

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ИСПУСКАНИЯ ЛЕГКИХ ЧАСТИЦ ИЗ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР

А. В. Санников<sup>1</sup>, Е. Н. Савицкая

Институт физики высоких энергий Национального исследовательского центра  
«Курчатовский институт», Протвино

Дано подробное изложение алгоритмов и формул новой испарительной модели, реализованной в программе EVAP15. Для описания плотности уровней возбужденных ядер в программе используется составная формула Джильберта и Камерона с параметрами, рекомендованными рабочей группой МАГАТЭ RIPL-3. Особое внимание уделено сечениям обратных реакций, в частности, сечениям реакции нейтронов малых энергий с ядрами и подбарьерному прохождению низкоэнергетических заряженных частиц. Приведено сравнение результатов расчета с большим количеством экспериментальных спектров частиц, испускаемых в реакциях  $(n, xn)$ ,  $(n, xp)$  и  $(n, x\alpha)$  при энергии нейтронов около 14 МэВ, а также с четырьмя  $(p, xp)$ -спектрами при энергии протонов 62 МэВ.

A detailed representation of algorithms and formulae of the new evaporation model, realized in the EVAP15 code, is given. The composite formula by Gilbert and Cameron with parameters recommended by the IAEA working group RIPL-3 is used in the program for the description of level density of excited nuclei. A special attention is paid to inverse reaction cross sections, in particular, to the reaction cross sections of low energy neutrons with nuclei and to crossing Coulomb barrier by low energy charged particles. Results of calculations are compared with a large number of experimental spectra of particles emitted in the reactions  $(n, xn)$ ,  $(n, xp)$  and  $(n, x\alpha)$  at neutron energy nearby 14 MeV as well as with four  $(p, xp)$ -spectra at proton energy 62 MeV.

PACS: 24.10.Lx; 24.10.Pa; 24.60.Dr

### ВВЕДЕНИЕ

Испарительная модель широко применяется в различных моделях адрон-ядерных взаимодействий для расчета снятия возбуждения ядра на конечной стадии ядерной реакции путем испускания легких частиц и  $\gamma$ -квантов. Рассмотрим возбужденное ядро с зарядом  $Z$  и атомным весом  $A$ , которое находится в состоянии статистического равновесия и может распадаться с испусканием различных частиц:  $(Z, A) \rightarrow (Z_d, A_d) + (Z_j, A_j)$ , где индекс  $d$  обозначает остаточное ядро, а  $j$  — тип частицы. Согласно формуле Вайскопфа–Эвинга [1] вероятность испускания в единицу времени частицы  $j$ -го типа с энергией от  $T$  до  $T + dT$  в системе центра масс из ядра с энергией возбуждения  $E^*$  имеет вид

$$\lambda_j(T) dT = c_j \sigma_j(T) \frac{\rho_j(E^* - B_j - T)}{\rho(E^*)} T dT, \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>E-mail: sannikov@ihep.ru

где  $B_j$  — энергия отделения частицы  $j$  от ядра;  $\sigma_j(T)$  — сечение обратной реакции;  $\rho(E^*)$  — плотность уровней возбужденного ядра и  $\rho_j(E^* - B_j - T)$  — плотность уровней остаточного ядра после вылета частицы  $j$  с энергией  $T$ .  $c_j = (2s_j + 1)\mu_j/\pi^2\hbar^2$ , где  $s_j$  и  $\mu_j$  — спин и приведенная масса частицы. Сечение обратной реакции ассоциируется обычно с сечением поглощения  $\sigma_{\text{abs}}$  или с сечением неупругого взаимодействия  $\sigma_{\text{non}}$ . В данной работе рассматривается испускание  $n, p, d, t, {}^3\text{He}$  и  $\alpha$ -частиц ( $j = 1, 6$ ), энергии отделения частиц от ядра находятся из таблиц масс Ауди и Вапстра [2].

При расчете вероятностей выхода различных частиц необходимо рассчитывать интегралы по спектрам (1), поэтому в каскадно-испарительных и подобных им моделях для экономии счетного времени используются обычно упрощенные выражения для сечений  $\sigma_j(T)$  и плотностей уровней  $\rho(E^*)$ , позволяющие аналитически интегрировать спектры (1). Так, например, в широко используемой в течение многих десятилетий испарительной модели Достровского [3] применяется следующее выражение для плотности уровней:  $\rho(E^*) = \exp(2\sqrt{a(E^* - \delta)})$ , где  $a$  — параметр плотности уровней и  $\delta$  — поправка на эффект спаривания. Сечения обратных реакций имеют вид  $\sigma_j(T) = \alpha_j(1 + \beta_j/T)$ . В недавнее время Фурихата разработал программу GEM [4], в которой используются более реалистические плотности уровней по Джильберту–Камерону [5]. Сечения обратных реакций, однако, по-прежнему рассчитываются по формуле Достровского. При интегрировании используются приближенные формулы.

Целью данной работы было создание испарительной модели, свободной от указанных выше недостатков. Выражения и параметры для плотности уровней ядер взяты из современных рекомендаций рабочей группы МАГАТЭ RIPL-3 [6]. Сечения обратных реакций описываются формулами, предложенными нами в работе [7]. Параметры этих формул подбирались на основе сравнения с экспериментальными данными и расчетами по оптической модели. Для сравнения испарительной модели с экспериментом были использованы спектры вторичных частиц из реакций нейтронов с энергиями 14–14,8 МэВ с различными ядрами из базы экспериментальных ядерных данных EXFOR [8]. Этот выбор обусловлен большим количеством экспериментальных данных, а также преобладающим вкладом испарительного канала в спектрах частиц при этих энергиях.

### 1. ПЛОТНОСТЬ УРОВНЕЙ ПО ДЖИЛЬБЕРТУ–КАМЕРОНУ В ФОРМУЛИРОВКЕ RIPL-3

В составной формуле Джильберта–Камерона [5] модель ферми-газа применяется только при энергиях возбуждения  $E^* > E_M$ , ниже используется модель постоянной температуры:

$$\rho(E^*) = \begin{cases} \rho_C(E^*) = \frac{1}{t} \exp\left(\frac{E^* - E_0}{t}\right), & E^* \leq E_M, \\ \rho_F(E^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{\sqrt{\pi} \exp[2\sqrt{a(E^* - \delta)}]}{12 a^{1/4}(E^* - \delta)^{5/4}}, & E^* > E_M. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $t$  — температура ядра при  $E^* \leq E_M$ ;  $E_0$  — свободный параметр, определяемый условием шивки моделей;  $\delta$  — поправка на эффект спаривания, для учета которого вводится эффективная энергия возбуждения  $U = E^* - \delta$ ;  $\sigma$  — параметр обрезания спина.

Выражения (2) и основные параметры приняты в соответствии с рекомендациями рабочей группы МАГАТЭ RIPL-3 [6] для варианта, в котором не учитываются дискретные

уровни возбуждения. Фермиевская плотность уровней отличается от обычно используемых выражений спиновой зависимостью  $1/\sqrt{2\pi\sigma^2}$ . Для энергий спаривания  $\delta(Z, A)$  взята наиболее простая формула из предложенных ранее:

$$\delta = n \frac{12}{\sqrt{A}}, \quad (3)$$

где  $n = 0, 1$  и  $2$  для нечетно-нечетных, нечетных  $A$ , и четно-четных ядер соответственно. Энергия сшивки  $E_M$  равна

$$E_M = 2,33 + \frac{253}{A} + \delta. \quad (4)$$

Параметр плотности уровней  $a(Z, A, U)$  в общепринятом подходе Игнатьюка и др. [9] имеет вид

$$a(Z, A, U) = \tilde{a} \left[ 1 + \delta W \frac{1 - \exp(-\gamma U)}{U} \right], \quad (5)$$

где  $\tilde{a} = \alpha A + \beta A^{2/3}$  — асимптотическое значение параметра при больших энергиях возбуждения, а  $\delta W(Z, A)$  — оболочечная поправка по Майерсу и Святецки [10] с параметрами Менгони и Накаджима [11]. Значения  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  [МэВ<sup>-1</sup>] равны 0,069256, 0,28277 и  $0,433/A^{1/3}$  соответственно. Параметр обрезания спина  $\sigma$  рассчитывается по формуле

$$\sigma^2 = 0,01389 \frac{A^{5/3}}{\tilde{a}} \sqrt{aU}. \quad (6)$$

С учетом этого выражения фермиевская плотность уровней приобретает вид

$$\rho_F(E^*) = c_F \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/2} U^{3/2}}, \quad (7)$$

где

$$c_F = \sqrt{\frac{\tilde{a}}{4A^{5/3}}}. \quad (8)$$

Для сшивки плотностей уровней при  $E^* = E_M$  ( $U = U_M = E_M - \delta$ ) полагаем  $\rho_C = \rho_F$  и  $d \ln \rho_C / dE^* = d \ln \rho_F / dE^* = d \ln \rho_F / dU$ , откуда получаем

$$E_0 = E_M - t(\ln(c_F t / U_M) - 0,5 \ln(aU_M) + 2\sqrt{aU_M}), \quad (9)$$

$$t = \left( \sqrt{\frac{a}{U_M}} - \frac{1,5}{U_M} \right)^{-1}.$$

Наиболее подробная информация о плотностях уровней ядер, на которой основываются выводы и параметризация RIPL-3, получена при малых энергиях возбуждения  $E^* \approx B_n$  из анализа данных по нейтронным резонансам. Другим источником низкоэнергетических данных является подсчет кумулятивного числа низколежащих уровней возбуждения. Количество экспериментальных данных для больших энергий возбуждения мало, и они недостаточно надежны.

На рис. 1 приведена часть таких данных  $\rho(E^*)$  для диапазона энергий возбуждения до 25 МэВ из подборки [12] для сравнения с описанной выше моделью. Результаты расчета неплохо согласуются с экспериментальными данными. Проверка модели с другими

