

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПОЗИТРОНИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Н. Малахов^а, И. Н. Мешков^а, А. Я. Силенко^б

^аОбъединенный институт ядерных исследований, Дубна

^бНаучно-исследовательское учреждение «Институт ядерных проблем
Белорусского государственного университета», Минск

В данной работе исследовано взаимодействие позитрония с магнитным полем. Получены высокоточные формулы для вероятностей обнаружения позитрония в орто- и парасостояниях в магнитном поле с учетом отличия магнитных моментов электрона и позитрона в атоме позитрония от их значений для свободных частиц. Полученные результаты используются при постановке эксперимента по определению времени жизни парапозитрония в вакууме PALM.

In this article the interaction of the positronium with a magnetic field is investigated. The high-precision formulae for probabilities of ortho- and parastates of the positronium in the magnetic field are calculated with allowance for the difference between the magnetic moments of electron and positron in positronium and those of free particles. Results of these calculations are used for setting up of the experiment PALM dedicated to the parapositronium lifetime measurement in vacuum.

PACS: 36.10.Dr

До сих пор при исследовании вопроса взаимодействия позитрония с магнитным полем не возникала задача получения точных формул, описывающих процесс интерференции его орто- и парасостояний при движении в поле. Для описания использовались сравнительно простые приближенные формулы. Однако в настоящее время повысился интерес к экспериментам с позитронием, в частности, к интерференции его состояний в магнитном поле, поэтому задача вывода точных формул стала актуальной. Магнитное поле смешивает состояния парапозитрония и ортопозитрония с нулевой проекцией спина на направление поля.

Приближенные формулы для вероятностей обнаружения позитрония в орто- и парасостояниях при движении в магнитном поле выводились в приближении

$$\Gamma_1, \Gamma_2 \ll \omega_0, \quad (1)$$

где $\Gamma_{1,2}$ — постоянные распада орто- и парапозитрония в свободном состоянии соответственно; $\omega_0 = \Delta\varepsilon_{\text{HFS}}/\hbar = 1,28 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ — частота, характеризующая сверхтонкое расщепление $\Delta\varepsilon_{\text{HFS}}$ основного состояния позитрония. В приближении (1) постоянные распада в однородном магнитном поле B_0 имеют вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} \Gamma_1^* &= \frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2) - \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}(\Gamma_2 - \Gamma_1) = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 y^2}{1+y^2}, \\ \Gamma_2^* &= \frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2) + \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}(\Gamma_2 - \Gamma_1) = \frac{\Gamma_1 y^2 + \Gamma_2}{1+y^2}, \\ y &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2} + 1}, \quad x = \frac{B_0}{B_\Delta}, \quad B_\Delta = \frac{\Delta\varepsilon_{\text{HFS}}}{4\mu} \approx 3,62 \text{ Тл}, \end{aligned} \quad (2)$$

где μ — магнитный момент электрона (позитрона), а вероятность обнаружения атома позитрония в ортосостоянии на выходе из области с полем задается выражением [3]

$$w_1(B_0) = \frac{2}{3} \exp(-\Gamma_1 \tau) + \frac{1}{3(1+y^2)} [\exp(-\Gamma_1^* \tau) + y^2 \exp(-\Gamma_2^* \tau)], \quad (3)$$

где $\tau = L/\gamma v$; L — длина области с однородным магнитным полем; v — скорость атома позитрония; γ — лоренц-фактор.

Можно показать [4], что функция (3) для заданного τ в определенном интервале значений магнитного поля из всех входящих в нее констант наиболее чувствительна к постоянной распада парапозитрония. Этот факт лег в основу проекта эксперимента PALM (PARapositronium Lifetime Measurement — измерение времени жизни парапозитрония в вакууме) [4] на установке LEPTA [5] в Лаборатории ядерных проблем им. В. П. Дзелепова Объединенного института ядерных исследований, Дубна.

