Письма в ЭЧАЯ. 2023. Т. 20, № 5(250). С. 1278–1282

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА И КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В МОДЕЛИ ДИНАМИКИ МНЕНИЙ ДЛЯ МУЛЬТИАГЕНТНОЙ СИСТЕМЫ СО СТОХАСТИЧЕСКОЙ АКТИВАЦИЕЙ СВЯЗЕЙ

Н. Е. Савицкая [a, 1], *Т. А. Федорова* [б]

[a] Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова
Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», Гатчина, Россия
[б] Санкт-Петербургский государственный морской технический университет,
Санкт-Петербург, Россия

Рассмотрена модель динамики мнений в мультиагентной системе, в которой структура связей между агентами меняется со временем. В рамках модели агенты меняют свое мнение в результате изменений информационного давления на них. Эти изменения происходят как за счет поступления к агентам информации извне, так и при лавинообразном обмене информацией между ними по существующим в системе связям. При этом агенты, установившие в данный момент связи со своими соседями и участвующие в процессе обмена информацией, могут копировать мнение соседа, от которого получают информацию. Агенты, не связанные с соседями, но испытывающие избыточное информационное давление, могут менять свое мнение независимо от окружения. Для описания такого типа динамики каждому агенту в нашей модели, помимо бинарной переменной, обозначающей его мнение, приписывается две дополнительные характеристики: «активность», которая определяет вероятность для агента быть в данный момент связанным со своими ближайшими соседями, и пороговая динамическая переменная, обозначающая величину информационного давления. Мы аналитически и с помощью компьютерного моделирования показали, что при изменении величины средней «активности» агентов в системе реализуется фазовый переход второго рода между режимом, в котором система большую часть времени проводит в состояниях консенсусов, и состоянием динамического паритета.

The paper proposes a model of opinion dynamics in a multi-agent system with time-varying structure of inter-agent links. A feature of the model is that the opinion dynamics is considered as a consequence of changes in information pressure experienced by the agents. We have studied the most realistic situation when these changes occur both due to the inflow of external information into the system and as a result of an avalanche-like process of information exchange among agents. Within the framework of the model, agents can change their opinion in two ways. If an agent is linked with its neighbors and participates in the information exchange process, then it can copy the opinion of its neighbor, from which it receives information. Agent unlinked with its neighbors changes its opinion focusing only on external information. To describe such processes, in addition to the binary variable denoting the agent's opinion, two new characteristics of agents are introduced into the model. The first is the "activity" , which determines the probability for an agent to activate links with its nearest neighbors per time unit. The second is the value of information pressure that agent is experiencing at a certain moment. We have shown analytically and numerically that two dynamical modes are realized in the system. Being in the first the system spends the most of times in consensus states. The second is a state of dynamical balance. With changing the mean value of "activity" a second-order phase transition between these two regimes occurs.

PACS: 45.70.Cc; 45.70.Ht; 64.60.aq; 89.75.–k; 02.60.Cb; 89.65.–s; 89.75.–k

[1] E-mail: savitskaya_ne@pnpi.nrcki.ru

Методы и модели статистической физики, разработанные для изучения нелинейных, неравновесных систем, состоящих из большого числа взаимодействующих элементов, активно используются для описания коллективных явлений в других науках, в частности, в социологии [1]. Рассмотрим модель динамики мнений в группе агентов, структура связей между которыми меняется со временем. Отличие данной модели от уже существующих состоит в том, что она представляет этот процесс как результат изменений информационного давления на агентов [2]. В рамках модели мы считаем, что информационное давление на агента может измениться как за счет поступления к нему информации извне, так и при лавинообразном обмене информацией между агентами по существующим в системе связям. При этом агент может изменить свое мнение двумя способами. Агенты, установившие в данный момент связи со своими соседями и участвующие в процессе обмена информацией, могут копировать мнение соседа, от которого получают информацию. Агенты, не связанные с соседями, но испытывающие избыточное информационное давление, могут менять свое мнение независимо от окружения. Нашей задачей будет изучение режимов динамики мнений, возникающих в системе в зависимости от вероятностей установления связей между составляющими ее агентами.

