ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2020. Т. 51. ВЫП. 4. С. 654–664

S-МАТРИЧНЫЙ МЕТОД БОГОЛЮБОВА–МЕДВЕДЕВА–ПОЛИВАНОВА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ К СИСТЕМАМ НЕСКОЛЬКИХ ЧАСТИЦ И В ФИЗИКЕ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

А. Мачавариани *

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Научно-исследовательский институт физики высоких энергий
Тбилисского государственного университета им. И. Джавахишвили, Тбилиси

Обсуждается связь теоретико-полевых уравнений, основанных на S-матричных методах Боголюбова–Медведева–Поливанова и Лемана–Симанзика–Циммермана. Эти уравнения применены для вывода трехмерных упорядоченных по времени релятивистских уравнений типа Липпмана–Швингера для амплитуд адронных столкновений с учетом и без учета кварковых степеней свободы. Кварковые степени свободы учитываются соответственно подходу Хуанга–Велдона, где адроны рассматриваются в виде связанных состояний кварков. Численные решения полученных уравнений позволили хорошо описать экспериментальные фазы упругого πN- и NN-рассеяния в низкоэнергетической области. С использованием сепарабельной аппроксимации воспроизведена кварк-партонная модель для инклюзивного рождения частиц с большим поперечным импульсом. Это позволило описать экспериментальные данные инклюзивного рождения ρ-мезона с большим поперечным импульсом ($\leqslant 1{,}5$ ГэВ/c) в протон-протонном столкновении в области энергий $2{,}9 \leqslant \sqrt{s} \leqslant 64$ ГэВ.

Based on the S-matrix method relationship between the field theoretical Bogolyubov–Medvedev–Polivanov and Lehmann–Symanzik–Zimmermann equations is considered. These equations were used for derivation of the three-dimensional (3D) relativistic Lippmann–Schwinger-type equations for the hadron scattering amplitudes with and without quark degrees of freedom. Quark degrees of freedom were taken into account within Huang–Weldon formulation, where hadrons are considered as the quark bound states.

The numerical solution of the 3D relativistic equations was successfully applied for description of the low-energy experimental data of the elastic πN and NN scattering. The quark–parton model of the inclusive particle production with the large transverse

* E-mail: machavar@jinr.ru

momentum is exactly reproduced using the separable approximation. This enables one to describe the experimental data of the inclusive ρ-meson production with the large transverse momentum $\leqslant 1.5$ GeV/c for the proton–proton collision in the energy region $2.9 \leqslant \sqrt{s} \leqslant 64$ GeV.

PACS: 11.55.-m

ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваются общие теоретико-полевые уравнения Боголюбова–Медведева–Поливанова (БМП) и Лемана–Симанзика–Циммерманна (LSZ) [1]. На основе этих уравнений дан вывод релятивистских трехмерных уравнений типа Липпмана–Швингера для численных расчетов процессов адронных столкновений. С использованием теоретико-полевого построения адронных состояний через кварки [4] получено обобщение кварк-партонной модели инклюзивных реакций рождения частиц с малой массой 0,5–1 ГэВ и большими поперечными импульсами $\geqslant 1$ ГэВ [6]. В разд. 1 приведены уравнения БМП и LSZ для амплитуд адрон-адронных взаимодействий. В разд. 2 рассматриваются матричные представления уравнений БМП и LSZ в виде спектрального разложения амплитуды адрон-адронных взаимодействий по полной системе асимптотических состояний. Из этого представления непосредственно получаются условия унитарности и трехмерные релятивистские уравнения Липпмана–Швингера с соответствующим способом построения потенциала. Обобщение на случай учета промежуточных кварковых состояний дано в разд. 3. Вывод обобщения кварк-партонной модели из полученных выражений сечений для адронных амплитуд с учетом кварковых степеней свободы приведен в разд. 4.

1. ФОРМУЛЫ РЕДУКЦИИ S-МАТРИЦЫ

Рассмотрим S-матрицу реакции $A+\ldots+B \to C+\ldots+D$ в формулировке БМП:

$$\langle \mathrm{out}; A\ldots B|C\ldots;\mathrm{in}\rangle = \langle \mathrm{in}; A\ldots B|S|C\ldots D;\mathrm{in}\rangle = \\ = \int d^4x f^*_{p_B}(x)\langle \mathrm{in}; A\ldots|\mathcal{J}_B(x)|C\ldots D;\mathrm{in}\rangle, \quad (1a)$$

где $f_{p_B}(y) = \exp(-ip_B y)$ — плоская волна и

$$\mathcal{J}_B(x) = -iS^*\frac{\delta S}{\delta\phi^{\mathrm{in}}_B(x)}. \quad (2)$$

