Письма в ЭЧАЯ. 2007. Т. 4, № 1(137). С. 36–41

СТРУКТУРА АМПЛИТУДЫ ПРОЦЕССА $Z_1Z_2 \to l^+l^-Z_1Z_2$ ВНЕ РАМОК БОРНОВСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

О. О. Воскресенская [a], *А. Н. Сисакян* [a], *А. В. Тарасов* [a], *Г. Т. Торосян* [б]

[a] Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
[б] Ереванский физический институт, Ереван, Армения

Проведено ресуммирование ряда теории возмущений для амплитуды образования лептонных пар в ядро-ядерных соударениях на основе теоремы Ватсона и гипотезы инфракрасной стабильности. Получено явное выражение для этой амплитуды, справедливое с точностью до величин девятого порядка по постоянной тонкой структуры.

A resummation of the perturbative series for the amplitude of the lepton pair production in the nucleus–nucleus collisions is performed on the basis of the Watson theorem and the hypothesis of the infrared stability. An explicit expression for this amplitude valid up to terms of the ninth order in fine structure constant is obtained.

PACS: 12.20-m, 13.85.Lg, 25.75.Dw

ВВЕДЕНИЕ

Наблюдаемый в последнее время рост интереса к процессу образования лептонных пар в ядро-ядерных соударениях в значительной мере связан с вводом в действие ускорительного комплекса тяжелых ионов RHIC и ожидаемым вскоре вводом LHC.

Известно [1, 2], что при высоких энергиях основной вклад в полное сечение взаимодействия тяжелых ядер вносит процесс

$$Z_1 + Z_2 \to Z_1 + Z_2 + e^+ + e^-, \tag{1}$$

описание которого вне рамок борновского приближения остается одной из важнейших нерешенных задач КЭД. Попыткам решить эту проблему посвящена серия работ нескольких групп авторов [3–18]. Однако несмотря на затраченные значительные усилия существенного прогресса в этой области достичь не удалось.

Прежде всего, оказались безуспешными попытки полностью непертурбативного решения проблемы, предпринятые авторами [3–6]. Последовательный же анализ поправок к результатам борновского приближения в рамках пертурбативной КЭД, начатый авторами [14–18], находится еще в начальной стадии. Причиной тому является необходимость систематизации и расчета огромного числа фейнмановских диаграмм (ФД) в рамках этого подхода.

Намного более экономным с вычислительной точки зрения является «полупертурбативный» подход [19], опирающийся на ватсоновское представление оператора рассеяния T задачи двух центров в терминах операторов рассеяния $T_{1(2)}$ одноцентровых задач [20]:

$$T = T_1 + T_2 - T_1 \otimes G \otimes T_2 - T_2 \otimes G \otimes T_1 + \\ + T_1 \otimes G \otimes T_2 \otimes G \otimes T_1 + T_2 \otimes G \otimes T_1 \otimes G \otimes T_2 \ldots, \quad (2)$$

$$T_k = V_k - V_k \otimes G \otimes T_k, \quad k = 1, 2. \quad (3)$$

В развернутом виде последние уравнения переписываются следующим образом:

$$T_k(x_2, x_1) = V_k(x_2, x_1) - \int d^4x_1' d^4x_2' V_k(x_2, x_2') G(x_2' - x_1') T_k(x_1', x_1), \quad (4)$$

где

$$V_k(x_2, x_1) = e\gamma_\mu A_{\mu_k}(x_1)\delta(x_2 - x_1), \quad (5)$$

A_{μ_k} — 4-потенциал электромагнитного поля, создаваемого ионом Z_k $(k = 1, 2)$; $G(x - x')$ — свободная причинная функция распространения фермиона.

Амплитуда M процесса (1) связана с оператором рассеяния (2) соотношением

$$M = \bar{u}(p_2) \int d^4x_1 d^4x_2 \exp{(ip_1x_1 + ip_2x_2)} T(x_2, x_1) v(p_1), \quad (6)$$

где $u(p_2)$, $v(p_1)$ — биспиноры, описывающие состояния свободных электрона и позитрона с 4-импульсами p_2 и p_1 соответственно.

