

СИСТЕМА МНОГООБОРОТНОЙ ИНЖЕКЦИИ ПУЧКОВ

*Г. В. Долбилов*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассматривается система накопления заряженных частиц в процессе инжекции пучка. Предельное число накопленных частиц в данной системе ограничивается либо предельной интенсивностью накопленного пучка, либо величиной энергетического разброса частиц в пучке. Система позволяет разделять и накапливать ионы с разным зарядом. Число накопленных оборотов может достигать $> 10^2$.

We consider a system of accumulation of charged particles in the process of injection of the beam. The limiting number of accumulated particles in this system is limited by either the ultimate intensity of the accumulated beam or restrictions on the value of the energy spread of particles in the beam. The system allows us to separate and accumulate ions of different charges. The number of accumulated rotations can achieve values $> 10^2$.

PACS: 29.27.Ac

ВВЕДЕНИЕ

В рассматриваемой системе многооборотной инжекции накопление частиц ведется путем заполнения продольного акцептанса ускорителя, который не ограничен апертурой ускорителя. В такой системе многооборотного накопления частиц происходит увеличение продольного разброса скоростей частиц. Поперечный разброс скоростей инжектированных частиц не изменяется. Относительный разброс энергии ускоренного пучка зависит от его конечной энергии и энергии инжектированного пучка. Так как в индукционном синхротроне с постоянным магнитным полем имеется возможность начать ускорение с чрезвычайно низких энергий, такой способ накопления частиц имеет предпочтение.

Для инжекции частиц на равновесную орбиту ускорителя используется система разнополярных магнитных диполей (рис. 1). Частицы инжектируются на расстоянии $y = y_{inj}$ от равновесной орбиты ускорителя. Двумя разнополярными диполями частицы выводятся на равновесную орбиту, на которой они приобретают дополнительный прирост энергии. Этот прирост может быть существенно меньше энергии инжекции. Ускоренные на каждом инжекционном обороте частицы, минуя инфлектор, снова инжектируются

¹E-mail: dol37@mail.ru

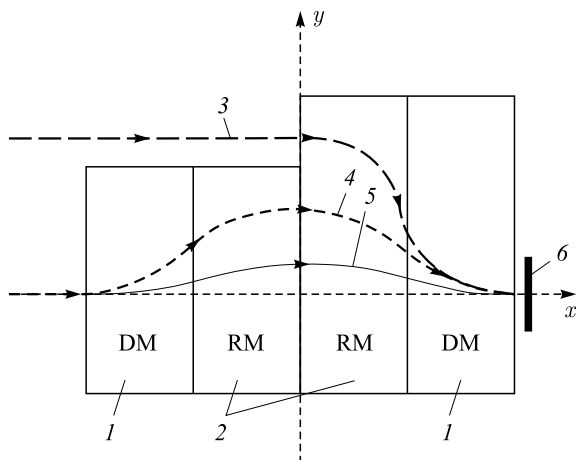


Рис. 1. Схема многооборотной инжекции с использованием разнополярных диполей. 1 — DM — магнитный диполь, отклоняющий частицы от равновесной орбиты; 2 — RM — магнитный диполь, возвращающий частицы к равновесной орбите; 3 — траектория частиц с импульсом, равным импульсу инжектируемых частиц; 4, 5 — траектории частиц, получивших приращение импульса на первом и последующих оборотах; 6 — коллиматор, разделяющий частицы по зарядовому числу Z

на равновесную орбиту ускорителя. Коллиматор (6) позволяет разделять частицы по зарядовому числу Z .

СИСТЕМА ИЖЕКЦИОННЫХ ДИПОЛЕЙ

Изменение координаты и скорости частицы с произвольными начальными параметрами в системе диполей с однородным магнитным полем $\pm B_z$ определяется соотношениями

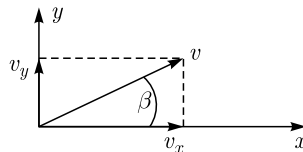
$$\frac{dP_y}{dt} = \pm q v_x B_z, \quad \frac{dP_y}{dx} = \pm q B_z, \quad dP_y = \pm q B_z dx, \quad P_{y,\text{out}} = P_{y,\text{inj}} \pm q B_z x_0,$$

где $P_{y,\text{inj}}$ и $P_{y,\text{out}}$ — импульсы на входе и выходе соответственно; x — длина диполя.

