

СВОЙСТВА ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Г. М. Зиновьев^а, С. В. Молодцов^{б, в, 1}

^а Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАНУ, Киев

^б Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

^в Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Обсуждаются спектр и ширина e^+e^- -распада систем тяжелых кваркониев как функция температуры среды, генерируемой при ультрарелятивистских столкновениях тяжелых ионов. Флуктуации вакуумных глюонных полей оцениваются в рамках модели инстантонной жидкости. Отмечается, что указанные характеристики могли бы использоваться как индикатор нагрева глюонов.

The spectra and e^+e^- decay widths of the heavy quarkonia as a function of the temperature, generated in the ultrarelativistic heavy-ion collisions, are discussed. The fluctuations of the vacuum gluon fields are estimated within instanton liquid model approach. It is noticed that the mentioned parameters can be applied as an indicator of the temperature of gluons.

PACS: 13.20.Gd, 25.75.Cj

Изучение свойств тяжелых кваркониев в горячей и плотной среде привлекает к себе в последнее время пристальное внимание. Можно надеяться, что эти системы могли бы послужить одним из средств диагностики фазового состояния сильновзаимодействующей материи, и мы хотим обсудить в этой работе некоторые интересные возможности. Напомним, что в непотенциальном описании систем с асимптотически большими массами кварков $m\alpha_s^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}$, в частности, применимом к боттомонию, основной уровень предсказывается почти модельно-независимым образом и выражается через глюонный конденсат $\langle G^2 \rangle$ [1, 2]

$$M_{nl} = 2m - \frac{k_n^2}{m} \left(1 - \frac{m^2}{18 k_n^6} n^2 a_{nl} \langle \pi \alpha_s G^2 \rangle \right); \quad (1)$$

здесь n — главное квантовое число; l — орбитальный момент; m — масса кварка; k_n — его импульс

$$k_n = \frac{m}{n} \frac{2}{3} \alpha_s(k_n),$$

a_{nl} — некоторый численный множитель порядка единицы; $\alpha_s = g^2/4\pi$ — константа сильной связи. Сдвиг кулоновского уровня кваркония индуцирован относительно слабым, на фоне кулоновского, случайно ориентированным хромоэлектрическим полем и

¹E-mail: molodtsov@itep.ru

получается в рамках дипольного разложения хромозлектрического поля. Область применимости этого разложения сильно ограничена малыми расстояниями. Например, в боттомонии формула приложима только к основному уровню ($n = 1, l = 0$). В реалистических моделях вакуума КХД глюонный конденсат уменьшается вместе с ростом температуры T_g среды, и, по-видимому, системы тяжелых кваркониев могли бы быть пригодными для ее определения.

В работе [3] отмечалось, что можно существенно улучшить описание тяжелых кваркониев, если выйти за рамки дипольного разложения, и для описания полей вакуумных флуктуаций применить более реалистические корреляционные функции $\langle A_4^a(x) A_4^b(y) \rangle$, например, генерируемые (анти)инстантонными конфигурациями. При этом удовлетворительно получаются как сдвиги низколежащих уровней, так и ширины e^+e^- -распада. Отчасти это обусловлено тем, что в модели инстантонной жидкости вакуума КХД [4] имеется малый параметр $n\bar{\rho}^4 \sim 0,01$ (n — плотность инстантонов, $\bar{\rho}$ — их средний размер), по которому проводится разложение теории. Применим разработанное в [3] описание к нагретым вакуумным флуктуациям и ограничимся простейшей оценкой, принимая в качестве насыщающей вакуумной конфигурации суперпозицию (анти)калоронов — периодических по евклидову «времени» с периодом T^{-1} решений уравнений Янга-Миллса [5]

$$A_\mu^a(x, \gamma) = -\frac{1}{g} \omega^{ab} \bar{\eta}_{b\mu\nu} \partial_\nu \ln \Pi, \quad (2)$$

$$\Pi = 1 + \frac{\pi \rho^2 T}{r} \frac{\text{sh}(2\pi rT)}{\text{ch}(2\pi rT) - \cos(2\pi \tau T)},$$

равновесное состояние которых определяется с помощью соответствующего вариационного принципа [6]. Здесь $r = |\mathbf{x} - \mathbf{z}|$ — расстояние в трехмерном пространстве до центра калорона z , $\tau = x_4 - z_4$ — аналогичное расстояние по «времени», ρ — размер, ω — матрица цветовой ориентации (для антикалорона следует произвести замену символов η Хоофта $\bar{\eta} \rightarrow \eta$).

