

## ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА–ЧЕРЕНКОВА В НАКЛОННОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЕ. НАРУШЕНИЕ АЗИМУТАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

*А. П. Потылицын<sup>1</sup>, С. Ю. Гоголев*

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия

Излучение Вавилова–Черенкова (ИВЧ) на протяжении более полувека применяется для создания детекторов элементарных частиц. В последние годы появились работы, авторы которых предлагали использовать механизм когерентного ИВЧ для измерения длины короткого сгустка, который генерирует это излучение. Для этой цели предполагается использовать диэлектрические мишени конической (или более сложной) формы для вывода излучения в вакуум с минимальными потерями на переотражение. К сожалению, арсенал аналитических методов для расчета спектрально-угловых характеристик ИВЧ (даже для некогерентного случая) ограничен простейшими геометриями мишеней. В данной работе используются аналитические методы расчета характеристик ИВЧ из наклонной диэлектрической пластины, основанные на методе изображений и методе поляризации токов. Результаты моделирования показывают разумное согласие с данными недавнего эксперимента. Полученные в статье результаты демонстрируют возможность использования ИВЧ не только для измерения длины сгустков, но и для исследования их поперечного профиля.

The Cherenkov radiation (ChR) has been used for more than half a century to create elementary particle detectors. In recent years, works have appeared whose authors have proposed using a coherent ChR mechanism for measuring the length of a short bunch that generates this radiation. For this purpose, it is assumed to use dielectric targets of conical (or more complex) shape to output radiation to a vacuum with minimal reflectance losses. Unfortunately, the arsenal of analytical methods for calculating the spectral and angular characteristics of the microwave (even for the incoherent case) is limited to the simplest target geometries. The present paper uses analytical methods for calculating the characteristics of ChR from an inclined dielectric plate, based on the image method and the polarization current method. The simulation results show reasonable agreement with a recent experiment. The results obtained in the article demonstrate the possibility of using ChR not only to measure the length of bunches, but also to study the transverse profile of bunches.

PACS: 41.60.-m

### ВВЕДЕНИЕ

Излучение заряда, движущегося со сверхсветовой скоростью в среде (излучение Вавилова–Черенкова (ИВЧ)), обнаруженное более 80 лет назад [1, 2], широко используется при детектировании элементарных частиц [3, 4]. В последние годы предлагалось использовать механизм когерентного ИВЧ для разработки и создания источников излучения

---

<sup>1</sup>E-mail: potylitsyn@tpu.ru

в ТГц и суб-ТГц диапазонах [5,6]. Схемы подобных источников предполагают использование рабочего объема диэлектрика, например, в виде призмы [7,8] для вывода излучения в вакуум. В настоящее время отсутствуют аналитические методы расчета характеристик ИВЧ, которое генерируется в радиаторах произвольной формы. В цикле работ [9, 10] был предложен подход — так называемый метод поляризационных токов, в котором возникающее излучение обусловлено динамической поляризацией электронных оболочек атомов мишени полем пролетающего через среду заряда. Этот метод позволяет вычислять спектрально-угловое распределение ИВЧ в конечных мишенях произвольной формы, например в пластине и призме [11].

В эксперименте [12] исследовались характеристики оптического ИВЧ при его генерации пучком электронов с энергией 255 МэВ в наклонной пластинке алмаза толщиной  $L = 50$  мкм. Для длины волны  $\lambda = 0,5$  мкм показатель преломления алмаза  $n \approx 2,43$  [13]. Чтобы вывести оптическое ИВЧ и избежать эффекта полного внутреннего отражения на выходной грани, в цитируемой работе исследовалось излучение, испускаемое под углом  $90,5^\circ$  относительно импульса электрона из пластины, наклоненной под углом  $\psi = 50,3^\circ$  (рис. 1, а).

