

ДИСКРЕТНЫЕ СИММЕТРИИ В ОСЦИЛЛЯЦИЯХ НЕЙТРИНО В ПЛОТНОЙ СРЕДЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. Е. Лобанов¹, А. В. Чухнова²

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

На основе модификации Стандартной модели, допускающей построение пространства Фока для флейворных нейтрино, показано, что в случае взаимодействия нейтрино с постоянным электромагнитным полем и средой, характеризующейся постоянной скоростью и поляризацией, в вероятностях спин-флейворных переходов появляются дополнительные Т-нарушающие слагаемые. При рассмотрении простейшей модели, учитывающей только взаимодействие за счет нейтральных токов и диагональных магнитных моментов нейтрино, СРТ-симметрия восстанавливается, если провести преобразования симметрии как для нейтрино, так и для компонент среды при том же электромагнитном поле.

Using a modification of the Standard Model, which allows constructing the Fock space for flavor neutrinos, we show that when neutrino interacts with constant electromagnetic field and with matter, characterized by constant velocity and polarization, extra T-violating terms arise in the spin-flavor transition probabilities. In a simple model, which takes into account only interaction due to neutral currents and diagonal neutrino magnetic moments, CPT symmetry is restored if we perform the symmetry transformations both for neutrino and matter components in the presence of the same electromagnetic field.

PACS: 12.15.–y; 13.15.+g; 14.60.Pq

Вопрос о дискретных симметриях в осцилляциях нейтрино очень интересен, поскольку за счет наличия мнимой части в матрице смешивания в выражениях для вероятностей флейворных переходов возникает Т-нарушающий вклад (см., например, [1]). В соответствии с СРТ-теоремой Т-нарушение должно означать нарушение СР-симметрии, что является, как было обнаружено А. Д. Сахаровым [2], необходимым условием возникновения наблюдаемой асимметрии вещества и антивещества во Вселенной.

Хорошо известно, что взаимодействие с фоновым веществом и внешним электромагнитным полем может менять картину осцилляций. В этом случае исследование

¹E-mail: lobanov@phys.msu.ru

²E-mail: av.chukhnova@physics.msu.ru

дискретных симметрий вероятностей представляет особый интерес. Как хорошо известно, СРТ-теорема доказана только для лоренц-инвариантных теорий. Таким образом, она не дает конкретных предсказаний в случае, если нейтрино взаимодействует с фоновыми полями или веществом. Более того, доказательство СРТ-теоремы предполагает, что зарядовое сопряжение, изменение четности и отражение времени производятся в выражениях для квантованных волновых функций частицы. Поэтому исследования операций дискретных симметрий для нейтрино на основании феноменологической теории осцилляций не является хорошо обоснованной процедурой.

Несмотря на то, что долгое время считалось невозможным дать математически непротиворечивое квантово-полевое описание нейтрино (см., например, обзор [3]), в работах [4, 5] удалось это сделать, построив пространство Фока для флейворных нейтрино в рамках модели, в которой фермионы с одинаковыми электрослабыми квантовыми числами объединены в мультиплеты. Основные сложности, связанные с описанием осциллирующей частицы, возникают из-за того, что в квантовой теории поля волновое уравнение является условием неприводимости некоторого представления группы Пуанкаре. При этом один из операторов Казимира соответствующего представления, а именно квадрат 4-вектора импульса, имеет смысл квадрата массы, что делает невозможным описание таким способом частицы, определенной массы не имеющей. В работах [4, 5] предложено описывать частицы с использованием представления прямого произведения группы Пуанкаре и группы внутренней симметрии $SU(3)$. Так как алгебра дифференцирований группы Пуанкаре кроме генераторов алгебры Ли содержит еще и генератор дилатаций, то существует внешний автоморфизм алгебры. Наличие такого автоморфизма позволяет с помощью унитарного преобразования построить из тензорного произведения дираковского представления группы Пуанкаре и фундаментального представления группы внутренней симметрии другое, физически отличающееся от него, представление группы симметрии теории. Такое представление может быть использовано для описания частиц, для которых возможны состояния, описываемые суперпозицией волновых функций состояний с определенной массой. Условие неприводимости такого представления выглядит следующим образом:

$$\left(i\gamma^\mu \partial_\mu \mathbb{I} - \mathbb{M}^{(i)} \right) \Psi^{(i)}(x) = 0, \quad (1)$$