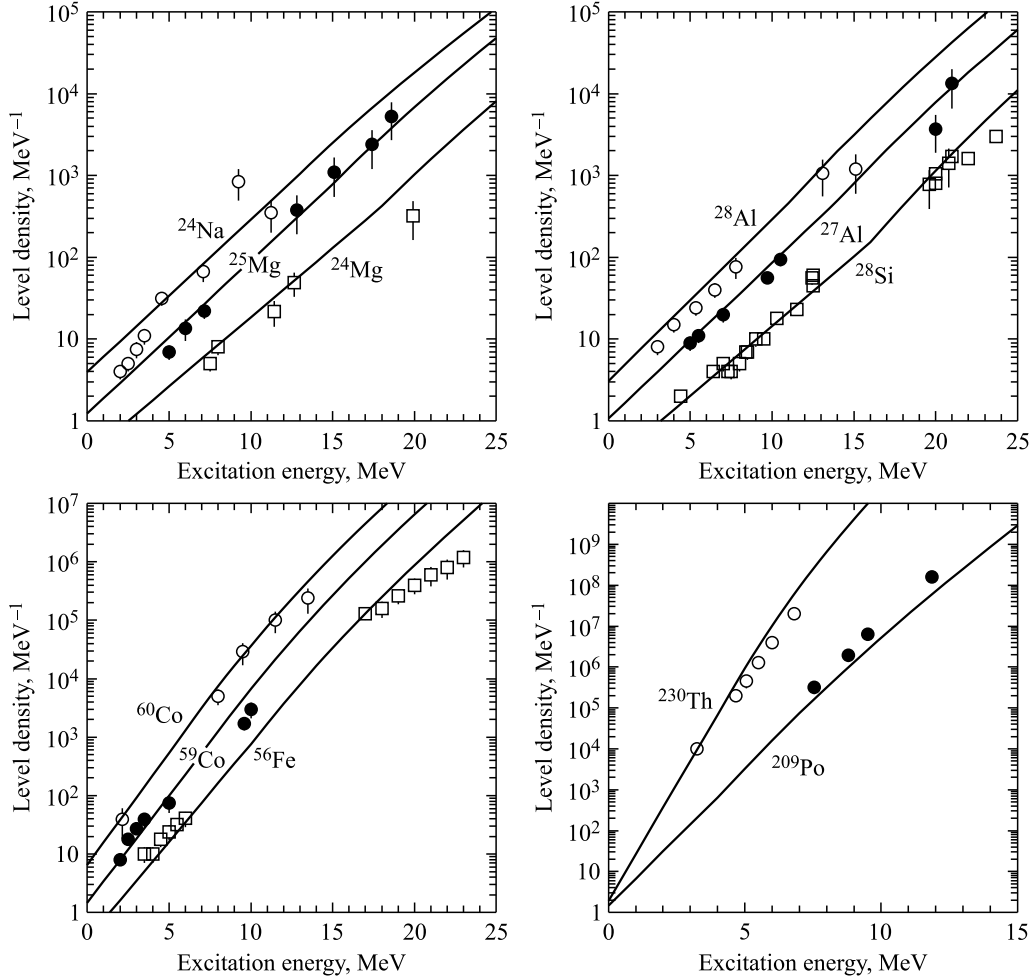


Рис. 1. Сравнение расчетных (формулы (2)–(9)) и экспериментальных [12] плотностей уровней ядер в диапазоне энергий возбуждения до 25 МэВ

наборами параметров  $a, \delta, E_M, \sigma$  из работ [4, 5, 11, 12] и др. показала, что выбранная параметризация является оптимальной.

## 2. СЕЧЕНИЯ ОБРАТНЫХ РЕАКЦИЙ

В качестве сечений обратных реакций используется модификация параметризации сечений реакции легких частиц с ядрами, используемой в версии HADR99 [7] программы HADRON:

$$\sigma_j(T) = \begin{cases} \left[ \sigma_{jH} + \sigma_{jL} \left( 1 - \frac{T}{E_{mj}} \right) \right] \left( 1 - \frac{V_j}{T} \right), & T \leq E_{mj}, \\ \sigma_{nH}, & T > E_{mj}, \quad j = 1, 2, \end{cases} \quad (10)$$

где  $V_j$  — кулоновский барьер,  $E_{mj} = \max(60, 15,4 + 14 \ln A_d) A_j$  [МэВ] ( $A_j$  — число нуклонов в частице), а  $\sigma_{jH}$  и  $\sigma_{jL}$  — константы. Диапазон применимости выражений (10), в котором проводился выбор параметров, составляет  $T \leq 100$  МэВ, нижняя формула используется только для нуклонов. Этого диапазона достаточно как для расчета испарительного каскада с испусканием низкоэнергетических частиц, так и при необходимости для предравновесной стадии с максимальной энергией частиц несколько десятков МэВ.

Параметры аппроксимации (10) определялись на первом этапе из сравнения с экспериментальными данными  $\sigma_{\text{нон}}$  [8, 13] и соответствующими сечениями из библиотеки TENDL-2012 [14], рассчитанными по оптической модели. Далее в сечения реакции нуклонов с ядрами вводились поправки исходя из результатов сравнения с экспериментом расчетных спектров вторичных нуклонов в реакциях  $(n, xN)$ . Для сложных частиц введения поправок не потребовалось.

Кулоновский барьер [МэВ] для заряженных частиц без учета подбарьерного прохождения рассчитывается по формуле

$$V_{0j} = 1,44 Z_j Z_d / R_{Cj}. \quad (11)$$

Кулоновский радиус [фм] принят равным

$$R_{Cj} = \begin{cases} 1,58 A_d^{1/3}, & j = 2, \\ r_{0j} (A_d^{1/3} + A_j^{1/3}), & j > 2. \end{cases} \quad (12)$$

Значения  $r_{0j}$  имеют вид

$$r_{0j} = \begin{cases} 1,73 + 1067 A_d^{-1,8274}, & d, \\ 1,56 + 961 A_d^{-1,8274}, & t, \\ 1,50 + 27,5 A_d^{-1,135}, & {}^3\text{He}, \\ 1,47 + 26,9 A_d^{-1,135}, & \alpha. \end{cases} \quad (13)$$

Подбарьерное прохождение заряженных частиц учитывается с помощью коэффициента  $k_p$  (для протонов) и случайного розыгрыша кулоновского барьера по формулам

$$V_j = \eta(U) \begin{cases} k_p V_{0j} \xi^\alpha, & j = 2, \\ (V_{0j} + 1) \xi^\alpha, & j > 2, \end{cases} \quad (14)$$

где  $\eta(U) = 1 - U/(81a)$  — предложенное Достровским [3] выражение для учета теплового расширения и поверхностных колебаний ядра в зависимости от энергии возбуждения, а  $\xi$  — случайное число, равномерно распределенное в интервале  $[0, 1]$ . Параметр  $\alpha$  описывает наклон степенной зависимости сечений заряженных частиц в подбарьерной области и аппроксимирован выражениями

$$\alpha = \begin{cases} 0,95 - 0,136 \ln A_d, & p, \\ 0,36 - 0,051 \ln A_d \quad (Z_d \leq 36), & d, t, \\ 0,43 - 0,061 \ln A_d \quad (Z_d > 36), & d, t, \\ 0,26 - 0,037 \ln A_d, & {}^3\text{He}, \alpha. \end{cases} \quad (15)$$

Константы  $\sigma_{jL}$  и  $\sigma_{jH}$  [мб] для нуклонов определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned}\sigma_{nL} &= 82,37 + 745,6 \left( 1 - \exp \left( -\frac{A_d}{29,705} \right) \right), \\ \sigma_{pL} &= 53,74 + 880,5 \left( 1 - \exp \left( -\frac{A_d}{32,42} \right) \right), \\ \sigma_{nH} &= 44,29 A_d^{0,704}, \\ \sigma_{pH} &= \frac{\sigma_{nH}}{1 - V_p/E_{mp}}.\end{aligned}\tag{16}$$

Сечения реакции нейтронов и протонов приняты одинаковыми при энергиях выше  $E_{mj}$ . Эти сечения получены из аппроксимации надежных данных Киркби и Линка [15], измеривших с высокой точностью сечения реакции протонов с более чем сорока ядрами при энергии около 100 МэВ. Для частиц тяжелее протона

$$\begin{aligned}\sigma_{jL} &= 806 - 2,7 A_d, \\ \sigma_{jH} &= 10\pi(r_{jH} A_d^{1/3})^2,\end{aligned}\tag{17}$$

где

$$r_{jH} = \begin{cases} 1,4075 + 0,069 \ln A_d, & d, \\ \max(1,5, 1,62 - 52,67 A_d^{-1,8468}), & t, {}^3\text{He}, \\ \max(1,54, 1,65 - 235 A_d^{-2,334}), & \alpha.\end{cases}\tag{18}$$

Некоторые авторы, например Кальбах [16], включают в параметризацию сечения реакции нейтронов с ядрами компонент  $\nu/T$ , ассоциирующийся с сечением упругого рассеяния через составное ядро  $\sigma_{el}^{comp}$  и улучшающий испарительные спектры нейтронов из легких ядер. Он также присутствует в формуле Достровского. Проведенные расчеты спектров нейтронов в реакциях  $(n, xn)$  при 14 МэВ подтвердили выводы работы [16]. Оптимальным путем учета компонента  $\sigma_{el}^{comp}$  без изменения формулы (10) является введение фиктивного отрицательного кулоновского барьера:

$$V_n = -4 \frac{[A_d^{2/3}(1,55 A_d^{2/3} - 106,1) + 1280,8]}{\sigma_{nL} + \sigma_{nH}},\tag{19}$$

где выражение в квадратных скобках взято из работы [16].

Поскольку в литературе имеют место разночтения относительно сечения реакции  $\sigma_{\text{reac}}$  и сечения неупругих взаимодействий  $\sigma_{\text{non}}$  и зачастую они не различаются, определим эти величины и их связь с полным сечением взаимодействия  $\sigma_{\text{tot}}$  и полным сечением упругого рассеяния  $\sigma_{el}$  в соответствии с подходом [17]:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{tot}} &= \sigma_{el} + \sigma_{\text{non}} = \sigma_{el}^{\text{pot}} + \sigma_{\text{reac}}, \\ \sigma_{el} &= \sigma_{el}^{\text{pot}} + \sigma_{el}^{\text{comp}}, \\ \sigma_{\text{reac}} &= \sigma_{\text{non}} + \sigma_{el}^{\text{comp}},\end{aligned}\tag{20}$$

где  $\sigma_{el}^{pot}$  — сечение упругого потенциального рассеяния. В эксперименте измеряются только величины  $\sigma_{non}$  и  $\sigma_{el}$ , которые и приводятся в различных базах данных. При сравнении сечений реакции нейтронов с сечениями  $\sigma_{non}$  нужно учитывать значительную разницу между этими величинами для легких ядер и малых энергий нейтронов.

Сечения реакции нуклонов  $\sigma_{reac}$  с различными ядрами в диапазоне энергий до 100 МэВ, рассчитанные по формулам (10)–(19) с коэффициентами  $\eta = 1$  и  $k_p = 1$  (формула (14)), показаны на рис. 2 в сравнении с экспериментальными значениями  $\sigma_{non}$  [8, 13] и соответствующими сечениями из библиотек ENDF/B-VII [18] и TENDL-2012 [14]. Приведены также энергетические зависимости  $\sigma_{reac}$  по параметризациям Достровского [3] и Ниита [19]. Параметризация данной работы и формула Достровского предназначены для расчета испарительного каскада в системе центра масс, поэтому для сравнения с экспериментом сечения были пересчитаны в лабораторную систему отсчета.