Невозмущенный гамильтониан системы двух тяжелых, с массами m_1, m_2 , частиц в нерелятивистском приближении имеет вид

$$H_0 = -\frac{\mu}{2} \nabla_x^2 + \alpha_s \frac{\mathbf{t}_1 \otimes \mathbf{t}_2}{|\mathbf{x}|} - \frac{M}{2} \nabla_X^2, \quad (3)$$

где $\mathbf{X} = \frac{m_1 \mathbf{x}_1 + m_2 \mathbf{x}_2}{M}$ обозначает координату центра инерции системы; $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ — относительное расстояние между частицами, $\mathbf{x}_1 = \mathbf{X} + \frac{\mu}{m_1} \mathbf{x}$, $\mathbf{x}_2 = \mathbf{X} - \frac{\mu}{m_2} \mathbf{x}$, $M = m_1 + m_2$, $\mu = \frac{m_1 m_2}{M}$, t^a , $a = 1, 2, \dots, 8$ — генераторы группы $SU(3)$, причем для кварка $\mathbf{t}_1 = \lambda/2$ (λ — матрицы Гелл-Манна), а для антикварка $\mathbf{t}_2 = -\mathbf{t}_1^T$. Проецируя оператор произведения зарядов на синглетное и октетное состояния $\mathbf{t}_1 \otimes \mathbf{t}_2 \rightarrow -\frac{4}{3}P_0 + \frac{1}{6}P_8$, получим в синглетном канале кулоновское притяжение, а в октетном — отталкивание. Гамильтониан взаимодействия кварков с вакуумным полем в старшем порядке по v/c имеет вид

$$H_{\text{int}} = \sum_{k=1}^N [\mathbf{t}_1 i\mathbf{A}_4(\mathbf{x}_1, ix_0; \gamma_k) + \mathbf{t}_2 i\mathbf{A}_4(\mathbf{x}_2, ix_0; \gamma_k)], \quad (4)$$

где суммирование ведется по полям псевдочастиц; $\gamma_k = (\rho_k, z_k, \omega_k)$ — параметр, описывающий k -й (анти)калорон. Волновая функция системы двух тяжелых частиц в начальном

состоянии имеет вид $\psi_i(\mathbf{x}) \Phi_i(\mathbf{X})$. Конечное состояние будет обозначаться индексом f , спинорные и цветовые индексы опущены.

Выражение для поля калорона в формуле (4) приведено для пространства Минковского, причем время x_0 входит как мнимая величина. Формально, гамильтониан (4) зависит от времени, но в силу стохастического характера поля взаимодействия его вклад в первом порядке теории возмущений исчезает $\langle H_{\text{int}} \rangle = 0$. Во втором порядке рассмотрим парциальные вклады псевдочастиц в матричные элементы с функциями Грина невозмущенного гамильтониана $H_0 - E$ (для отрицательных значений энергии E , отвечающих связанным состояниям). Пренебрегая эффектом рассеяния системы как целого на инстантоне (предел $M \rightarrow \infty$), для функции Грина в силу сохранения энергии-импульса получим факторизованную форму

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{X}) = g(\mathbf{x}; E) \delta(\mathbf{X}).$$

Тогда интересующие нас матричные элементы во втором порядке теории возмущений приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle f | H_{\text{int}} (H_0 - E)^{-1} H_{\text{int}} | i \rangle &= -g^2 \int d\mathbf{x} d\mathbf{X} \psi_f(\mathbf{x}) \Phi_f(\mathbf{X}) t_m^a A_4^a(\mathbf{x}_m, ix_0; \gamma) \times \\ &\times \int d\mathbf{y} d\mathbf{Y} g(\mathbf{x} - \mathbf{y}; E) \delta(\mathbf{X} - \mathbf{Y}) t_n^b A_4^b(\mathbf{y}_n, ix_0; \gamma) \psi_i(\mathbf{y}) \Phi_i(\mathbf{Y}), \quad m, n = 1, 2. \end{aligned} \quad (5)$$