Исследуемую систему из L агентов мы будем представлять в виде узлов квадратной решетки со стохастической активацией связей, используя для ее описания модель, предложенную в [3]. Согласно [3] для каждого агента задается значение его «активности» $a_{i,j}$, определяющей вероятность установить связи со своими ближайшими соседями в единицу времени. При этом решетка в каждый момент времени представляет собой набор кластеров, образованных «активными» в данный момент агентами и их ближайшими соседями, с которыми они установили связи. Установленные связи существуют в течение заранее заданного периода времени, после чего они аннулируются. В следующий за этим момент времени «активными» становятся другие агенты, образующие новую подрешетку. Рассмотрим случай, когда все агенты в нашей системе имеют одинаковые «активности» ($a_{i,j} = a$). Мы также введем для каждого агента динамическую пороговую переменную $z_{i,j}(k)$, имеющую смысл величины информационного давления, испытываемого агентом в момент времени k. Поскольку распространение информации в мультиагентных системах во многих случаях можно представить в виде лавинообразного процесса, то для вызванных этим процессом изменений $z_{i,j}(k)$ будем использовать алгоритмы абелевой модели кучи песка [4], модифицированные для случая развития лавин на решетке с меняющейся структурой связей [5]. Лавины, инициируемые поступлением внешней информации в систему, в этом случае развиваются только на кластерах агентов, между которыми на данный момент установлены связи. В таких подрешетках «активные» на данный момент агенты, информационное давление на которых превосходит заданное критическое значение z_c («надкритические» агенты), понижают его, передавая информацию соседям («осыпаются»). Это, в свою очередь, приводит к повышению информационного давления на них и может вызывать следующие каскады перераспределений величин $z_{i,j}$ до тех пор, пока информационное давление на всех «активных» на данный момент агентов не станет ниже критического, что означает окончание лавины. Мы будем рассматривать случай, когда связи между агентами, установившиеся перед началом очередной, n-й, лавины, будут существовать на всем ее протяжении и аннулироваться после окончания. Затем в систему вновь поступает внешняя информация и начинается следующая, $n+1$-я, лавина, которая развивается уже на новой подрешетке связанных агентов. Лавины характеризуются своим размером $s_n = 1/L \sum\limits_{k=k^n_{\rm beg}}^{k=k^n_{\rm end}} \sum\limits_{G_n} \theta[z^{a,n}_{i,j}(k) - z_c]$. Здесь первое суммирование ведется по всему времени лавины k от ее начала $k = k^n_{\rm beg}$ до окончания $k = k^n_{\rm end}$, а второе — по узлам существующей в данный момент времени подрешетки G_n, $z^{a,n}_{i,j}$ — информационное давление на активном узле подрешетки G_n. Таким образом, величина s_n имеет физический смысл полного числа «осыпаний» активных агентов, произошедшего за лавину, нормированного на размер решетки.

