

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ВСЕЛЕННОЙ

*Д. А. Славнов*¹

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Рассматривается модель эволюции Вселенной, в которой Большой взрыв — это взрыв фотонной суперзвезды. Стадия инфляции не является необходимой. Модель описывает основные наблюдаемые явления: расширение Вселенной с ускорением, однородность и изотропность, отсутствие антиматерии, почти плоскую метрику.

We consider model of evolution of the Universe, in which Big Bang is an explosion of the photon superstar. The inflationary epoch is not necessary in the model. The model describes the basic observable phenomena: expansion of the Universe with acceleration, homogeneity and isotropy, absence of an antimatter, almost flat metrics.

PACS: 03.65.Ud

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы интенсивно развивается космология. Знание космологии воздвигается на трех китах: астрономии, теории гравитации, физике элементарных частиц. Благодаря развитию новых технологий больших успехов достигла наблюдательная астрономия. В частности, были установлены следующие интересные факты: видимая часть Вселенной расширяется, причем расширение идет с ускорением, крупномасштабно Вселенная изотропна, однородна, и ее кривизна близка к нулю.

Впечатляющих результатов удалось достичь и в теоретической интерпретации наблюдаемых фактов. Сердцевиной этой интерпретации является так называемый стандартный сценарий Большого взрыва (см., например, [1]). Однако в этом сценарии имеются досадные пробелы. Что было до Большого взрыва (или ничего не было)? Что явилось причиной Большого взрыва (или никакой причины не было)? Начальный этап расширения Вселенной от сингулярной точки до миллиметровых размеров (стадия инфляции) какой-то неправдоподобно скоротечный. При этом предлагаемый механизм инфляции выглядит достаточно искусственным, а Вселенную в виде точки сингулярности сколько-нибудь наглядно вообще представить невозможно. В качестве источника ускорения расширения Вселенной предлагается темная энергия, но что это такое, мягко выражаясь, не вполне ясно. Не очень понятно, почему во Вселенной практически нет антивещества.

В данной работе предпринята попытка ответить на эти вопросы. Направление, в каком надо искать ответы, более или менее очевидно. Надо учитывать квантовые эффекты. Однако здесь мы сразу же сталкиваемся со следующим препятствием. Обычно в

¹E-mail: slavnov@goa.bog.msu.ru

качестве теории гравитации рассматривается общая теория относительности (ОТО), но эту теорию трудно состыковать с квантовой теорией. Наиболее рельефно несогласованность математических аппаратов ОТО и квантовой механики проявляется в уравнении Эйнштейна

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = -8\pi GT^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}\Lambda. \quad (1)$$

Здесь $R^{\mu\nu}$ — тензор Риччи; R — скалярная кривизна (они выражаются через метрический тензор $g^{\mu\nu}$ и его производные); G — константа гравитационного взаимодействия; $T^{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса материи; Λ — некоторая константа. Метрический тензор $g^{\mu\nu}$ является одним из основных понятий ОТО и описывается в терминах c -числовых функций. С другой стороны, тензор энергии-импульса материи является важным понятием в квантовой теории и описывается в терминах операторов в гильбертовом пространстве, т. е. с помощью q -числовых функций. Поэтому при попытке прямого объединения ОТО с квантовой механикой мы были бы вынуждены приравнивать c -числовые и q -числовые функции. В преодолении этой трудности большие надежды возлагаются на супергравитацию. Однако в этом направлении значительных практических успехов пока достигнуть не удалось.

Недавно автором этой статьи было предложено [2] попытаться согласовать ОТО с квантовой теорией в рамках специального варианта алгебраического подхода, описанного в цикле статей [3–7]. Отличительной особенностью этого подхода является то, что в нем квантовые и классические системы описываются с единых позиций. В частности, классические и квантовые наблюдаемые рассматриваются как элементы единой C^* -алгебры [8]. Кроме того, уравнения типа уравнения (1) рассматриваются не как уравнения, связывающие между собой различные наблюдаемые, а как уравнения, связывающие значения соответствующих наблюдаемых в физически реализуемом состоянии рассматриваемой системы. В качестве такого состояния рассматривается так называемое элементарное состояние. В случае классической системы элементарное состояние практически идентично обычному классическому состоянию. В квантовом случае квантовым состоянием является некоторый класс эквивалентности элементарных состояний. Подробности смотрите в [3].