Можно видеть, что наша аппроксимация значительно лучше согласуется с экспериментом и данными ENDF/B-VII и TENDL-2012, чем широко используемая параметриза-

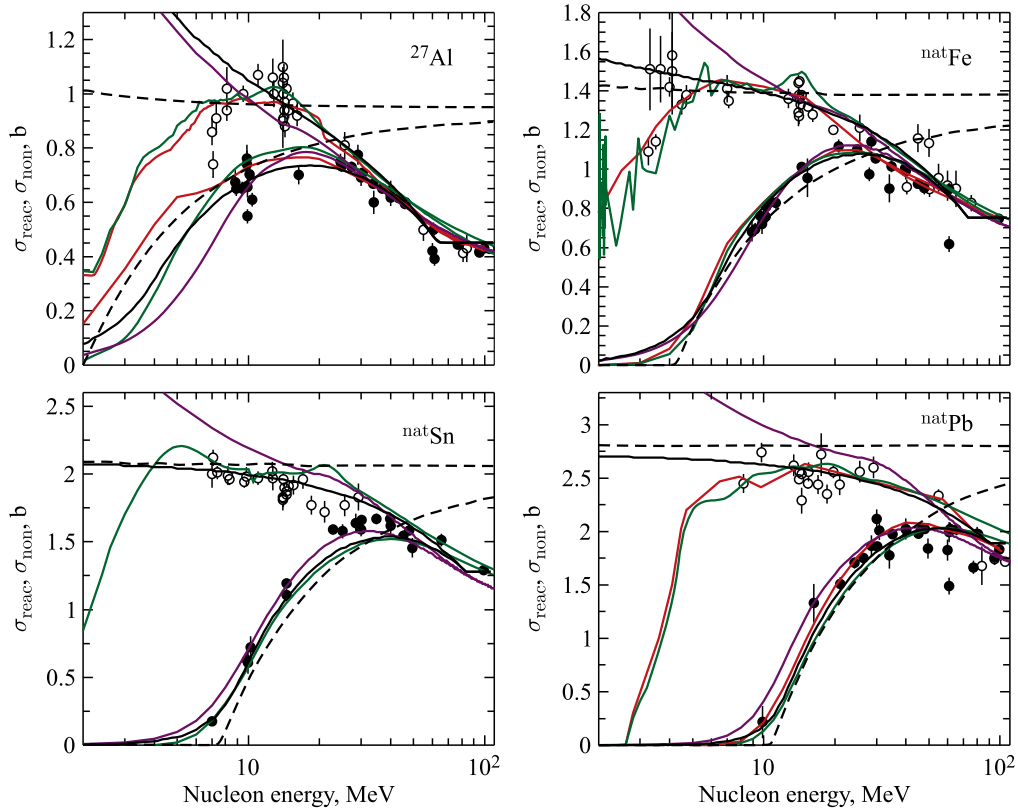


Рис. 2. Параметризация сечений реакции  $\sigma_{reac}$  нуклонов с ядрами (10)–(19) (черные линии) в сравнении с параметризациями Ниита [19] (фиолетовые линии) и Достровского (штриховые линии). Сечения неупругих взаимодействий  $\sigma_{non}$ : экспериментальные данные [8, 13] (светлые точки — нейтроны, темные — протоны), оценки ENDF/B-VII [18] (красные линии) и TENDL-2012 [14] (зеленые линии)

ция Достровского. Случайный розыгрыш кулоновского барьера, для реализации которого методом Монте-Карло разыгрывалось  $10^4$  вариантов при каждой энергии, хорошо описывает подбарьерное прохождение при малых энергиях протонов. Проблемным является ядро  $^{27}\text{Al}$ , для которого при энергиях протонов ниже 9 МэВ нет экспериментальных данных и наблюдаются большие расхождения сечений ENDF/B-VII, TENDL-2012 и Ниита. Сечения (10)–(18) лучше согласуются в этом случае с данными TENDL-2012.

В сечениях ENDF/B-VII и TENDL-2012 в области быстрых нейтронов наблюдается энергетический порог, связанный с дискретными низколежащими уровнями возбуждения, главным образом, с первым уровнем. Эмпирические выражения для эффективного порога, найденные из сравнения расчетных и экспериментальных спектров нейтронов в  $(n, xn)$ -реакциях, приведены в следующем разделе. Заметный вклад упругого рассеяния через составное ядро  $\sigma_{\text{el}}^{\text{comp}}$  в сечение реакции нейтронов с ядрами в нашей модели наблюдается только для ядер легче железа, в отличие от параметризации Ниита.

На рис. 3 и 4 представлены сечения реакции частиц тяжелее нуклона с ядрами  $^{27}\text{Al}$  и  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанные по формулам (10)–(18), в сравнении с данными TENDL-2012, которые использовались для выбора параметров нашей аппроксимации. Там же приведены результаты расчета по формуле Достровского. Последняя систематически завышает сечения реакции сложных частиц. Отчасти это связано с низким кулоновским барьером,

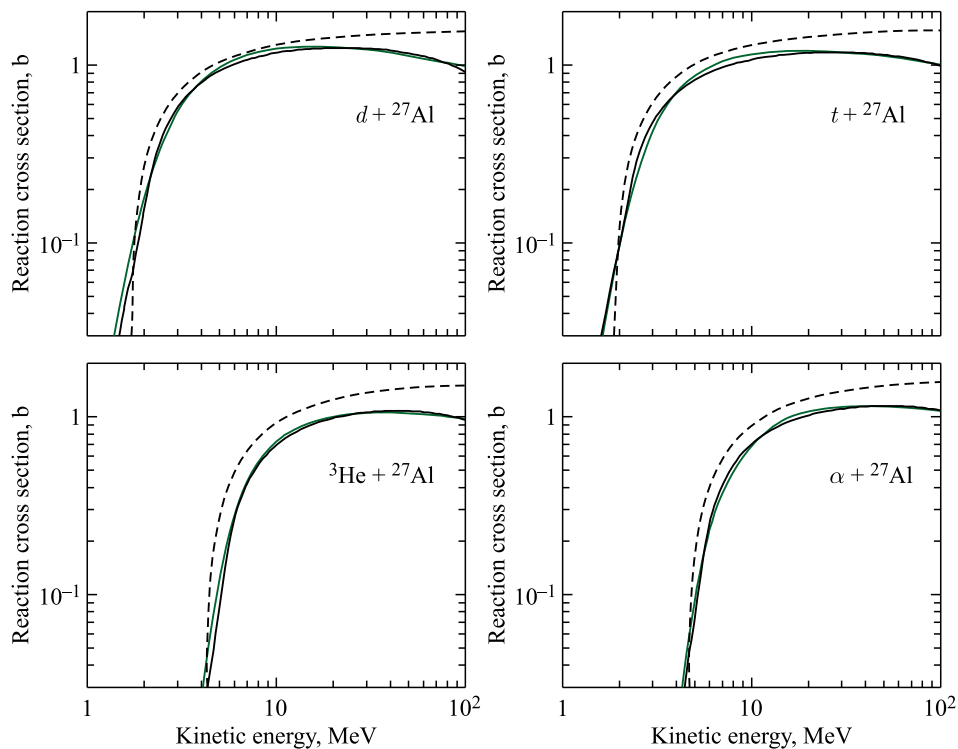


Рис. 3. Параметризация сечений реакции сложных частиц (10)–(18) с ядрами  $^{27}\text{Al}$  (черные линии) в сравнении с данными TENDL-2012 (зеленые линии) и параметризацией Достровского (штриховые линии)



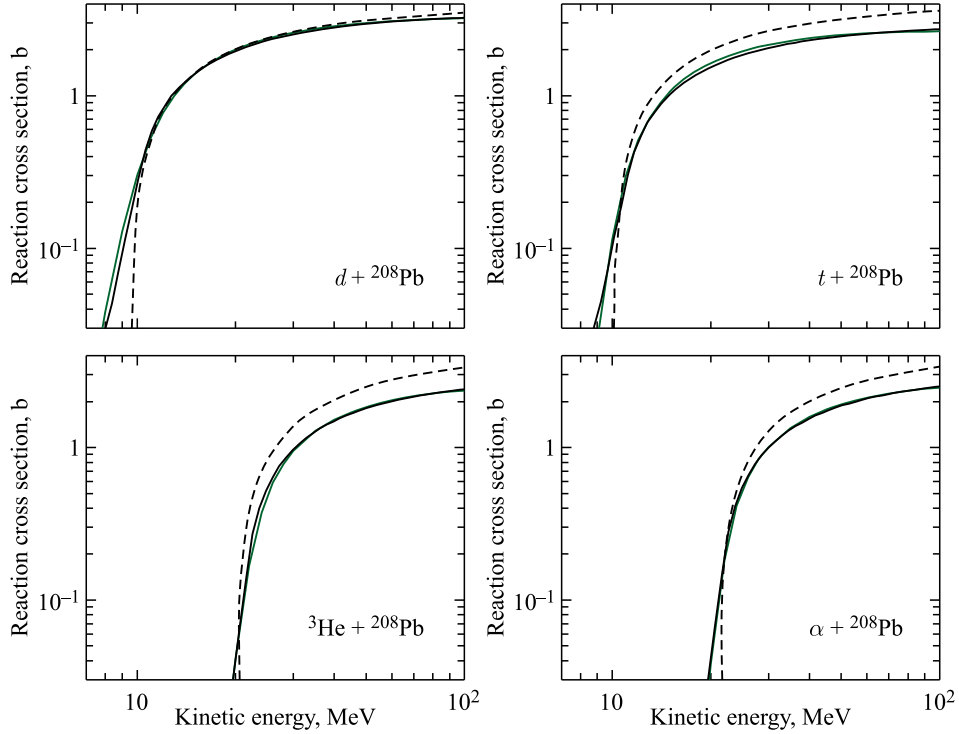


Рис. 4. То же, что на рис. 3, для ядер  $^{208}\text{Pb}$

который компенсирует в формуле Достровского отсутствие механизма подбарьерного прохождения частиц.

### 3. ВЕРОЯТНОСТИ ИСПУСКАНИЯ ЧАСТИЦ

Вероятности испускания частиц типа  $j$  описываются формулой

$$\Gamma_j = P_j / \sum_j P_j, \quad (21)$$

где

$$P_j(E^*) = \begin{cases} \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \lambda_C(T) dT, & E^* - B - E_M \leq T_{\min}, \\ \int_{T_{\min}}^{E^* - B - E_M} \lambda_F(T) dT + \int_{E^* - B - E_M}^{T_{\max}} \lambda_C(T) dT, & T_{\min} < E^* - B - E_M < E_m, \\ \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \lambda_F(T) dT, & E^* - B - E_M \geq E_m. \end{cases} \quad (22)$$

Индекс типа частицы здесь и в дальнейшем опускаем.  $\lambda_C(T)$  и  $\lambda_F(T)$  обозначают спектры частиц (1), в которых плотность уровней (2) описывается моделью постоянной температуры и моделью ферми-газа соответственно. Значения  $T_{\min}$  и  $T_{\max}$  определяются выражениями

$$T_{\min} = \begin{cases} T_{\min}^n, & j = 1, \\ V, & j > 1, \end{cases} \quad (23)$$

$$T_{\max} = \min(E^* - B, E_m).$$

Ограничение  $T_{\max}$ , упрощающее вычисление интегралов и розыгрыш кинетической энергии частиц при больших энергиях возбуждения, обусловлено мягкостью испарительных спектров и, соответственно, пренебрежимо малым вкладом диапазона энергий  $T > E_m$  в интегралы  $P_j(E^*)$ . Учет  $T_{\min}^n$  предложен в работе [16], где отмечено большое влияние этого порога на высоту и положение низкоэнергетического нейтронного пика в  $(n, xn)$ -реакциях. В качестве стандартного для всех ядер в работе [16] выбрано значение  $T_{\min}^n = 0,5$  МэВ. В нашей параметризации используется более сложная эмпирическая зависимость, дающая лучшее описание нейтронных спектров:

$$T_{\min}^n = \begin{cases} E_1^*(Z_d, A_d)\xi^3, & Z_d \leq 36, \\ 1,581 - 0,2885 \ln A_d, & Z_d > 36, \end{cases} \quad (24)$$

где  $E_1^*(Z_d, A_d)$  — энергия первого уровня возбуждения ядра, значение которой берется из базы данных ENSDF [20];  $\xi$  — случайное число.

