

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЕМПИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ В СИНХРОТРОНЕ ДЛЯ КРАТКОВРЕМЕННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЧАСТИЦ

*В. М. Жабицкий*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждается возможность применения демпирующей системы когерентных поперечных колебаний пучка в синхротроне при использовании режима положительной обратной связи для кратковременного возбуждения когерентных колебаний частиц. Приводятся примеры режимов возбуждения колебаний для параметров используемой в ЛНС системы демпфирования.

The possibility of applying a damping system of coherent transverse beam oscillations in a synchrotron using a positive feedback mode for short-time excitation of particle oscillations is discussed. Examples of excitation modes for the parameters of the LHC Damper are given.

PACS: 29.20.dk; 29.27.-a

ВВЕДЕНИЕ

Метод демпфирования когерентных поперечных колебаний сгустков [1], в котором затухание бетатронных колебаний частиц осуществляется вследствие действия корректирующих сил, согласованных с помощью систем обратной связи с состоянием сгустков в предшествующие моменты времени, широко используется в синхротронах или коллайдерах. Требуемая коррекция импульса сгустков на каждом обороте обеспечивается с помощью демпирующего дефлектора ДК с учетом данных с измерительного датчика ВРМ об отклонениях этих сгустков от расчетной траектории в предшествующие моменты времени (рис. 1). Аналоговые усилители K_{in} и K_{out} используются для необходимого усиления сигналов, а синхронизация процессов достигается с помощью задержки τ_{delay} . Цифровая обработка сигналов в модуле DSP позволяет осуществить выполнение оптимальных условий по фазировке сигналов.

На коллайдере ЛНС (ЦЕРН) начаты эксперименты, в которых кратковременное возбуждение колебаний осуществляется с помощью «LHC Damper» [2] — демпирующей системы когерентных поперечных колебаний сгустков — при использовании режима положительной обратной связи [3]. На рис. 2 приведены примеры измеренного отклика сгустка в режимах отрицательной [4] и положительной [3] обратной связи. Начальное отклонение сгустка инициировано специализированным импульс-

¹E-mail: V.Zhabitsky@jinr.ru

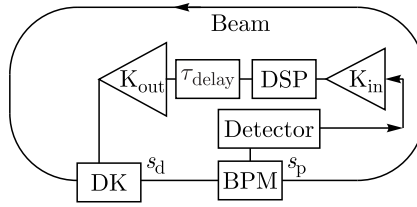


Рис. 1. Структурная схема цифровой системы демпфирования [1]

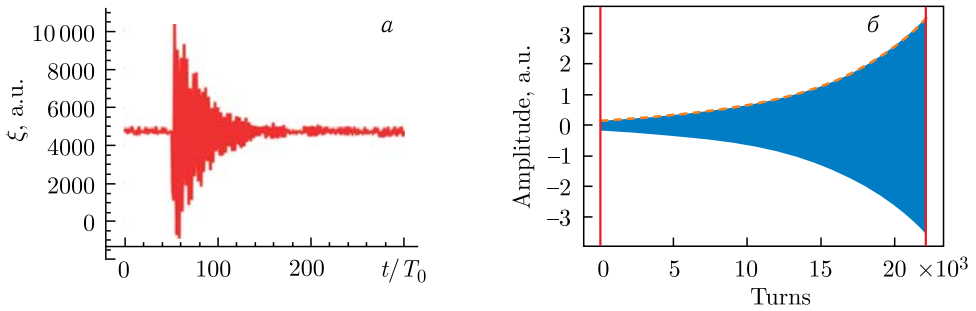


Рис. 2. Отклики сгустка при отрицательной (а) и положительной (б) обратной связи

ным кикером. В режиме отрицательной обратной связи (см. рис. 2, а) наблюдается быстрое затухание когерентных колебаний с декрементом $T_0/\tau_d = 0,025$ (номинальный режим, T_0 — период обращения частиц в синхротроне, τ_d — постоянная времени затухания колебаний). В режиме положительной обратной связи (см. рис. 2, б) темп нарастания колебаний невелик в первых тестовых экспериментах. Нарастание колебаний прекращается после перевода демпфирующей системы в номинальный режим за счет изменения знака коэффициента обратной связи.