Решения уравнений (4) более просто выглядят в импульсном представлении[1]:

$$T_1(p, p') = \int d^4x d^4x' \exp{(ipx - ip'x')} T_1(x, x') = \\ = (2\pi)^2 \delta(p_+ - p_+')\gamma_+ \left[\theta(p_+) f_1^{(+)}(\mathbf{p}_T - \mathbf{p}_T') - \theta(-p_+) f_1^{(-)}(\mathbf{p}_T - \mathbf{p}_T')\right], \quad (7)$$

$$T_2(p, p') = \int d^4x d^4x' \exp{(ipx - ip'x')} T_2(x, x') = \\ = (2\pi)^2 \delta(p_- - p_-')\gamma_- \left[\theta(p_-) f_2^{(+)}(\mathbf{p}_T - \mathbf{p}_T') - \theta(-p_-) f_2^{(-)}(\mathbf{p}_T - \mathbf{p}_T')\right], \quad (8)$$

$$f^{(\pm)}(\mathbf{q}) = \frac{i}{2\pi} \int d^2x \exp\left[i\mathbf{qx}\left(1 - S_k^{(\pm)}(\mathbf{x})\right)\right], \quad k = 1, 2, \quad (9)$$

$$S_k^{(\pm)}(\mathbf{x}) = \exp\left[\pm i\chi_k(\mathbf{x} - \mathbf{b}_k)\right], \quad (10)$$

$$\chi_k(\mathbf{b}) = e \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi_k\left(\sqrt{b^2 + z^2}\right) dz\,, \; e = \sqrt{\alpha}\,. \quad (11)$$

[1]Выражения (7), (8) справедливы в ультрарелятивистском пределе $\gamma_{1,2} \to \infty$ ($\gamma_{1,2}$ — лоренц-факторы сталкивающихся ядер в их СЦМ) при выполнении условий $p_\pm(p'_\pm) \ll m\gamma_{1,2}$, т. е. в области пионизации.

Выше $\mathbf{b}_k$ — прицельные параметры сталкивающихся ионов в их системе центра масс (СЦМ); $\Phi_k(r)$ — их кулоновские потенциалы в системах покоя. Световые компоненты $a_\pm$ 4-вектора $a_\mu = (a_0, a_z, \mathbf{a}_T)$, где $a_\mu = \gamma$ или p, p', определены обычным образом $(a_\pm = a_0 \pm a_z)$; ось z выбрана в направлении движения ядра Z_2.

С помощью соотношений (2)–(11) решается проблема частичного ресуммирования (эйконализации) ряда теории возмущений, обсуждавшегося в работах [14–18]. Поскольку фазовые сдвиги (11), отвечающие неэкранированным кулоновским потенциалам, бесконечны, то сконструированные из них величины (7)–(10), строго говоря, бессмысленны.

Для придания им смысла на промежуточном этапе рассмотрения задачи необходимо ввести «инфракрасную регуляризацию» величин $\Phi_k(r)$ и рассматривать их как предельные значения «слегка» экранированных потенциалов:

$$\Phi_k(r) = \lim_{\lambda_k \to 0} Z_k\, e\, \exp\left(-\lambda_k \cdot r\right)/r. \tag{12}$$

При этом

$$\chi_k(\mathbf{b}) = 2Z_k\alpha K_0(\lambda_k \cdot b) \xrightarrow{\lambda_k \to 0} -2Z_k\alpha \left[\ln\left(\lambda_k b\right) + C\right]. \tag{13}$$

Эта процедура абсолютно идентична инфракрасной регуляризации фотонных пропагаторов (путем введения фиктивной бесконечно малой массы фотона λ), обычно предпринимаемой для обеспечения конечности вкладов отдельных петлевых ФД в амплитуду процесса (1) (равно как и других электродинамических процессов) в пертурбативной КЭД.

Наблюдаемые величины, пропорциональные квадратам модулей амплитуд, представляемых суммой бесконечного числа диаграмм Фейнмана, не должны зависеть от величины нефизической «массы фотона» λ. При $\lambda \to 0$ они должны стремиться к конечным и однозначным предельным значениям. Такое свойство физических величин называется «инфракрасной стабильностью» (ИКС).

Механизм инфракрасной «стабилизации» физических величин разнообразен. Наиболее известный из них состоит в том, что инфракрасные расходимости отдельных ФД складываются в общий фазовый множитель (с расходящимся при $\lambda_k \to 0$ значением фазы) перед инфракрасно-стабильной частью амплитуды, не влияющий на значение наблюдаемой величины.