1. ФОТОННАЯ СУПЕРЗВЕЗДА

Теперь перейдем к космологии. Содержание этого раздела является развитием модели, предложенной в статье [9].

Обычно говорится, что самым часто встречающимся элементом в космическом пространстве является водород. Однако с точки зрения физики элементарных частиц протоны принципиально мало чем отличаются от фотонов, а последних значительно больше. Так, по оценочным данным (см., например, [1]), в одном кубическом сантиметре космического пространства содержится порядка $2 \cdot 10^{-7}$ барионов и порядка 500 фотонов. При этом имеются в виду фотоны, которые могут быть зафиксированы прямым или косвенным образом. В действительности фотонов гораздо больше. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим хорошо изученный процесс рассеяния электрона на ядре.

Заметим, что используемый нами подход в равной мере пригоден для описания как классических, так и квантовых систем. Поэтому в данном случае мы вполне можем воспользоваться результатами квантовой теории поля (см., например, [10]).

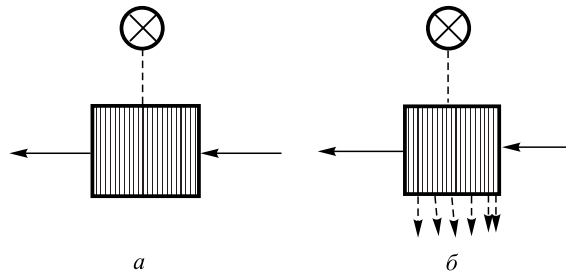


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана, описывающие упругое рассеяние электрона (*a*) и тормозное излучение (*б*). Сплошные стрелки изображают электроны, штриховые — фотоны

Сечение упругого рассеяния электрона на ядре успешно вычисляется в рамках теории возмущений. Правда, в старших порядках теории возмущений встречаются трудности, связанные с появлением инфракрасных расходимостей. Однако в квантовой теории поля разработан метод, позволяющий успешно преодолеть эту трудность. Метод заключается в следующем. Экспериментально процесс упругого рассеяния (рис. 1, *a*) неотделим от процесса рассеяния электрона с испусканием мягких тормозных фотонов (рис. 1, *б*), если энергия этих фотонов ниже порога чувствительности используемых приборов. При учете этого процесса инфракрасные расходимости компенсируются. С ростом порядка теории возмущений число учитываемых тормозных фотонов следует увеличивать.

Подчеркнем, что появление тормозных фотонов не является следствием инфракрасных расходимостей, оно непосредственно следует из правил Фейнмана. Просто компенсация инфракрасных расходимостей является ярким примером большой роли таких фотонов в квантовых процессах. Образование большого количества тормозных фотонов является общепринятым фактом в квантовой теории поля, но вне проблемы борьбы с инфракрасными расходимостями ему обычно не придают значения.

Таким образом, хотя нам кажется, что из области рассеяния вылетает один электрон, в действительности вылетает электрон, окруженный облаком мягких фотонов. Эти фотоны не виртуальные, а вполне реальные. Аналогичная ситуация имеет место и в других процессах. При каждом акте рассеяния часть энергии рассеивающихся частиц тратится на рождение тормозных фотонов. В результате фотонов становится все больше, а энергия каждого из них — все меньше. В обычных условиях такого типа процессы являются доминирующими. Они вполне согласуются с вторым началом термодинамики и со сценарием холодной смерти.