В настоящей работе обсуждаются возможности применения демпфирующей системы когерентных поперечных колебаний сгустка в синхротроне при использовании кратковременного режима положительной обратной связи.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Динамика пучка в синхротронах с системой демпфирования когерентных поперечных колебаний подробно изложена во многих публикациях. В [1] показано, что основные закономерности наблюдаемых эффектов можно выявить как с помощью матричного подхода, так и в сглаженном приближении. В последнем случае уравнение для наблюдаемых отклонений ξ центра тяжести сгустка от равновесной орбиты в синхротроне с системой обратной связи имеет следующий вид:

$$\ddot{\xi}(t) + \Omega^2 \xi(t) = \frac{g \times \Omega}{T_0} F_d(\xi(t - \tau)), \quad (1)$$

где $\Omega \equiv Q_0 \omega_0$ — циклическая частота бетатронных колебаний, Q_0 — число бетатронных колебаний за оборот, $\omega_0 = 2\pi/T_0$ — циклическая частота обращения ча-

стиц; g — коэффициент обратной связи; $\varkappa = \pm 1$ — полярность обратной связи. Цифровая обработка сигналов в модуле DSP учитывается в (1) с помощью функции $F_d(x(t - \tau))$, причем реакция на возникшее смещение осуществляется с задержкой $\tau > 0$.

В режиме положительной обратной связи необходимо учитывать влияние процессов фазового перемешивания частиц. Хорошо известно, что когерентные смещения $\Delta \bar{a}_0$, связанные с небольшими отклонениями частиц относительно расчетной орбиты (например, после толчка), приводят к росту эмиттанса пучка вследствие процессов фазового перемешивания [5]. При этом все частицы инжектируемого пучка с эмиттансом ε_0 распределяются (рис. 3, а) на большую фазовую площадь ε_{dec} в течение промежутка времени, зависящего от постоянной времени τ_{dec} перехода когерентных колебаний в некогерентные. На рис. 3, б приведен пример графика зависимости наблюдаемого сигнала с датчика ВРМ при выключенной системе демпфирования колебаний [4]. Экспоненциальный характер затухания колебаний является основанием для модельного учета эффектов фазового перемешивания частиц с помощью дополнительной малой поправки $F_{dec}(t) = -2\dot{\xi}(t)/\tau_{dec}$ в правой части уравнения (1). В результате для (1) имеем при $g = 0$ дифференциальное уравнение, решение которого описывает затухающие колебания с постоянной времени τ_{dec} . Обычно постоянная времени τ_{dec} фазового перемешивания для когерентных бетатронных колебаний сопоставляется с полным разбросом частиц по частотам таких колебаний вследствие хроматичности магнитной структуры синхротрона. С учетом данных, приведенных на рис. 3, б, можно принять, что $\tau_{dec} \cong 400 T_0$.

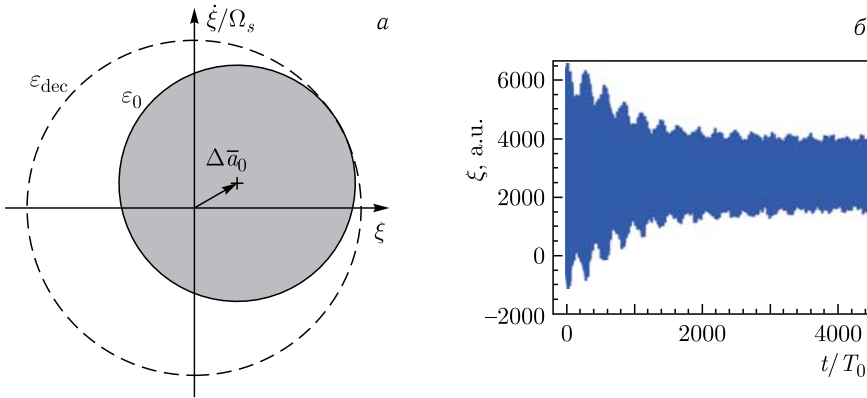


Рис. 3. а) Расплывание эмиттанса ε_0 пучка до равновесного значения ε_{dec} после когерентного смещения $\Delta \bar{a}_0$ на фазовой плоскости $(\xi, \dot{\xi}/\Omega_s)$; б) график для $\xi(t)$

Таким образом, для выявления закономерностей поперечных колебаний сгустка при наличии цепи обратной связи в присутствии процессов фазового перемешивания можно использовать дифференциальное уравнение

$$\ddot{\xi}(t) + \Omega^2 \xi(t) = \frac{g \varkappa \Omega}{T_0} F_d(\xi(t - \tau)) - \frac{2}{\tau_{dec}} \dot{\xi}(t). \quad (2)$$