где $\Psi^{(i)}(x)$ — 12-компонентная волновая функция мультиплета частиц ($i = e, \nu, u, d$ для мультиплетов заряженных лептонов, нейтрино, верхних кварков и нижних кварков); \mathbb{I} — единичная матрица 3×3 ; $\mathbb{M}^{(i)}$ — эрмитова матрица 3×3 , собственные значения которой отвечают массам трех типов частиц мультиплета.

В этом случае удастся произвести квантование модели, используя стандартные методы теории поля. Таким образом, операции С, Р и Т сопряжения возможно определить общепринятым образом (см., например, [6]) и СРТ-теорема оказывается применима для нейтрино в вакууме. Так как формулы для флейворных осцилляций в указанной модели в ультрарелятивистском пределе согласуются с выводами феноменологической теории, связь Т-нарушения и СР-нарушения при осцилляциях в вакууме действительно не вызывает сомнений.

Электромагнитные свойства нейтрино были изучены еще в работах [7, 8], где наряду с диагональными магнитными моментами массовых состояний нейтрино были введены переходные магнитные и электрические моменты. Величины переходных мо-

ментов для нейтрино, описываемых минимально расширенной Стандартной моделью, подавлены по сравнению с переходными за счет GIM-механизма [9], однако, как показано в нашей работе [10], при определенных значениях магнитного поля могут качественно менять картину осцилляций.

Описание взаимодействия нейтрино с веществом как целым производится на основе эффективных потенциалов [11]. В рамках используемой нами модели волновое уравнение нейтрино в движущейся поляризованной среде, состоящей из нейтронов, протонов и электронов, было получено из уравнения, аналогичного уравнению Дайсона–Швингера квантовой электродинамики, методом редукции массового оператора нейтрино в работе [12]. Обобщение этого уравнения на случай распространения нейтрино в веществе и электромагнитном поле получается при использовании результатов работ [7, 8]. Соответствующее уравнение выглядит следующим образом [13]:

$$\left(i\gamma^\mu \partial_\mu \mathbb{I} - \mathbb{M} - \frac{1}{2} \gamma^\mu f_\mu^{(e)} (1 + \gamma^5) \mathbb{P}^e - \frac{1}{2} \gamma^\mu f_\mu^{(N)} (1 + \gamma^5) \mathbb{I} - \right. \\ \left. - \frac{i}{2} F^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \mathbb{M}_d - \frac{i}{2} F^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \mathbb{M}_h - \frac{i}{2} {}^*F^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \mathbb{M}_{ah} \right) \Psi(x) = 0. \quad (2)$$

Здесь \mathbb{M} — массовая матрица нейтрино, \mathbb{P}^e — проектор на состояние с электронным флейвором. Взаимодействие с веществом через нейтральные токи определяется потенциалом $f_\mu^{(N)}$, а взаимодействие через заряженные токи — потенциалом $f_\mu^{(e)}$. Эти потенциалы зависят от 4-векторов тока и поляризации электронов, протонов и нейтронов среды. Взаимодействие с электромагнитным полем $F^{\mu\nu}$ осуществляется за счет наличия у нейтрино диагональных магнитных моментов \mathbb{M}_d , переходных магнитных моментов \mathbb{M}_h и переходных электрических моментов \mathbb{M}_{ah} , ${}^*F^{\mu\nu}$ представляет собой тензор, дуальный тензору электромагнитного поля.

Так как все экспериментальные результаты физики нейтрино получены для нейтрино ультрарелятивистских энергий, мы будем рассматривать квазиклассический предел уравнения (2), считая координату пространства событий x^μ координатой нейтрино.