Оговорим, что в непотенциальном подходе в рассматриваемом приближении пренебрегают запаздыванием, и предполагается, что характерная частота прецессии (анти)кварков по боровской орбите заметно выше характерной частоты флуктуаций хромозлектрического поля. Оговорим также, что в формуле (5) функция $g(\mathbf{x})$ — это функция Грина октетного канала.

Для среды калоронов следует просуммировать парциальные вклады всех псевдочастиц, при этом в силу малости упаковочного параметра $n\bar{\rho}^4$ здесь $n = N/V$ и V — объем, занимаемый ансамблем псевдочастиц. Мы ограничимся только старшими, одночастичными (анти)калоронными вкладами ($\sim n$). Корреляционная функция определяется профилем (анти)калорона

$$\langle A_4^a(\mathbf{x}, ix_0; \gamma) A_4^b(\mathbf{y}, ix_0; \gamma) \rangle_{\omega z} = \frac{4}{g^2} \frac{\delta^{ab}}{N_c^2 - 1} \frac{\rho^2}{V} F\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{\rho}; T_g\right). \quad (6)$$

Напомним, что угловые скобки здесь обозначают интегрирование по цветовым ориентациям псевдочастиц $d\omega$, а также усреднение по их положениям с весом dz/V , где N_c — число цветов. Теперь учет вклада всех (анти)калоронов сводится просто к умножению результата (6) на плотность инстантонной жидкости как функции температуры $n(T_g)$ (рис. 1), которую вместе со средним размером псевдочастицы $\bar{\rho}(T_g)$ заимствуем из работы [6].

Поскольку корреляционные функции выражаются только через разность аргументов потенциалов (анти)инстантонов, то в формуле (6) нет зависимости от мнимого времени. Явный вид функции $F(x; T_g)$ при нулевой температуре найден в работе [3]. Оказывается, что для проведения численных оценок вполне достаточно только этой инстантонной корреляционной функции $F(x; 0)$, поскольку при относительно малых температурах

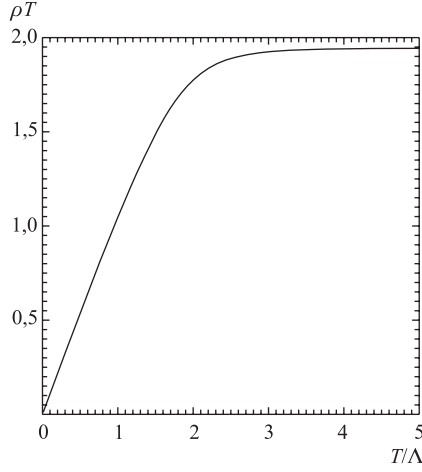
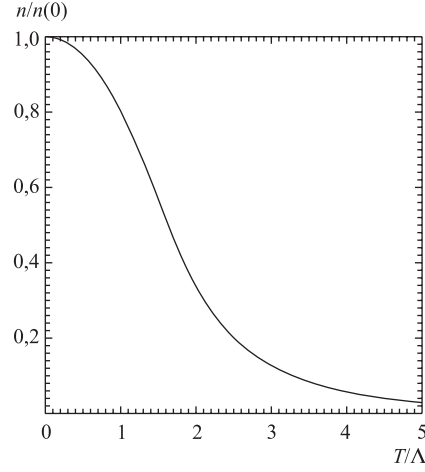

 Рис. 1. Параметр ρT_g как функция температуры


Рис. 2. Плотность инстантонной жидкости, нормированная на плотность при нулевой температуре

$T_g/\Lambda \leq 1$ размер калорона остается практически постоянным (рис. 1), и почти вся зависимость сдвига уровней определяется уменьшением плотности инстантонной жидкости с возрастанием температуры (рис. 2). С рассматриваемой в работе точностью при больших температурах можно пренебречь поправками на изменение корреляционной функции в силу быстрого убывания плотности инстантонной жидкости.