В LSZ-подходе

$$\langle \mathrm{out}; A \ldots B | C \ldots; \mathrm{in} \rangle = \langle \mathrm{out}; A \ldots | J_B(x) | C \ldots D; \mathrm{in} \rangle, \tag{1б}$$

где

$$J_B(x) = (\Box_x + m_B^2)\phi_B(x); \quad \lim_{x_0 \to -\infty} \phi_B(x) \Rightarrow \phi_B^{\mathrm{in}}(x). \tag{3}$$

При сравнении (2) и (3) видно, что $J_B(x) = -i\delta S/\delta\phi_B^{\mathrm{in}}(x)$. Продолжая редукцию S-матрицы, получим

$$\begin{aligned}
&\langle \mathrm{out}; A \ldots B | C \ldots D; \mathrm{in} \rangle = \\
&\quad = \langle \mathrm{out}; A \ldots | \mathcal{Y} | D \ldots; \mathrm{in} \rangle + \int d^4x\, d^4y\, f_{p_B}^*(x) f_{p_c}(y) \times \\
&\qquad \times \langle \mathrm{out}; A \ldots | -i\theta(x_0 - y_0)[J_B(x), J_C(y)] | \ldots D; \mathrm{in} \rangle,
\end{aligned} \tag{4}$$

где $\theta(x - y) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > y, \\ 0 & \text{при } x < y, \end{cases}$

$$\mathcal{Y} = \int d^4x [J_B(x), a_{p_c}^+(x_0)] \tag{5}$$

и оператор

$$a_{p_c}^+(y_0) = i \int d^4y f_{p_c}(y) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial y_0}} \phi(y) \tag{6}$$

определяет асимптотические операторы рождения и уничтожения

$$\overset{w}{\lim_{y_0 \to \pm\infty}} a_{p_c}^+(y_0) = a_{p_c}^+\binom{\mathrm{out}}{\mathrm{in}}. \tag{7}$$

Уравнения Медведева–Поливанова [1] в матричной форме имеют вид

$$\begin{aligned}
&\langle \mathrm{out}; A \ldots B | C \ldots D; \mathrm{in} \rangle = \\
&\quad = \int d^4x d^4y f_{p_B}^*(x) f_{p_c}(y) \langle \mathrm{in}; A \ldots | \frac{\delta \mathcal{J}_B(x)}{\delta \phi_C^{\mathrm{in}}(y)} | \ldots D; \mathrm{in} \rangle = \\
&= \langle \mathrm{in}; A \ldots | \Big\{ -i\theta(x_0 - y_0)\theta(x^2 - y^2)[\mathcal{J}_B(x), \mathcal{J}_C(y)] + \Lambda(x, y) \Big\} | \ldots D; \mathrm{in} \rangle.
\end{aligned} \tag{8}$$

Квазилокальный оператор $\Lambda(x, y)$ определяет выражение (8) при совпадающих временах $\Lambda(x, y) = \delta^4(x - y)\Lambda(x)$, а $\theta(x^2 - y^2)$ обеспечивает выполнение условия причинности.

Несмотря на одинаковую форму уравнения (8) и (4) существенно различаются. В частности, в (8) учитывается причинность. Кроме того, в (8) квазилокальный член $\Lambda(x, y)$ требует дополнительного определения при $x = y$, например через перенормировку, а $\mathcal{Y}$ (5) в (4) определен через одновременные условия квантования гейзенберговских полей.

2. ПОСТРОЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ УРАВНЕНИЙ ЛИППМАНА–ШВИНГЕРА ИЗ (4) ИЛИ (8)

Релятивистские уравнения типа Липпмана–Швингера получаются после подстановки условия полноты асимптотических частиц $\sum\limits_n |\mathrm{in(out)}\rangle \langle \mathrm{in(out)}| = 1$ между $J_B(x)$ и $J_c(y)$ в (4). Тогда после интегрирования по x и y для амплитуды реакции $A + B \Longrightarrow C + D$ получим

$$\langle \mathrm{out}; A|J_B(0)|C, D; \mathrm{in}\rangle = \langle \mathrm{out}; A|\mathcal{Y}|D; \mathrm{in}\rangle + \tag{9а}$$

$$+\sum_n \langle \mathrm{out}; A|J_B(0)|n; \mathrm{in}\rangle \frac{(2\pi)^3\delta^3(\mathbf{p}_C + \mathbf{p}_D - \mathbf{p}_n)}{p_C^0 + p_D^0 - P_n^0 - i\epsilon} \langle \mathrm{in}; n|J_C(0)|D; \mathrm{in}\rangle, \tag{9б}$$