Согласно идее эксперимента, пучок позитрония в вакууме с энергией $E_{ps} = 20$ кэВ (по 10 кэВ на частицу — электрон и позитрон) в ортосостоянии входит в соленоид с постоянным продольным магнитным полем \mathbf{B}_0 (отметим, что направление поля выбрано параллельным направлению средней скорости пучка позитрония во избежание влияния эффекта Штарка). Пройдя через соленоид, пучок летит в свободном от полей промежутке, достаточно длинном для распада всего образованного при взаимодействии с магнитным полем парапозитрония (длина распада в вакууме при данной энергии ~ 7 мм), и в ортосостоянии регистрируется детектором. Такая процедура проводится последовательно с включенным и выключенным магнитным полем, так что фактически измеряется функция (3), нормированная на ее значение при $B_0 = 0$. При разработке эксперимента выяснилось, что для измерения времени жизни парапозитрония с относительной точностью 10^{-4} , что вдвое лучше имеющегося в настоящее время значения, необходимо измерить вероятность (3) с точностью 10^{-5} . Очевидно, использовать в этом случае приближенную формулу (3) нельзя, и требуется более точное решение задачи взаимодействия позитрония с магнитным полем.

Эффект смешивания пара- и ортосостояний в магнитном поле \mathbf{B}_0 , определяющий динамику распада позитрония¹, характеризуется матричным элементом

$$\langle 10|H_{\text{int}}|00\rangle = \langle 00|H_{\text{int}}|10\rangle = E = 2\mu B_0, \quad (4)$$

где $H_{\text{int}} = \mu(\sigma_- - \sigma_+)\mathbf{B}_0$ — гамильтониан взаимодействия позитрония с магнитным полем; σ_- и σ_+ — матрицы Паули для электрона и позитрона; μ — магнитные моменты электрона и позитрона с учетом поправок на их взаимодействие в позитронии и движение центра масс позитрония (см. ниже). Основные уравнения, характеризующие динамику аннигиляции позитрония с учетом всех влияющих на нее факторов, были получены в работе [3]. Однако точное решение этих уравнений в этой работе получено не было. Точные выражения для постоянных распада квази-ортопозитрония и квази-

¹В литературе процесс аннигиляции позитрония часто называют его «распадом».

парапозитрония найдены в работе [6]:

$$\Gamma_1^* = \frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2) - \frac{B}{\hbar}, \quad \Gamma_2^* = \frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2) + \frac{B}{\hbar},$$

$$B = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + \hbar^4 \omega_0^2 (\Gamma_2 - \Gamma_1)^2} - a}{2}}, \quad a = \hbar^2 \left[\omega_0^2 - \frac{(\Gamma_2 - \Gamma_1)^2}{4} \right] + 4E^2. \quad (5)$$

Формулы (5) совпадают с результатом, найденным в [7] с помощью матрицы плотности. При этом ни в одной из работ не решалась задача о вероятности нахождения атома в орто- и парасостоянии.

Система уравнений, определяющих эволюцию амплитуд волновых функций позитрония ($C_{1,2}$ для орто- и парапозитрония соответственно), имеет вид

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = H_{11}C_1 + EC_2,$$

$$i\hbar \frac{dC_2}{dt} = EC_1 + H_{22}C_2, \quad (6)$$

где

$$H_{11} = E_0 + \frac{\hbar}{2}(\omega_0 - i\Gamma_1), \quad H_{22} = E_0 - \frac{\hbar}{2}(\omega_0 - i\Gamma_2), \quad E = 2\mu B_0, \quad (7)$$

а E_0 — энергия основного состояния позитрония без учета сверхтонкого расщепления. В результате расчетов, выполненных с помощью подхода, аналогичного использованному в работе [6], в настоящей работе найдено точное решение системы (6):

$$C_1(t) = \frac{1}{2(A + iB)} \left\{ \left[\left(\hbar \left(\omega_0 + i \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{2} \right) + A + iB \right) C_1(0) + 2EC_2(0) \right] \exp\left(-\frac{i}{\hbar}E_1 t\right) + \left[\left(A + iB - \hbar \left(\omega_0 + i \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{2} \right) \right) C_1(0) - 2EC_2(0) \right] \exp\left(-\frac{i}{\hbar}E_2 t\right) \right\},$$

$$C_2(t) = \frac{1}{2(A + iB)} \left\{ \left[2EC_1(0) + \left(A + iB - \hbar \left(\omega_0 + i \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{2} \right) \right) C_2(0) \right] \exp\left(-\frac{i}{\hbar}E_1 t\right) + \left[-2EC_1(0) + \left(\hbar \left(\omega_0 + i \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{2} \right) + A + iB \right) C_2(0) \right] \exp\left(-\frac{i}{\hbar}E_2 t\right) \right\}. \quad (8)$$