В пространстве эти фотоны распределяются более или менее равномерно, но, конечно, возможны флуктуации, в том числе очень большие. Со времени Большого взрыва прошло слишком мало времени, и вероятность большой флуктуации мала. Однако если всемирная история началась не с Большого взрыва, а имела бесконечно долгую предысторию, то вполне вероятно очень большая флуктуация.

Благодаря флуктуации плотности в некоторой области могли возникнуть условия для начала формирования черной дыры. В этом случае, по примеру рождения звезд из пылевого облака, могла образоваться суперзвезда, состоящая из фотонов и барионной материи — кварков и лептонов, но последних должно быть гораздо меньше. Можно ожидать, что барионов и антибарионов будет примерно одинаковое количество, но, конечно, абсолютное равенство практически невозможно.

Кварки и лептоны являются фермионами и не могут образовывать конденсата сколь угодно высокой плотности. Для фотонов такое ограничение отсутствует. Фотоны могут образовывать бозе-конденсат (см. [11–13]). В земных условиях такой конденсат возникает за счет взаимодействия фотонов с заряженными частицами. В суперзвезде, благодаря огромной плотности, фотоны могут удерживаться гравитационными силами.

Можно ожидать, что, по примеру крупных планет и обычных звезд, фотонная суперзвезда имеет следующую внутреннюю структуру. Центральное ядро звезды обладает очень высокой плотностью и состоит из фотонной субстанции. Далее от центра звезды располагается «кора», представляющая собой суспензию барионного вещества в фотонной субстанции. В коре плотность барионного вещества должна совпадать с плотностью фотонной субстанции. При этом заряженные частицы коры могут играть роль отражающих зеркал, удерживающих фотоны центрального ядра. Еще дальше от центра располагается фотонная атмосфера. Здесь плотность фотонной субстанции меньше плотности барионной материи. Заметим, что в случае планет и обычных звезд такая структура, когда плотность возрастает от периферии к центру, обеспечивается законом Архимеда. Следует

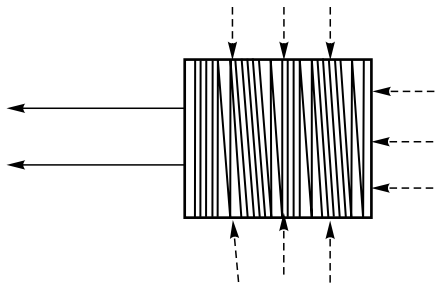


Рис. 2. Диаграммы Фейнмана, описывающие процесс концентрации энергии. Обозначения те же, что на рис. 1

ожидать, что в случае фотонной суперзвезды должен существовать какой-то аналог этого закона. Для фотонной суперзвезды описанная конструкция может быть достаточно устойчивой. С одной стороны, благодаря актам рассеяния внутри звезды должно рождаться все больше мягких фотонов. С другой стороны, благодаря гравитации концентрация таких фотонов в центральной части звезды будет нарастать. В результате будет нарастать вероятность процессов типа, изображенного на рис. 2. Этот процесс в некотором смысле является обратным процессу, изображенному на рис. 1, б. В процессе на рис. 2 происходит столкновение большого числа мягких фотонов и рождается пара (возможно, больше) заряженных более энергичных частиц. Этот процесс идет в направлении, противоположном, которое диктует второе начало термодинамики. По этому поводу смотрите [9]. В земных условиях вероятность этого процесса ничтожна, и мы постоянно наблюдаем диссипацию энергии. При очень значительном увеличении плотности сталкивающихся частиц вероятность такого процесса может стать немалой. Плотность, при которой сравниваются скорости прямых и обратных процессов типа, изображенного на рис. 2, будет точкой динамического равновесия. Таким образом, в фотонной суперзвезде процесс приближения к холодной смерти может замениться своеобразным термодинамическим равновесием.

В принципе, это равновесие может быть нарушено. Об этом мы поговорим несколько позже, а пока будем считать, что равновесие существует достаточно долго.