Поскольку $P_y = P \sin \beta$, то

$$P_n \sin \beta_n = P_{n-1} \sin \beta_{n-1} \pm q B_z x_0,$$

$$\frac{v_{y,n}}{v} = \sin \beta_n = \sin \beta_{n-1} \pm \frac{x}{R_n}, \quad \text{где } R_n = \frac{P_n}{q B_z}.$$



Угол наклона траектории частицы равен

$$\frac{dy}{dx} = y' = \text{tg } \beta, \quad y' = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \beta_{n-1} \pm \frac{x}{R_n}}{\sqrt{1 - \left(\sin \beta_{n-1} \pm \frac{x}{R_n} \right)^2}}.$$

Изменение координаты частицы в диполе имеет вид

$$y_n = y_{n-1} + \rho_{n-1} + \int_0^x \frac{\sin \beta_{n-1} \pm \frac{x}{R_n}}{\sqrt{1 - \left(\sin \beta_{n-1} \pm \frac{x}{R_n}\right)^2}} dx =$$

$$= y_{n-1} + \rho_{n-1} \mp R_n \left(\sqrt{1 - \left(\sin \beta_{n-1} \pm \frac{x}{R_n}\right)^2} - \sqrt{1 - \sin^2 \beta_{n-1}} \right).$$

Изменение относительной скорости $v_{y,n}/v$ в диполях равно

$$\sin \beta_n = \sin \beta_{n-1} \pm \frac{x}{R_n},$$

$$\sin \beta_{n+1} = \sin \beta_n \pm \frac{x}{R_n} = \sin \beta_{n-1},$$

$$\sin \beta_{n+1} = \sin \beta_{n-1} = \sin \beta_0.$$

ИНЖЕКЦИЯ ЧАСТИЦ НА РАВНОВЕСНУЮ ОРБИТУ

Если в диполе №3 (рис. 2) $qB_z < 0$, $x = x_0$, а параметры частицы на входе в диполь равны

$$\frac{v_y}{v} = \sin \beta_{inj}, \quad y = y_{inj},$$

то на выходе из диполя

$$\sin \beta_3 = \sin \beta_{inj} - \frac{x_0}{R_{inj}}, \quad R_{inj} = \frac{P_{inj}}{qB_z},$$

$$y_3 = y_{inj} + \rho_{inj} + R_{inj} \left(\sqrt{1 - \left(\sin \beta_{inj} - \frac{x_0}{R_{inj}}\right)^2} - \sqrt{1 - \sin^2 \beta_{inj}} \right).$$

Параметр $x_0/R_{inj} = \cos \theta$ (рис. 2) имеет важное значение при выборе режима работы системы инжекционных диполей. От значения угла θ существенно зависят параметры пучка в диполях:

$$\sin \beta_3 = \sin \beta_{inj} - \cos \theta,$$

$$y_3 = y_{inj} + \rho_{inj} + R_{inj} \left(\sqrt{1 - (\sin \beta_{inj} - \cos \theta)^2} - \sqrt{1 - \sin^2 \beta_{inj}} \right).$$

Для равновесной, невозмущенной, частицы ($\rho_{inj} = 0$, $\sin \beta_{inj}$)