В работе [5] было показано, что все массовые состояния нейтрино в вакууме могут характеризоваться одними и теми же непрерывными квантовыми числами, которые в вакуумном случае пропорциональны 4-скорости нейтрино $u^\mu = \{u^0, \mathbf{u}\}$. При распространении в веществе и электромагнитном поле нейтрино можно характеризовать, как показано в [14], такими же квантовыми числами, определяющими его прямолинейную траекторию. Тогда эволюция частицы определяется только поворотом ее спина и вращением во флейворном пространстве и может быть параметризована собственным временем нейтрино τ , связанным с координатой частицы соотношением $x^\mu = \tau u^\mu$. Длина пробега L определяется следующим образом: $\tau = L/|\mathbf{u}|$.

Квазиклассическое уравнение эволюции следует из (2), если сделать подстановку

$$\gamma^\mu \partial_\mu \Rightarrow \gamma^\mu \left(\frac{\partial \tau}{\partial x^\mu} \right) \frac{d}{d\tau} = \gamma^\mu u_\mu \frac{d}{d\tau}. \quad (3)$$

Стоит отметить, что подстановка (3) вполне корректна только в случае $u^\mu = \text{const}$. Состояние нейтрино при этом определяется квазиклассической спин-флейворной вол-

новой функцией $\Psi(\tau)$, которая удовлетворяет условию $\gamma^\mu u_\mu \Psi(\tau) = \Psi(\tau)$. Таким образом, уравнение эволюции принимает вид

$$\left(i\mathbb{I} \frac{d}{d\tau} - \mathcal{F} \right) \Psi(\tau) = 0, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & \frac{1}{2}(f^{(e)}u)\mathbb{P}^e + \frac{1}{2}(f^{(N)}u)\mathbb{I} + \frac{1}{2}R_e\mathbb{P}^e\gamma^5\gamma^\sigma s_\sigma^{(e)}\gamma^\mu u_\mu + \frac{1}{2}R_N\mathbb{I}\gamma^5\gamma^\sigma s_\sigma^{(N)}\gamma^\mu u_\mu - \\ & - \mathbb{M}_d\gamma^5\gamma^\mu {}^*F_{\mu\nu}u^\nu - \mathbb{M}_h\gamma^5\gamma^\mu {}^*F_{\mu\nu}u^\nu + \mathbb{M}_{ah}\gamma^5\gamma^\mu F_{\mu\nu}u^\nu + \mathbb{M}. \end{aligned} \quad (5)$$

В уравнении (5) мы используем следующие обозначения:

$$R(f) = \sqrt{(fu)^2 - f^2}, \quad s^\mu(f) = \frac{u^\mu(fu) - f^\mu}{\sqrt{(fu)^2 - f^2}}, \quad (6)$$

$$R_e = R(f^{(e)}), \quad R_N = R(f^{(N)}), \quad s_\sigma^{(e)} = s_\sigma(f^{(e)}), \quad s_\sigma^{(N)} = s_\sigma(f^{(N)}). \quad (7)$$

Формальное решение уравнения (4) может быть записано с помощью оператора эволюции $U(\tau)$.

Для вычисления вероятностей мы будем использовать матрицу плотности чистого состояния, которая в произвольный момент времени может быть записана через оператор эволюции следующим образом:

$$\rho_\alpha(\tau) = \frac{1}{2u^0}U(\tau)(\gamma^\mu u_\mu + 1)\mathcal{P}^{(\alpha)}\bar{U}(\tau), \quad (8)$$

где проектор $\mathcal{P}^{(\alpha)}$ определяет начальное состояние нейтрино. Этот проектор представляет собой произведение проектора \mathbb{P}^α на состояние с флейвором α и спинового проектора. Тогда вероятность переходов между состояниями с определенными флейвором и поляризацией определяется выражением

$$W_{\alpha \rightarrow \beta} = \text{Tr} \left\{ \rho_\alpha(\tau) \rho_\beta^\dagger(\tau = 0) \right\}. \quad (9)$$