Таким свойством в пертурбативной КЭД обладают, например, амплитуды упругого рассеяния заряженных частиц. Этим же свойством обладает и амплитуда процесса $eZ_1Z_2 \to eZ_1Z_2$, кроссинг-сопряженного процессу (1).

Амплитуда же процесса (1) сама по себе (вместе с фазовыми множителями) является ИКС-величиной. В пертурбативной КЭД это обеспечивается полным взаимным сокращением логарифмически расходящихся (при $\lambda_k \to 0$) вкладов отдельных петлевых диаграмм в амплитуду этого процесса.

В рамках нашего «полупертурбативного» подхода аналогами петлевых ФД являются «парциальные» амплитуды, под которыми мы будем подразумевать величины, получаемые в результате подстановки в правую часть соотношения (6) отдельных членов операторного разложения (2).

Хотя при $\lambda_k \to 0$ эти величины остаются конечными (ограниченными по модулю), они все же не стремятся к определенным предельным значениям, а становятся бесконечно-осциллирующими функциями своих аргументов (подобно, например, амплитудам eZ-рассеяния).

Величины такого рода будем называть инфракрасно-нестабильными (ИКНС). Простейшие из них — это S-операторы $e^{\pm}Z_k$-рассеяния $S_k^{(\pm)}(\mathbf{x})$, являющиеся наряду с функциями распространения $G(x-x')$ основными структурными элементами «парциальных» амплитуд. Последние же, очевидно, могут быть представлены в виде суперпозиции произведений величин $S_k^{(\pm)}(\mathbf{x})$.

Подавляющее большинство этих произведений, как и сами S-операторы $S_k^{(\pm)}(\mathbf{x})$, являются ИКНС-величинами. Исключение составляют лишь произведения вида

$$\prod_i S_1^{(+)}(\mathbf{x}_i)S_1^{(-)}(\mathbf{x}'_i)\prod_j S_2^{(+)}(\mathbf{x}_j)S_2^{(-)}(\mathbf{x}'_j), \tag{14}$$

являющиеся ИКС в силу соотношений

$$\lim_{\lambda_k\to 0} S_k^{(+)}(\mathbf{x})S_k^{(-)}(\mathbf{x}') = \exp\left[2iZ_k\alpha\,\ln\left(\frac{|\,\mathbf{x}'-\mathbf{b}_k\,|}{|\,\mathbf{x}-\mathbf{b}_k\,|}\right)\right] = \mathrm{const}\,(\lambda_k). \tag{15}$$

В силу свойства ИКС амплитуды (6) в целом ИКНС-компоненты отдельных «парциальных» амплитуд взаимно сокращаются, приводя к окончательному ИКС-результату для этой амплитуды. Проследить это сокращение удается лишь после явного выполнения интегрирований по световым компонентам всех промежуточных 4-импульсов в выражениях для «парциальных» амплитуд.

Поскольку вклады «инфракрасно-нестабильного большинства» аннулируются, окончательное выражение для амплитуды (6), вопреки прогнозам авторов [14–18], оказывается сравнительно простым, оно обладает следующими свойствами:

(i) амплитуда (6) является функционалом следующей ИКС-комбинации величин $S_k^{(\pm)}(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned}\Omega_{12}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}'_1;\mathbf{x}_2,\mathbf{x}'_2) &= \Omega_1(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}'_1)\Omega_2(\mathbf{x}_2,\mathbf{x}'_2),\\ \Omega_k(\mathbf{x},\mathbf{x}') &= 1 - S_k^{(+)}(\mathbf{x})S_k^{(-)}(\mathbf{x}'), \quad k=1,2;\end{aligned} \tag{16}$$

(ii) она может быть представлена в виде бесконечной суммы

$$M = \sum_{n=1}^{\infty} M_n\left\{\Omega_{12}\right\}, \tag{17}$$

слагаемые которой при $Z_1\alpha \ll 1$, $Z_2\alpha \ll 1$ пропорциональны $\left(Z_1Z_2\alpha^2\right)^{2n-1}$;

(iii) величины $M_1\left\{\Omega_{12}\right\}$ являются «полиномами» n-й степени от Ω_{12}, не содержащими свободных членов.