Интегралы по  $\lambda_C(T)$  в формуле (22) имеют вид

$$P_C = \frac{c}{\rho(E^*)t} \int \left[ \sigma_H + \sigma_L \left( 1 - \frac{T}{E_m} \right) \right] (T - V) \exp \left( \frac{E^* - B - T - E_0}{t} \right) dT. \quad (25)$$

Сделаем замену переменной  $(E^* - B - T - E_0)/t = x$  и преобразуем подынтегральное выражение ( $R = E^* - B - V$ ,  $R_0 = E^* - B - E_0$ ):

$$\lambda_C = c \left[ \sigma_H + \frac{\sigma_L}{E_m} (E_m - R_0 + tx) \right] (R - E_0 - tx) e^{x-x_0} = \lambda_{C1} + \lambda_{C2}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{C1} &= b_1 (R_t - x) e^{x-x_0}, \\ \lambda_{C2} &= b_2 (R_t - x) x e^{x-x_0}, \end{aligned} \quad (27)$$

где  $b_1 = ct \left[ \sigma_H + \sigma_L \left( 1 - \frac{R_0}{E_m} \right) \right]$ ,  $b_2 = \frac{c\sigma_L t^2}{E_m}$ ,  $R_t = \frac{R - E_0}{t}$ .

Вместо точного значения  $\rho(E^*)$  в формулах (26), (27) используется  $\exp(x_0)$ , где  $x_0 = 2\sqrt{aE^*}$ , так как  $\rho(E^*)$  одинакова для всех  $P_j$ , входящих в формулу (21). Величина  $x_0$  служит для исключения случаев переполнения путем замены  $e^x$  на  $e^{x-x_0}$ .

Запишем сейчас интегралы по  $\lambda_{C1}$  и  $\lambda_{C2}$  в явном виде с учетом пределов интегрирования:

$$P_{C1} = b_1 \int_{x_1}^{x_2} (R_t - x) e^{x-x_0} dx, \quad (28)$$

$$P_{C2} = b_2 \int_{x_1}^{x_2} (R_t - x)x e^{x-x_0} dx,$$

$$x_1 = \frac{R_0 - T_{\max}}{t},$$

$$x_2 = \begin{cases} \frac{R_0 - T_{\min}}{t}, & T_{\max} - E_M \leq T_{\min}, \\ \frac{R_0 - T_{\max} + E_M}{t}, & T_{\max} - E_M > T_{\min}. \end{cases} \quad (29)$$

В результате для интегралов  $P_{C1}$  и  $P_{C2}$  получаем

$$\begin{aligned} P_{C1} &= b_1 (R_t + 1 - x) e^{x-x_0} \Big|_{x_1}^{x_2}, \\ P_{C2} &= b_2 [(R_t + 2)(x - 1) - x^2] e^{x-x_0} \Big|_{x_1}^{x_2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Интеграл по фермиевскому спектру имеет вид

$$P_F = \frac{ccF}{e^{x_0}} \int \left[ \sigma_H + \sigma_L \left( 1 - \frac{T}{E_m} \right) \right] (T - V) \frac{\exp [2\sqrt{a(E^* - B - \delta - T)}]}{a^{1/2}(E^* - B - \delta - T)^{3/2}} dT. \quad (31)$$

Здесь мы также не рассматриваем нижнюю часть формулы (10), так как вклад высокоэнергетического «хвоста» с  $T > E_m$  пренебрежимо мал при любых энергиях возбуждения. Выполним замену переменной и приведем выражения, упрощающие интеграл:  $T_m = E^* - B - \delta$ ,  $x = 2\sqrt{a(T_m - T)}$ ,  $T = T_m - x^2/4a$ ,  $dT a^{-1/2}(T_m - T)^{-3/2} = -4dx/x^2$ . Отсюда получаем

$$P_F = \frac{ccF}{a} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \left[ \sigma_H + \sigma_L \left( 1 - \frac{T_m}{E_m} + \frac{x^2}{4aE_m} \right) \right] (\tilde{x}^2 - x^2) \frac{e^{x-x_0}}{x^2} dx, \quad (32)$$

где  $\tilde{x}^2 = 4a(T_m - V)$  и

$$\begin{aligned} x_{\min} &= 2\sqrt{a_1(T_m - T_{\max} + E_M)}, \\ x_{\max} &= 2\sqrt{a_2(T_m - T_{\min})}. \end{aligned} \quad (33)$$

Индекс при параметре плотности уровней  $a$  в выражениях (33) указывает, что таким образом учитывается его зависимость от энергии возбуждения остаточного ядра после вылета частицы:  $a_1 = a(U = T_m - T_{\max} + E_M)$ ,  $a_2 = a(U = T_m - T_{\min})$ . В качестве параметра  $a$  в выражении (32) берем среднее значение  $\bar{a}$ , которое будет определено ниже. Вместо  $\rho(E^*)$  так же, как и ранее, используется  $\exp(x_0)$ .

Далее интеграл  $P_F$  (32) аналогично  $P_C$  для удобства дальнейшего розыгрыша кинетической энергии разбиваем на два интеграла:

$$P_F = P_{F1} + P_{F2} = d_1 \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} (\tilde{x}^2 - x^2) \frac{e^{x-x_0}}{x^2} dx + d_2 \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} (\tilde{x}^2 - x^2) e^{x-x_0} dx, \quad (34)$$

где  $d_1 = \frac{cc_F}{\bar{a}} \left[ \sigma_H + \sigma_L \left( 1 - \frac{T_m}{E_m} \right) \right]$ ,  $d_2 = \frac{cc_F \sigma_L}{4\bar{a}^2 E_m}$ . Аналитические выражения интегралов (34) имеют вид

$$\begin{aligned} P_{F1} &= d_1 [\tilde{x}^2 (Ei(x) e^{-x_0} - e^{x-x_0}/x) - e^{x-x_0}] \Big|_{x_{\min}}^{x_{\max}}, \\ P_{F2} &= d_2 [\tilde{x}^2 - x^2 + 2(x-1)] e^{x-x_0} \Big|_{x_{\min}}^{x_{\max}}, \end{aligned} \quad (35)$$

где  $Ei(x)$  — экспоненциальный интеграл, значения которого рассчитываются по программе REXPIN из библиотеки программ CERNLIB [21]. После проведения расчетов по формулам (35) для различных ядер и энергий возбуждения и сравнения с результатами численного интегрирования формулы (1) с точными значениями параметра плотности уровней было выбрано оптимальное выражение для  $\bar{a}$ , при котором обеспечивается точность приближенных интегралов в пределах 1–2 %:

$$\bar{a} = \begin{cases} a \left( U = \frac{(x_{\max} - 1,3)^2}{4a_2} \right), & x_{\max} - x_{\min} > 1,3, \\ \frac{a_1 + a_2}{2}, & x_{\max} - x_{\min} \leq 1,3. \end{cases} \quad (36)$$

Методика розыгрыша кинетической энергии вылетающих частиц и результаты сравнения полученных спектров с численными расчетами приведены в приложении.

#### 4. СПЕКТРЫ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ, ИСПУСКАЕМЫХ В РЕАКЦИЯХ $(n, xn)$ , $(n, xp)$ И $(n, x\alpha)$ ПРИ ЭНЕРГИИ НЕЙТРОНОВ ОКОЛО 14 МэВ

Расчеты спектров вторичных частиц при взаимодействии нейтронов с энергией 14–14,8 МэВ с ядрами от  $^{19}\text{F}$  до  $^{209}\text{Bi}$  проводились с использованием обобщенной каскадной модели (ОКМ) [22, 23], имеющей диапазон применимости от 10 МэВ до 5 ГэВ. Основными отличительными особенностями ОКМ от предыдущих каскадных моделей являются:

- самосогласованная модель ядерного потенциала и плотности нуклонов в ядре, основанная на экспериментальных данных;
- точный расчет классических траекторий нуклонов в поле ядра для учета преломления;
- описание нуклонов волновыми пакетами в координатном и импульсном пространствах, позволяющее учесть нелокальность нуклон-нуклонных взаимодействий в ядре;
- учет зависимости сечений нуклон-нуклонных взаимодействий от плотности ядерного вещества.

Расширение диапазона применимости каскадной модели в область низких энергий позволило отказаться от предравновесной стадии ядерной реакции, предшествующей испарительному каскаду. Переход от каскадной к испарительной стадии ядерной реакции происходит в том случае, когда все возбужденные нуклоны имеют энергии, недостаточные для вылета из ядра. Снятие возбуждения ядра с испусканием легких частиц рассчитывается в рамках описанной выше испарительной модели по программе расчета испарительного каскада методом Монте-Карло EVAP15.

На рис. 5 и 6 представлены 18 расчетных и экспериментальных [8] спектров вторичных нейтронов в низкоэнергетической области, где вклад испарительного канала достаточно велик. Там же показаны спектры нейтронов по результатам оценок TENDL-2012 и ENDF/B-VII. Последние генерируются на сайте [8] в режиме сравнения экспериментальных и оцененных данных. Обе библиотеки содержат данные только для отдельных нуклидов, поэтому для естественной смеси изотопов показаны спектры из библиотеки CENDL-2, доступные на том же сайте. Исключение составляет Fe, для которого приведены экспериментальные данные как для  $^{nat}\text{Fe}$ , так и для  $^{56}\text{Fe}$  и показаны спектры TENDL-2012 и ENDF/B-VII для  $^{56}\text{Fe}$ . Кроме того, для  $^{nat}\text{Cu}$  и  $^{nat}\text{Ag}$  представлены спектры TENDL-2012, полученные из данных для двух изотопов. Полный список исключений из общих правил представления данных приведен в табл. 1.

Нужно указать, что экспериментальные результаты разных авторов, которые отмечены различными символами, в некоторых случаях заметно отличаются друг от друга при малых энергиях нейтронов. Спектры из оцененных библиотек ядерных данных обнаруживают еще большие расхождения друг с другом и с экспериментальными спектрами. Наибольшее отклонение спектров ENDF/B-VII от эксперимента наблюдается для ядер  $^{19}\text{F}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  и  $^{209}\text{Bi}$ , данные TENDL-2012 и CENDL-2 также дают заниженные выходы нейтронов из тяжелых ядер  $^{208}\text{Pb}$  и  $^{nat}\text{Pb}$ .

Расчетные спектры нейтронов данной работы в целом согласуются с экспериментом лучше, чем данные из оцененных библиотек. Это можно объяснить тем, что приведенные экспериментальные данные использовались для выбора оптимальных параметров сечений обратных реакций. С другой стороны, во всех случаях использовалась систематика без применения подгоночных параметров для отдельных ядер. Пунктирными гистограммами на рис. 5 показаны расчетные спектры каскадных нейтронов. Видно, что уже для ядер кальция при энергиях выше 6 МэВ вклад испарительных нейтронов в суммарный спектр мал. С ростом атомного веса ядра происходит смягчение испарительных спектров из-за увеличения параметра плотности уровней  $a$ . Хорошее согласие с экспериментом «хвостов» расчетных нейтронных спектров следует отнести в связи с этим к качественному описанию каскадного компонента.