$$y_{eq,3} = y_{inj} - R_{inj} (1 - \sin \theta).$$

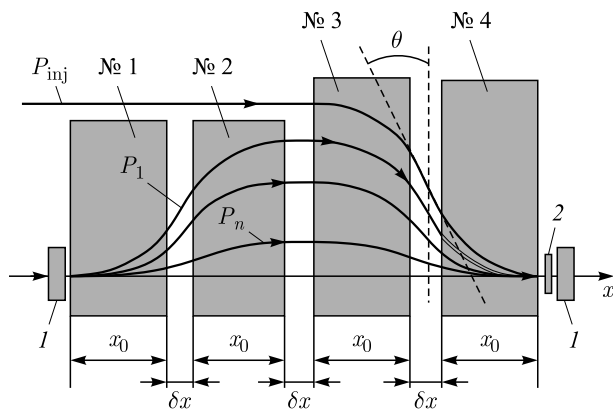


Рис. 2. Система многооборотной инжекции. №3 и №4 — инжекционные магнитные диполи; №1 и №2 — диполи, обеспечивающие «промашку» пучка; P_{inj} , P_1 и P_n — импульсы частиц инжектируемого пучка и пучка на первом и n -м обороте и их равновесные траектории; 1 — симметричные магнитные линзы; 2 — коллиматор (Z/A — сепаратор частиц)

После прохождения частицей диполя №4 с полем $B_4 = -B_3$ параметры частицы будут равны:

$$\begin{aligned}
 y_4 &= y_3 + R_{inj} \left(\sqrt{1 - \sin^2 \beta_4} - \sqrt{1 - \sin^2 \beta_3} \right), \\
 \sin \beta_4 &= \sin \beta_3 + \cos \theta = \sin \beta_{inj}, \\
 y_4 &= y_3 - R_{inj} \left(\sqrt{1 - \sin^2 \beta_{inj}} - \sqrt{1 - (\sin \beta_{inj} - \cos \theta)^2} \right), \\
 y_4 &= y_{inj} + \rho_{inj} - 2R_{inj} \left(\sqrt{1 - \sin^2 \beta_{inj}} - \sqrt{1 - (\sin \beta_{inj} - \cos \theta)^2} \right).
 \end{aligned}$$

Для невозмущенной частицы $\sin \beta_{inj} = 0$, $\rho_{inj} = 0$ (равновесная траектория) отклонение равно

$$y_{eq,4} = y_{inj} - 2R_{inj} (1 - \sin \theta).$$

Если величина y_{inj} есть дистанция между траекторией инжекции и равновесной орбитой ускорителя, то при

$$y_{inj} = 2R_{inj} (1 - \sin \theta) = 2x_0 \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = 2 \frac{A}{Z} R_{p,inj} (1 - \sin \theta) \quad (1)$$

частица с атомным номером A и с зарядовым числом Z инжектируется на равновесную орбиту ускорителя:

$$y_{eq,out} = 0.$$

Использование коллиматора 2 (см. рис. 2) на выходе системы позволяет накапливать захваченные ионы с заданным значением параметра Z/A .

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ, ЗАХВАЧЕННЫХ НА РАВНОВЕСНУЮ ОРБИТУ УСКОРИТЕЛЯ

Захваченные на равновесную орбиту ускорителя частицы после небольшого ускорения на очередном обороте сначала отклоняются диполями № 1, № 2 и снова возвращаются на равновесную орбиту ускорителя диполями № 3 и № 4. Небольшое увеличение импульса частиц и связанное с этим увеличение радиуса траектории частиц в полях диполей позволяет отклоненному пучку пройти мимо инфлектора.

Поскольку на границе диполей № 1/№ 2 и № 3/№ 4 частицы движутся под углом к границе, краевые поля диполей дефокусируют пучок в радиальном направлении и фокусируют его в вертикальном направлении. Короткие симметричные магнитные линзы, установленные на входе диполя № 1 и выходе диполя № 4, создают фокусировку пучка как в радиальном, так и в вертикальном направлениях.

Если на входе в систему параметры захваченной частицы равны ρ_0 и $\sin \beta_0$, то на выходе диполя № 2 отклонение частицы от равновесной орбиты будет максимальным. Соотношение параметров частиц на входе в систему и выходе из диполя № 2 соответствует уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{v_{y,1}}{v} &= \sin \beta_1 = \sin \beta_0 + \cos \theta_n, \\ y_1 &= \rho_0 - R_n \left(\sqrt{1 - \sin^2 \beta_1} - \sqrt{1 - \sin^2 \beta_0} \right), \\ \frac{v_{y,2}}{v} &= \sin \beta_2 = \sin \beta_1 - \cos \theta_n, \\ y_2 &= y_1 + R_n \left(\sqrt{1 - \sin^2 \beta_2} - \sqrt{1 - \sin^2 \beta_1} \right), \\ y_2 &= \rho_0 - 2R_n \left(\sqrt{1 - (\sin \beta_0 + \cos \theta_n)^2} - \sqrt{1 - \sin^2 \beta_0} \right), \\ \frac{x_0}{R_n} &= \cos \theta_n, \quad R_n = \frac{P_n}{qB_z}. \end{aligned}$$