Явные выражения для $M_1\left\{\Omega_{12}\right\}$, $M_2\left\{\Omega_{12}\right\}$ следующие:

$$M_1 = \frac{i}{(4\pi)^3}\bar{u}(p_2)\left[\int\prod_{i=1}^{3} d^2k_i\,R_1\right]v(p_1), \tag{18}$$

$$M_2 = \frac{i}{(4\pi)^3}\bar{u}(p_2)\left[\int\prod_{i=1}^{3} d^2k_i\,R_2\right]v(p_1) + \frac{i}{(4\pi)^7}\bar{u}(p_2)\left[\int\prod_{i=1}^{7} d^2k_i\,\tilde{R}_2\right]v(p_1), \tag{19}$$

$$R_1 = \gamma_+\nu_1\gamma_-\nu_2\gamma_+\nu_3\gamma_-\Omega_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_2(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)(L_b+i\pi)(a+b)^{-1}+ \\ +\gamma_-\nu_1\gamma_+\nu_2\gamma_-\nu_3\gamma_+\Omega_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_1(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)(L_c+i\pi)(a+c)^{-1}, \quad (20)$$

$$R_2 = \gamma_+\nu_1\gamma_-\nu_2\gamma_+\nu_3\gamma_-\Omega_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_2(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)(L_b/3)(L_b^2+\pi^2)(a+b)^{-1}+ \\ +\gamma_-\nu_1\gamma_+\nu_2\gamma_-\nu_3\gamma_+\Omega_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_1(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)(L_c/3)(L_c^2+\pi^2)(a+c)^{-1}, \quad (21)$$

$$L_b = \ln(a/b), \quad L_c = \ln(a/c), \quad (22)$$

$$a = \mu_1\mu_3, \quad b = \mu_2 p_{2+}p_{1-}, \quad c = \mu_2 p_{2-}p_{1+}, \quad (23)$$

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{p}_{2T}-\mathbf{k}_1, \quad \mathbf{q}_2 = \mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2, \quad \mathbf{q}_3 = \mathbf{k}_2-\mathbf{k}_3, \quad \mathbf{q}_4 = \mathbf{k}_3+\mathbf{p}_{1T}, \quad (24)$$

$$\tilde{R}_2 = \gamma_+\nu_1\gamma_-\nu_2\gamma_+\nu_3\gamma_-\nu_4\gamma_+\nu_5\gamma_-\nu_6\gamma_+\nu_7\gamma_-\times \\ \times\Omega_1(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_2(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)\Omega_1(\mathbf{q}_5,\mathbf{q}_7)\Omega_2(\mathbf{q}_6,\mathbf{q}_8)\times(L_{\tilde{b}}^2+\pi^2)(L_{\tilde{b}}/3+i\pi)(\tilde{a}+\tilde{b})^{-1}+ \\ +\gamma_-\nu_1\gamma_+\nu_2\gamma_-\nu_3\gamma_+\nu_4\gamma_-\nu_5\gamma_+\nu_6\gamma_-\nu_7\gamma_+\times \\ \times\Omega_2(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_3)\Omega_1(\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_4)\Omega_2(\mathbf{q}_5,\mathbf{q}_7)\Omega_1(\mathbf{q}_6,\mathbf{q}_8)\times(L_{\tilde{c}}^2+\pi^2)(L_{\tilde{c}}/3+i\pi)(\tilde{a}+\tilde{b})^{-1}, \quad (25)$$

$$L_{\tilde{b}} = \ln(\tilde{a}/\tilde{b}), \quad L_{\tilde{c}} = \ln(\tilde{a}/\tilde{c}), \quad (26)$$

$$\nu_i = m-\boldsymbol{\gamma}_T\mathbf{k}_i, \quad \mu_i = m^2+\mathbf{k}_i^2, \quad (27)$$

$$\tilde{a} = \mu_1\mu_3\mu_5\mu_7, \quad \tilde{b} = \mu_2\mu_4\mu_6 p_{2+}p_{1-}, \quad \tilde{c} = \mu_2\mu_4\mu_6 p_{2-}p_{1+}, \quad (28)$$