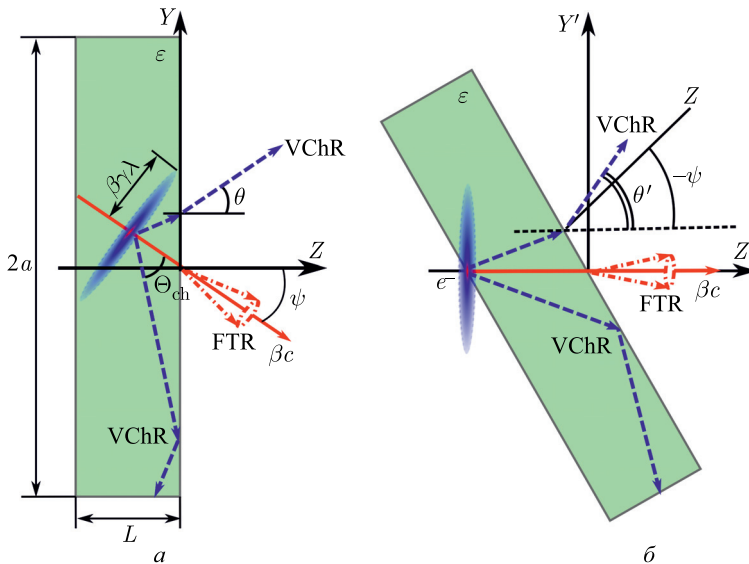


Рис. 1. Угловые переменные, используемые для описания излучения Вавилова–Черенкова и переходного излучения «вперед»;  $\beta\gamma\lambda$  обозначает эффективный радиус кулоновского поля электрона,  $\gamma$  — лоренц-фактор электрона

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Очевидно, что только часть ИВЧ, испускаемого вдоль образующегося конуса с углом при вершине  $\Theta_{ch} = \arccos(1/\beta\sqrt{\epsilon})$  ( $\epsilon = n^2$  — диэлектрическая проницаемость среды;  $\beta = v/c$ ,  $v$  — скорость движения заряженной частицы,  $c$  — скорость света), может выйти из диэлектрика в вакуум, тогда как часть излучения из-за полного внутреннего отражения

не выходит из мишени (см. рис. 1, *a*). Как результат, азимутальная симметрия распределения ИВЧ в вакууме будет нарушаться. Другой вариант нарушения азимутальной симметрии излучения рассмотрен в статье [14], где описаны исследования характеристик ИВЧ, возникающего при пролете заряда в вакууме вблизи диэлектрической мишени (так называемого *cherenkov diffraction radiation* [15]). В данной работе мы исследуем традиционный механизм ИВЧ.

В работах В.Е.Пафомова [16] получены выражения, описывающие спектрально-угловое распределение ИВЧ на выходе из наклонной, безграничной в поперечном направлении пластины. Эти выражения позволяют анализировать асимметричное азимутальное распределение ИВЧ, однако ранее подобного анализа не проводилось. Следует отметить, что в эксперименте [12] исследовалась зависимость выхода ИВЧ от угла поворота мишени, отсчитываемого от направления электронного пучка для фиксированного азимутального угла  $\phi = 0^\circ$  (т.е. в плоскости рис. 1, *a*). Представляет несомненный интерес выяснить зависимость спектрально-угловых характеристик ИВЧ от степени нарушения аксиальной симметрии в рассматриваемой геометрии.

В системе координат, где ось  $z$  направлена вдоль перпендикуляра к выходной поверхности пластины (см. рис. 1, *a*), формулы для интенсивностей компонент ИВЧ, поляризованных в параллельной (проходящей через ось  $z$  и вектор скорости заряженной частицы) и перпендикулярной плоскостях, даются выражениями (18.25), (18.26) из статьи [16]. Эти выражения позволяют рассчитать спектрально-угловое распределение ИВЧ в безграничной пластине с учетом эффекта многократного переотражения излучения внутри пластины:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2W_{\parallel}}{d\omega d\Omega} = & \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\beta_z^2 n_z^2 |\varepsilon - 1|^2}{\sin^2(\theta) |(1 - n_y \beta_y)^2 - n_z^2 \beta_z^2|^2} \times \\
 & \times \frac{|(1 - n_y \beta_y)^2 - Z^2 \beta_z^2|^{-2}}{\left| \exp\left(-\frac{i\omega LZ}{c}\right) (Z + \varepsilon \cos(\theta))^2 - \exp\left(\frac{i\omega LZ}{c}\right) (Z - \varepsilon \cos(\theta))^2 \right|^2} \times \\
 & \times \left| \exp\left(-\frac{i\omega LZ}{c}\right) (1 - \beta_y n_y + \beta_z Z)(Z + \varepsilon \cos(\theta)) \times \right. \\
 & \quad \times (\sin^2(\theta)(1 - \beta_z^2 - \beta_y n_y - \beta_z Z) + \beta_y \beta_z n_y Z) + \\
 & \quad + \exp\left(\frac{i\omega LZ}{c}\right) (1 - \beta_y n_y - \beta_z Z)(Z - \varepsilon \cos(\theta)) \times \\
 & \quad \times (\sin^2(\theta)(1 - \beta_z^2 - \beta_y n_y + \beta_z Z) - \beta_y \beta_z n_y Z) - \\
 & \quad \left. - 2Z \exp\left(-\frac{i\omega L(1 - \beta_y n_y)}{\beta_z c}\right) \left[ \beta_z (\beta_y n_y - \sin^2(\theta)) (\beta_z \varepsilon - \beta_z \sin^2(\theta) + \varepsilon n_z - \beta_y \varepsilon n_y n_z) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \sin^2(\theta)(1 - \beta_z^2 - \beta_y n_y)(1 - \beta_y n_y + \beta_z \varepsilon n_z) \right] \right|^2, \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 W_{\perp}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\beta_y^2 \beta_z^4 n_x^2 n_z^2 |\varepsilon - 1|^2}{\sin^2(\theta) |((1 - n_y \beta_y)^2 - n_z^2 \beta_z^2)|^2} \times$$