$$\sum_l \langle \mathrm{out}; A|J_B(0)|D, l; \mathrm{in}\rangle \frac{(2\pi)^3\delta^3(\mathbf{p}_C - \mathbf{p}_l)}{p_C^0 - P_l^0} \langle \mathrm{in}; l|J_C(0)|0\rangle, \tag{9в}$$

$$\sum_l \langle 0|J_B(0)|l; \mathrm{in}\rangle \frac{(2\pi)^3\delta^3(\mathbf{p}_C + \mathbf{p}_D - \mathbf{p}_l - \mathbf{p}_A)}{p_C^0 + p_D^0 - P_l^0 - p_A^0} \langle \mathrm{in}; l, A|J_C(0)|D; \mathrm{in}\rangle, \tag{9г}$$

$$\sum_l \langle 0|J_B(0)|D, l; \mathrm{in}\rangle \frac{(2\pi)^3\delta^3(-\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_C - \mathbf{P}_l)}{-p_A^0 + p_C^0 - P_l^0} \langle \mathrm{in}; l, A|J_C(0)|0\rangle, \tag{9д}$$

$$\sum_m \langle \mathrm{out}; A|J_C(0)|m; \mathrm{in}\rangle \frac{(2\pi)^3\delta^3(-\mathbf{p}_C + \mathbf{p}_A - \mathbf{P}_m)}{-p_C^0 + p_A^0 - P_l^0} \langle \mathrm{in}; m|J_B(0)|D; \mathrm{in}\rangle, \tag{9е}$$

$$\sum_l \langle \mathrm{out}; A|J_C(0)|D, l; \mathrm{in}\rangle \frac{(2\pi)^3\delta^3(-\mathbf{p}_C + \mathbf{p}_A - \mathbf{p}_D - \mathbf{P}_l)}{-p_C^0 - p_D^0 + p_A^0 - P_l^0} \langle \mathrm{in}; l|J_B(0)|0\rangle, \tag{9ж}$$

$$\sum_m \langle 0|J_C(0)|l; \mathrm{in}\rangle \frac{(2\pi)^3\delta^3(-\mathbf{p}_C - \mathbf{P}_m)}{-p_C^0 - P_l^0} \langle \mathrm{in}; l, A|J_B(0)|D; \mathrm{in}\rangle, \tag{9з}$$

$$\sum_{\overline{n}} \langle 0|J_C(0)|D, \overline{n}; \mathrm{in}\rangle \frac{(2\pi)^3\delta^3(-\mathbf{p}_C - \mathbf{p}_D - \mathbf{P}_{\overline{n}})}{-p_C^0 - p_D^0 - P_{\overline{n}}^0} \langle \mathrm{in}; \overline{n}, A|J_B(0)|D; \mathrm{in}\rangle. \tag{9и}$$

Это соотношение является разложением $\langle \mathrm{out}; A|J_B(0)|C, D; \mathrm{in}\rangle$ по полной системе асимптотических состояний в пространстве Фока. В частности, слагаемые (9б) и (9и) соответствуют s- и $\overline{s}$-канальным вкладам в $\langle \mathrm{out}; A|J_B(0)| C, D; \mathrm{in}\rangle$. Кроссинг-перестановка частиц C и B в (9б) и (9и) дает u- и $\overline{u}$-канальные слагаемые (9д) и (9е) соответственно. Учет несвязанных диаграмм (так называемое кластерное разложение) приводит к появлению слагаемых (9в)–(9и) (т. е. кроссинг-перестановке асимптотических состояний D или A между операторами $J_C(0)$ и $J_B(0)$).

$\langle \mathrm{out}; A|\mathcal{Y}|D; \mathrm{in}\rangle$ в (9а) определяется одновременными коммутационными соотношениями (5) и описывается обменом одной внемассовой частицей в t-канале и контактными (перекрывающимися) диаграммами [2, 3].

На основе (9а)–(9и) легко убедиться, что разница между $\langle \mathrm{out}; A|J_B(0)|C, D; \mathrm{in}\rangle$ и $\langle \mathrm{in}; C, D|J_B(0)|A; \mathrm{out}\rangle^*$ приводит к условию унитарности, в которое вносит вклад лишь слагаемое (9б). Кроме того, из (9а)–(9и) можно вывести эквивалентные трехмерные уравнения типа Липпмана–Швингера [2, 3].