Расчет протонных спектров оказался значительно более сложной задачей по сравнению с нейтронными спектрами. Во-первых, выход протонов сильно зависит от конкурирующего и преобладающего выхода нейтронов. Во-вторых, обнаружилось большое различие выхода протонов из разных изотопов одного элемента (например, для  $^{50}\text{Cr}$  и  $^{52}\text{Cr}$  сечения в максимуме составляют более 200 и 35 мб/МэВ соответственно). Основную роль в сечении испускания протонов при малых энергиях возбуждения играет величина кулоновского барьера. После проверки различных функционалов была выбрана следующая эмпирическая зависимость коэффициента  $k_p(Z, A)$  в формуле (14) для кулоновского барьера:

$$k_p = v_k \max(0,5, 1 - 0,23(Z - Z_{st})), \quad (37)$$

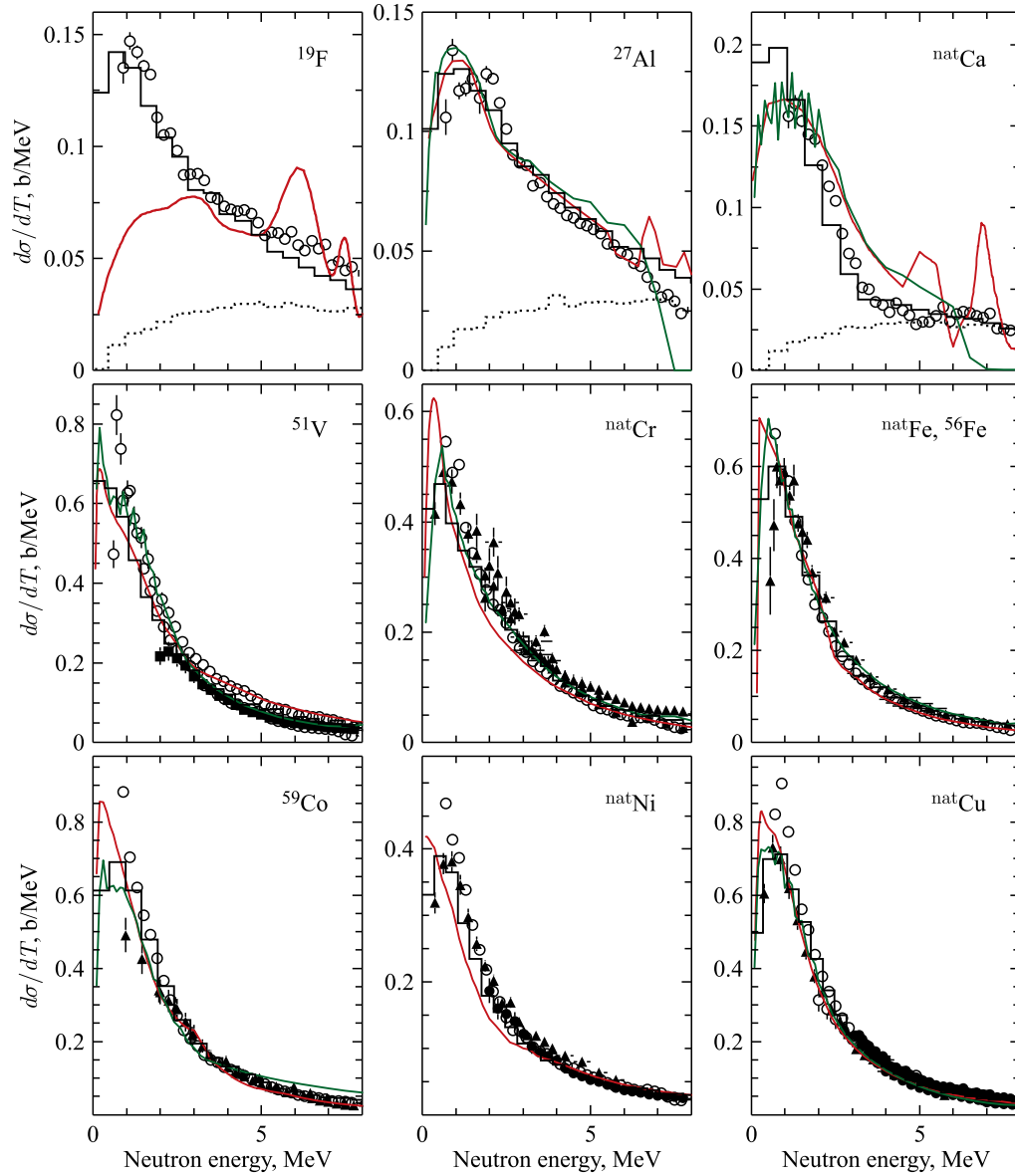


Рис. 5. Спектры нейтронов из реакций  $(n, xn)$  при взаимодействии нейтронов с энергией около 14 МэВ с ядрами от  $^{19}\text{F}$  до  $^{\text{nat}}\text{Cu}$ , рассчитанные с использованием программы EVAP15 (гистограммы), в сравнении с экспериментальными данными [8] (точки). Оценки из библиотек ядерных данных — TENDL-2012 (зеленые линии) и ENDF/B-VII (красные линии). Пунктирные гистограммы — вклад каскадного компонента в расчетные спектры нейтронов. Подробности в тексте и табл. 1

где  $Z_{\text{st}}$  — заряд ядра, соответствующий линии  $\beta$ -стабильности:

$$Z_{\text{st}} = \frac{A}{1,98 + 0,016A^{2/3}}. \quad (38)$$

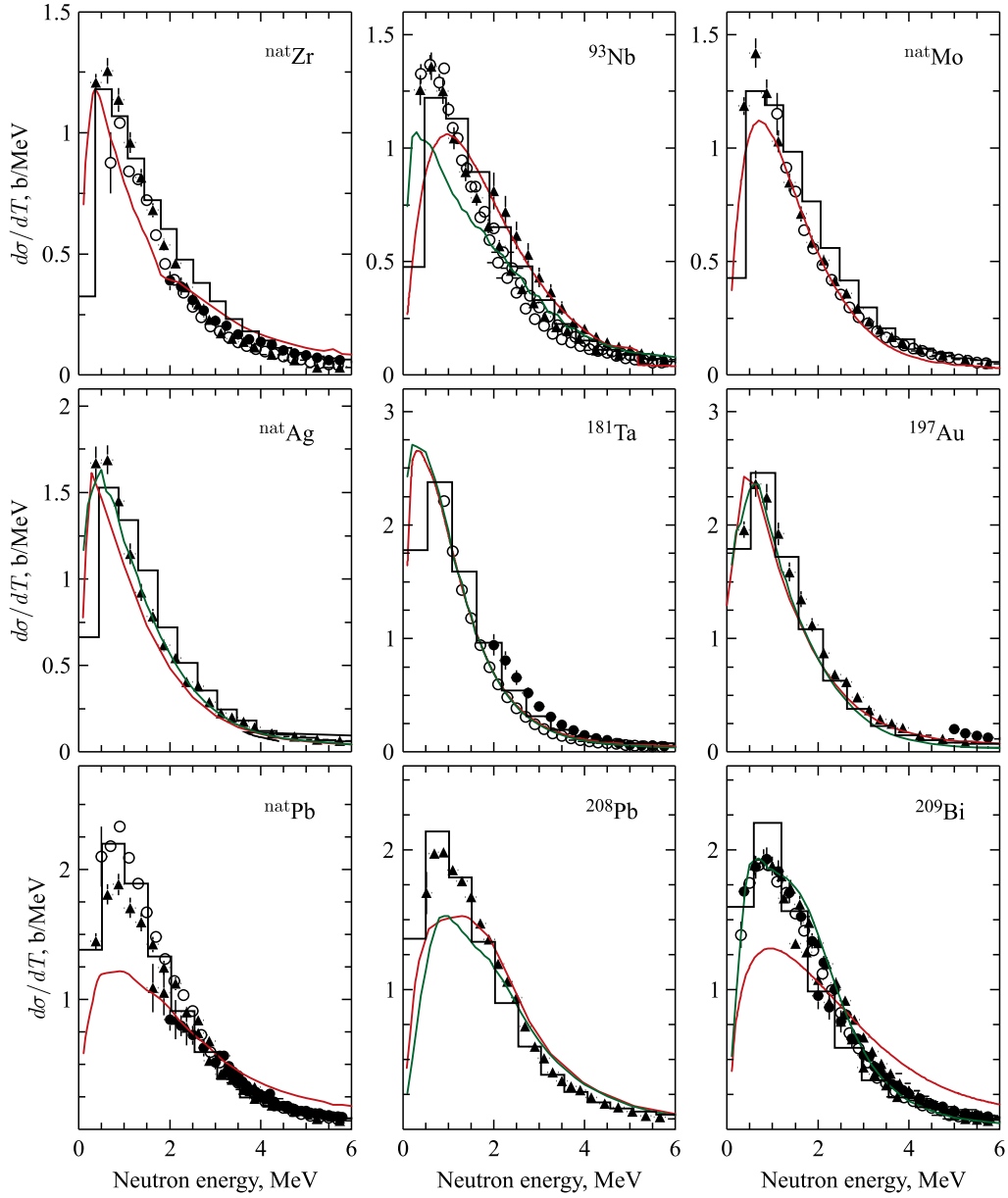


Рис. 6. То же, что на рис. 5, для ядер от  $^{nat}\text{Zr}$  до  $^{209}\text{Bi}$

$Z$  и  $A$  — это атомный номер и масса ядра в начале испарительной стадии ядерной реакции. Значения  $v_k$  в формуле (37) в зависимости от  $Z$  приведены в табл. 2. Причина столь резкого скачка коэффициента  $v_k$  в диапазоне  $Z$  от 22 до 27 неясна.

Расчетные спектры протонов из реакций  $(n, xp)$  показаны на рис. 7 и 8 также в сравнении с экспериментом [8] и спектрами из библиотек TENDL-2012 и ENDF/B-VII

Таблица 1. Список исключений из общего правила представления данных на рис. 5–9, согласно которому спектры TENDL-2012 и ENDF/B-VII приводятся только для отдельных нуклидов, а для естественной смеси изотопов вместо ENDF/B-VII показаны спектры CENDL-2

Ядро	Эксперимент	TENDL-2012	ENDF/B-VII
$(n, xn)$			
<sup>nat</sup> Ca <sup>nat</sup> Fe <sup>nat</sup> Cu <sup>nat</sup> Ag	<sup>nat</sup> Fe и <sup>56</sup> Fe	<sup>40</sup> Ca <sup>56</sup> Fe <sup>63</sup> Cu + <sup>65</sup> Cu <sup>107</sup> Ag + <sup>109</sup> Ag	ENDF/B-VI <sup>56</sup> Fe CENDL-3
$(n, xp)$			
<sup>nat</sup> Si <sup>nat</sup> Fe <sup>nat</sup> Cu <sup>92</sup> Mo	<sup>nat</sup> Fe и <sup>56</sup> Fe	<sup>28</sup> Si <sup>56</sup> Fe <sup>63</sup> Cu + <sup>65</sup> Cu	ENDF/B-VI <sup>56</sup> Fe <sup>63</sup> Cu + <sup>65</sup> Cu CENDL-3
$(n, x\alpha)$			
<sup>nat</sup> Si <sup>nat</sup> Fe <sup>nat</sup> Cu	<sup>nat</sup> Fe и <sup>56</sup> Fe	<sup>28</sup> Si <sup>56</sup> Fe <sup>63</sup> Cu + <sup>65</sup> Cu	ENDF/B-VI <sup>56</sup> Fe CENDL-3

Таблица 2. Принятая зависимость коэффициента  $v_k(Z)$  в формуле (37)

Z	≤ 22	23	24	26	≥ 27
$v_k$	0,7	0,77	0,84	1,05	1,17

(для естественной смеси изотопов <sup>nat</sup>Si и <sup>nat</sup>Cu приведены данные ENDF/B-VI и усредненные по двум изотопам меди данные ENDF/B-VII соответственно). Применительно к TENDL-2012 в этих случаях даны спектры для <sup>28</sup>Si и также усредненные данные по двум изотопам меди. Рассчитанные с помощью программы EVAP15 спектры в целом лучше согласуются с экспериментом, чем данные оценок, несмотря на значительно более сложные методы расчета в последнем случае.