$$\times \frac{|(1 - n_y \beta_y)^2 - Z^2 \beta_z^2|^{-2}}{\left| \exp\left(-\frac{i\omega LZ}{c}\right) (Z + \cos(\theta))^2 - \exp\left(\frac{i\omega LZ}{c}\right) (Z - \cos(\theta))^2 \right|^2} \times$$

$$\times \left| \exp\left(-\frac{i\omega LZ}{c}\right) (1 - \beta_y n_y + \beta_z Z)(Z + \cos(\theta)) + \right.$$

$$\left. + \exp\left(\frac{i\omega LZ}{c}\right) (1 - \beta_y n_y - \beta_z Z)(Z - \cos(\theta)) - \right.$$

$$\left. - 2Z \exp\left(-\frac{i\omega L(1 - \beta_y n_y)}{\beta_z c}\right) (1 - \beta_y n_y + \beta_z n_z) \right|^2, \quad (2)$$

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2 W_{\parallel}}{d\omega d\Omega} + \frac{d^2 W_{\perp}}{d\omega d\Omega}. \quad (3)$$

Здесь используются обозначения  $Z = \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta)}$ ,  $\beta_y = -\beta \sin(\psi)$ ,  $\beta_z = \beta \cos(\psi)$ ,  $n_x = \sin(\theta) \sin(\phi)$ ,  $n_y = \sin(\theta) \cos(\phi)$ ,  $n_z = \cos(\theta)$ ,  $\theta, \phi$  — полярный и азимутальный углы, характеризующие волновой вектор в вакууме (см. рис. 1, а),  $L$  — толщина пластины.

Более простой для анализа является система координат, представленная на рис. 1, б, где ось  $z'$  направлена вдоль импульса электрона. Переменные в обеих системах связаны стандартной матрицей поворота на угол  $\psi$ , что позволяет преобразовать выражения (1), (2) к более удобным угловым переменным  $\theta'$ ,  $\phi'$  ( $\theta'$  — угол между волновым вектором и импульсом электрона,  $\phi'$  — азимутальный угол, см. рис. 1, б). Связь между направляющими косинусами в штрихованной системе координат  $N_x = \sin(\theta') \sin(\phi')$ ,  $N_y = \sin(\theta') \cos(\phi')$ ,  $N_z = \cos(\theta')$  и в исходной системе координат дается формулами  $N_x = n_x$ ,  $N_y = n_y \cos(\psi) + n_z \sin(\psi)$ ,  $N_z = n_z \cos(\psi) - n_y \sin(\psi)$ , из которых выводятся необходимые формулы:

$$\cos(\theta) = \cos(\theta') \cos(\psi) + \sin(\theta') \cos(\phi') \sin(\psi), \quad (4)$$

$$\tan(\phi) = \frac{\sin(\theta') \sin(\phi')}{\sin(\theta') \cos(\phi') \cos(\psi) - \cos(\theta') \sin(\psi)}. \quad (5)$$

Как отмечалось выше, выражения (1), (2) справедливы только для неограниченной в поперечном направлении пластины.

Подход, предложенный в работах [9, 10], позволяет учесть конечные размеры пластины по всем трем направлениям. Процесс ИВЧ в системе координат, показанной на рис. 1, а, в волновой зоне рассматривается как проявление поляризационного механизма излучения. Фурье-компонента магнитного поля  $\mathbf{H}^R(r'', \omega)$  поляризационного излучения в среде будет определяться областью, занимаемой поляризационным током  $\mathbf{j}^R(\omega)$ , индуцированным электрическим полем заряженной частицы  $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega)$ :

$$\mathbf{j}^R(\omega) = \iiint_{V_T} \sigma(\omega) \mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega) e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} d^3 \mathbf{r}, \quad (6a)$$

$$\mathbf{H}^R(r'', \omega) = \frac{\exp\left(i\sqrt{\varepsilon} \frac{\omega}{c} r''\right)}{r''} \frac{i}{c} [\mathbf{k} \times \mathbf{j}^R(\omega)]. \quad (6b)$$

В формулах (6а), (6б)  $\sigma(\omega) = -i\omega(\varepsilon - 1)/4\pi$  — проводимость среды;  $\mathbf{k} = \sqrt{\varepsilon}(\omega/c)\mathbf{e}$  — волновой вектор;  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, проведенный в точку с координатами  $\{x, y, x\}$  внутри мишени;  $\mathbf{r}'' = r''\mathbf{e}$  — радиус-вектор, определяющий координаты наблюдателя,  $\mathbf{e} = 1/\sqrt{\varepsilon}\{\sin(\theta)\sin(\phi), \sin(\theta)\cos(\phi), Z\}$  — единичный вектор, направленный в точку наблюдения в вакууме. Интегрирование в выражении (6а) проводится по всему объему мишени.

