mathbf{q}_2)^2\right)}{(\mathbf{q}_2-z\mathbf{q}_1)^2}, \quad (7)$$

$$f_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2) = -\left(1+\frac{n_f}{N_c^3}\right)\frac{2\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2-3(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)^2}{16\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2}\left(\frac{2}{\mathbf{q}_2^2}+\frac{2}{\mathbf{q}_1^2}+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{\mathbf{q}_2^2}-\frac{1}{\mathbf{q}_1^2}\right)\ln\frac{\mathbf{q}_1^2}{\mathbf{q}_2^2}\right)-\left(3+\left(1+\frac{n_f}{N_c^3}\right)\left(1-\frac{(\mathbf{q}_1^2+\mathbf{q}_2^2)^2}{8\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2}\right.\right.-$$
$$\left.\left.-\frac{2\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2-3\mathbf{q}_1^4-3\mathbf{q}_2^4}{16\mathbf{q}_1^4\mathbf{q}_2^4}(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)^2\right)\right)\int\limits_0^\infty\frac{dx\,\ln|(1+x)/(1-x)|}{\mathbf{q}_1^2+x^2\mathbf{q}_2^2}. \quad (8)$$

Это представление значительно упрощает вычисление собственных значений ядра. С НЛО точностью

$$\alpha_s(\mu^2) = \alpha_s(\mathbf{q}^2)\left(1 + \beta_0\alpha_s(\mathbf{q}^2)\ln\left(\frac{\mathbf{q}^2}{\mu^2}\right)\right), \tag{9}$$

$$\begin{gathered}\int d^2l\,\mathcal{K}(\mathbf{q},\mathbf{l})\left(\frac{\mathbf{l}^2}{\mathbf{q}^2}\right)^{\gamma-1} = \omega(\mathbf{q}^2,\gamma) = \frac{\alpha_s(\mathbf{q}^2)\,N_c}{\pi}\chi(\gamma),\\ \chi(\gamma) = \chi_B(\gamma) + \frac{\alpha_s N_c}{\pi}\chi^{(1)}(\gamma).\end{gathered} \tag{10}$$

Здесь $\chi_B(\gamma)$ дает собственные значения главного порядка:

$$\chi_B(\gamma) = 2\psi(1) - \psi(\gamma) - \psi(1-\gamma),$$

и поправка $\chi^{(1)}(\gamma)$ есть

$$\begin{aligned}\chi^{(1)}(\gamma) = -\frac{1}{4}\Bigg[&\frac{\beta_0}{2N_c}\left(\chi_B^2(\gamma)(\gamma) + \chi_B'(\gamma) - \ 6\zeta(3)\right) -\\ &-\left(\frac{67}{9} - \frac{\pi^2}{3} - \frac{10}{9}\frac{n_f}{N_c}\right)\chi_B(\gamma) + \chi_B''(\gamma)) + \frac{\pi^2\cos(\pi\gamma)}{\sin^2(\pi\gamma)(1-2\gamma)}\times\\ &\times\left(3 + \left(1 + \frac{n_f}{N_c^3}\right)\frac{2+3\gamma(1-\gamma)}{(3-2\gamma)(1+2\gamma)}\right) - \frac{\pi^3}{\sin(\pi\gamma)} + 4\phi(\gamma)\Bigg],\end{aligned} \tag{11}$$

где

$$\phi(\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left[\frac{\psi(n+1+\gamma)-\psi(1)}{(n+\gamma)^2} + \frac{\psi(n+2-\gamma)-\psi(1)}{(n+1-\gamma)^2}\right]. \tag{12}$$

Этот результат был впервые получен в [18] и подтвержден в [19].