Благодаря многочисленным хаотическим перерассеяниям за время равновесия звезда должна приобрести сферическую симметрию (в собственной системе координат). Если звезда имеет размеры, исчисляемые гигапарсеками, или большие, то область, имеющая сантиметровые размеры и расположенная на гигапарсековом расстоянии от центра, будет практически однородна. Если в ней преобладает барионное вещество, то благодаря перерассеяниям барионное антивещество успеет все проаннигилировать. С очень хоро-

шей точностью глобальные характеристики этой области могут быть описаны плоской пространственной метрикой.

Теперь обсудим причины, препятствующие коллапсированию суперзвезды в сингулярную точку. Фотоны, помимо гравитации, участвуют только в электромагнитных взаимодействиях. Для электромагнитной константы связи нулевое значение импульса является инфракрасной стабильной фиксированной точкой (см., например, [14]). Таким образом, для электромагнитных взаимодействий существует асимптотическая свобода, но только не для больших импульсов, а для малых. Иными словами, достаточно мягкие фотоны практически стерильны и участвуют только в гравитационном взаимодействии. Заметим, что это является характерным свойством, которое приписывается темной энергии.

Пусть ядро суперзвезды состоит из очень мягких фотонов. Для них электромагнитная связь очень мала, но она отлична от нуля. Поэтому при очень большой концентрации фотонной субстанции в районе центра звезды весьма вероятным будет процесс, изображенный на рис. 2. В этом процессе могут родиться заряженные частицы с большим импульсом. Для этих частиц электромагнитная константа связи возрастет. Они будут окружены очень плотной фотонной субстанцией. Соответственно, для них процесс типа, изображенного на рис. 2, будет еще более вероятным. Так может возникнуть цепная реакция.

Эта цепная реакция аналогична ядерной цепной реакции внутри обычных звезд. Последняя препятствует коллапсу обычной звезды в черную дыру. Аналогичное последствие будет иметь цепная реакция внутри фотонной звезды. Однако есть одно существенное отличие. В случае фотонной звезды «топливо» (фотонную субстанцию очень высокой концентрации) создает сама гравитация. Поэтому, в отличие от ядерного топлива, это топливо является возобновляемым. Заметим, что аналогичный процесс должен возникнуть и в гигантских черных дырах другого типа. Он будет препятствием для коллапса их в сингулярную точку.

Таким образом, закон Архимеда, который является одним из следствий гравитации, обеспечивает концентрацию наиболее плотной субстанции в центре фотонной звезды. В свою очередь, высокая плотность является причиной возникновения цепной реакции, которая препятствует коллапсу фотонной звезды. Никакая антигравитация здесь не нужна.

В ходе цепной реакции в фотонной звезде вновь родившиеся энергичные частицы будут попадать во все более разреженную среду. Это приведет к затуханию цепной реакции.

2. БОЛЬШОЙ ВЗРЫВ

Описанная в предыдущем разделе цепная реакция может иметь различную длину. Чем больше длина, тем меньше ее вероятность.

Будем считать, что 13,5 млрд лет тому назад прообраз видимой сейчас части Вселенной имел миллиметровые размеры, находился в области коры фотонной звезды и был удален от ее центра на гигапарсекное (или большее) расстояние. Вероятность того, что до этого участка фотонной звезды дошла взрывная волна, крайне мала, но она отлична от нуля. Никаких принципиальных ограничений на время существования Вселенной нет. Поэтому такое событие вполне могло произойти.

В отличие от стандартного сценария Большого взрыва у нас взрывная волна приходит на заранее подготовленный участок Вселенной. В силу своей малости в масштабах суперзвезды этот участок практически изотропен и однороден, не содержит антивещества, с хорошей точностью описывается плоской метрикой. Взрывная волна идет не из сингулярной точки, а из района центрального ядра фотонной звезды. На своем пути она проходит огромное расстояние через тело суперзвезды. Поэтому непосредственно из очага взрыва продукты взрыва до прообраза «нашей Вселенной» не доходят. До него доходит фронт волны, состоящий из двух фракций.