В случае бесконечной в поперечном направлении мишени фурье-компонента вектора электрического поля  $\mathbf{E}_0(k_x, k_y, z, \omega) = \{E_{0x}, E_{0y}, E_{0z}\}$ , создаваемая электроном при наклонном пролете для геометрии, представленной на рис. 1, а, сводится к аналитическому выражению

$$\mathbf{E}_0(k_x, k_y, z, \omega) = -\frac{ie}{2\pi^2} \frac{\{k_x v_z, k_y v_z - v_y v_z \omega / c^2, \omega - k_y v_y - v_z^2 \omega / c^2\} \exp\left(iz \frac{(\omega - k_y v_y)}{v_z}\right)}{(k_x^2 + k_y^2 + \omega^2 / c^2)v_z^2 + (\omega - k_y v_y)^2}, \quad (7)$$

по которому находятся поляризационный ток и компоненты магнитного поля  $\mathbf{H}^R$  (см. формулу (6б)).

Спектрально-угловая плотность распределения поляризационного излучения в вакууме определяется по следующей формуле [10]:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2 W_{\parallel}}{d\omega d\Omega} + \frac{d^2 W_{\perp}}{d\omega d\Omega} = \frac{cr'^2}{|\varepsilon|^2} \left( |\sqrt{\varepsilon} F_E|^2 |H_{\parallel}^R(\omega)|^2 + |F_H|^2 |H_{\perp}^R(\omega)|^2 \right). \quad (8)$$

Напряженность магнитного поля поляризационного излучения в среде разложена на компоненты магнитного поля, лежащие в плоскости падения электромагнитной волны на границу раздела сред

$$H_{\parallel}^R(\omega) = \sqrt{H_z^R(\omega)^2 + (H_x^R(\omega) \sin(\phi) + H_y^R(\omega) \cos(\phi))^2} \quad (9)$$

и лежащие перпендикулярно плоскости падения волны на границу раздела сред

$$H_{\perp}^R(\omega) = H_x^R(\omega) \cos(\phi) - H_y^R(\omega) \sin(\phi). \quad (10)$$

Здесь  $F_H, F_E$  — коэффициенты преломления Френеля для одной бесконечной границы раздела сред:

$$F_H = \frac{2\varepsilon \cos(\theta)}{\varepsilon \cos(\theta) + \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta)}}, \quad (11)$$

$$F_E = \frac{2 \cos(\theta)}{\cos(\theta) + \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta)}}. \quad (12)$$

Слагаемые в формуле (8) описывают поляризационные компоненты спектральной плотности энергии не только излучения Вавилова–Черенкова, но и переходного излучения «вперед» (forward transition radiation), которое распространяется в полупространство  $z > 0$  (см. рис. 1, а).

Окончательное выражение для спектрально-угловой плотности в вакууме поляризованного излучения, вышедшего из «выходной» грани мишени, после всех математических преобразований имеет более простой вид по сравнению с формулой В. Е. Пафомова (3):

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\beta_z^2 \cos^2(\theta)}{((1 - \beta_y n_y)^2 - \beta_z^2 \cos^2(\theta))^2} \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right|^2 \left( \beta_y^2 \beta_z^2 \sin^2(\phi) (|Z|^2 + \sin^2(\theta)) \times \right. \\ \left. \left| \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\cos(\theta) + Z} \right|^2 + \left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon \cos(\theta) + Z} \right|^2 |(\beta_z^2 + \beta_y n_y + \beta_z Z - 1) \sin(\theta) - \beta_y \beta_z \cos(\phi) Z|^2 \right) \times \\ \times \left| \frac{1 - \exp \left[ -\frac{i\omega L(1 - \beta_z Z - n_y \beta_y)}{\beta_z c} \right]}{1 - \beta_z Z - n_y \beta_y} \right|^2. \quad (13)$$

Как отмечал автор работы [17], «... в излучение, возбуждаемое в радиаторе конечной толщины, вносит вклад переходное излучение, которое испускают поляризованные атомы, находящиеся на границе среды с вакуумом».