Введение коэффициента  $k_p(Z, A) \neq 1$  (37), значительно улучшающее согласие расчетных и экспериментальных спектров протонов, ухудшает при этом описание сечений прямой реакции протонов с ядрами. Главной причиной, на наш взгляд, является принципиальное различие сечений прямой и обратной реакций. Дело в том, что в течение медленной испарительной стадии ядерной реакции возбужденный протон может иметь много попыток преодолеть кулоновский барьер в отличие от единственной попытки в прямой реакции. Кроме того, большая зависимость сечения обратной реакции протонов от малого отклонения заряда ядра от линии  $\beta$ -стабильности в прямой реакции не наблюдается.

На рис. 9 приведены расчетные спектры  $\alpha$ -частиц для ядер от Al до Cu в сравнении с экспериментальными данными библиотеки EXFOR и оценками TENDL-2012 и ENDF/B-VII. Можно отметить также неплохое согласие расчета с экспериментом, при-



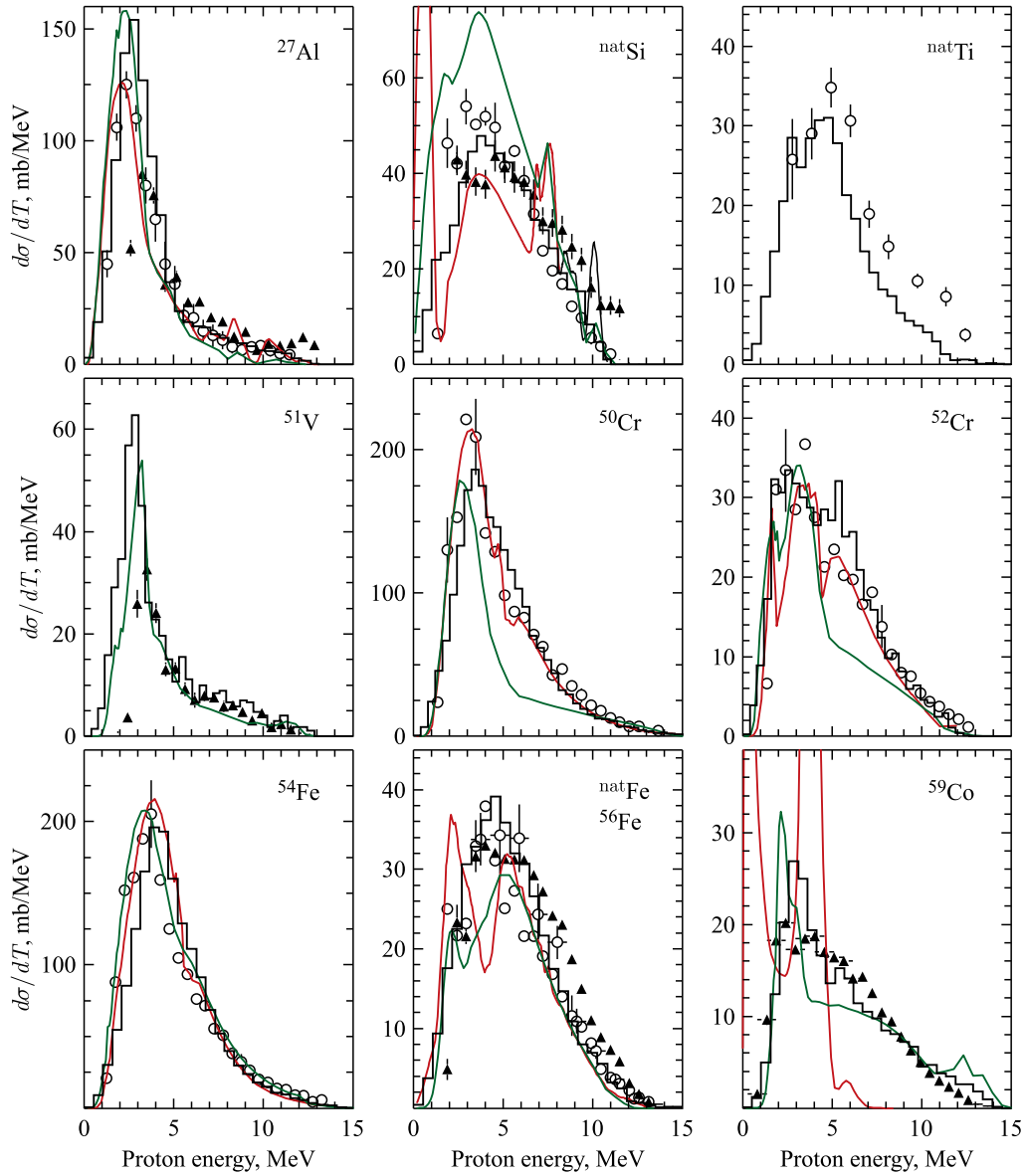


Рис. 7. Спектры протонов из реакций  $(n, xp)$  при взаимодействии нейтронов с энергией около 14 МэВ с ядрами от  $^{27}\text{Al}$  до  $^{59}\text{Co}$ , рассчитанные с использованием программы EVAP15 (гистограммы), в сравнении с экспериментальными данными [8] (точки). Оценки из библиотек ядерных данных — TENDL-2012 (зеленые линии) и ENDF/B-VII (красные линии). Подробности в тексте и табл. 1

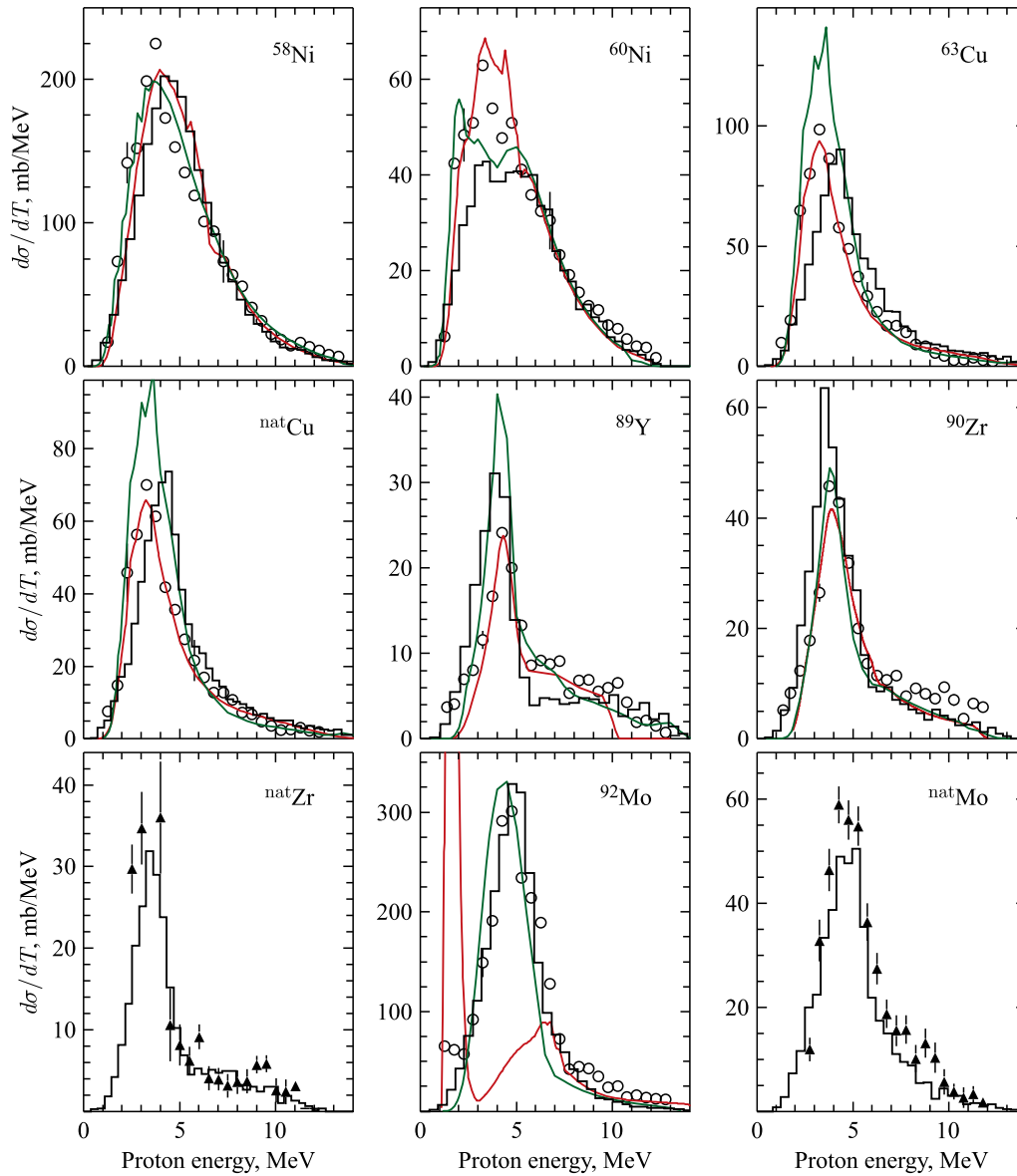


Рис. 8. То же, что на рис. 7, для ядер от  $^{58}\text{Ni}$  до  $^{\text{nat}}\text{Mo}$

чем в данном случае без введения каких-либо поправок в сечения и кулоновские барьеры. Спектры TENDL-2012 согласуются с экспериментальными данными значительно хуже, при этом наблюдается систематический сдвиг вправо. Причина этого непонятна, если учесть тот факт, что наша параметризация сечений реакции  $\alpha$ -частиц с ядрами основана на данных TENDL-2012.