ИДЕАЛЬНАЯ ЦЕПЬ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

В случае идеальной цепи обратной связи корректирующий импульс в ДК пропорционален измеренному датчиком ВРМ смещению в предшествующий момент времени, так что $F_d(\xi(t - \tau)) = \xi(t - \tau)$. В результате уравнение (2) принимает вид

$$\ddot{\xi}(t) + \Omega^2 \xi(t) = \frac{g\kappa\Omega}{T_0} \xi(t - \tau) - \frac{2}{\tau_{\text{dec}}} \dot{\xi}(t). \quad (3)$$

Следуя рекомендациям, изложенным в книгах [6, 7], используем метод Крылова–Боголюбова [8] для решения уравнения (3). В первом порядке по малым параметрам g и T_0/τ_{dec} для основной гармоники с амплитудой a и фазой ϕ получаются следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= (\alpha_d - \alpha_{\text{dec}}) \frac{a}{T_0}, & \alpha_d &= -\frac{g}{2} \kappa \sin(\Omega\tau), & \alpha_{\text{dec}} &= \frac{T_0}{\tau_{\text{dec}}}, \\ \dot{\phi} &= (Q_0 + \Delta Q_d) \omega_0, & \Delta Q_d &= -\frac{g}{4\pi} \kappa \cos(\Omega\tau), & \eta &= \Omega\tau. \end{aligned}$$

Если система обратной связи выключена ($g = 0$), то для основной гармоники имеем решение для затухающих колебаний с декрементом T_0/τ_{dec} . В отсутствие процессов фазового перемешивания и при включенной системе обратной связи для основной гармоники имеем известное решение [1] для затухающих колебаний (в случае $\kappa \sin(\Omega\tau) > 0$) с декрементом α_d . Максимальный темп демпфирования колебаний (оптимальный режим) достигается для задержки сигнала τ в цепи обратной связи такой, что набег фазы бетатронных колебаний $\eta \equiv \Omega\tau$ между измерительным датчиком ВРМ и демпфирующим дефлектором ДК составляет нечетное число $\pi/2$ радиан. Данный результат хорошо известен. Следует подчеркнуть, что при отклонении τ от оптимального режима возникает линейный по g сдвиг частоты колебаний сгустка, пропорциональный ΔQ_d .

Если полярность κ цепи обратной связи удовлетворяет условию $\kappa \sin(\Omega\tau) < 0$ (положительная обратная связь), то возбуждение когерентных поперечных колебаний сгустка возможно лишь тогда, когда инкремент α_d превосходит декремент α_{dec} :

$$|\alpha_d| = \frac{g}{2} |\sin(\Omega\tau)| > \alpha_{\text{dec}} = \frac{T_0}{\tau_{\text{dec}}}.$$

Следовательно, коэффициент обратной связи g должен не менее чем в два раза превосходить декремент α_{dec} .

ЦЕПЬ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ С ЦИФРОВЫМ ФИЛЬТРОМ

Применение цифровых методов обработки измеряемых сигналов в цепи обратной связи позволяет обеспечить требуемые фазовые соотношения для достижения максимальной эффективности ее воздействия на сгусток при отклонении расположенный датчика ВРМ и корректора ДК от идеальных позиций. Обычно используются цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой с цифровой обработкой отсчетов через оборот T_0 , когда для функции $F_d(\xi(t - \tau))$ можем записать [1, 9]:

$$F_d(\xi(t - \tau)) = \frac{1}{H_0} \sum_{m=0}^{N_f} b_m (\xi(t - \tau_m) + \delta\xi_p), \quad \tau_m = \tau - (m + \hat{q})T_0, \quad (4)$$

где N_f — порядок фильтра с конечной импульсной характеристикой; b_m — коэффициенты фильтра; H_0 — нормировочная постоянная; \hat{q} — дополнительная задержка в цепи обратной связи; $\delta\xi_p$ — погрешность измерения бетатронных смещений колеблющейся частицы в месте расположения ВРМ. Используя метод Крылова–Боголюбова, получаем для основной гармоники [1, 9]:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= (\alpha_d - \alpha_{dec}) \frac{a}{T_0}, & \dot{\phi} &= (Q_0 + \Delta Q_d) \omega_0, \\ \alpha_d &= -\frac{g}{2} \frac{|H(\Omega)|}{H_0} \varkappa \sin \Psi, & \Delta Q_d &= -\frac{g}{4\pi} \frac{|H(\Omega)|}{H_0} \varkappa \cos \Psi, \end{aligned} \quad (5)$$