Далее покажем, что выражение (13) описывает распределение излучения в широком интервале углов, причем в области углов  $\theta \approx \gamma^{-1}$  излучение можно трактовать как переходное, а в области углов  $\theta \approx \theta_{\text{ch}}$  — как ИВЧ.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для алмазной мишени толщиной 50 мкм, используемой в эксперименте [12], ориентированной под углом  $\psi = 50,3^\circ$  (см. рис. 1 в статье [12]), мы провели расчеты двумерных угловых распределений ИВЧ по полярному и азимутальному углам  $\theta'$ ,  $\phi'$ , в том числе для различных ориентаций алмазной мишени (рис. 2).

Отметим, что угол распространения ИВЧ в вакууме  $\theta'_{\text{ch}}$  в этом случае определяется не только скоростью частицы  $\beta c$  и диэлектрическими свойствами среды  $\varepsilon$ , но и углом наклона  $\psi$  (см., например, статью [11]):

$$\theta'_{\text{ch}} = \psi + \arcsin(\sqrt{\varepsilon} \sin(\Theta_{\text{ch}}) - \psi). \quad (14)$$

Для геометрии рис. 2, а, где уравнение (14) не имеет решения, наблюдается только переходное излучение в конус углов  $\gamma^{-1}$  в направлении прямо вперед. По мере увеличения угла наклона мишени  $\psi$  вклад ИВЧ возрастает одновременно с увеличением разрешенного диапазона азимутальных углов (рис. 3). На рис. 3 приведены результаты расчетов (по модели В. Е. Пафомова (3)) для геометрий, представленных на рис. 2.

Следует отметить, что от поперечных размеров радиатора  $a \times b$  результаты расчетов по модели поляризационных токов зависят только в случае, когда поперечные размеры мишени меньше эффективного радиуса кулоновского поля:  $a, b \leq \beta \gamma \lambda$  ( $\lambda$  — длина волны