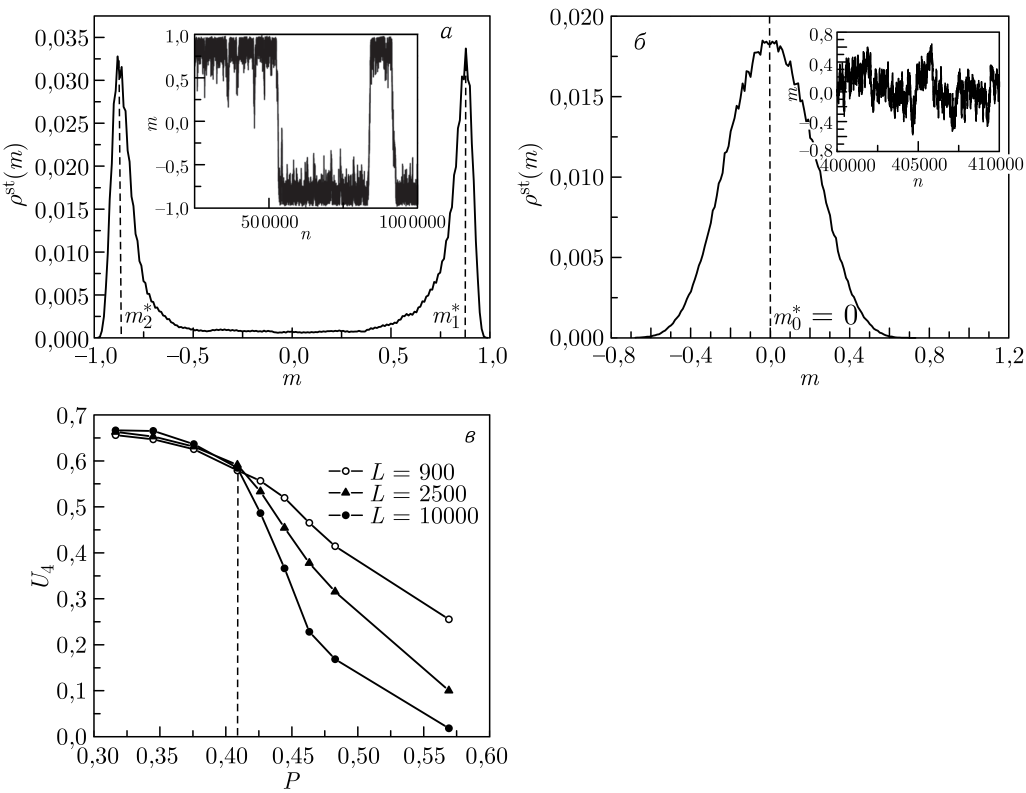
Мнения агентов будем обозначать бинарной переменной $s_{i,j}(k) = \pm 1$. При описании динамики мнений мы будем считать, что этот процесс происходит одновременно с прохождением информационной лавины. За основу алгоритма, описывающего динамику $s_{i,j}(k)$, мы взяли нелинейную стохастическую модель выборщика [6]. Но в нашей модели способ действия выбирается агентом не случайно, а в зависимости от величины испытываемого информационного давления и того, активен агент или нет. После поступления внешней информации в систему «неактивные» «надкритические» агенты меняют свое мнение на противоположное. Далее, по мере развития лавины каждый «активный» агент, получающий информацию от своего «надкритического» ближайшего соседа, принимает его мнение, если в его ближайшем окружении есть еще хотя бы один агент с таким же мнением.

Мы будем характеризовать режим динамики мнений, установившийся в системе, функцией $\rho^{\rm st}(m)$ — стационарной плотностью вероятности для среднего по системе мнения иметь значение m на момент окончания n-й лавины ($m(n) = 1/L \sum\limits_{i,j} s_{i,j}(k^n_{\rm end})$). Аналитическое выражение для $\rho^{\rm st}(m)$ получается как стационарное решение уравнения Фоккера–Планка [2]. Предполагая, что вероятность агенту «осыпаться» за время лавины равна среднему размеру лавины в системе $\langle s \rangle$, мы получим следующее уравнение для экстремумов функции $\rho^{\rm st}(m)$:

$$(3-4P)m - 2m^3 - m^5 = 0, \quad P = \left(\frac{1-a}{a}\right)^2. \tag{1}$$

Анализируя поведение решений уравнения (1), мы получим критическое значение $P_c = 3/4$, такое, что при $P < P_c$ стационарная плотность вероятности $\rho^{\rm st}(m)$ имеет два максимума на значениях $m^*_{1,2} = \pm\sqrt{2\sqrt{1-P/2}-1}$, а при $P > P_c$ — единственный максимум на значении $m^*_0 = 0$. Это означает, что в системе в зависимости от величины P могут реализовываться два динамических режима. В соответствующем бимодальному виду $\rho^{\rm st}(m)$ режиме система большую часть времени эволюции может с равной вероятностью находиться в состояниях с $m(n) = m^*_{1,2}$, а переходы между этими состояниями занимают незначительное время. В соответствующем унимодальному виду $\rho^{\rm st}(m)$ режиме система находится в состоянии «динамического паритета». Это означает, что большую часть времени эволюции число агентов с мнением $s_{i,j} = 1$ в системе равно числу агентов с мнением $s_{i,j} = -1$, хотя значения $s_{i,j}$ на узлах меняются. При $P \to P_c$ между двумя режимами происходит фазовый переход второго рода, причем $|m^*| \sim (P_c - P)^{1/2}$ для $P < P_c$ и, следовательно, критические показатели $\beta = 1/2$, $\gamma = 1$.