Соотношения (9а)–(9и) и соответствующие уравнения типа Липпмана–Швингера получены без каких-либо приближений или допущений из (4). $\langle \mathrm{out}; A|J_B(0)|C, D; \mathrm{in}\rangle$ и остальные амплитуды в (9а)–(9и) являются функциями переменных частиц на массовой поверхности, т. е. в этой формулировке осуществляется минимальный выход на внемассовую поверхность. Поэтому эти уравнения проще, чем соответствующие четырехмерные уравнения Бете–Солпитера. Кроме того, для вывода (9а)–(9и) на основе уравнений (4) или (8) в формализме LSZ или БМП не требуется процедура перенормировки, нет проблем, определяемых теоремой Хаага, и не возникают неоднозначности, связанные с трехмерной редукцией четырехмерных уравнений Бете–Солпитера. Следовательно, для численного расчета амплитуд и сечений процессов на основе уравнений (9а)–(9и) требуется значительно меньше допущений и приближений, чем при соответствующих расчетах на основе уравнения Бете–Солпитера. Отметим, что (9а)–(9и) и уравнения Бете–Солпитера выводятся из одних и тех же уравнений (4) в формализме LSZ или из уравнения (8) в формализме БМП.

3. КВАРКОВЫЕ СТЕПЕНИ СВОБОДЫ В S-МАТРИЧНОМ ПОДХОДЕ ХУАНГА–ВЕЛДОНА

Основным достижением нелокальной S-матричной формулировки Хуанга–Велдона является построение асимптотических операторов рождения и уничтожения составных частиц через гейзенберговские операторы составляющих локальных частиц. Полученный в этом подходе оператор рождения или уничтожения асимптотических составных частиц удовлетворяет таким же условиям квантования, что и обыкновенный одночастичный оператор рождения и уничтожения. Это позволяет получить S-матрицу рассеяния адронов через функцию Грина кварков. В частности, рассмотрим гейзенберговский оператор поля мезона A с четырехимпульсом $P_A \equiv (\sqrt{m_A^2 + \mathbf{P}_A^2}, \mathbf{P}_A)$

$$A_{P_A}(X_0) = i \int d^3X \, d^4\rho \, U_A(x) \, \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial X_0} \, A([x]), \tag{10}$$

где $A([x])$ обозначает T-произведение составляющих мезон A кварковых полей q_1 и $\overline{q}_2$:

$$A([x]) \equiv T\,(q_1(x_1), \overline{q}_2(x_2)), \tag{12}$$

$U_A(x)$ — волновая функция Бете–Солпитера

$$U_A(x) \equiv \langle P_A||T\,(q_1(x_1), \overline{q}_2(x_2))\,|0\rangle = \\ = \mathrm{e}^{iP_A X}\langle P_A|T\left(q_1\left(\frac{m_2\rho}{m_1+m_2}\right), \overline{q}_2\left(-\frac{m_1\rho}{m_1+m_2}\right)\right)|0\rangle, \tag{13}$$

а ρ и X — координаты Якоби $\rho = x_1 - x_2$; $X = (m_1x_1 + m_2x_2)/(m_1+m_2)$. Хуанг и Велдон показали, что в асимптотической области $X_0 \Longrightarrow \pm\infty$ $A_{\mathbf{P}_A}(X_0)$ (10) переходит в оператор рождения или уничтожения составной частицы $A_P(\overset{\mathrm{out}}{\mathrm{in}})$, т. е.

$$\lim_{X_0 \Longrightarrow \pm\infty} A_{P_A}(X_0) = A_{P_A}(\overset{\mathrm{out}}{\mathrm{in}}) \tag{14}$$

удовлетворяют обычным условиям квантования асимптотических операторов

$$\left[A_P(\overset{\mathrm{out}}{\mathrm{in}}), A^*_{P'}(\overset{\mathrm{out}}{\mathrm{in}})\right]_- = \delta^3(\mathbf{P}' - \mathbf{P}). \tag{15}$$

Однако в отличие от локальных полей гейзенберговские операторы составных частиц A (1) не удовлетворяют условию одновременного квантования:

$$\left[A_P(0), A^*_{P'}(0)\right]_- \neq \delta^3(\mathbf{P}' - \mathbf{P}). \tag{16}$$

Асимптотические операторы составных частиц (14) позволяют построить S-матрицу рассеяния частиц с учетом их структуры

$$S_{A\ldots B, C\ldots D} = \int d[x]\ldots d[y]d[z]\ldots d[v]U^+{}_A(x)\frac{\mathcal{K}_A}{i}\ldots \\ \ldots U^+{}_B(y)\frac{\mathcal{K}_B}{i}\mathcal{G}\frac{\mathcal{K}_C}{i}U_C(z)\ldots\frac{\mathcal{K}_D}{i}U_D(v), \tag{17а}$$

где $\mathcal{K}_A \equiv \Box_{X_A} + m_A^2$; $d[x] \equiv d^4Xd^4\rho = d^4x_1d^4x_2$, $U_A(x)$ — волновая функция Бете–Солпитера (13) и $\mathcal{G}$ — функция Грина

$$\mathcal{G} = \langle 0|T\,(A(x)\ldots B(y)C(z)\ldots D(v))\,|0\rangle. \tag{17б}$$

Если $U_A(x)$ в (17а) заменить на e^{-ip_AX}, а $A([x]) = (q_1(x_1), \overline{q}_2(x_2))$ заменить на локальное поле $\Phi(x)$, то получим редукционную формулу S-матрицы рассеяния элементарных частиц. Частные случаи (17а), (17б) были независимо применены в нерелятивистской теории рассеяния и в ядерной физике.