Во-первых, это субстанция ультрамягких фотонов, которые, если использовать общепринятую терминологию, следует отнести к темной энергии и к темной материи. К темной энергии следует отнести крайне мягкие фотоны, которые практически участвуют только в гравитационном взаимодействии. Более жесткие, но тоже ультрамягкие фотоны следует отнести к темной материи. В принципе, могут существовать еще какие-то гипотетические частицы, которые можно отнести к темной энергии или темной материи, но мы не будем предполагать существование таких частиц. Эта фракция будет иметь плотность значительно большую той, которая была в этом месте до взрыва.

Во-вторых, это «материальная» субстанция из нижележащих областей суперзвезды. К последней мы отнесем барионы и более жесткие фотоны. В силу малости прообраза «нашей Вселенной» пришедший участок фронта практически будет крупномасштабно изотропен и однороден по каждой из фракций.

С прообразом «нашей Вселенной» эти фракции будут взаимодействовать по-разному. Материальные части прообраза и ударной волны взаимодействуют сильно. В результате, во-первых, материальная часть участка может приобрести мощный импульс упорядоченного движения, во-вторых, в ней резко повысится температура. Можно предположить, что дальнейшая эволюция будет происходить по стандартному сценарию Большого взрыва. При этом скорость ударной волны не обязана быть безумно большой, а стадия инфляции не является необходимой. Ультрамягкие фотоны взаимодействуют с окружением очень слабо. Их концентрация в участке прообраза значительно возрастет, и равновесное соотношение между ними и материей будет нарушено. В дальнейшем равновесие должно восстановиться, но благодаря слабости взаимодействия это может занять большой промежуток времени.

Пока мы рассматривали фотонную звезду в целом, естественно было связывать систему координат с этой звездой. В этой системе координат есть выделенное направление к центру звезды. Теперь мы переходим к рассмотрению нашей Вселенной — видимого сейчас участка Вселенной и его прообраза в момент прихода взрывной волны. Здесь удобно связать систему координат с этим участком. В этой сопутствующей системе координат общее ускорение участка и притяжение к центру суперзвезды взаимно уравновешивают друг друга и их можно не учитывать. Поэтому в этом участке (в сопутствующей системе) выделенного направления практически нет.

Нами и нашими приборами ультрамягкие фотоны воспринимаются как вакуум («фотонный вакуум»). Поэтому мы связываем систему координат с типично движущимися (материальными) галактиками. Как уже упоминалось, крупномасштабно материя в рассматриваемом участке распределена однородно. В связи с этим наиболее удобными являются сопутствующие координаты Робертсона–Уокера (см., например, [1]).

Так как результаты реальных измерений мы получаем не в какой-то абстрактной мысленной системе координат, а с помощью реальных физических приборов, показав-

ния которых мы можем воспринимать, масштабный фактор Робертсона–Уокера будет характеризовать разбегание именно этих галактик.

Обычно предполагается, что крупномасштабно динамика галактик описывается уравнением Эйнштейна (1), в котором константа Λ описывает воздействие вакуума на материю. Считается естественным, что вакуум должен быть однороден как по пространственным переменным, так и по времени. Хотя, строго говоря, в этом месте имеется некоторая непоследовательность. Оговаривается, что в действительности на самом раннем этапе развития Вселенной ОТО может нарушаться. Но обычно это не акцентируется. Физических указаний на величину константы Λ нет. Попытки связать эту константу с квантовыми вакуумными колебаниями дают значения, на много порядков превосходящие физически разумные. В настоящее время Λ рассматривается как свободный подгоночный параметр.