Здесь $C_1(0)$, $C_2(0)$ — значения амплитуд $C_{1,2}(t)$ при $t = 0$,

$$A = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + \hbar^4 \omega_0^2 (\Gamma_2 - \Gamma_1)^2} + a}{2}}, \quad (9)$$

константы a и B определены в (5), $E_{1,2}$ — неизвестные величины, значения которых находим подстановкой решения (8) в уравнение (6), что дает

$$E_1 = \frac{H_{11} + H_{22}}{2} + \sqrt{\frac{(H_{11} - H_{22})^2}{4} + E^2} = E_0 - i\frac{\hbar}{4}(\Gamma_1 + \Gamma_2) + \frac{1}{2}(A + iB),$$

$$E_2 = \frac{H_{11} + H_{22}}{2} - \sqrt{\frac{(H_{11} - H_{22})^2}{4} + E^2} = E_0 - i\frac{\hbar}{4}(\Gamma_1 + \Gamma_2) - \frac{1}{2}(A + iB). \quad (10)$$

Действительные части E_1, E_2 определяют значения энергий орто- и парасостояний позитрония в магнитном поле, а мнимые части — соответствующие постоянные распада.

В практически важном случае отсутствия парапозитрония в начальный момент времени (например, вышеупомянутый эксперимент PALM) амплитуды имеют значения $C_1(0) = 1, C_2(0) = 0$. При этом квадраты модулей амплитуд, характеризующих вероятности нахождения позитрония в орто- и парасостояниях, описываются выражениями

$$F(B_0, t) = |C_1(t)|^2 = \frac{1}{4\Omega^2} \left\{ B_1^2 \exp(-\Gamma_1^* t) + B_2^2 \exp(-\Gamma_2^* t) + \right. \\ \left. + 2B_1 B_2 \exp\left(-\frac{\Gamma_1^* + \Gamma_2^*}{2} t\right) \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (\phi_1 - \phi_2)] \right\}, \\ G(B_0, t) = |C_2(t)|^2 = \frac{E^2}{\Omega^2} \left\{ \exp(-\Gamma_1^* t) + \exp(-\Gamma_2^* t) - \right. \\ \left. - 2 \exp\left(-\frac{\Gamma_1^* + \Gamma_2^*}{2} t\right) \cos[(\omega_1 - \omega_2)t] \right\}, \quad (11)$$

где

$$B_{1,2} = \sqrt{(A \pm \hbar\omega_0)^2 + \left(B \pm \hbar\frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{2}\right)^2}, \quad \phi_{1,2} = \arctg \frac{2B \pm \hbar(\Gamma_2 - \Gamma_1)}{2(A \pm \hbar\omega_0)}, \quad (12) \\ \omega_{1,2} = \frac{E_0 \pm A/2}{\hbar}, \quad \Omega = \sqrt{A^2 + B^2},$$

а $\Gamma_{1,2}^*$ определяются формулой (5).

Как известно, в магнитном поле парасостояние смешивается только с ортосостоянием, имеющим нулевую проекцию спина на направление поля ($m = 0$). Предполагая, что на входе в область с однородным магнитным полем состояния атомов ортопозитрония с $m = 0, \pm 1$ равновероятны, т. е. составляют по 1/3 соответственно, получаем формулы вероятности обнаружения атома в орто- и парасостояниях на выходе области с магнитным полем:

$$w_1(B_0, \tau) = \frac{2}{3} \exp(-\Gamma_1 \tau) + \frac{1}{3} F(B_0, \tau), \quad w_2(B_0, \tau) = \frac{1}{3} G(B_0, \tau), \quad \tau = \frac{L}{\gamma v}. \quad (13)$$

Отметим, что отличие магнитных моментов электрона и позитрона в атоме позитрония от магнитных моментов свободных частиц влияет на характер смешивания орто- и парасостояний позитрония в магнитном поле. В позитронии величина магнитного момента электрона и позитрона μ , входящая в формулу (3), определяется двумя факторами: взаимодействием электрона и позитрона в атоме позитрония и движением атома позитрония как целого в магнитном поле. Этой проблеме уделялось серьезное внимание (см. [8–10] и цитированную там литературу).