Покажем, что (17а), (17б) можно представить в эквивалентном виде [6]

$$S_{A\ldots B,C\ldots D} = \int d^3[\mathbf{q}^A]\ldots d^3[\mathbf{q}^B]d^3[\mathbf{q}^C]\ldots d^3[\mathbf{q}_1^D]\langle\mathbf{P}_A|\mathbf{q}_1^A\mathbf{q}_2^A;\mathrm{out}\rangle\ldots$$
$$\ldots\langle\mathbf{P}_B|\mathbf{q}_1^B\mathbf{q}_2^B;\mathrm{out}\rangle\mathcal{S}_{\mathrm{quark}}\langle\mathrm{in};\mathbf{q}_1^C\mathbf{q}_2^C|\mathbf{P}_C\rangle\ldots\langle\mathrm{in};\mathbf{q}_1^D\mathbf{q}_2^D|\mathbf{P}_D\rangle, \quad (18)$$

где $d^3[\mathbf{q}] = \dfrac{d^3\mathbf{q}_1}{2q_1^0}\dfrac{d^3\mathbf{q}_2}{2q_2^0}$; $q_{1,2}^0 = \sqrt{\mathbf{q}_{1,2}^2 + m_{1,2}^2}$ и $\mathcal{S}_{\mathrm{quark}}$ обозначает S-матрицу рассеяния кварков

$$\mathcal{S}_{\mathrm{quark}} = \langle\mathrm{out};\mathbf{q}_1^A\mathbf{q}_2^A\ldots\mathbf{q}_1^B\mathbf{q}_2^B|\mathbf{q}_1^C\mathbf{q}_2^C\ldots\mathbf{q}_1^D\mathbf{q}_2^D;\mathrm{in}\rangle. \quad (19)$$

Следовательно, S-матрицу (17а), (17б) можно представить в виде (18) через усреднение кварковой S-матрицы (19) по амплитудам адронизации, которые имеют вид вершинных функций кварк-адронных систем

$$\langle\mathrm{in};\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2|\mathbf{P}_M\rangle = (2\pi)^4\delta^4(q_1+q_2-P_M)\langle\mathrm{in};\mathbf{q}_1|\overline{J}_2(0)v(\mathbf{q}_2)|\mathbf{P}_M\rangle, \quad (20)$$

где $\overline{J}_2(x) = (i\gamma_\mu\partial/\partial x_\mu - m_2)q_2(x)$ и $v(\mathbf{q}_2)$ — спинор Дирака.

Отметим, что условию причинности могут удовлетворять лишь локальные кварковые поля $q(x)$ в $\mathcal{S}$-матрице (19), так как $q(x)$ являются обычными локальными гейзенберговскими полями. А для нелокальных адронных (составных) полей условие причинности и условие одновременного квантования (16) нарушаются.

Амплитуды кварк-мезонных связанных состояний (20) содержат $\delta^4(q_1 + q_2 - P_M)$, которая указывает на механизм слияния (аннигиляции) кварков при образовании мезонов. В работе [6] показано, что продольные импульсы кварков q_{1Z} и q_{2Z}, полученные после интеграции $\delta^4(q_1+q_2-P_M)$, переходят в импульсы партонов $q_{1Z} = (k_0+k_Z)/2$ и $q_{1Z} = (k_0-k_Z)/2$ в области больших P и больших переданных импульсов Q^2 *.

Амплитуда связанных кварковых состояний $\langle\mathrm{in};\mathbf{q}_1|\overline{J}_2(0)v(\mathbf{q}_2)|\mathbf{P}_M\rangle$ (20) удовлетворяет трехмерным упорядоченным по времени уравнениям типа Липпмана–Швингера

$$(k^0 - q_1^0 - q_2^{0*})\langle\mathbf{q}|\Psi_V\rangle =$$
$$= \int d\widetilde{q}_1' \int d\widetilde{q}_2'(2\pi)^3\delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{q}_1'-\mathbf{q}_2')\langle\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2|\mathcal{V}|\mathbf{q}_1',\mathbf{q}_2'\rangle\langle\mathbf{q}_1'\mathbf{q}_2'|\Psi_V\rangle, \quad (21)$$

---

*Эта область определяется условиями $P \gg \sqrt{Q^2}$ и $Q^2 \gg \mathbf{k}_T^2$, где $k = \left(\sqrt{m_V^2+\mathbf{k}^2},\mathbf{k}\right)$, $\mathbf{k}_Z$ и $\mathbf{k}_T$ обозначают четырехимпульс, продольный и поперечные импульсы мезона соответственно.