Для равновесной, невозмущенной, частицы ($\rho_0 = 0$, $\sin \beta_0 = 0$) отклонение от равновесной орбиты ускорителя равно

$$y_{eq,2} = 2R_n \left(1 - \sqrt{1 - \cos^2 \theta_n} \right) = 2x_0 \frac{1 - \sin \theta_n}{\cos \theta_n}.$$

Значение, равное

$$\begin{aligned} \Delta y_{inj} &= y_{inj} - y_{eq,2} = 2x_0 \left(\frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} - \frac{1 - \sin \theta_n}{\cos \theta_n} \right), \\ \cos \theta_n &= \frac{x_0}{R_n} = \frac{R_{inj}}{R_n} \frac{x_0}{R_{inj}} = \frac{R_{inj}}{R_n} \cos \theta = \frac{P_{inj}}{P_n} \cos \theta, \end{aligned}$$

соответствует значению «промашки» пучка.

При заданном отношении R_{inj}/P_n значение «промашки» растет пропорционально x_0 (рис. 2). Например, при $\theta = 60^\circ$, $P_{inj}/P_1 = 0,9$ «промашка» на 1-м обороте будет равна

$$\Delta y_{inj} = 0,06x_0.$$

Индукционный синхротрон с постоянным магнитным полем имеет возможность начать ускорение с очень малых энергий инжекции. Это позволяет при многооборотной инжекции уменьшить энергетический разброс в накопленном пучке.

Если при накоплении пучка используется индукционная секция с напряжением $\Delta U_{inj} = 50$ кВ, то относительный энергетический разброс в ускоренном до $E = 500$ МэВ пучке будет равен

$$\frac{e\Delta U_{inj}}{E}N = 10^{-4}N.$$

МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЧАСТИЦ ОТНОСИТЕЛЬНО РАВНОВЕСНОЙ ТРАЕКТОРИИ В ДИПОЛЯХ

Поскольку скорость поперечных бетатронных колебаний много меньше продольной скорости частиц, то

$$\frac{v_{y,n}}{v} = \frac{y_n}{v dt} = \beta'_n = \sin \beta_n \ll 1, \quad \frac{\rho_n}{R_n} \ll 1,$$

и можно показать, что отклонение частицы от равновесной траектории в этом приближении равно

$$\rho_n = y_n - y_{eq,n} = \rho_{n-1} + R_n \operatorname{ctg} \theta_n \rho'_{n-1}, \quad \rho'_n = \rho'_{n-1}.$$

Матричная форма системы уравнений (1) имеет вид

$$\begin{bmatrix} \rho_n \\ \rho'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_{n,\rho} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{n-1} \\ \rho'_{n-1} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $L_{n,\rho} = R_n \operatorname{ctg} \theta_n$.

Поперечные z -колебания происходят вдоль силовых линий магнитного поля, поэтому

$$z_n = z_{n-1} + L_{n,z} z'_{n-1}, \quad z'_n = z'_{inj}, \quad \begin{bmatrix} z_n \\ z'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_{n,z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{n-1} \\ z'_{n-1} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $L_{n,z} = R_n \phi_n$, где $\phi_n = (\pi/2 - \theta_{n(\text{rad})})$.

Для захваченной частицы на n -м обороте матричная форма отклонения траектории от равновесной траектории в каждом диполе имеет вид

$$\begin{bmatrix} \rho_n \\ \rho'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_{n,\rho} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{n-1} \\ \rho'_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} z_n \\ z'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L_{n,z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{n-1} \\ z'_{n-1} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $L_{n,\rho} = R_n \operatorname{ctg} \theta_n$, $L_{n,z} = R_n (\pi/2 - \theta_n)$, $R_n = P_n/qB_z$.