Для позитрония низких энергий (~ 20 кэВ) необходимо учитывать влияние движения атомов позитрония на величину μ , т. е. вводить релятивистские поправки. Прделанный

анализ показывает, что для позитрония в основном состоянии значение μ описывается формулой [8–10]:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{g_e}{2\gamma} - \frac{5\alpha^2}{24} - \frac{\alpha^2}{24} a_e \right), \quad a_e = \frac{g_e - 2}{2} \approx \frac{\alpha}{2\pi}, \quad \mu_0 = \frac{e}{2m_e}, \quad (14)$$

где g_e — g -фактор свободного электрона (позитрона). Формула (14) не учитывает

а) влияние движения атома позитрония как целого на величину поправок, пропорциональных α^2 ;

б) разницу между массой атома позитрония и суммой масс электрона и позитрона.

Поправки, вносимые каждым из этих факторов, имеют при $E_{ps} = 20$ кэВ порядок величины $\alpha^2 E_{ps}/m_e \sim 10^{-6}$, что и характеризует точность формулы (14). Соответствующая относительная поправка к формуле (13) для ортосостояния порядка 10^{-7} , и этой поправкой можно пренебречь.

Описанные эффекты создают теоретическую основу для проведения эксперимента PALM по измерению времени жизни парапозитрония на установке LEPTA с относительной точностью $1 \cdot 10^{-4}$, что вдвое превышает достигнутый в настоящее время [11] уровень точности. Эксперимент будет осуществлен в принципиально новой постановке — с направленным пучком атомов позитрония. Такой пучок можно использовать и для других целей, например, для поиска зеркальной материи (см. [12] и цитированную там литературу). Выведенные формулы могут быть использованы для любых экспериментов, в которых позитроний находится в магнитном поле.

Измеряемое значение времени жизни ортопозитрония чувствительно к релятивистской поправке к дираковскому магнитному моменту электрона и позитрона. Однако чувствительность эксперимента PALM не позволяет измерить поправку на взаимодействие электрона и позитрона в атоме позитрония. Эта поправка характеризуется вторым и третьим слагаемыми в формуле для μ в (14). Их сумма приблизительно равна $-1,1 \cdot 10^{-5}$.

Таким образом, получены формулы, которые описывают с высокой точностью, порядка 10^{-6} – 10^{-7} , интерференцию состояний позитрония в магнитном поле. Результаты данной работы используются при постановке эксперимента PALM по определению времени жизни парапозитрония.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bisi A. *et al.* Magnetic Quenching of Positronium in Solids and Positron Helicity // *Phys. Rev.* 1962. V. 128, No. 5. P. 2195–2199.
2. Гольданский В. И. Физическая химия позитрона и позитрония. М.: Наука, 1968. 174 с.
3. Halpern O. Magnetic Quenching of the Positronium Decay // *Phys. Rev.* 1954. V. 94, No. 4. P. 904–907.
4. Акимов Ю. К. и др. Измерение времени жизни парапозитрония в вакууме. Эксперимент PALM (Parapositronium Lifetime Measurement). Препринт ОИЯИ P13-2006-94. Дубна, 2006. 31 с.
5. Мешков И. Н. и др. Модифицированный бетатрон // ЭЧАЯ. 2005. Т. 36, вып. 5. С. 1071–1133.
6. Rich A. Corrections to the Measured $n = 1$ Hyperfine Interval of Positronium due to Annihilation Effects // *Phys. Rev. A.* 1981. V. 23, No. 5. P. 2747–2750.

7. *Mills Jr. A. P.* Annihilation Rate of Positronium in a Magnetic Field // *Phys. Rev. A.* 1990. V. 41, No. 1. P. 502–503.
8. *Grotch H., Kashuba R.* Magnetic Interactions of One-Electron Atoms and of Positronium // *Phys. Rev. A.* 1973. V. 7, No. 1. P. 78–84.
9. *Lewis M. L., Hughes V. W.* Higher-Order Relativistic Contributions to the Combined Zeeman and Motional Stark Effects in Positronium // *Ibid.* V. 8, No. 2. P. 625–639.
10. *Anthony J. M., Sebastian K. J.* Relativistic Corrections to the Zeeman Effect in Hydrogenlike Atoms and Positronium // *Phys. Rev. A.* 1994. V. 49, No. 1. P. 192–206.
11. *Al-Ramadhan A. H., Gidley D. W.* // New Precision Measurement of the Decay Rate of Singlet Positronium // *Phys. Rev. Lett.* 1994. V. 72, No. 11. P. 1632–1635.
12. *Окунь Л. Б.* Зеркальные частицы и зеркальная материя: 50 лет гипотез и поисков // *УФН.* 2007. Т. 177, № 4. С. 397–406.

Получено 18 апреля 2007 г.