Относительная поправка $r(\gamma) = -\chi^{(1)}(\gamma)/\chi_B(\gamma)$ в симметричной точке $\gamma = 1/2$, соответствующей наибольшему собственному значению ядра в главном приближении,

$$\begin{gathered}\omega_P^{(1)} = -r\left(\frac{1}{2}\right)\frac{\alpha_s N_c}{\pi}\omega_P^B, \quad \omega_P^B = 4N_c\frac{\alpha_s}{\pi}\ln 2,\\ r\left(\frac{1}{2}\right) \simeq 6{,}46 + 0{,}05\frac{n_f}{N_c} + 0{,}96\frac{n_f}{N_c^3}.\end{gathered} \tag{13}$$

Поправка очень велика. Для решения этой проблемы были разработаны различные методы, включающие частичное суммирование высших приближений.

Представление (6) полезно также для нахождения всех собственных значений ядра. Определяя их как

$$\int d^2l\; K(\mathbf{q},\mathbf{l}) \left(\frac{\mathbf{l}^2}{\mathbf{q}^2}\right)^{\gamma-1} \mathrm{e}^{in(\phi_l-\phi_q)} = \\ = \frac{\alpha_s(\mathbf{q}^2)\, N_c}{\pi} \left(\chi_B(\gamma,n) + \frac{\alpha_s N_c}{\pi}\chi^{(1)}(\gamma,n)\right), \quad (14)$$

где

$$\chi_B(\gamma,n) = 2\psi(1) - \psi\left(\gamma + \frac{|n|}{2}\right) - \psi\left(1-\gamma+\frac{|n|}{2}\right), \quad (15)$$

получаем результат [20]

$$4\chi^{(1)}\left(\gamma,n\right) = -\frac{\beta_0}{2N_c}\left(\chi_B^2(\gamma,n) + \chi_B'(\gamma,n)\right) + 6\zeta\left(3\right) - \chi_B''(\gamma,n) + \\ + \left(\frac{67}{9} - \frac{\pi^2}{3} - \frac{10}{9}\frac{n_f}{N_c}\right)\chi_B(\gamma,n) - 2\Phi(n,\gamma) - 2\Phi(n,1-\gamma) + F(n,\gamma), \quad (16)$$

$$F(n,\gamma) = \frac{\pi^2\cos\left(\pi\gamma\right)}{\sin^2\left(\pi\gamma\right)\left(1-2\gamma\right)}\left[\frac{\gamma\left(1-\gamma\right)\left(\delta_{n,2}+\delta_{n,-2}\right)}{2\left(3-2\gamma\right)\left(1+2\gamma\right)} \times \right. \\ \left. \times\left(1+\frac{n_f}{N_c^3}\right) - \left(\frac{3\gamma\left(1-\gamma\right)+2}{\left(3-2\gamma\right)\left(1+2\gamma\right)}\left(1+\frac{n_f}{N_c^3}\right)+3\right)\delta_{n,0}\right] \quad (17)$$

и

$$\Phi\left(n,\gamma\right) = \int_0^1 \frac{dt}{1+t} t^{\gamma-1+n/2}\left\{\frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2}\psi'\left(\frac{n+1}{2}\right) - \mathrm{Li}_2\left(t\right) - \mathrm{Li}_2\left(-t\right) - \right. \\ - \left(\psi\left(n+1\right) - \psi\left(1\right) + \ln\left(1+t\right) + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left(-t\right)^k}{k+n}\right)\ln t - \\ \left. - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{t^k}{\left(k+n\right)^2}\left[1-\left(-1\right)^k\right]\right\}. \quad (18)$$

Наряду с отмеченными наиболее важные результаты, полученные в подходе БФКЛ, включают следующее:

— связь между собственными значениями ядра БФКЛ в следующем за главным порядке (СГП) и аномальной размерностью γ_ω операторов твиста 2 [18];

— ядро в следующем за главным порядке (СГП) для присоединенного представления в t-канале [21, 22];

— ядро СГП в максимально расширенной суперсимметричной теории Янга–Миллса ($\mathcal{N} = 4$ SYM) [20];

— ядро СГП для $t \neq 0$ [23, 24];

— представление ядра СГП в форме, где конформная инвариантность нарушается только перенормировкой [25];

— остаточную функцию BDS анзаца в $\mathcal{N} = 4$ SYM в СГЛП [26];

— Мебиус-инвариантное уравнение БФКЛ для присоединенного представления в $\mathcal{N} = 4$ SYM [27].