Будем рассматривать вероятность переходов из состояния, характеризующегося флейвором α и 4-вектором поляризации $\zeta_\alpha s_0^\mu$, в состояние, характеризующееся флейвором β и 4-вектором поляризации $\zeta_\beta s_0^\mu$, где $\zeta_\alpha, \zeta_\beta = \pm 1$. Спиновые проекторы при этом имеют вид $(1 - \zeta_{\alpha,\beta} \gamma^5 \gamma_\mu s_0^\mu)/2$. Если нейтрино характеризуется определенной спиральностью, то 4-вектор поляризации принимает вид $s_0^\mu = \{|\mathbf{u}|, u^0 \mathbf{u}/|\mathbf{u}|\}$. В случае, если начальная и конечная поляризации нейтрино не определяются одним и тем же 4-вектором s_0^μ , вычисление вероятностей проводится аналогичным образом. Однако такие квантовые состояния задаются разными операторами наблюдаемых, и наличие нечетного по времени вклада в вероятности уже не свидетельствует о Т-нарушении, связанном с симметрией взаимодействия. По этой же причине мы не будем рассматривать случай переменных электромагнитного поля и эффективных потенциалов.

Если входящие в уравнение эволюции поля и потенциалы постоянны, оператор эволюции может быть представлен в виде матричной экспоненты. Как следствие,

формулу для вероятностей переходов можно записать как ряд на основе формулы Бейкера–Кэмпбелла–Хаусдорфа, что было сделано в работе [13]:

$$W_{\alpha \rightarrow \beta} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i\tau)^n}{n!} \text{Tr} \left\{ D_n \mathcal{P}^{(\beta)} (\gamma^\mu u_\mu + 1) \right\}, \quad (10)$$

где

$$D_0 = \mathcal{P}^{(\alpha)}, \quad D_1 = [\mathcal{F}, \mathcal{P}^{(\alpha)}], \quad D_2 = [\mathcal{F}, [\mathcal{F}, \mathcal{P}^{(\alpha)}]] \dots \quad (11)$$

T-нарушение в выражениях для вероятностей переходов может определяться только нечетными по τ вкладами в выражении (10), причем линейный по τ вклад тождественно равен нулю. Таким образом, отличие от нуля коэффициента при τ^3 является достаточным условием T-нарушения. При этом возможно возникновение T-нарушающих вкладов в вероятности даже в случае, если все элементы матрицы смешивания нейтрино действительные [15, 16].

Чтобы убедиться, что внешние условия меняют нечетный по времени вклад в вероятности переходов, рассмотрим частный случай, позволяющий получить явный вид решений уравнения (4) и вероятностей переходов. Пусть взаимодействие со средой осуществляется только за счет нейтральных токов, а взаимодействие с электромагнитным полем определяется только диагональными магнитными моментами нейтрино. Тогда в выражении (5) следует положить равными нулю потенциал $f_\mu^{(e)}$, а также матрицы \mathbb{M}_h и \mathbb{M}_{ah} . В этом случае оператор эволюции $U(\tau)$ может быть записан в виде

$$U(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \sum_{\zeta_k = \pm 1} \exp \left\{ -i\tau \left(m_k + \frac{1}{2} (f^{(N)} u) - \frac{1}{2} \zeta_k R_k \right) \right\} \mathbb{P}^k (1 - \zeta_k \gamma^5 \gamma_\mu s_k^\mu), \quad (12)$$

где \mathbb{P}^k — проектор на массовые состояния нейтрино ($k = 1, 2, 3$), $\zeta_k = \pm 1$. В выражении (12) введены следующие обозначения:

$$s_k^\mu = \frac{u^\mu (f^{(N)} u) - f^{(N)\mu} - 2\mu_k {}^*F^\mu{}_\nu u^\nu}{R_k}, \quad (13)$$

$$R_k = \sqrt{(f^{(N)} u)^2 - (f^{(N)})^2 + 4\mu_k^2 (u_\alpha {}^*F^{\alpha\mu} {}^*F_{\mu\nu} u^\nu) - 4\mu_k (f^{(N)\mu} {}^*F_{\mu\nu} u^\nu)},$$

где μ_k — магнитные моменты массовых состояний нейтрино.