В рассматриваемом нами случае ситуация иная. У нас изучаемые галактики и приборы являются «материальными» объектами, которые находятся не в абсолютном вакууме, а в «фотонном вакууме». Последний по принципу соответствия, как любая другая пластическая среда, должен действовать на помещенные в него объекты с выталкивающей силой порядка «веса» вытесненной пластической среды. Отсюда вытекают два следствия. Во-первых, эта выталкивающая сила определяется плотностью фотонного вакуума, которая не сильно отличается от плотности материи. Это приводит к вполне разумным результатам. Во-вторых, эта сила может зависеть от времени, так как фотонная суперзвезда — динамический объект, плотность которого меняется во времени. В силу малости изучаемого объекта в масштабе суперзвезды зависимостью от пространственных координат можно пренебречь.

Эти рассуждения позволяют предположить, что динамика материальной фракции достаточно хорошо описывается уравнением

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = -8\pi GT^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}f8G\pi\rho_V. \quad (2)$$

Здесь ρ_V — плотность фотонного вакуума (в этом участке она пространственно постоянна, но может зависеть от времени). Значение функции f также может зависеть от времени. О физическом смысле этой функции поговорим несколько позже. Уравнение (2) получается из уравнения (1) в результате замены $\Lambda \rightarrow f8G\pi\rho_V$.

В сферических координатах Робертсона–Уокера метрический тензор имеет диагональный вид с компонентами

$$g^{00} = -1, \quad g^{rr} = a^2(t)(1 - kr^2)^{-1}, \quad g^{\theta\theta} = a^2(t)r^2, \quad g^{\phi\phi} = a^2(t)r^2 \sin^2 \theta, \quad (3)$$

где $a(t)$ — размерный масштабный фактор; r — безразмерная радиальная координата; $k = -1, 0, 1$ — параметр кривизны. Для плоского пространства $k = 0$.

Подставляя (3) в (2) и выполняя стандартные выкладки (см., например, [1]), получаем уравнения

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho + f\rho_V) - \left(\frac{k}{a^2}\right), \quad (4)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{4\pi G}{3}(2f\rho_V - \rho - 3P). \quad (5)$$

Здесь ρ — плотность материи; P — давление материи.

Заметим, что если к моменту прихода ударной волны рассматриваемый участок находился в стадии радиационной доминантности ($3P = \rho$) и $f = 1$, то при $\rho = \rho_V$ будет $\ddot{a} = 0$, что соответствует положению равновесия. Однако это равновесие не будет абсолютным, так как в согласии с уравнениями (4) и (5) ускорение \ddot{a} и скорость \dot{a} не могут одновременно обратиться в нуль. Поэтому состоянию равновесия соответствует колебание этих величин около нулевых значений.

При приходе ударной волны возрастет как ρ , так и ρ_V , и условие равновесия нарушится. Знак \ddot{a} будет зависеть от того, какое из слагаемых в правой части (5) станет преобладающим. Из общих соображений ρ_V должно возрасти больше, чем ρ . Это можно объяснить следующим. Частицы фотонного вакуума слабо взаимодействуют с частицами материи. Поэтому вероятность того, что до рассматриваемого участка дойдут частицы более глубокого уровня звезды, где плотность больше, у частиц фотонного вакуума выше, чем у частиц материи. Поэтому, вроде бы, \ddot{a} должно стать положительным.

Однако ситуация может оказаться более сложной. Дело в том, что уравнения (4) и (5) имеют гидродинамический характер. В них фигурирует макроскопический параметр — давление, который связывается с другим макроскопическим параметром — плотностью. Физически давление на объект, помещенный в пластическую среду, складывается из ударов частиц этой среды по объекту. Это приводит к связи между давлением и плотностью. Но эта связь будет сравнительно простой только в случае равновесия, когда можно провести усреднение по большому количеству ударов. При отсутствии равновесия, строго говоря, надо учитывать каждый удар, что является практически невыполнимой задачей.