Полученные результаты широко применяются как в феноменологии, где используются для описания экспериментов на лептон-адронных и адрон-адронных коллайдерах, так и в теории, где служат отправными или контрольными пунктами для продвинутых вычислений и гипотез.

3. ПРОБЛЕМЫ

Полюсная реджевская форма амплитуд (1), (2), дающих вклад в соотношения унитарности, обеспечивает простой вывод уравнения БФКЛ в ГЛП и в СГЛП. Но эта форма нарушена в СГЛП.

Первое наблюдение нарушения было сделано [28] в высокоэнергетическом пределе двухпетлевых амплитуд gg-, gq- и qq-рассеяния. Позднее инфракрасные сингулярные члены, нарушающие полюсную реджевскую форму, были получены в трех петлях с использованием методов инфракрасной факторизации [29–31].

Нарушение полюсной реджевской формы следовало ожидать, потому что хорошо известно, что полюсы Редже в плоскости комплексных угловых моментов порождают реджевские разрезы. Более того, в амплитудах с положительной сигнатурой реджевские разрезы появляются уже в ГЛП. В частности, БФКЛ померон является двухреджеонным разрезом. Но в амплитудах с отрицательной сигнатурой реджевские разрезы должны быть по крайней мере трехреджеонными и появляться только в ССГЛП. Поэтому было естественно ожидать, что наблюдаемое нарушение связано с вкладом разрезов.

Первое объяснение наблюдаемого нарушения было дано в [32], где было показано, что члены, нарушающие полюсную реджевскую форму, могут идти от вкладов трехреджеонного разреза. Но почти в то же самое время было дано другое объяснение [33], где вклад разреза отличается от [32] (см. также [34, 35]) и помимо разреза используется смешивание разреза и полюса.

В работах [32] и [33] для вычисления амплитуд используются разные подходы. В [32] применяется подход, основанный на диаграммах Фейнмана, в то время как подход, использованный в [33], не имеет отношения к диаграммам

Фейнмана и основан на представлении амплитуд рассеяния при высоких энергиях вильсоновскими линиями. Оба подхода объясняют нарушение полюсной формы в трех петлях, но по-разному.

В диаграммном подходе трехреджеонный разрез начинается со вклада амплитуд с отрицательной сигнатурой, отвечающих диаграммам Фейнмана с тремя глюонами в t-канале. Существование разреза следует уже из того, что в этих амплитудах есть вклад представлений цветовой группы, отличных от присоединенного, отвечающего реджезованному глюону. Оказывается, что для таких представлений цветовые коэффициенты всех диаграмм одинаковы, так что зависящие от импульсов множители суммируются в эйкональную амплитуду, что обеспечивает их калибровочную инвариантность. Это не так в канале реджезованного глюона. Оказывается, однако, что цветовые коэффициенты диаграмм одинаковы для членов, нарушающих полюсную форму.

В подходе вильсоновских линий связь трехреджеонных разрезов с диаграммами Фейнмана не прослеживается. Цветовые коэффициенты для вкладов разреза в [33] даются по существу без объяснения. Зависящая от импульсов часть амплитуды принимается равной эйкональной, что с точки зрения диаграммного подхода не согласуется с выбранной формой цветовых коэффициентов.

В двух петлях вклады разреза отличаются на величину, которую можно отнести к вкладу полюса, для чего достаточно изменить двухпетлевые вклады в вершины $\Gamma^R_{P'P}$. Но в трех петлях для объяснения нарушения полюсной формы приходится вводить смешивание полюса и разреза.