где $\delta(k^0 - q_1^{0\prime} - q_2^{0\prime})$ исчезает из-за процедуры упорядочивания по времени.

Потенциал $\mathcal{V}$ в (21) строится на основе всех кварк-мезонных слагаемых в виде (9а)–(9и), кроме s-канального члена, с обменом кварк-антикварковой парой в (9б).

Отметим, что для учета механизма фрагментации в кварк-партонных моделях в рассматриваемом подходе следует ввести вершинную функцию $\langle \mathbf{q}_1 || \mathbf{q}_2, \mathbf{k}; \mathrm{in}\rangle$, где масса кварка 1 больше суммы масс кварка 2 и мезона, и $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2 + \mathbf{k}$.

4. ТРЕХМЕРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ S-МАТРИЦЫ (18) И ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ

Выражение для $\mathcal{S}$-матрицы (18) позволяет получить альтернативный вывод партонной модели, основываясь на сепарабельном приближении*. Для этого рассмотрим реакцию инклюзивного рождения ρ-мезона в реакции протон-протонного рассеяния

$$p_A(\mathbf{P}_A S_A) + p_B(\mathbf{P}_B S_B) \to \rho(\mathbf{k} M) + X,$$

где $\mathbf{k}$ и M обозначают импульс и магнитное квантовое число ρ-мезона; $\mathbf{P}_A S_A$ и $\mathbf{P}_B S_B$ — импульс и магнитное квантовое число протона A и B. В с. ц. м. $P = (\mathbf{P}_A)_Z = -(\mathbf{P}_B)_Z$.

Учитывая общие правила построения сечений, получим

$$\frac{d\sigma^{MM'}_{AB\to VX}}{d\widetilde{k}} = \frac{m_N^2}{4Ps^{1/2}} \sum_{s_1,s_2} \sum_{s_1',s_2'} \int d\widetilde{q}_1 \int d\widetilde{q}_2 (2\pi)^4 \delta^4(k - q_1 - q_2) \times$$
$$\times \int d\widetilde{q}_1' \int d\widetilde{q}_2' (2\pi)^4 \delta^4(k - q_1' - q_2') \frac{1}{2} \sum_{n,n'=u,d} \sigma^{MM'}_{n,n'}(q\overline{q} - V) \times$$
$$\times \langle \mathbf{q}_1' s_1', n'; \mathbf{q}_2' s_2', \overline{n}' | \mathcal{K}(P,k) | \mathbf{q}_1 s_1, n; \mathbf{q}_2 s_2, \overline{n}\rangle, \quad (22а)$$

$$\sigma^{MM'}_{n,n'}(q\overline{q} - V) = \xi^\mu(\mathbf{k}, M)\xi^{\nu *}(\mathbf{k}, M') \times$$
$$\times \langle \mathbf{q}_1 s_1, n; \mathbf{q}_2 s_2, \overline{n} | J_\mu(0) | 0\rangle \langle 0 | J_\nu(0) | \mathbf{q}_1' s_1', n'; \mathbf{q}_2' s_2', \overline{n}'\rangle, \quad (22б)$$

где $\mathbf{q}_1 s_1, n$ и $\mathbf{q}_2 s_2, \overline{n}$ обозначают импульс, магнитный момент и остальные квантовые числа кварка и антикварка, которые образуют ρ-мезон, $\xi^\mu(\mathbf{k}, M)$ —

---

*В сепарабельном приближении каждую достаточно гладкую функцию $f(x,y)$ можно представить в виде $f(x,y) = \sum_m g_m(x)\widetilde{g}_m(y)$ с любой заданной точностью. В практических расчетах обычно $m = 1$ или 2.

вектор поляризации ρ-мезона. $\sigma_{n,n'}^{MM'}(q\overline{q}-V)$ задан через кварк-мезонную вершинную функцию $\langle \mathbf{q}_1 s_1, n; \mathbf{q}_2 s_2, \overline{n} | J_\mu(0)|0\rangle$. Выражение (22а) определяет сечение реакции слияния кварк-антикварковой пары $q_1-\overline{q}_2$ в ρ-мезон, а $\mathcal{K}(P,k)$ определен через амплитуды инклюзивной реакции рождения кварка q_1 и антикварка $\overline{q}_2$ $A+B \Longrightarrow X+q_1+\overline{q}_2$, которая имеет вид $\langle \mathbf{P}_A s_A, \mathbf{P}_B s_B|T|\mathbf{q}_1 s_1, n; \mathbf{q}_2 s_2, \overline{n} : X\rangle$