Мы также провели компьютерное моделирование динамики мнений для систем размером $L = 10^4$ при $z_c = 4{,}5$ при различных значениях «активности» агентов a. Результаты представлены на рис. *а*–*в*, и они демонстрируют хорошее качественное совпадение с аналитическими оценками. На рис. *а, б* представлены функции плотности вероятности $\rho^{\mathrm{st}}(m)$ при различных значениях a. На врезках графиков показано поведение $m(n)$ в соответствующих случаях. Так, при $P = 0{,}40$ функция $\rho^{\mathrm{st}}(m)$ имеет два максимума одинаковой высоты при значениях $m^*_{1,2}(0) = \pm\sqrt{2\sqrt{1 - P/2} - 1} \approx$ $\approx \pm 0{,}88$. Поведение $m(n)$ показывает, что система большую часть времени эволюции проводит в состояниях с $m^*_{1,2}$, переходы между этими состояниями совершаются относительно быстро. При $P = 2{,}4$ функция $\rho^{\mathrm{st}}(m)$ имеет единственный максимум, который соответствует $m^*_0 = 0$, а значения $m(n)$ колеблются в окрестности m^*_0. На рис. *в* представлен кумулянт Биндера $U_4(P) = 1 - \langle |m|^4 \rangle / 3 \langle m^2 \rangle^2$ для систем различных размеров. Поведение $U_4(P)$ подтверждает, что в исследуемой системе реализуется фазовый переход второго рода. Точка пересечения функций $U_4(P)$ для систем различных размеров дает $P_c \approx 0{,}41$, что меньше полученной аналитической оценки



Функция плотности вероятности среднего по системе мнения в стационарном состоянии $\rho^{\mathrm{st}}(m)$ в системе размером $L = 10^4$: *а*) $P = 0{,}40$; *б*) $P = 2{,}4$, на врезках представлены фрагменты реализаций $m(n)$ для соответствующих значений P; *в*) функция $U_4(P)$ для систем размеров $L = 900$, $L = 2500$, $L = 10000$

для $P_c = 0{,}75$. Подобное расхождение связано с тем, что в аналитических расчетах мы использовали среднее значение размера лавины $\langle s \rangle$ и не учитывали внутреннюю структуру лавин, которая различается для различных значений a [5].

В заключение отметим, что, хотя наша модель дает лишь грубое и приближенное описание процессов, происходящих в реальных мультагентных системах, она достаточно точно отражает некоторые их характерные черты. Так, большие значения a ($P < P_c$) соответствуют случаю, когда агенты практически изолированы от внешней информации, но активно контактируют друг с другом и склонны принимать мнение более информированного соседа. Очевидно, что в такой системе легко достигается соответствующий консенсус. В противоположном случае, отвечающем малым a ($P > P_c$), мы имеем систему, в которой агенты редко контактируют между собой и меняют мнение независимо от окружения. В этом случае вполне естественно, что система находится в состоянии динамического паритета.

Т. Ф. благодарит Минобрнауки России за финансовую поддержку работы в рамках реализации программы Научного центра мирового уровня по направлению «Передовые цифровые технологии» (соглашение от 16.11.2020 № 075-15-2020-903).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Castellano C., Fortunato S., Loreto V.* Statistical Physics of Social Dynamics // Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81. P. 591–646.
2. *Савицкая Н. Е., Федорова Т. А.* Динамические свойства модели формирования мнения в мультиагентной системе с изменяющейся структурой связей в условиях информационного давления // ЖЭТФ. 2021. Т. 160, № 10. С. 714.
3. *Perra N., Goncalves B., Pastor-Satorras R., Vespignani A.* Activity Driven Modeling of Time Varying Networks // Nature Sci. Rep. 2012. V. 2. P. 469.
4. *Dhar D.* Self-Organized Critical State of Sandpile Automaton Models // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. P. 1613.
5. *Накин А. В., Савицкая Н. Е.* Влияние времени существования связей в динамической решетке на свойства лавинообразных процессов на ней // ЖЭТФ. 2017. Т. 152, № 46. С. 812.
6. *Peralta A. F., Carro A., San Miguel M., Toral R.* Analytical and Numerical Study of the Non-Linear Noisy Voter Model on Complex Networks // Chaos. 2018. V. 28. P. 075516.

Получено 31 января 2023 г.