Следует отметить, что в используемом в [33] подходе вклад разреза не подавлен при больших N_c, т. е. он существует в планарной $\mathcal{N} = 4$ SYM. Это противоречит общему представлению, что в пределе высоких энергий четырехточечные амплитуды в этой теории даются вкладом реджезованного глюона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Уравнение БФКЛ было получено в предположении полюсной реджевской формы амплитуд с квантовыми числами глюона в кросс-каналах и отрицательной сигнатурой. В настоящее время во всех порядках теории возмущений доказано, что эта форма справедлива как в главном, так и в следующем за ним логарифмических приближениях. В этом (БФКЛ) подходе было получено множество результатов, важных как для эксперимента, так и для теории и получивших широкое применение. Однако дальнейшее развитие подхода БФКЛ усложняется нарушением полюсной реджевской формы. Двумя разными способами было показано, что наблюдаемое нарушение можно объяснить вкладами трехреджеонных разрезов. К сожалению, полученные этими способами результаты согласуются в трех петлях, но должны расходиться в более высоких приближениях. Возможный выбор между ними может быть сделан в четырех петлях. Однако утверждение, что амплитуды КХД с квантовыми числами глюонов в кросс-каналах и отрицательной сигнатурой даются в ССГЛП вкладами полюса Редже и трехреджеонного разреза, может быть только гипотезой, пока не будет доказано в каждом порядке теории возмущений, что требует изобретения какого-то метода, такого как бутстрап для доказательства реджезации глюона.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке частично Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, частично РФФИ, грант № 19-02-00690.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yang C. N., Mills R. L.* Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance // Phys. Rev. 1954. V. 96. P. 191.
2. *Weinberg S.* A Model of Leptons // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 19. P. 1264.
3. *Salam A.* Weak and Electromagnetic Interactions // Conf. Proc. C. 1968. V. 680519. P. 367.
4. *Fritzsch H., Gell-Mann M.* Current Algebra: Quarks and what Else? // Proc. of the XVI Intern. Conf. on High Energy Physics, Chicago, 1972. V. 2. P. 135.
5. *Fritzsch H., Gell-Mann M., Leutwyler H.* Advantages of the Color Octet Gluon Picture // Phys. Lett. B. 1973. V. 47. P. 365.
6. *Fadin V. S., Kuraev E. A., Lipatov L. N.* On the Pomeranchuk Singularity in Asymptotically Free Theories // Phys. Lett. B. 1975. V. 60. P. 50.
7. *Kuraev E. A., Lipatov L. N., Fadin V. S.* Multi-Reggeon Processes in the Yang–Mills Theory // ZhETF. 1976. V. 71. P. 840 (Sov. Phys. JETP. 1976. V. 44. P. 443).
8. *Kuraev E. A., Lipatov L. N., Fadin V. S.* The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories // ZhETF. 1977. V. 72. P. 377 (Sov. Phys. JETP. 1977. V. 45. P. 199).
9. *Higgs P. W.* Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons // Phys. Rev. 1966. V. 145. P. 115.
10. *Kibble T. W. B.* Symmetry Breaking in Non-Abelian Gauge Theories // Phys. Rev. 1967. V. 155. P. 1554.
11. *Englert F., Brout R.* Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 321.
12. *Balitsky I. I., Lipatov L. N.* The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics // Yad. Fiz. 1978. V. 28. P. 1597 (Sov. J. Nucl. Phys. 1978. V. 28. P. 822).
13. *Ioffe B. L., Fadin V. S., Lipatov L. N.* Quantum Chromodynamics: Perturbative and Nonperturbative Aspects. Cambridge Univ. Press, 2010.
14. *Balitskii Ya. Ya., Lipatov L. N., Fadin V. S.* Regge Processes in Nonabelian Gauge Theories (in Russian) // Materials of IV Winter School of LNPI. Leningrad, 1979. P. 109–149.
15. *Fadin V. S., Kozlov M. G., Reznichenko A. V.* Gluon Reggeization in Yang–Mills Theories // Phys. Rev. D. 2015. V. 92. P. 085044.