Используя формулу (9), получим в явном виде вероятности переходов. Вероятность переходов с сохранением поляризации задается выражением

$$W_+ = \sum_k |\mathcal{U}_{\alpha k}|^2 |\mathcal{U}_{\beta k}|^2 \left(\cos^2 \frac{R_k \tau}{2} + \sin^2 \frac{R_k \tau}{2} (s_0 s_k)^2 \right) +$$

$$+ 2 \sum_{k < j} (R_{kj\alpha\beta} \cos(m_j - m_k)\tau - I_{kj\alpha\beta} \sin(m_j - m_k)\tau) \times$$

$$\times \left(\cos \frac{R_k \tau}{2} \cos \frac{R_j \tau}{2} + \sin \frac{R_k \tau}{2} \sin \frac{R_j \tau}{2} (s_0 s_k)(s_0 s_j) \right) +$$

$$+ 2\zeta_\alpha \sum_{k < j} (R_{kj\alpha\beta} \sin(m_j - m_k)\tau + I_{kj\alpha\beta} \cos(m_j - m_k)\tau) \times \\ \times \left(\sin \frac{R_k\tau}{2} \cos \frac{R_j\tau}{2} (s_0 s_k) - \cos \frac{R_k\tau}{2} \sin \frac{R_j\tau}{2} (s_0 s_j) \right), \quad (14)$$

а вероятность переходов с изменением спиральности выражением

$$W_- = \sum_k |\mathcal{U}_{k\alpha}|^2 |\mathcal{U}_{k\beta}|^2 (1 - (s_0 s_k)^2) \sin^2 \frac{R_k}{2} + \\ + 2 \sum_{k < j} (R_{kj\alpha\beta} \cos(m_j - m_k)\tau - I_{kj\alpha\beta} \sin(m_j - m_k)\tau) \times \\ \times \sin \frac{R_k}{2} \tau \sin \frac{R_j}{2} \tau (-(s_k s_j) - (s_k s_0)(s_j s_0)) + \\ + 2\zeta_\alpha \sum_{k < j} (R_{kj\alpha\beta} \sin(m_j - m_k)\tau + I_{kj\alpha\beta} \cos(m_j - m_k)\tau) \times \\ \times \sin \frac{R_k}{2} \tau \sin \frac{R_j}{2} \tau (e_{\mu\nu\rho\lambda} s_k^\mu s_j^\nu s_0^\rho u^\lambda), \quad (15)$$

где $R_{kj\alpha\beta}$ и $I_{kj\alpha\beta}$ — вещественные и мнимые части четверных произведений элементов $\mathcal{U}_{\alpha k}$ матрицы смешивания нейтрино:

$$R_{kj\alpha\beta} = \text{Re } \mathcal{U}_{\alpha k}^* \mathcal{U}_{\alpha j} \mathcal{U}_{\beta j}^* \mathcal{U}_{\beta k}, \quad I_{kj\alpha\beta} = \text{Im } \mathcal{U}_{\alpha k}^* \mathcal{U}_{\alpha j} \mathcal{U}_{\beta j}^* \mathcal{U}_{\beta k}. \quad (16)$$

Как видно из (14) и (15), нарушение Т-инвариантности в переходах с сохранением поляризации, как и в случае осцилляций в вакууме, определяется только инвариантом Ярлског $I_{kj\alpha\beta}$ (см. [1]). Однако в вероятностях переходов с изменением спиральности кроме вклада аналогичного типа присутствует и Т-нарушающий вклад, который может отличаться от нуля даже при вещественной матрице смешивания. Этот вклад пропорционален величине, которая в лабораторной системе отсчета может быть выражена следующим образом:

$$\zeta_\alpha e_{\mu\nu\rho\lambda} u^\mu s_0^\nu s_k^\rho s_j^\lambda = 2\zeta_\alpha \frac{\mu_j - \mu_k}{R_k R_j} \frac{1}{|\mathbf{u}|} ([\mathbf{u} \times \mathbf{f}](u_0 \mathbf{B} - [\mathbf{u} \times \mathbf{E}])). \quad (17)$$