где величина баланса фаз есть

$$\Psi(\Omega) = \eta + 2\pi\hat{q}Q_0 - \arg H(\Omega), \quad \eta \equiv \Omega\tau = 2\pi Q_0 \tau / T_0. \quad (6)$$

Здесь $H(\Omega)$ — коэффициент передачи фильтра:

$$H(\Omega) = \sum_{m=0}^{N_f} b_m e^{-jm\Omega T_0}, \quad m\Omega T_0 \equiv 2\pi m Q_0. \quad (7)$$

Постоянная составляющая δx_p приводит к дополнительным смещениям $(g\varkappa)^n \times \delta\xi_n(\psi)$ [7]. Так, поправка $\delta\xi_{10}$, пропорциональная g и не зависящая от ϕ , есть

$$g\varkappa\delta\xi_{10} = \frac{g\varkappa\delta\xi_p}{2\pi Q_0 H_0} \sum_{m=0}^{N_f} b_m.$$

Ясно, что влияние постоянной составляющей может быть исключено, если сумма коэффициентов b_m равна нулю, т. е. в цепи обратной связи должен присутствовать узкополосный заграждающий фильтр, что хорошо известно [1, 10]. Таким образом, когерентные поперечные колебания сгустка при использовании демпфирующей системы могут быть инициированы при выполнении условий:

$$\varkappa \sin \Psi < 0, \quad \alpha_d = -\frac{g}{2} \frac{|H(\Omega)|}{H_0} \varkappa \sin \Psi > \alpha_{dec}, \quad \sum_{m=0}^{N_f} b_m = 0, \quad (8)$$

причем для заданного набега фаз бетатронных колебаний η можно настроить режим с максимальным темпом нарастания, меняя фазовый сдвиг фильтра $\arg H(\Omega)$ таким образом, чтобы величина баланса фаз Ψ в (6) составляла нечетное число $\pi/2$ радиан.

На коллайдере LHC для системы «LHC Damp» [2] в DSP используются последовательно соединенные узкополосный заграждающий фильтр и фильтр Гильберта. В этом случае системная функция $H(z = \exp(j\omega T_0))$ цепи обратной связи есть [11]:

$$H(z) = (1 - z^{-1}) \left(z^{-3} \cos \varphi + z^{-2} (1 - z^{-2}) \frac{2 \sin \varphi}{\pi} + (1 - z^{-6}) \frac{2 \sin \varphi}{3\pi} \right), \quad (9)$$

где φ — фазовый параметр фильтра Гильберта. На рис. 4, а приведен график зависимости $\Delta Q_d(\varphi)$ для горизонтальных колебаний после инъекции ($Q_0 = 64,28$, $\eta = 0,183 \cdot 2\pi$, $\hat{q} = 1$) в режиме положительной и отрицательной обратной связи. При

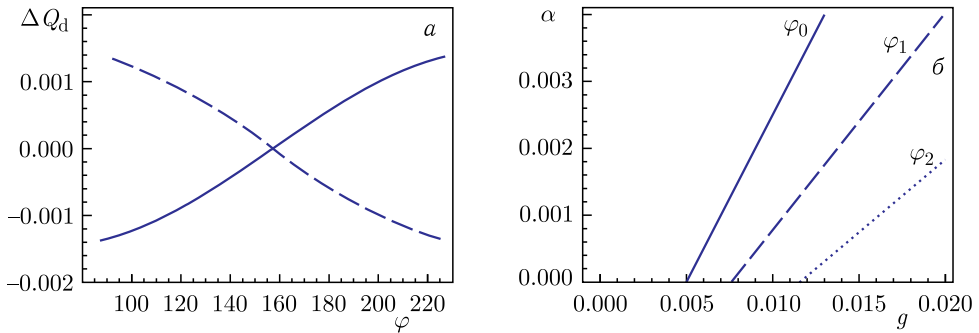


Рис. 4. а) График зависимости $\Delta Q_d(\varphi)$ в режиме положительной (сплошная линия) и отрицательной (штриховая) обратной связи. б) Графики зависимостей $\alpha(g, \varphi)$: $\varphi_0 = \varphi_{\text{opt}}$ (сплошная), $\varphi_1 = \varphi_0 - 45^\circ$ (штриховая), $\varphi_2 = \varphi_0 - 60^\circ$ (пунктирная)