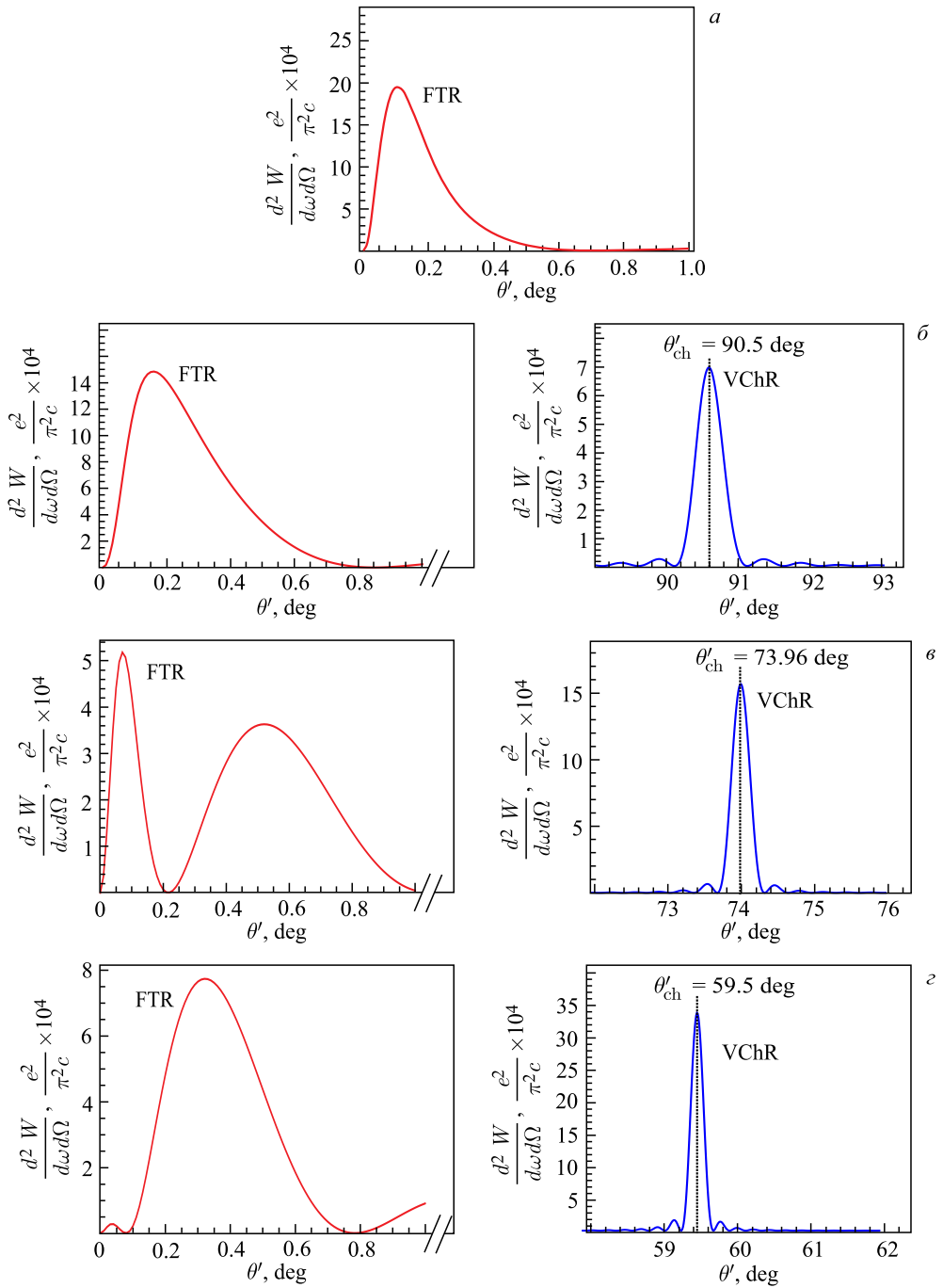


Рис. 2. Распределение излучения Вавилова–Черенкова и переходного излучения «вперед» по полярному углу  $\theta'$  для разных углов наклона мишени. Параметры моделирования:  $\phi' = 0^\circ$ ,  $n = 2,43$ ,  $\lambda = 0,5$  мкм,  $\gamma = 500$ ,  $L = 50$  мкм,  $H_{x,y} \rightarrow \infty$ : а)  $\psi = 30^\circ$ ; б)  $\psi = 50,3^\circ$ ; в)  $\psi = 60^\circ$ ; г)  $\psi = 70^\circ$

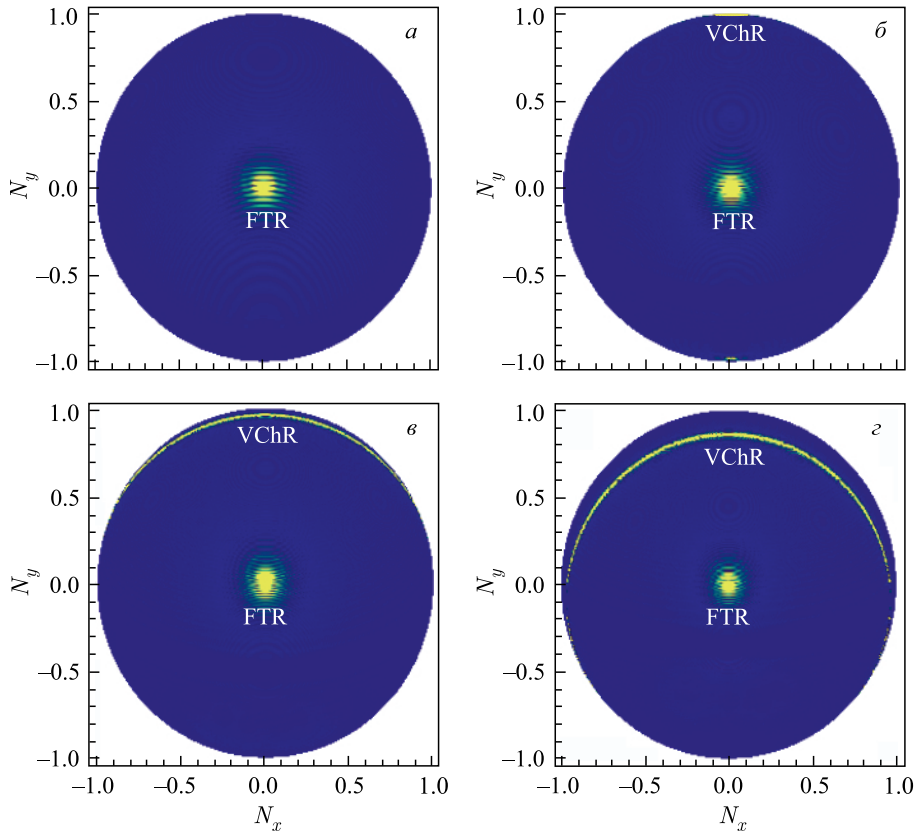


Рис. 3. Двумерное угловое распределение излучения Вавилова–Черенкова и переходного излучения «вперед» (относительно скорости заряда) для разных углов наклона мишени (расчет проводился по выражению (3) при переходе к углам  $\theta'$ ,  $\phi'$  (4), (5)). Параметры моделирования:  $n = 2,43$ ,  $\lambda = 0,5$  мкм,  $\gamma = 500$ ,  $L = 50$  мкм,  $H_{x,y} \rightarrow \infty$ : а)  $\psi = 30^\circ$ ; б)  $\psi = 50,3^\circ$ ; в)  $\psi = 60^\circ$ ; г)  $\psi = 70^\circ$

излучения). Для рассматриваемого случая ( $\gamma \approx 500$ ;  $\lambda = 0,5$  мкм) параметр  $\gamma\lambda$  существенно меньше, чем поперечные размеры радиатора, поэтому следует ожидать, что результаты, полученные на основе моделей [16] и [10] (формулы (3) и (13)), должны давать близкие значения.