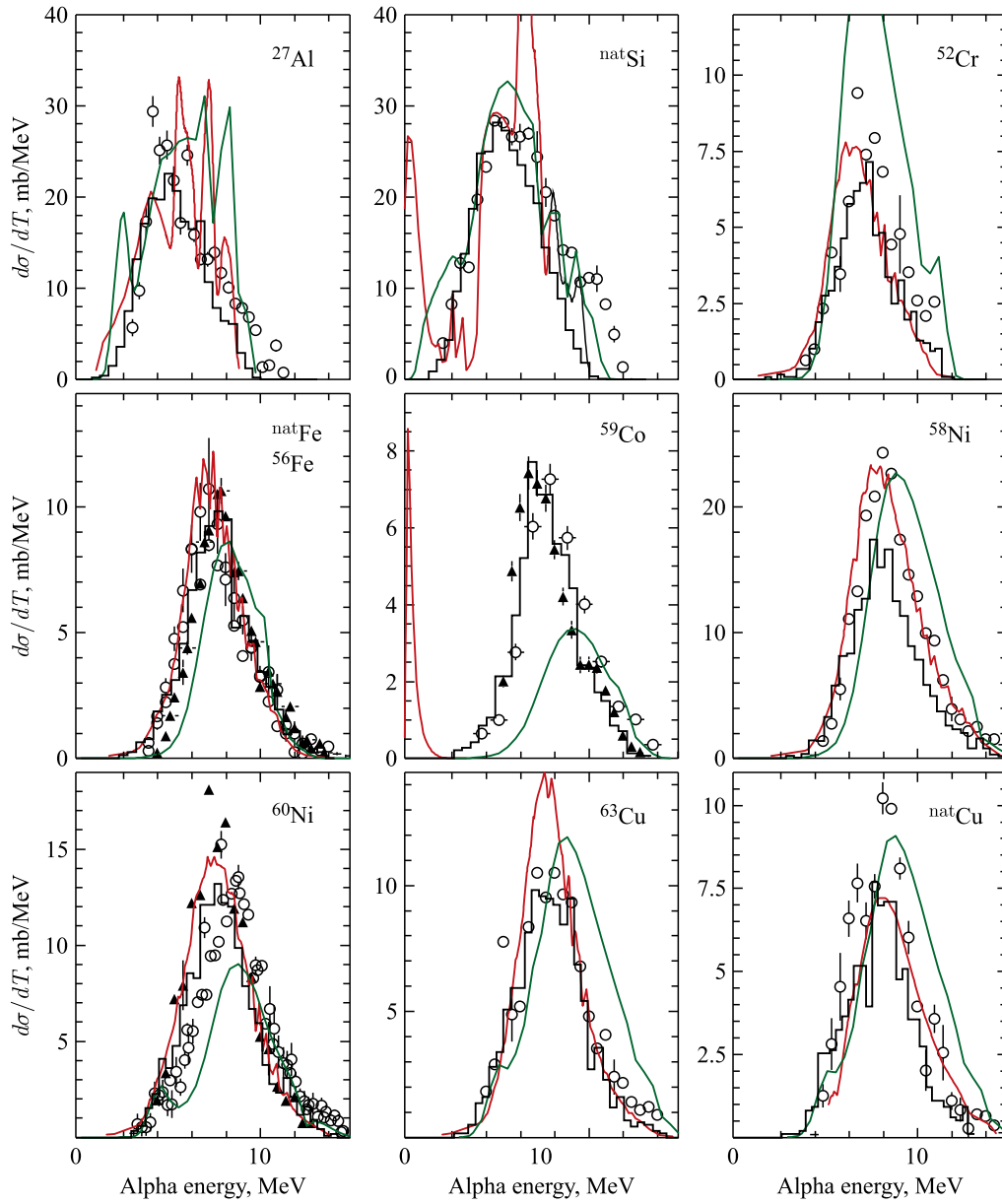


Рис. 9. Спектры  $\alpha$ -частиц из реакций  $(n, \alpha)$  при взаимодействии нейтронов с энергией около 14 МэВ с ядрами от  $^{27}\text{Al}$  до  $^{\text{nat}}\text{Cu}$ , рассчитанные с использованием программы EVAP15 (гистограммы), в сравнении с экспериментальными данными [8] (точки). Оценки из библиотек ядерных данных — TENDL-2012 (зеленые линии), ENDF/B-VII (красные линии). Подробности в табл. 1

### 5. СПЕКТРЫ ВТОРИЧНЫХ ПРОТОНОВ ИЗ РЕАКЦИЙ $(p, xp)$ ПРИ ЭНЕРГИИ 62 МэВ

Для проверки испарительной модели при более высоких энергиях возбуждения и для тяжелых ядер, где выход протонов в реакциях  $(n, xp)$  на 14 МэВ крайне мал или данные отсутствуют, были выполнены расчеты спектров протонов из реакций  $(p, xp)$  при энергии 62 МэВ на ядрах  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$ . Результаты расчета приведены на рис. 10 в сравнении с экспериментом [8] и спектрами из библиотеки TENDL-2012.

Испарительные пики расчетных спектров протонов из ядер  $^{27}\text{Al}$  и  $^{56}\text{Fe}$  хорошо согласуются с экспериментом без изменения параметров представленной выше модели. Для ядра  $^{208}\text{Pb}$  параметр  $\alpha$  в выражении (15) для протонов необходимо было уменьшить примерно до 0,15, в противном случае в расчетном спектре появлялся резкий пик при энергии около 5 МэВ, противоречащий экспериментальным данным. С учетом данных

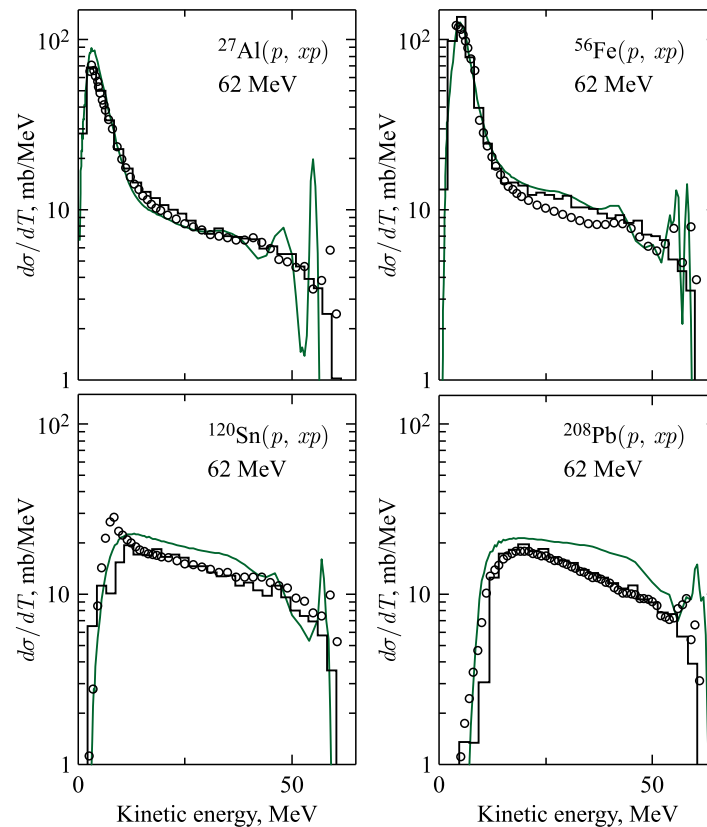


Рис. 10. Спектры протонов из реакций  $(p, xp)$  при взаимодействии протонов с энергией около 62 МэВ с ядрами  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{120}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанные с использованием программы EVAP15 (гистограммы), в сравнении с экспериментальными данными [8] (точки). Оценки из библиотеки ядерных данных TENDL-2012 — зеленые линии

для ядра  $^{120}\text{Sn}$  параметр  $\alpha$  при  $A_d > 100$  был принят равным

$$\alpha = 1,442 - 0,243 \ln A_d. \quad (39)$$

Из результатов сравнения расчета и эксперимента можно сделать вывод, что спектры протонов из ядер  $^{120}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$  практически полностью описываются каскадной составляющей, причем имеющиеся расхождения при малых энергиях протонов объясняются неучетом подбарьерного прохождения каскадных протонов.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана новая испарительная модель, на основе которой создана программа EVAP15. Для описания плотности уровней в модели используется составная формула Джильберта–Камерона в формулировке с параметрами, рекомендованными рабочей группой МАГАТЭ RIPL-3. Формула для фермиевской плотности уровней включает зависимость от параметра обрезания спина, что приводит к более простым выражениям для интегралов по спектрам и упрощает розыгрыш энергии вылетающих частиц.

В качестве сечений обратных реакций используется модификация предложенных авторами ранее и используемых в программе HADR99 выражений. В новой параметризации сечений реакции нейтронов с ядрами к сечению неупругих взаимодействий добавляется компонент, моделирующий сечение упругого рассеяния через составное ядро, что улучшает спектры вторичных нейтронов в реакциях  $(n, xn)$  на легких ядрах при малых энергиях испускаемых нейтронов. В параметризации сечений реакции заряженных частиц для описания подбарьерного прохождения применен метод случайного розыгрыша значения кулоновского барьера при расчете испарительного каскада методом Монте-Карло, моделирующий степенную зависимость сечений вплоть до очень низких энергий заряженных частиц.

Программа EVAP15 была использована в расчетах 45 спектров нейтронов, протонов и  $\alpha$ -частиц, испускаемых при взаимодействии нейтронов с энергией около 14 МэВ с ядрами от  $^{19}\text{F}$  до  $^{209}\text{Bi}$ . Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными и оценками из библиотек ядерных данных TENDL-2012, ENDF/B-VII и CENDL-2. Несмотря на значительно более сложные методы, используемые в расчетах последних, наши данные в целом лучше согласуются с экспериментом. Наиболее серьезной проблемой в представленной работе являлось описание протонных спектров. Поскольку они сильно зависят от величины кулоновского барьера, предполагается, что с ростом энергии возбуждения и, соответственно, с увеличением жесткости спектров протонов нерегулярности в коэффициенте  $k_p$  (14) будут играть меньшую роль в результатах расчета. Расчеты спектров протонов из реакций  $(p, xp)$  при энергии 62 МэВ показали необходимость уточнения каскадно-испарительной модели для тяжелых ядер и проверки ее в более широком диапазоне энергий, что будет являться предметом дальнейшей работы.

### Приложение

#### РОЗЫГРЫШ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ИЗ СПЕКТРОВ $\lambda_C(T)$ и $\lambda_F(T)$

При розыгрыше кинетической энергии испарительных частиц применяется метод суперпозиции, который формулируется в общем виде следующим образом. Пусть функция

распределения случайной величины  $x$  имеет вид

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x) g_i(x), \quad \text{где } \alpha_i > 0, \quad f_i(x) \geq 0, \quad g_i(x) \in [0, 1]. \quad (\text{П.1})$$

1) Определяем индекс  $i$  из выражения  $\sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j < \xi_1 \sum_{j=1}^n \alpha_j \leq \sum_{j=1}^i \alpha_j$ , где  $\xi_1$  — равномерно распределенное на интервале  $[0, 1]$  случайное число.

2) Находим  $x$  из уравнения  $\int_{x_{\min}}^x f_i(x) dx / \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_i(x) dx = \xi_2$ .

3) Принимаем  $x$ , если  $\xi_3 < g_i(x)$ , в противном случае возвращаемся к п. 1.

Кинетическая энергия  $T$  разыгрывается из спектра  $\lambda_C(T)$  в случае  $\xi(P_C + P_F) \leq P_C$ . Спектр  $\lambda_C(T)$  состоит из двух слагаемых (27), вклад которых определяется интегралами (30). Поэтому при выполнении условия  $\xi_1 P_C \leq P_{C1}$  моделируется компонент спектра  $\lambda_{C1}$ , в противном случае —  $\lambda_{C2}$ . В качестве  $f_i(x)$  принимается функция  $e^{x-x_0}$ , значение  $x$  из которой находится по формуле

$$x = x_0 + \ln [e^{x_1-x_0} + \xi_2 (e^{x_2-x_0} - e^{x_1-x_0})]. \quad (\text{П.2})$$

а)  $\lambda_{C1}$ . Функция  $g_1(x) = R_t - x$  имеет максимум при  $x = x_1$ , поэтому  $x$  принимаем, если

$$\xi_3 (R_t - x_1) < R_t - x. \quad (\text{П.3})$$

б)  $\lambda_{C2}$ . Функция  $g_2(x) = (R_t - x)x$  — это парабола, имеющая максимум при  $x = R_t/2$ . С учетом ограниченной области  $x \in [x_1, x_2]$  точка максимума функции находится из условия  $x_m = \min(x_2, \max(R_t/2, x_1))$ . Значение  $x$  принимается, если

$$\xi_3 (R_t - x_m)x_m < (R_t - x)x. \quad (\text{П.4})$$

Кинетическая энергия в системе центра масс равна  $T = R_0 - tx$ .

В случае фермиевского спектра в качестве  $f_i(x)$  также принимаем функцию  $e^{x-x_0}$ , значение  $x$  из которой разыгрывается по формуле  $x = x_0 + \ln [e^{x_{\min}-x_0} + \xi_2 (e^{x_{\max}-x_0} - e^{x_{\min}-x_0})]$ .