Границу разнополярных диполей частица проходит под углами θ и θ_n , поэтому краевые поля диполей работают как дефокусирующая линза в радиальном направлении и фокусирующая линза в вертикальном направлении [1]:

$$[F_{n,\rho}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f_n} & 1 \end{bmatrix}, \quad [F_{n,z}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_n} & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $f_n = (1/2) R_n \operatorname{tg} \theta_n$.

Для компенсации дефокусирующего действия краевых полей на входе диполя № 1 и выходе диполя № 4 установлены симметричные магнитные линзы с фокусным расстоянием [2]

$$F = \frac{(2R_L)^2}{h} = \left(\frac{2P}{qB_L} \right)^2 \frac{1}{h} \quad (B_L \text{ — индукция в линзе, } h \text{ — эффективная длина линзы}),$$

$$[F_\rho] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix}, \quad [F_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

которые фокусируют пучок частиц как в радиальном, так и вертикальном направлениях.

Если захваченная на равновесную орбиту частица входит в диполь № 1 инжекционной системы, имея параметры: $y = \rho_0$, $v_y/v = \sin \beta_0$, $y' = \text{tg } \beta_0$, то после прохождения частицей разнополярных магнитных диполей № 1, № 2, № 3 и № 4 радиальные и вертикальные отклонения частицы от равновесной траектории (на выходе диполя № 4) будут определяться следующим уравнением:

$$\begin{bmatrix} \rho_4(z_4) \\ \rho'_4(z'_4) \end{bmatrix} = [N_n] \begin{bmatrix} \rho_0(z_0) \\ \rho'_0(z'_0) \end{bmatrix},$$

$$[N_n] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L_{n,\rho(z)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \pm \frac{1}{f_n} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L_{n,\rho(z)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L_{n,\rho(z)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \pm \frac{1}{f_n} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L_{n,\rho(z)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix}.$$

Здесь «+f» соответствует радиальному ρ -движению, а «-f» — вертикальному z -движению.

Изменение фаз бетатронных колебаний после прохождения четырех разнополярных диполей σ_ρ и σ_z определяется соотношением [1]

$$\cos \sigma_{\rho(z)} = \frac{1}{2} (N_{11} + N_{22}) = -1 + 2 \left(1 \pm \frac{L_{n,\rho(z)}}{f_n} \right)^2 - 2 \left(1 \pm \frac{L_{n,\rho(z)}}{f_n} \right) \left(2 \pm \frac{L_n}{f_n} \right) \frac{L_{n,\rho(z)}}{F}.$$

Для того, чтобы выполнялось соотношение $-1 \leq \cos \sigma_{\rho(z)} \leq 1$, значение параметра $L_{n,\rho(z)}/F$ должно находиться в пределах

$$\frac{\pm L_{n,\rho(z)}/f_n}{1 \pm (1/2)L_{n,\rho(z)}/f_n} \leq \frac{L_{n,\rho(z)}}{F} \leq 2 \frac{1 \pm L_{n,\rho(z)}/f_n}{1 \pm (1/2)L_{n,\rho(z)}/f_n}.$$

Используя равенства (2)–(6) и приведенные ниже

$$L_{n,\rho} = R_n \text{ctg } \theta_n, \quad \frac{L_{n,\rho}}{f_n} = 2 \text{ctg}^2 \theta_n, \quad f_n = \frac{1}{2} R_n \text{tg } \theta_n,$$

$$L_{n,z} = R_n \phi_n, \quad \frac{L_{n,z}}{f_n} = 2 \phi_n \text{ctg } \phi_n, \quad F = \frac{(2R_L)^2}{h},$$

находим, что

$$2 \sin \theta_n \cdot \cos \theta_n \leq \frac{R_n h}{(2R_L)^2} \leq (1 + \cos^2 \theta_n) \operatorname{tg} \theta_n \quad \text{— для радиального движения}$$

и

$$\frac{-2\phi \operatorname{tg} \phi_n}{1 - \phi \operatorname{tg} \phi_n} \leq \frac{R_n h}{(2R_L)^2} \leq \frac{1}{2\phi_n} \frac{1 - \phi_n \operatorname{tg} \phi_n}{1 - 2\phi_n \operatorname{tg} \phi_n} \quad \text{— для вертикального движения.}$$

Здесь $\cos \theta_n = \frac{x_0}{R_n} = \frac{R_{inj}}{R_n} \frac{x_0}{R_{inj}} = \frac{R_{inj}}{R_n} \cos \theta$, $\theta_n = \arccos \left(\frac{R_{inj}}{R_n} \cos \theta \right)$, $\phi_n = \left(\frac{\pi}{2} - \theta_n \right)$.