На рис. 4 и 5 приведены результаты расчета для геометрии, соответствующей рис. 1, б (геометрия эксперимента [12]), для двух толщин алмазной мишени (50, 100 мкм). Укажем, что увеличение толщины в два раза приводит к квадратичному росту интенсивности ИВЧ в максимуме (см. штриховые линии), как и ожидалось. Как следует из рис. 4, по мере увеличения толщины пластины раствор черенковского конуса сужается. Для толщины 50 мкм ширина на полувысоте распределения (FWHM) составляет значение  $0,43^\circ$ . Экспериментально измеренная ширина ориентационной зависимости выхода ИВЧ составила  $2^\circ$  (с учетом начальной расходимости пучка), что удовлетворительно согласуется с полученным значением. На рис. 5 представлены азимутальные зависимости выхода ИВЧ, где наблюдается та же зависимость — сужение распределения при увеличении толщины.



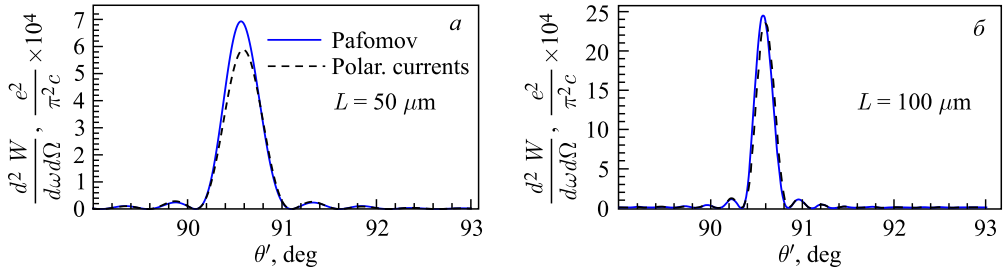


Рис. 4. Сравнение распределения ИВЧ по полярному углу для  $\phi' = 0^\circ$  по модели поляризационных токов [9] и методу изображений [16]. Параметры моделирования:  $\psi = 50,3^\circ$ ,  $n = 2,43$ ,  $\lambda = 0,5$  мкм,  $\gamma = 500$ ,  $H_{x,y} \rightarrow \infty$

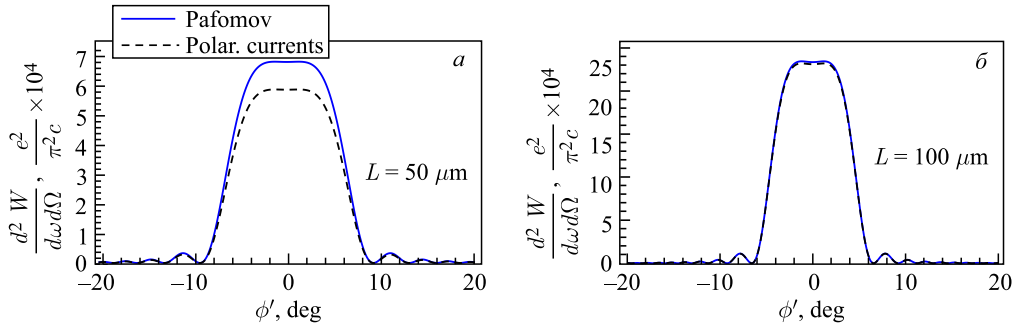


Рис. 5. Сравнение распределения ИВЧ по азимутальному углу для максимума излучения  $\theta'_{ch} = 90,5^\circ$  для тех же условий, что и на рис. 4

В эксперименте [12] авторы не наблюдали изменения выхода ИВЧ при азимутальном вращении алмазной мишени. К сожалению, интервал углов поворота  $\{-0,1^\circ, 0,1^\circ\}$  (см. рис. 4 цитированной статьи) был незначителен для обнаружения азимутальной асимметрии ИВЧ (для толщины 50 мкм  $\Delta\phi' \sim 12^\circ$ ) (см. рис. 5).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнивая экспериментальные данные [12] с результатами моделирования, можно утверждать, что в целом наблюдается разумное согласие.