в)  $\xi_1 P_F \leq P_{F1}$ . Функция  $g_1(x) = (\tilde{x}/x)^2 - 1$  — монотонно убывающая с максимумом при  $x = x_{\min}$ . Значение  $x$  принимаем, если

$$\xi_3 \left( \left( \frac{\tilde{x}}{x_{\min}} \right)^2 - 1 \right) < \left( \frac{\tilde{x}}{x} \right)^2 - 1. \quad (\text{П.5})$$

г)  $\xi_1 P_F > P_{F1}$ . Функция  $g_2(x) = \tilde{x}^2 - x^2$  имеет максимум при значении  $x_{\min}$ , поэтому  $x$  принимается, если

$$\xi_3 (\tilde{x}^2 - x_{\min}^2) < \tilde{x}^2 - x^2. \quad (\text{П.6})$$

Кинетическая энергия  $T$  определяется по формуле

$$T = T_m - x^2/4a(x), \quad (\text{П.7})$$

где  $a(x)$  находится интерполяцией значений  $a_1$  и  $a_2$  из формул (33).

На рис. П.1 и П.2 представлены результаты расчета спектров первых частиц, испускаемых ядрами  $^{27}\text{Al}$  и  $^{56}\text{Fe}$  при различных энергиях возбуждения, в сравнении с точным расчетом спектров по формуле (1) и вероятностей вылета различных частиц методом численного интегрирования. Реализованная в программе EVAP15 методика расчета хорошо согласуется с точным расчетом для всех частиц и энергий возбуждения. Основными компонентами излучения во всех случаях являются нейтроны и протоны. Далее следуют  $\alpha$ -частицы и дейтоны, при этом выход последних обычно мал и сравнивается с выходом  $\alpha$ -частиц только при больших энергиях возбуждения  $\sim 100$  МэВ. Этот факт, так же

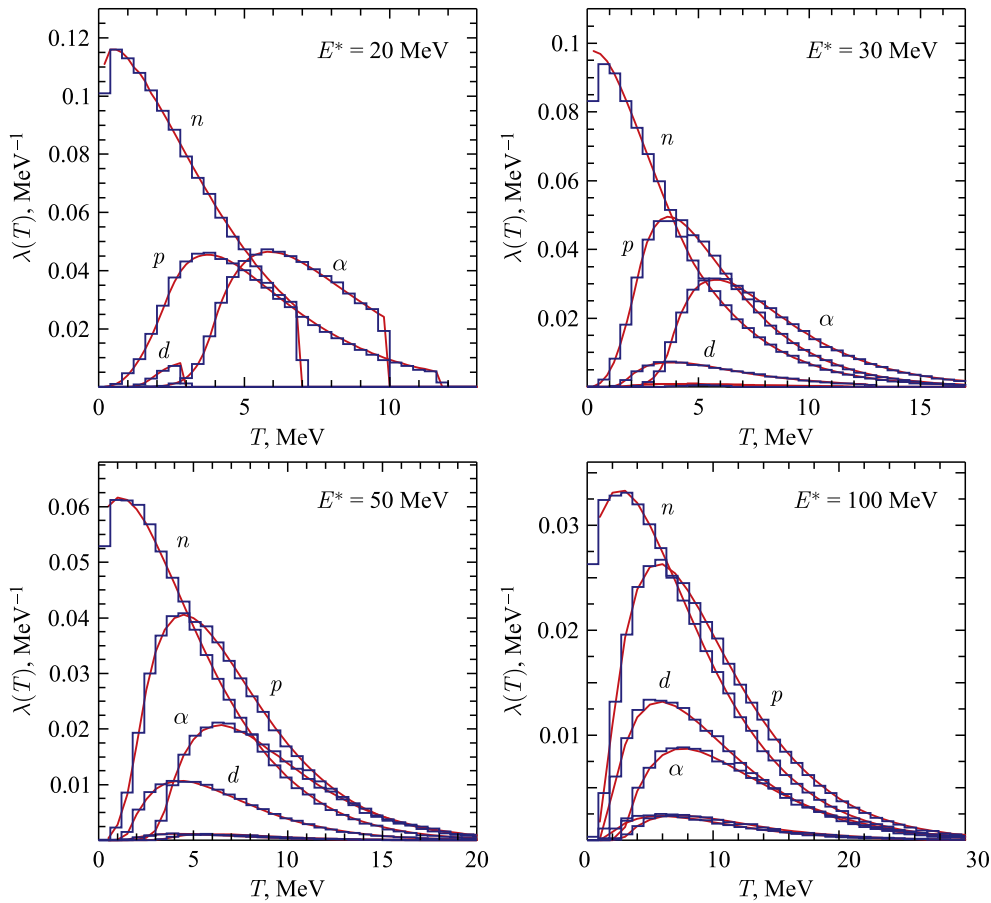


Рис. П.1. Спектры первых частиц, испускаемых ядром  $^{27}\text{Al}$  при различных энергиях возбуждения. Суммарный выход частиц равен единице. Гистограммы — EVAP15, кривые — точный расчет с численным интегрированием спектров (1)

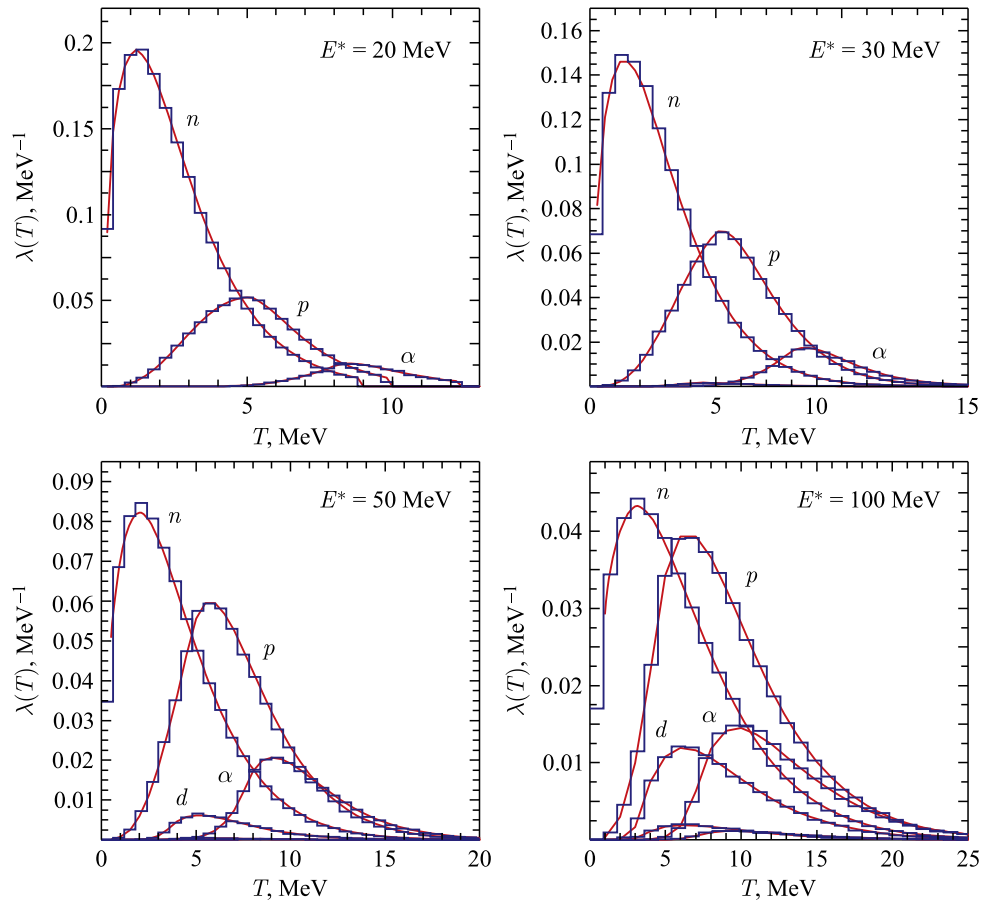


Рис. П.2. То же, что на рис.П.1, для ядра  $^{56}\text{Fe}$

как и пренебрежимо малый выход тритонов и ядер  $^3\text{He}$ , связан с большими энергиями отделения этих частиц от ядра  $B_j$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weisskopf V. F., Ewing D. H. On the Yield of Nuclear Reactions with Heavy Elements // Phys. Rev. 1940. V. 57. P. 472–485.
2. Audi G., Wapstra A. H. The 1995 Update to the Atomic Mass Evaluation // Nucl. Phys. A. 1995. V. 595. P. 409–480; <https://www-nds.iaea.org/amdc/masstable/Ame1995/>.
3. Dostrovsky I., Fraenkel Z., Friedlander G. Monte Carlo Calculations of Nuclear Evaporation Processes. III. Application to Low-Energy Reactions // Phys. Rev. 1959. V. 116. P. 683–702.
4. Furihata S. Statistical Analysis of Light Fragment Production from Medium Energy Proton-Induced Reactions // Nucl. Instr. Meth. B. 2000. V. 171. P. 252–258.
5. Gilbert A., Cameron A. G. W. A Composite Nuclear-Level Density Formula with Shell Corrections // Can. J. Phys. 1965. V. 43. P. 1446–1496.



6. <https://www-nds.iaea.org/RIPL-3/>
7. *Sannikov A. V., Savitskaya E. N.* Physics of the HADRON Code: Recent Status and Comparison with Experiment // Nucl. Instr. Meth. A. 2000. V. 450. P. 127–137.
8. [www.nndc.bnl.gov/exfor/exfor.htm](http://www.nndc.bnl.gov/exfor/exfor.htm)
9. *Игнатюк А. В., Истеков К. К., Смиренкин М. Н.* Коллективные эффекты в плотности уровней и вероятность деления ядер // ЯФ. 1979. Т. 30. С. 1205–1218.
10. *Myers W. D., Swiatecki W. J.* Nuclear Masses and Deformation // Nucl. Phys. 1966. V. 81. P. 1–60.
11. *Mengoni A., Nakajima Yu.* Fermi-Gas Model Parametrization of Nuclear Level Density // J. Nucl. Sci. Eng. 1994. V. 31. P. 151–162.
12. *Iljinov A. S. et al.* Phenomenological Statistical Analysis of Level Densities, Decay Widths and Time Lives of Excited Nuclei. LNF-91/058 (P). Frascati, 1991. 46 p.
13. *Барашенков В. С.* Сечения взаимодействия частиц и ядер с ядрами. Дубна: ОИЯИ, 1993. 346 с.
14. <ftp://ftp.nrg.eu/pub/www/talys/tendl2012/tendl2012.html>
15. *Kirkby P., Link W. T.* Faraday-Cup Measurement of Proton Total Reaction Cross Sections // Can. J. Phys. 1966. V. 44. P. 1847–1862.
16. *Kalbach C.* Toward a Global Exciton Model; Lessons at 14 MeV // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1998. V. 24. P. 847–866.
17. *Koning A. J., Hilaire S., Duijvestijn M.* TALYS-1.2. A Nuclear Reaction Program. User Manual. Petten, 2009. 383 p.
18. <http://www.nndc.bnl.gov/exfor/endl00.jsp>
19. <https://www-nds.iaea.org/RIPL-2/optical/om-data/totela-sys.readme>
20. <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>
21. <http://cernlib.web.cern.ch/cernlib/>
22. *Sannikov A. V., Savitskaya E. N.* Total Nucleon–Nucleus Reaction Cross Sections Calculated in the Frame of the Cascade Model // Rad. Prot. Dosim. 2004. V. 110. P. 27–31.
23. *Санников А. В., Савицкая Е. Н.* Обобщенная каскадная модель ядерных реакций // Тез. докл. IX Рос. науч. конф. «Радиационная защита и радиационная безопасность в ядерных технологиях». Обнинск, 2006. С. 276–281.

Получено 9 ноября 2015 г.