Далее учтем, что в матричном элементе второго порядка теории возмущений (5) при действии на функции начального и конечного синглетных по цвету состояний произведение зарядов сводится к $\frac{4}{3}I$, где I — единичная матрица по цвету. Вклады кварка и антикварка $\sim \mathbf{t}_1 \mathbf{t}_2$ (аналогично $\sim \mathbf{t}_2 \mathbf{t}_1$) войдут в матричный элемент (5) со знаком, противоположным знаку вклада кварк-кварка $\sim \mathbf{t}_1 \mathbf{t}_1$ (аналогично $\sim \mathbf{t}_2 \mathbf{t}_2$). Для одинаковых по массе частиц во втором порядке теории возмущений получим

$$\langle f | H_{\text{int}} (H_0 - E)^{-1} H_{\text{int}} | i \rangle = \frac{8}{N_c^2 - 1} \frac{4}{3} n \rho^2 \times \\ \times \int d\mathbf{x} \psi_f(\mathbf{x}) \int d\mathbf{y} g(\mathbf{x} - \mathbf{y}; E) \left[F\left(\frac{|\mathbf{x} + \mathbf{y}|}{2\rho}; T_g\right) - F\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{2\rho}; T_g\right) \right] \psi_i(\mathbf{y}) \quad (7)$$

(тривиальный множитель $\sim \Phi_f \Phi_i$ не выписываем).

Для функции Грина $g(\mathbf{x} - \mathbf{y}; E)$ воспользуемся следующим удобным представлением [1]

$$g(\mathbf{x} - \mathbf{y}; E) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) g_l(x, y; E) P_l\left(\frac{\mathbf{x}\mathbf{y}}{xy}\right), \quad (8)$$

где P_l — полиномы Лежандра, $E = -k^2/m$, в октетном канале

$$g_l\left(x, y; -\frac{k^2}{m}\right) = \frac{mk}{2\pi} (2kx)^l (2ky)^l e^{-k(x+y)} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{L_s^{2l+1}(2kx) L_s^{2l+1}(2ky) s!}{\left(s+l+1 + \frac{m}{2k} \frac{\alpha_s}{6}\right) (s+2l+1)!}, \quad (9)$$

L_l^p — полиномы Лагерра.

На рис. 3 и 4 приведены $n = 1, l = 0$ и $n = 2, l = 0$ уровни систем чармония и боттомония как функции температуры. Константа сильной связи полагалась равной $\alpha_s = 0,2$. Для параметров инстантонной среды при нулевой температуре для определенности были приняты значения $n/\Lambda^4 = 1,1, \bar{\rho}\Lambda = 0,27 \cdot 1,8$ (чармоний), $n/\Lambda^4 = 1,1, \bar{\rho}\Lambda = 0,27 \cdot 1,5$ (боттомоний) ($\bar{\rho}^{-1} \simeq 0,5$ ГэВ). Массы кварков выбирались с тем условием, чтобы при указанных параметрах инстантонной жидкости при нулевой температуре воспроизводить основной и возбужденные ($2S$ и $1P$) уровни при фиксированной константе сильной связи. Для b -кварка получим $m_b = 4,7$ ГэВ, для c -кварка — $m_c = 1,3$ ГэВ. Стоит, однако, напомнить, что непотенциальное описание для чармония формально неприменимо в силу нарушения соотношения для корреляционных времен. Тем не менее, как отмечалось в работе [3], результаты для чармония оказываются вполне удовлетворительными. Рис. 3 и 4 демонстрируют, что по мере уменьшения плотности инстантонной жидкости (см. соответствующие данные в работе [6]) уровни системы устремляются к своим кулоновским значениям. Изменение основного уровня боттомония относительно невелико, порядка сотни МэВ. Верхняя кривая на рис. 3 соответствует ψ' -, χ -уровням чармония. По-видимому, для используемого нами приближения нельзя претендовать на расщепление этих возбуждений по отдельности, и фитирование проводилось по некоторому среднему значению масс ψ', χ (аналогично для боттомония). Интересно отметить, что сильное падение массы возбужденных состояний (в сравнении с основным) ведет к заметному увеличению их ширины по каналу сильного распада (напомним, сечение распада на три глюона обратно пропорционально квадрату массы уровня). Это обстоятельство могло бы объяснить подавление ψ' в решеточных вычислениях.