Здесь \mathbf{B} — вектор магнитной индукции; \mathbf{E} — вектор напряженности электрического поля; \mathbf{f} — пространственная часть 4-вектора эффективного потенциала $f_\mu^{(N)}$, который определяется скоростью и поляризацией среды. Величина (17) обращается в нуль, когда любые два из трех векторов \mathbf{u} , \mathbf{f} и $(u^0 \mathbf{B} - [\mathbf{u} \times \mathbf{E}])$ коллинеарны. Таким образом, дополнительный вклад в Т-нарушение возникает, когда внешние условия характеризуются двумя различными выделенными направлениями. Поэтому, если нейтрино распространяется в неподвижной неполяризованной среде, вклады такого типа не возникают.

В вероятностях переходов операции Т-отражения соответствует изменение знака собственного времени τ . При этом Р-отражение приводит к изменению знака поляризации частицы (см. [17]), т. е. в нашем случае сводится к изменению знаков ζ_α и ζ_β , определяющих начальную и конечную поляризации нейтрино. Операцию зарядового сопряжения следует производить для решений волнового уравнения, описывающего

эволюцию нейтрино (2), обычным образом (см., например, [6]). После проведения операции С-сопряжения от нейтрино мы перейдем к антинейтрино, причем фоновое электромагнитное поле и характеристики среды останутся неизменными. В уравнении (2) эта операция приводит к изменению кирального проектора, знака потенциалов взаимодействия с веществом, знака магнитного момента, а также взятию комплексного сопряжения для всех флейворных матриц. В выражениях для вероятностей переходов зарядовое сопряжение приводит к следующим изменениям. Во-первых, меняются знаки всех магнитных моментов. Во-вторых, одновременная замена кирального проектора и знака потенциала приводит к следующему правилу: когда потенциал входит в вектор спина s_k^μ , знак его не меняется, в противном случае необходимо изменить знак потенциала. В-третьих, вследствие комплексного сопряжения меняет знак величина $I_{kj\alpha\beta}$, которая представляет собой мнимую часть произведения четырех элементов матрицы смешивания (см. (16)).

Естественно, полученные нами вероятности не инвариантны относительно СРТ-преобразования, проведенного только для волновой функции нейтрино при тех же внешних условиях. Так как взаимодействие с веществом и электромагнитным полем удастся рассмотреть только в рамках эффективной теории, прямое обобщение СРТ-теоремы на рассматриваемый случай не является хорошо определенной операцией, как и в любой теории с нарушенной лоренц-инвариантностью. Однако, так как известна природа нарушающих лоренц-инвариантность слагаемых, можно получить выражение потенциала взаимодействия нейтрино с веществом, состоящим из античастиц. Этот потенциал отличается от потенциала взаимодействия со средой из соответствующих частиц только знаком, если изменить также поляризацию компонент среды.

Рассмотрим теперь взаимодействие антинейтрино со средой, состоящей из античастиц. Для этого требуется сделать зарядовое сопряжение по правилу, указанному выше, а также перейти к среде из античастиц, что соответствует изменению знака потенциала $f_\mu^{(N)}$ везде, где этот потенциал входит в вероятности. В результате мы получаем исходные вероятности. Таким образом, левые нейтрино распространяются в среде, состоящей из частиц, так же, как правые антинейтрино в среде, состоящей из античастиц.

Рассмотрим взаимодействие антинейтрино только с электромагнитным полем. Из вида полученных после проведения зарядового сопряжения выражений следует, что в электромагнитном поле левые нейтрино распространяются так же, как правые антинейтрино. То есть выражения совпадают с исходными после проведения СР-сопряжения. Отметим, что необходимость изменить поляризацию частицы возникает только в случае, если рассматривается осциллирующая частица.