В работе [18] предлагается использовать механизм когерентного ИВЧ для измерения длительности электронного сгустка. В геометрии эксперимента [12] ИВЧ генерируется в сравнительно узком телесном угле, что позволяет использовать этот механизм излучения для диагностики поперечного профиля ускоренных пучков (в полной аналогии с использованием оптического переходного излучения, испускаемого в конус углов  $\gamma^{-1}$  в диагностических станциях [19]). В отличие от механизма переходного излучения интегральная интенсивность ИВЧ возрастает линейно с увеличением толщины мишени, что позволяет использовать ИВЧ от наклонной пластины для измерения профиля низкоинтенсивных пучков, получаемых с помощью лазерно-плазменных технологий [20].

Работа поддержана программой «Наука» Министерства образования и науки РФ (грант № 3.1903.2017) и программой развития Национального исследовательского Томского политехнического университета по проекту ведущих университетов мира.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черенков П. А. Видимое свечение чистых жидкостей под воздействием  $\gamma$ -радиации // Докл. АН СССР. 1934. Т. 2, вып. 8. С. 451–456.
2. Тамм И. Е., Франк И. М. Когерентное излучение быстрого электрона в среде // Докл. АН СССР. 1937. Т. 14, вып. 3. С. 107–112.
3. Джелли Дж. Черенковское излучение и его применение. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
4. Зрелов В. П. Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968. Т. 1.
5. Smirnov A. V. // Photonics Research Development / Ed. by V. P. Nilsson. Nova Sci. Publ., Inc., 2008. P. 247–269.
6. Bleko V., Karataev P., Konkov A., Kruchinin K., Naumenko G., Potylitsyn A., Vaughan T. Coherent Cherenkov Radiation as an Intense THz Source // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. V. 732. P. 012006.
7. Takahashi T., Shibata Y., Ishi K., Ikezawa M., Oyamada M., Kondo Y. Observation of Coherent Cherenkov Radiation from a Solid Dielectric with Short Bunches of Electrons // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 8606–8611.
8. Наumenko Г. А., Потылицын А. П., Шевелев М. В., Попов Ю. А. Обнаружение дифракционного излучения в диэлектрической мишени в условиях генерации излучения Вавилова–Черенкова // Письма в ЖЭТФ. 2011. Т. 94, вып. 4. С. 280–283.
9. Karlovets D. V., Potylitsyn A. P. Universal Description for Different Types of Polarization Radiation. arXiv:0908.2336v2 [physics.acc-ph]. 2010.
10. Карловец Д. В. К теории поляризационного излучения в средах с резкими границами // ЖЭТФ. 2011. Т. 140, вып. 1(7). С. 36–55.
11. Шевелев М. В., Коньков А. С. Особенности генерации излучения Вавилова–Черенкова при пролете заряженной частицы вблизи диэлектрической мишени // ЖЭТФ. 2014. Т. 145, вып. 4. С. 579–590.
12. Takabayashi Y., Fiks E. I., Pivovarov Yu. L. First Studies of 500-nm Cherenkov Radiation from 255-MeV Electrons in a Diamond Crystal // Phys. Lett. A. 2015. V. 379. P. 1032–1035.
13. <http://www.refractiveindex.info>
14. Коньков А. С., Потылицын А. П., Шевелев М. В., Арышев А. С. О поляризационных характеристиках черенковского излучения от диэлектрического экрана // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 105, вып. 4. С. 212–217.
15. Kieffer R., Bartnik L., Bergamaschi M., Bleko V. V., Billing M., Bobb L., Conway J., Forster M., Karataev P., Konkov A. S., Jones R. O., Lefevre T., Markova J. S., Mazzoni S., Padilla Fuentes Y., Potylitsyn A. P., Shanks J., Wang S. Direct Observation of Incoherent Cherenkov Diffraction Radiation in the Visible Range // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 121. P. 054802.
16. Пафомов В. Е. Излучение заряженной частицы при наличии границ раздела // Тр. ФИАН. 1969. Т. XLIV. С. 28–167.
17. Кобзев А. П. О механизме излучения равномерно движущегося заряда // ЭЧАЯ. 2014. Т. 45, вып. 3. С. 1110–1163.

18. *Kan K., Kondoh T., Kozawa T., Norizawa K., Ogata A., Yang J., Yoshida Y.* Bunch Length Measurement Using Coherent Cherenkov Radiation // Proc. of the Tenth Eur. Workshop on Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators (DIPAC-2011), Hamburg, Germany, May 16–18, 2011. TUPD30.
19. *Lohl F., Schreiber S., Castellano R., Di Pirro G., Catani L., Cianchi A., Honkavaara K.* Measurements of the Transverse Emittance at the FLASH Injector at DESY // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2006. V. 9. P. 092802.
20. *Downer M. C., Zgadzaj R., Debus A., Schramm U., Kaluza M. C.* Diagnostics for Plasma-Based Electron Accelerators // Rev. Mod. Phys. 2018. V. 90. P. 035002.

Получено 17 октября 2018 г.