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{q}'_1 s'_1, n'; \mathbf{q}'_2 s'_2, \overline{n}' | \mathcal{K}(P,k)|\mathbf{q}_1 s_1, n; \mathbf{q}_2 s_2, \overline{n}\rangle &= \\ = \sum_{s_A, s_B} \sum_{[s_X]} \prod_i^X \int d\widetilde{p}_i (2\pi)^4 \delta^4(P_A+P_B-k-P_X) &\times \\ \times \langle \mathbf{P}_A s_A, \mathbf{P}_B s_B|T|\mathbf{q}_1 s_1, n; \mathbf{q}_2 s_2, \overline{n} : X\rangle &\times \\ \times \langle \mathbf{P}_A s_A, \mathbf{P}_B s_B|T|\mathbf{q}'_1 s'_1, n'; \mathbf{q}'_2 s'_2, \overline{n}' : X\rangle^*&. \qquad (23)\end{aligned}$$

Для упрощения выкладок в $\mathcal{K}(P,k)$ ограничимся не зависящим от спинов кварков выражением $\mathcal{K}_1(P,k)$

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{q}'_1 s'_1, n'; \mathbf{q}'_2 s'_2, \overline{n}' | \mathcal{K}(P,k)|\mathbf{q}_1 s_1, n; \mathbf{q}_2 s_2, \overline{n}\rangle &= \\ = \langle \mathbf{q}'_1, n'; \mathbf{q}'_2, \overline{n}' | \mathcal{K}_1(P,k)|\mathbf{q}_1, n; \mathbf{q}_2, \overline{n}\rangle \delta_{s_1, s'_1}\delta_{s_2, s'_2} &+ \ldots \qquad (24)\end{aligned}$$

И для $\mathcal{K}_1(P,k)$ воспользуемся сепарабельной аппроксимацией

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{q}'_1, n'; \mathbf{q}'_2, \overline{n}' | \mathcal{K}_1(P,k)|\mathbf{q}_1, n; \mathbf{q}_2, \overline{n}\rangle &= \\ = \mathsf{f}_{P,k}^{(n')}(\mathbf{q}'_1)\mathsf{f}_{P,k}^{(\overline{n}')}(\mathbf{q}'_2)\mathsf{f}_{P,k}^{(n)}(\mathbf{q}_1)\mathsf{f}_{P,k}^{(\overline{n})}(\mathbf{q}_2) &+ \\ + \left(\text{перестановки } (1 \longleftrightarrow 2) \text{ и } (1' \longleftrightarrow 2')\right)&. \qquad (25)\end{aligned}$$

Следующим принципиальным допущением в (25) является замена переменных $\mathbf{q}_Z$ на скейлинговые переменные

$$\mathbf{q}_Z, \mathbf{q}_T \Longrightarrow x, \mathbf{q}_T, \qquad (26а)$$

где введены принятые в партонной модели обозначения

$$x_1 = \frac{q_{1Z}}{P}, \quad x_2 = \frac{q_{2Z}}{P}, \quad x'_1 = \frac{q'_{1Z}}{P}, \quad x'_2 = \frac{q'_{2Z}}{P}. \qquad (26б)$$

При этом в обычной партонной модели $x_1 = x'_1$ и $x_2 = x'_2$.

Аналогично TMD PDF модели выделим поперечную часть импульса кварков q_T через гауссовские функции

$$\mathsf{f}_{P,k}^{(n)}(x, \mathbf{q}_T) = F_{P,k}^{(n)}(x)\frac{\mathrm{e}^{-\mathbf{q}_T^2/2b^2}}{2b^2}; \quad \mathsf{f}_{P,k}^{(\overline{n})}(x, \mathbf{q}_T) = F_{P,k}^{(\overline{n})}(x)\frac{\mathrm{e}^{-\mathbf{q}_T^2/2b^2}}{2b^2}. \qquad (27а)$$

Замена переменных (26а), (26б) и сепарабелизация $\mathbf{q}_Z$ (27а) обусловлена масштабной инвариантностью вдоль оси столкновения Z и ее нарушением поперечными импульсами $\mathbf{q}_T$. Последовательная формулировка подобных преобразований дана в теории автомодельности. Обсуждение этих формулировок выходит за рамки данной статьи.