В более реалистической постановке задачи следует учитывать влияние термализованных кварков среды с температурой T_q . Как известно, в глюонном секторе следует учесть эффект дебаевского экранирования глюонов [7] $M_g^2 = \frac{g^2}{3} T_q^2 \left(N_c + \frac{N_f}{2} \right)$, N_f — число

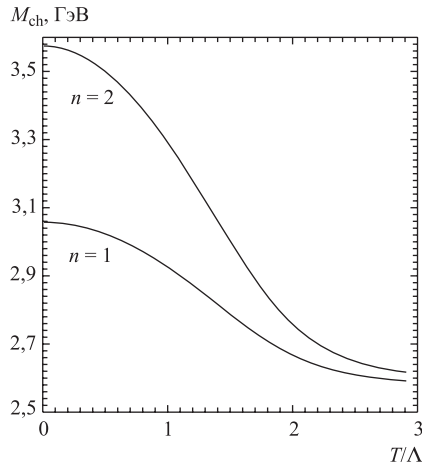


Рис. 3. $n = 1, l = 0$ и $n = 2, l = 0$ уровни чармония как функции температуры

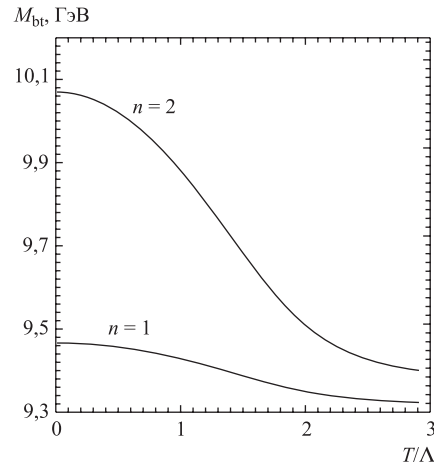


Рис. 4. $n = 1, l = 0$ и $n = 2, l = 0$ уровни боттомония как функции температуры

ароматов кварков, и, как следствие, заменить в наших оценках кулоновский потенциал на потенциал Юкавы. В случае небольших кварковых температур $T_q \leq \Lambda$ эффект может быть оценен по теории возмущений, и он порядка десятков МэВ. Для больших кварковых температур следует учитывать эффекты выдавливания уровней в непрерывный спектр. Эти вопросы активно обсуждались в литературе [8], но мы опускаем их, чтобы не усложнять излишне рассматриваемую качественную картину. Оценка параметров инстантонной жидкости в экстремальных условиях была получена нами в работе [9].

Рассмотрим теперь ширину e^+e^- -распада 3S_1 -уровня, выражаемую через вычет матричного элемента $\langle \mathbf{x} = 0 | G_S(E) | \mathbf{y} = 0 \rangle$, который берется в полюсе рассматриваемого связанного состояния [1, 2]

$$\Gamma_{ee} = 4\pi Q^2 \frac{\alpha^2}{m^2} \left(1 - \frac{16\alpha_s}{3\pi}\right) \left(1 + \frac{A_Z}{A_\gamma}\right)^2 \text{Res}(\mathbf{x} = 0 | G_S(E) | \mathbf{y} = 0), \quad (10)$$

где A_Z/A_γ — отношение амплитуд за счет аннигиляции через Z -бозон и через фотон. В символическом виде синглетная по цвету функция Грина

$$G_S(E) = P_0 \langle 0 | (H - E)^{-1} | 0 \rangle P_0$$

может быть записана как

$$G_S(E) = (H_S - E)^{-1} - (H - E)^{-1} igA(H_A - E)^{-1} igA(H_S - E)^{-1}.$$

Мы не будем приводить явных громоздких выражений, которые во многом повторяют обозначения из работ [1, 2], скажем только, что вместо матричного элемента дипольного приближения мы пользуемся индуцированным инстантонной средой выражением (7). Кроме того, чтобы явным образом выделить полюсную особенность, следует пользоваться