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{p}_{2T}-\mathbf{k}_1, \quad \mathbf{q}_2 = \mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2, \quad \mathbf{q}_3 = \mathbf{k}_2-\mathbf{k}_3, \quad \mathbf{q}_4 = \mathbf{k}_3-\mathbf{k}_4, \quad (29) \\ \mathbf{q}_5 = \mathbf{k}_4-\mathbf{k}_5, \quad \mathbf{q}_6 = \mathbf{k}_5-\mathbf{k}_6, \quad \mathbf{q}_7 = \mathbf{k}_6-\mathbf{k}_7, \quad \mathbf{q}_8 = \mathbf{k}_7+\mathbf{p}_{1T},$$

$$\Omega_j(\mathbf{q},\mathbf{q}') = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2x d^2x' \exp\left(i\mathbf{q}\mathbf{x}+i\mathbf{q}'\mathbf{x}'\right)\Omega_j(\mathbf{x},\mathbf{x}'),\ j=1,2, \quad (30)$$

где m — масса электрона.

Выражение для M_3 уже достаточно громоздко и поэтому не приводится. К тому же в этом нет практической необходимости, поскольку простые оценки показывают, что относительный вклад интерференции амплитуд M_1 и M_3 в сечение процесса (1) является величиной порядка $\left(Z_1Z_2\alpha^2\right)^4 L^{-1}$, $L = \ln\gamma_1\cdot\ln\gamma_2$, что даже при «низких» энергиях $\gamma_1\sim\gamma_2\sim 10$ намного меньше $1\,\%$ при реалистичных значениях Z_1, Z_2.

Таким образом, приведенные выше выражения для амплитуд M_1 и M_2 решают (с оговоренной выше точностью) проблему выхода за рамки борновского приближения в описании процесса (1).

Проблема унитарных (т. е. связанных с множественным образованием пар) поправок к этому результату, а также вопросы соотношения между амплитудами кроссинг-сопряженных процессов

$$Z_1+Z_2\to Z_1+Z_2+e^++e^-, \\ e^\pm+Z_1+Z_2\to e^\pm+Z_1+Z_2$$

будут освещены отдельно.

Авторы благодарят за обсуждение вопросов, затронутых в работе, Э. А. Кураева и С. Р. Геворкяна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Landau L. D., Lifshits E. M.* // Phys. Z. Sowjet. 1934. Bd. 6. S. 244.
2. *Racah G.* // Nuovo Cim. 1937. V. 14. P. 93.
3. *Segev B., Wells J. C.* // Phys. Rev. A. 1998. V. 57. P. 1849.
4. *Baltz A. J., McLerran L.* // Phys. Rev. C. 1998. V. 58. P. 1679.
5. *Segev B., Wells J. C.* // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 2753.
6. *Eichmann U. et al.* // Phys. Rev. A. 1999. V. 59. P. 1223.
7. *Ivanov D. Yu., Schiller A., Serbo V. G.* // Phys. Lett. B. 1999. V. 454. P. 155.
8. *Eichmann U., Reinhardt G., Greiner W.* // Phys. Rev. A. 2000. V. 61. P. 062710.
9. *Lee R. N., Miltsein A. I.* // Ibid. P. 032103.
10. *Lee R. N., Miltsein A. I., Serbo V. G.* hep-ph/0108014.
11. *Lee R. N., Miltsein A. I.* // Phys. Rev. A. 2001. V. 64. P. 032106.
12. *Baltz A. J. et al.* // Nucl. Phys. A. 2001. V. 695. P. 395.
13. *Baltz A. J.* nucl-th/0305083.
14. *Bartos E. et al.* // Phys. Rev. A. 2002. V. 66. P. 042720.
15. *Bartos E. et al.* // Phys. Lett. B. 2002. V. 538. P. 45.
16. *Gevorkyan S. R., Kuraev E. A.* // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2003. V. 29. P. 1227.
17. *Bartos E., Gevorkyan S. R., Kuraev E. A.* // Yad. Fiz. 2004. V. 67. P. 1945.
18. *Bartos E. et al.* // JETP. 2005. V. 100. P. 645.
19. *Sissakian A. N. et al.* JINR, E2-2004-192. Dubna, 2004.
20. *Watson K. M.* // Phys. Rev. 1953. V. 89. P. 575.

Получено 26 апреля 2006 г.