Однако некоторые качественные заключения сделать можно. Эффективное давление на изучаемый объект пропорционально количеству ударов со стороны окружающей среды. Это количество пропорционально плотности среды. Для равновесной системы распределение плотности среды таково, что эффективное давление можно описать законом Архимеда. Пока равновесие не установилось, распределение плотности более хаотическое и в среднем более равномерное. Отсюда следует, что выталкивающая сила в среднем будет меньшей, чем полагается по закону Архимеда. В уравнениях (4) и (5) это можно учесть с помощью функции f , значение которой по мере приближения к равновесию должно приближаться к константе порядка единицы.

В силу слабости взаимодействия в фотонном вакууме установление в нем равновесного распределения плотности может растянуться на очень большой отрезок времени. Этим можно объяснить факт, что \ddot{a} стало больше нуля со значительной задержкой после момента Большого взрыва.

В рамках такого сценария нашу Вселенную можно наглядно представить как «маленький» участок протуберанца, который развивается в фотонной суперзвезде.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена модель процесса, приведшего к Большому взрыву. Вероятность возникновения такого процесса крайне мала, но она отлична от нуля. Поэтому если история Вселенной может быть неограниченно длинной, то такой процесс вполне мог произойти. С другой стороны, поскольку своим существованием мы обязаны Большому взрыву, для нас этот процесс является единственно важным. Хотя может существовать масса других конкурирующих процессов, вероятность которых несравненно большая, чем у рассмотренного.

Это рассуждение лежит в русле антропологического подхода в естествознании. Но не надо этот подход путать с антропным принципом, который утверждает, что наш мир таков, каков он есть, только благодаря существованию человека. Роль человека в космологии, понимаемой как природное явление, ничтожна. Она не больше роли какого-нибудь булыжника. Одновременно с этим роль человека в космологии как науке о природном явлении огромна.

Конечно, в предложенной модели сделано достаточно много предположений. Но она отличается от других космологических моделей тем, что в ней не предполагается никаких новых законов в физике. В ней не предполагается существования каких-либо гипотетических частиц или каких-либо дополнительных измерений в пространстве.

В выборе модели очень важную роль смогут сыграть планируемые на Большом адронном коллайдере эксперименты по поиску частиц темной энергии и темной материи. Если новые частицы не будут обнаружены, то это может сильно укрепить позиции предлагаемой модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вайнберг С.* Космология. М.: УРСС; Книжный дом «Либроком», 2013.
2. *Славнов Д. А.* Возможность согласования квантовой механики с общей теорией относительности // ТМФ. 2012. Т. 171, № 3. С. 493–510.
3. *Славнов Д. А.* Измерения и математический аппарат квантовой физики // ЭЧАЯ. 2007. Т. 38, вып. 2. С. 295–359.
4. *Славнов Д. А.* Проблема локальности в квантовых измерениях // ЭЧАЯ. 2010. Т. 41, вып. 1. С. 149–173.
5. *Славнов Д. А.* Необходимые и достаточные постулаты квантовой механики // ТМФ. 2005. Т. 142, № 3. С. 510–529.
6. *Славнов Д. А.* О возможности согласования квантовой механики с классической теорией вероятностей // ТМФ. 2006. Т. 149, № 3. С. 457–472.
7. *Славнов Д. А.* Проблема локальности в квантовой теории // ТМФ. 2008. Т. 155, № 2. С. 327–343.
8. *Диксмье Ж.* C^* -алгебры и их представления. М.: Наука, 1974.
9. *Славнов Д. А.* Локальность и необратимость времени в квантовых процессах // ТМФ. 2014. Т. 179, № 3. С. 291–302.
10. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
11. *Klaers J. et al.* Bose–Einstein Condensation of Photons in an Optical Microcavity // Nature. 2010. V. 468. P. 545–548.
12. *Kirton P., Keeling J.* Nonequilibrium Model of Photon Condensation // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 111. P. 100404.
13. *Kruchkov A.* Bose–Einstein Condensation of Light in a Cavity // Phys. Rev. A. 2014. V. 89. P. 033862.
14. *Райдер Л.* Квантовая теория поля. Волгоград: Платон, 1998.

Получено 11 февраля 2015 г.