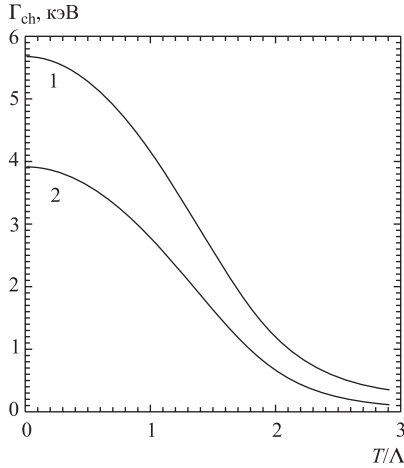


Рис. 5. Ширины e^+e^- -распада 3S_1 -уровней чармония (кэВ)

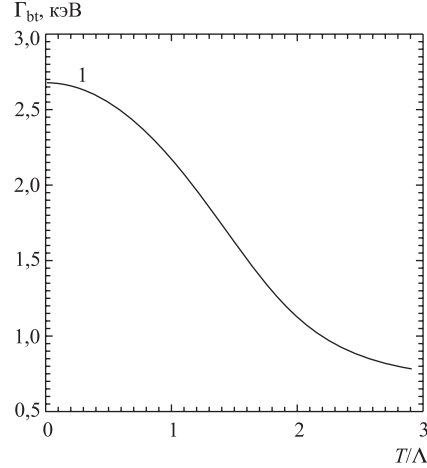


Рис. 6. Ширина e^+e^- -распада основного 3S_1 -уровня боттомония (кэВ)

разложением

$$\langle \mathbf{y} = 0 | \left(H_S + \frac{k^2}{m} \right)^{-1} | \mathbf{x} \rangle = \frac{mk}{2\pi} e^{-kx} \sum_{t=0}^{\infty} L_t^1(x) \frac{1}{t - \frac{2}{3} \frac{m\alpha_s}{k} + 1}.$$

При этом по сравнению с вычислением сдвига уровня требуется провести еще одно дополнительное суммирование по промежуточным состояниям. Численный анализ показывает, что существенными оказываются несколько первых членов ряда. На рис. 5 и 6 представлены результаты для ширины e^+e^- -распада 3S_1 -уровней боттомония и чармония, из которых можно сделать вывод о принципиальной возможности получения информации о температуре нагрева глюонного сектора, если удастся выделить соответствующий канал лептонного распада.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта INTAS-04-84-398 и проекта «Fundamental Features of Physical Systems under Extreme Conditions» НАН Украины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Voloshin M. B.* // Nucl. Phys. B. 1979. V. 154. P. 365;
Voloshin M. B. // Yad. Fiz. 1982. V. 36. P. 247.
2. *Leutwyler H.* // Phys. Lett. B. 1981. V. 98. P. 447.
3. *Дорохов А. Е. и др.* // ЯФ. 2007. Т. 70. С. 971.
4. *Callan C. G., Dashen R., Gross D. J.* // Phys. Lett. B. 1977. V. 66. P. 375;
Callan C. G., Dashen R., Gross D. J. // Phys. Rev. D. 1978. V. 17. P. 2717;
Schäfer A., Shuryak E. V. // Rev. Mod. Phys. 1998. V. 70. P. 323.
5. *Harrington B. J., Shepard H. K.* // Phys. Rev. D. 1978. V. 17. P. 2122.
6. *Diakonov D. I., Mirlin A. D.* // Phys. Lett. B. 1988. V. 203. P. 299;
Kanki T. // Proc. of the Intern. Workshop on Variational Calculations in Quantum Field Theory. Singapore, 1988.
7. *Gross D. J., Pisarski R. D., Yaffe L. G.* // Rev. Mod. Phys. 1981. V. 53. P. 43.
8. *Sorge H., Shuryak E., Zahed I.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 2775;
Kluberg L., Satz H. arXiv:0901.3831.
9. *Дорохов А. Е., Зиновьев Г. М., Молодцов С. В.* // ЯФ. 2008. Т. 71. С. 785.

Получено 9 июня 2009 г.