С увеличением энергии захваченных частиц, $P_{inj}/P \ll 1$, параметры θ_n и ϕ_n будут следующими:

$$\theta_n = \arccos \left(\frac{P_{inj}}{P} \cos \theta \right) \rightarrow \frac{\pi}{2}, \quad \phi_n \rightarrow 0,$$

и условие устойчивости как радиальных, так и вертикальных бетатронных колебаний принимает вид

$$\delta \leq \frac{R_n h}{(2R_L)^2} \leq \frac{1}{\delta}, \quad \text{где } \delta \ll 1.$$

Однако при более низких энергиях вертикальное движение частиц ограничивает область рабочих углов ϕ_n и θ_n . Допустимые диапазоны значений углов находятся в пределах

$$0 < \phi_n < 39^\circ, \quad 51^\circ < \theta_n < 90^\circ.$$

Поэтому при $\theta_{inj} > 51^\circ$ вертикальные и радиальные бетатронные колебания будут устойчивыми при всех энергиях частиц — от энергии инжекции до конечных энергий ускорителя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучается возможность многооборотного захвата заряженных частиц на равновесную орбиту ускорителя путем заполнения продольного акцептанса ускорителя. Если увеличение поперечного акцептанса связано с увеличением апертуры ускорителя, то увеличение продольного акцептанса при многооборотном накоплении частиц не требует увеличения апертуры и габаритов ускорителя.

Увеличение энергетического разброса ускоренных частиц при таком способе многооборотной инжекции зависит от соотношения конечной энергии ускорителя E_{\max} и энергии инжектируемых частиц E_{inj} . Данный способ инжекции имеет преимущества при его использовании в индукционных синхротронах с постоянным магнитным полем [3, 4], в которых энергия инжекции может быть снижена до энергии источника ионов. В таком синхротроне использование слабых краевых полей постоянных магнитов для формирования замкнутых орбит (с почти постоянным радиусом) позволяет начать ускорение с очень низких энергий.

Когда многооборотный захват осуществляется с помощью инжекционного источника с энергией $eU \ll E_{inj}$, то разброс захваченных частиц по энергиям пропорционален числу

оборотов захвата N и равен $\Delta E_{inj} = eUN$. Относительный энергетический разброс ускоренных частиц будет равен

$$\frac{\Delta E_{max}}{E_{max}} = \frac{eUN}{E_{max}}.$$

В работе проведены исследования устойчивости бетатронных колебаний захваченных частиц в разнополярных диполях инжекционной системы. Определена область параметров инжекционной системы, где радиальные и вертикальные бетатронные колебания будут устойчивыми во всем диапазоне ускоряемых энергий — от энергии инжекции до конечных энергий ускорителя.

Автор выражает благодарность С. И. Тютюнникову, начальнику отделения «Научно-методические исследования и инновации», за постановку задачи и поддержку в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Livingood J.* Principle of Cyclic Particle Accelerators. Argonne Nat. Lab. 1961.
2. *Молоковский С. И., Сушков А. Д.* Интенсивные электронные и ионные пучки. Л.: Энергия. Ленингр. отд-ние, 1972.
3. *Dolbilov G. V.* Induction Synchrotron with a Constant Magnetic Field // Phys. Part. Nucl. Lett. 2017. V. 14, No. 1. P. 201–208.
4. *Долбилов Г. В.* Индукционный синхротрон с постоянным магнитным полем // Письма в ЭЧАЯ. 2017. Т. 14, № 1(206). С. 164–175.

Получено 26 апреля 2017 г.