16. *Fadin V. S., Fiore R., Kozlov M. G., Reznichenko A. V.* Proof of the Multi-Regge Form of QCD Amplitudes with Gluon Exchanges in the NLA // Phys. Lett. B. 2006. V. 639. P. 74. [17]
17. *Fadin V. S., Fiore R., Grabovsky A. V.* On the Discrepancy of the Low-x Evolution Kernels // Nucl. Phys. B. 2009. V. 820. P. 334.
18. *Fadin V. S., Lipatov L. N.* BFKL Pomeron in the Next-to-Leading Approximation // Phys. Lett. B. 1998. V. 429. P. 127.
19. *Ciafaloni M., Camici G.* Energy Scale(s) and Next-to-Leading BFKL Equation // Ibid. V. 430. P. 349.
20. *Kotikov A. V., Lipatov L. N.* NLO Corrections to the BFKL Equation in QCD and in Supersymmetric Gauge Theories // Nucl. Phys. B. 2000. V. 582. P. 19.
21. *Fadin V. S., Gorbachev D. A.* Nonforward Color Octet BFKL Kernel // JETP Lett. 2000. V. 71. P. 222 (Pisma ZhETF. 2000. V. 71. P. 322).
22. *Fadin V. S., Gorbachev D. A.* Nonforward Color-Octet Kernel of the Balitsky–Fadin–Kuraev–Lipatov Equation // Phys. Atom. Nucl. 2000. V. 63. P. 2157 (Yad. Fiz. 2000. V. 63. P. 2253).
23. *Fadin V. S., Fiore R.* Non-Forward BFKL Pomeron at Next-to-Leading Order // Phys. Lett. B. 2005. V. 610. P. 61; Erratum // Ibid. V. 621. P. 320.
24. *Fadin V. S., Fiore R.* Non-Forward NLO BFKL Kernel // Phys. Rev. D. 2005. V. 72. P. 014018.
25. *Fadin V. S., Fiore R., Grabovsky A. V.* Matching of the Low-x Evolution Kernels // Nucl. Phys. B. 2010. V. 831. P. 248.
26. *Fadin V. S., Lipatov L. N.* BFKL Equation for the Adjoint Representation of the Gauge Group in the Next-to-Leading Approximation at $\mathcal{N} = 4$ SUSY // Phys. Lett. B. 2012. V. 706. P. 470.
27. *Fadin V. S., Fiore R., Lipatov L. N., Papa A.* Moebius Invariant BFKL Equation for the Adjoint Representation in $\mathcal{N} = 4$ SUSY // Nucl. Phys. B. 2013. V. 874. P. 230.
28. *Del Duca V., Glover E. W. N.* The High-Energy Limit of QCD at Two Loops // JHEP. 2001. V. 0110. P. 035.
29. *Del Duca V., Falcioni G., Magnea L., Vernazza L.* High-Energy QCD Amplitudes at Two Loops and Beyond // Phys. Lett. B. 2014. V. 732. P. 233.
30. *Del Duca V., Falcioni G., Magnea L., Vernazza L.* Beyond Reggeization for Two- and Three-Loop QCD Amplitudes // PoS RADCOR'2013. 2013. P. 046.
31. *Del Duca V., Falcioni G., Magnea L., Vernazza L.* Analyzing High-Energy Factorization Beyond Next-to-Leading Logarithmic Accuracy // JHEP. 2015. V. 1502. P. 029.
32. *Fadin V. S.* Particularities of the NNLLA BFKL // AIP Conf. Proc. 2017. V. 1819, No. 1. P. 060003.
33. *Caron-Huot S., Gardi E., Vernazza L.* Two-Parton Scattering in the High-Energy Limit // JHEP. 2017. V. 1706. P. 016.
34. *Fadin V. S., Lipatov L. N.* Reggeon Cuts in QCD Amplitudes with Negative Signature // Eur. Phys. J. C. 2018. V. 78, No. 6. P. 439.
35. *Fadin V. S.* Violation of a Simple Factorized Form of QCD Amplitudes and Regge Cuts // PoS DIS' 2017. 2018. P. 042.