Теперь рассмотрим влияние электромагнитного поля на распространение антинейтрино в среде, состоящей из античастиц. После проведения указанных выше операций оказывается, что при том же самом электромагнитном поле левые нейтрино в среде из частиц и правые антинейтрино в среде из античастиц распространяются различным образом. Однако исходные выражения можно восстановить, если изменить знак τ , что соответствует Т-отражению.

Таким образом, мы показали, что одновременное влияние вещества и электромагнитного поля может приводить к появлению дополнительного нечетного по времени

вклада в вероятности спин-флейворных переходов, который определяется внешними условиями и вещественной частью матрицы смешивания.

Авторы выражают благодарность А. В. Борисову и И. П. Волобуеву за плодотворные обсуждения. Работа А. В. Чухновой была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «Базис» (грант № 19-2-6-100-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Giunti C., Kim C. W.* Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Oxford: Oxford Univ. Press, 2007.
2. *Сахаров А. Д.* Нарушение CP-инвариантности, C-асимметрия и барнионная асимметрия Вселенной // УФН. 1991. Т. 161, № 5. С. 61–64.
3. *Ho S. M.* On Neutrino Flavor States // JHEP. 2012. V. 12. 22; arXiv:1209.3453 [hep-ph].
4. *Лобанов А. Е.* Осцилляции частиц в Стандартной модели // ТМФ. 2017. Т. 192, № 1. С. 70–88.
5. *Lobanov A. E.* Particle Quantum States with Indefinite Mass and Neutrino Oscillations // Ann. Phys. 2019. V. 403. P. 82–105; arXiv:1507.01256 [hep-ph].
6. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. Изд. 3-е. Т. 4. М.: Наука, 1989.
7. *Fujikawa K., Shrock R. E.* Magnetic Moment of a Massive Neutrino and Neutrino-Spin Rotation // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 963–966.
8. *Shrock R. E.* Electromagnetic Properties and Decays of Dirac and Majorana Neutrinos in a General Class of Gauge Theories // Nucl. Phys. B. 1982. V. 206, No. 3. P. 359–379.
9. *Glashow S. L., Iliopoulos J., Maiani L.* Weak Interactions with Lepton–Hadron Symmetry // Phys. Rev. D. 1970. V. 2. P. 1285–1292.
10. *Chukhnova A. V., Lobanov A. E.* Resonance Enhancement of Neutrino Oscillations Due to Transition Magnetic Moments // Eur. Phys. J. C. 2021. V. 81. 821; arXiv:2005.04503 [hep-ph].
11. *Wolfenstein L.* Neutrino Oscillations in Matter // Phys. Rev. D. 1978. V. 17. P. 2369–2374.
12. *Лобанов А. Е.* Осцилляции нейтрино в плотной среде // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59, № 11. С. 141–144; arXiv:1612.01591 [hep-ph].
13. *Chukhnova A. V., Lobanov A. E.* Neutrino Flavor Oscillations and Spin Rotation in Matter and Electromagnetic Field // Phys. Rev. D. 2020. V. 101. 013003; arXiv:1906.09351 [hep-ph].
14. *Arbuzova E. V., Lobanov A. E., Murchikova E. M.* Pure Quantum States of a Neutrino with Rotating Spin in Dense Magnetized Matter // Phys. Rev. D. 2010. V. 81, No. 4. 045001; arXiv:0711.2649 [hep-ph].
15. *Chukhnova A. V., Lobanov A. E.* T Violation without Complex Entries in the Lepton Mixing Matrix // Phys. Rev. D. 2022. V. 105, No. 7. 073010; arXiv:2203.06426 [hep-ph].
16. *Лобанов А. Е., Чухнова А. Е.* Нарушение T-симметрии в осцилляциях нейтрино // ЖЭТФ. 2022. Т. 162, № 3. С. 364–372.
17. *Workman R. L. et al. (Particle Data Group).* Review of Particle Physics // Prog. Theor. Exp. Phys. 2022. 083C01.

Получено 27 октября 2022 г.