$\varphi_{\text{opt}} = 157,1^\circ$ имеем нулевое значение ΔQ_d и оптимальный режим подавления или возбуждения когерентных поперечных колебаний. Инкремент нарастания колебаний при этом максимальный (см. рис. 4, б, сплошная линия, $\alpha_{\text{dec}} = 0,0025$). При отклонении от оптимального режима зависимость инкремента α от коэффициента обратной связи g остается линейной, однако ее наклон уменьшается (см. рис. 4, б). Следует также обратить внимание на полученный результат для ΔQ_d : если кратковременный режим положительной обратной связи переключается в основной режим демпфирования колебаний (отрицательная обратная связь) при фиксированной величине φ , то частота бетатронных колебаний частиц может испытать скачок, если $\Delta Q_d \neq 0$. При этом могут возникнуть переходные процессы в динамике частиц вследствие происходящих цифровых преобразований в DSP в течение промежутка времени $T_0 N_f$. Поэтому режим переключения знака обратной связи следует осуществлять в оптимальном режиме. Возможные допуски на небольшие отклонения от оптимального режима (например, по φ или Q_0) в настоящей статье не рассматриваются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выявлены некоторые особенности кратковременного возбуждения когерентных поперечных колебаний сгустка в синхротроне при использовании демпфирующей системы в режиме положительной обратной связи. Получено, что инкремент нарастания колебаний, зависящий от коэффициента обратной связи, должен превосходить декремент фазового перемешивания частиц в сгустке. Установлено, что максимальный темп нарастания колебаний получается при нулевом сдвиге когерентной частоты относительно собственной частоты частиц в сгустке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жаблицкий В. М. Динамика пучка в синхротронах с цифровыми широкополосными системами подавления когерентных поперечных колебаний заряженных частиц // ЭЧАЯ. 2014. Т. 45, № 2. С. 806–874.

2. Höfle W. Progress in Transverse Feedbacks and Related Diagnostics for Hadron Machines // Proc. of the 4th Intern. Particle Accelerator Conf. "IPAC-2013", Shanghai, China, May 12–17, 2013; Phys. Rev. Special Topics — Accelerators and Beams. JACoW.org, 2013. P. 3990–3994.
3. Antipov S., Albert M., Amorim D., Biancacci N., Buffat X., Carideo E., Metral E., Mounet N., Oeftiger A., Trad G., Valuch D. MD 4145: Study of Landau Damping with an Antidamper. Tech. Rep. CERN-ACC-NOTE-2019-0034. Geneva, 2019. 17 p; <http://cds.cern.ch/record/2685297>.
4. Zhabitsky V. M., Höfle W., Kotzian G., Montesinos E., Schokker M., Valuch D. Beam Tests of the LHC Transverse Feedback System // Proc. of XXII Russ. Particle Accelerators Conf. "RuPAC-2010", Protvino, Russia, Sept. 27 – Oct. 1, 2010. JACoW.org, 2010. P. 275–279.
5. Möhl D. Sources of Emittance Growth // Proc. of the CAS, Specialized CAS Course on Small Accelerators, Zeegse, The Netherlands, May 24 – June 2, 2005. CERN 2006-012. 2006. P. 45–69.
6. Эльсгольц Л. Э., Норкин С. Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М.: Наука, 1971. 296 с.
7. Боголюбов Н. Н. Собрание научных трудов: В 12 т. М.: Наука, 2005. Т. III. 605 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978. 832 с.
9. Жабицкий В. М. Динамика пучка в синхротронах с системами обратной связи // Письма в ЭЧАЯ. 2013. Т. 10, № 6(183). С. 947–957.
10. Lonza M. Multi-Bunch Feedback System // Proc. of the CAS–CERN Accelerator School: Digital Signal Processing, Sigtuna, Sweden, May 31 – June 9, 2007. CERN-2008-003. Geneva, 2008. P. 285–330.
11. Rossi V. Digital Signal Processing. Applications and Implementation for Accelerators. Digital Notch Filter with Programmable Delay and Betatron Phase Adjustment for the PS, SPS & LHC Transverse Dampers // Workshop on DSP Applications in the SL Division, Nov. 5, 2001. CERN-SL-2002-047 (HRF). Geneva, 2002. 48 p.