В области больших P и больших переданных импульсов Q^2, $P \gg \sqrt{Q^2}$ и $Q^2 \gg \mathbf{k}_T^2$ функции $F_{P,k}^{(n)}(x)$ переходят в обычные PDF $\mathsf{f}^{(n)}(x)$,

$$F_{P,k}^{(n)}(x) \Longrightarrow \mathsf{f}^{(n)}(x). \tag{27б}$$

Для легких векторных мезонов условия $P \gg \sqrt{Q^2}$ и $Q^2 \gg \mathbf{k}_T^2$ нарушены. Поэтому следует иметь в виду возможность использования $F_{P,k}^{(n)}(x)$ вместо $\mathsf{f}^{(n)}(x)$.

После этого для сечения (22а), (22б) получим близкое к партонным сечениям выражение

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma_{AB\to VX}^{MM'}}{d\widetilde{k}} = \frac{m_N^2}{4Ps^{1/2}}\frac{1}{2}\sum_{n,n'=u,d}\int d\widetilde{q}_i \times \\ \times \int d\widetilde{q}_2 (2\pi)^4\delta^4(k-q_1-q_2)\mathsf{f}^{(n)}(x_1,\mathbf{q}_{1T})\mathsf{f}^{(\overline{n})}(x_2,\mathbf{q}_{2T})\times \\ \times \int d\widetilde{q}_i' \int d\widetilde{q}_2' (2\pi)^4\delta^4(k-q_1'-q_2')\mathsf{f}^{(n')}(x_1',\mathbf{q}_{1T}')\mathsf{f}^{(\overline{n}')}(x_2',\mathbf{q}_{2T}')\sigma_{n,n'}^{MM'} + \\ + (1 \longleftrightarrow 2) \text{ и } (1' \longleftrightarrow 2'),\end{aligned} \tag{28а}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{n,n'}^{MM'}(q\overline{q}-V) = \xi^{\mu}(\mathbf{k},M)\xi^{\nu *}(\mathbf{k},M')Tr \times \\ \times (\langle \mathbf{q}_1 s_1, n; \mathbf{q}_2 s_2, \overline{n}|J_{\mu}(0)|0\rangle\langle 0|J_{\nu}(0)|\mathbf{q}_1' s_1, n'; \mathbf{q}_2' s_2, \overline{n}'\rangle).\end{aligned} \tag{28б}$$

Отличие (28а) от сечений в партонной модели заключается в двойном интегрировании по импульсам кварков q_1, q_2 и q_1', q_2' и в двойном суммировании по $\sum\limits_{n}$ и $\sum\limits_{n'}$. Существует множество способов свести (28а), (28б) к выражениям для сечений в партонной модели. Здесь мы не будем обсуждать эти приближения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы показали, что общие теоретико-полевые уравнения Боголюбова–Медведева–Поливанова или соответствующие уравнения в S-матричном формализме Лемана–Симанзика–Циммермана [1] можно представить в виде трехмерных упорядоченных по времени релятивистских уравнений типа Липпмана–Швингера для амплитуд адронных взаимодействий. Такие уравнения

Липпмана–Швингера имеют одинаковую форму в формулировках с кварковыми степенями свободы и без них [2, 3]. Рассматриваемый вывод релятивистских уравнений Липпмана–Швингера позволяет обойтись без преобразований, связанных с перенормировкой и трехмерными редукциями уравнений Бете–Солпитера, что существенно сокращает число необходимых приближений и допущений при использовании феноменологических моделей для численного описания экспериментальных данных.

В данном подходе получено хорошее описание экспериментальных фаз πN- и NN-рассеяния в низкоэнергетической области [2]. Кроме того, воспроизведена кварк-партонная модель инклюзивного рождения частиц с поперечным импульсом, что позволило описать экспериментальные данные инклюзивного рождения ρ-мезона в протон-протонном столкновении в области $2{,}9 \leqslant \sqrt{s} \leqslant 64$ ГэВ [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Боголюбов Н. Н., Логунов А. А., Оксак А. И., Тодоров И. Т.* Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987.
2. *Мачавариани А. И.* Трехмерные теоретико-полевые уравнения для двухчастичной системы и задача πN-, NN- и $q\overline{q}$-рассеяния // ЭЧАЯ. 1993. Т. 24. С. 731–812.
3. *Machavariani A. I., Faessler A. J.* Current Conservation and Analytic Determination of the Magnetic Moment of the Δ Resonance in the $\pi - N$ Bremsstrahlung. II. Formulation with Quark Degrees of Freedom. III. Magnetic Moment of the Δ^0 and Δ^- Resonances // Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2011. V. 38. P. 035002–035017.
4. *Huang K., Weldon H. A.* Bound State Wave Functions and Bound State Scattering in Relativistic Scattering Theory // Phys. Rev. D. 1975. V. 11. P. 257–277.
5. *Machavariani A. I.* On the ρ^0-Meson Production in the Inclusive Proton–Proton Collision. arXiv2018v2. 2018. P. 1–14.
6. *Machavariani A. I.* In preparation.