

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ СОБЫТИЙ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ COMPASS

*В. Ю. Алексахин<sup>а</sup>, Я. Бедфер<sup>б</sup>, С. Г. Герасимов<sup>в, з</sup>, А. Ю. Корзнев<sup>а, д, 1</sup>*

<sup>а</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>б</sup> CEA DAPNIA/SPhN, Сакле, Жиф-сюр-Иветт, Франция

<sup>в</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва

<sup>з</sup> Политехнический университет Мюнхена, Гарчинг, Германия

<sup>д</sup> Институт ядерной физики, Майнц, Германия

Представлена процедура геометрической реконструкции событий в установке COMPASS (CERN/SPS), включающая в себя алгоритм восстановления траекторий заряженных частиц и алгоритм поиска вершины взаимодействия пучковых мюонов с мишенью. Приводятся результаты расчета точности реконструированных объектов и результаты расчета эффективности работы алгоритма восстановления треков.

The procedure for the geometrical reconstruction of events which is used in the COMPASS experiment (CERN/SPS) is presented. It includes the algorithms for the reconstruction of charged tracks and for the reconstruction of the primary interaction vertex. We evaluate the resolution of reconstructed objects and give an estimation of the efficiency of the track reconstruction algorithm.

PACS: 07.05.Fb, 07.05.Kf

### ВВЕДЕНИЕ

COMPASS, эксперимент с фиксированной мишенью, проводится на мюонном канале M2 ускорителя SPS в европейской лаборатории ЦЕРН. Основная задача эксперимента — изучение спиновой структуры нуклона в реакциях рассеяния поляризованного пучка мюонов с энергией 160 ГэВ на поляризованной дейтронной мишени [1]. Эксперимент начал набор физических данных в 2002 г. Физическая программа эксперимента также включает в себя работу с адронным пучком [2]. Однако связанные с этим изменения в составе установки (рис. 1) не имеют принципиального значения для процедуры реконструкции, и здесь мы ограничимся обсуждением алгоритмов на базе данных, полученных с мюонным пучком.

В статье рассмотрен алгоритм восстановления треков заряженных частиц в магнитных спектрометрах установки. На вход алгоритму подаются кластеры (измерения в детекторах), которые им объединяются в треки. Треки, в свою очередь, являются входной

---

<sup>1</sup>E-mail: korznev@sunse.jinr.ru

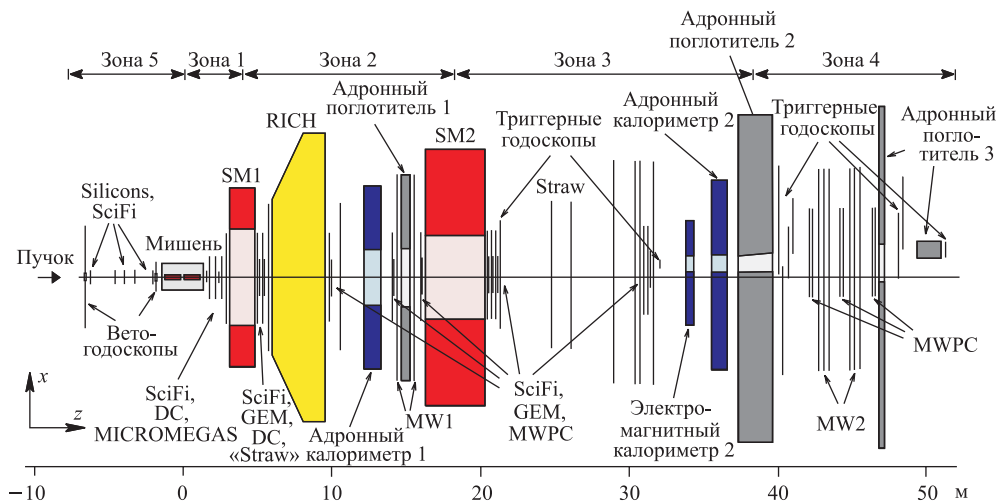


Рис. 1. Схематический вид сверху на спектрометр COMPASS (2003 г.). Обозначение детекторов см. в таблице 1

информацией для алгоритма восстановления параметров вершины мюонного взаимодействия. Оба алгоритма интегрированы в общую программу реконструкции экспериментальных данных CORAL (COmpass Reconstruction and AnaLysis program) [3], которая играет основную роль в обработке, являясь связующим звеном для различных программных пакетов. Программа написана на языке C++, и в ней активно используются все преимущества объектно-ориентированного подхода. Восстановленные объекты сохраняются в файлах DST<sup>1</sup> для дальнейшего использования в физическом анализе.

### 1. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ COMPASS

Установка включает в себя два дипольных магнита, SM1 и SM2, расположенных на расстоянии 14 м друг от друга и имеющих интегралы магнитных полей 1 и 4,4 Тл·м соответственно. Использование двух диполей продиктовано необходимостью детектировать частицы в широком импульсном и угловом диапазонах. Обладая низкой отклоняющей способностью и большой угловой апертурой, SM1 служит для восстановления импульса мягких адронных треков, исходящих из мишени. Основное предназначение SM2 заключается в определении импульса рассеяного мюона ( $\mu^+$ ). По терминологии эксперимента, SM1 и окружающее его детекторы принято называть «первый спектрометр»; соответственно SM2, ближние к нему детекторы и мюонная часть установки носят название «второй спектрометр».

В зависимости от расстояния до мишени и положения по отношению к пучку используются различные типы координатных детекторов. Так, для восстановления треков

<sup>1</sup>Файлы реконструированных событий (Data Summary Tape).

в области пучка, по обе стороны от мишени, используются детекторы, собранные на основе сцинтилляционных волокон SciFi [4]. Дополнительно к ним, в области до мишени, установлены кремниевые микростриповые детекторы [5]. Оба типа имеют высокое пространственное разрешение и обладают устойчивостью к интенсивному потоку частиц, проходящих через активную зону детектора.

По мере удаления от оси пучка интенсивность потока частиц уменьшается, что позволяет использовать микроструктурные газовые камеры. Этот тип координатных детекторов в эксперименте представлен тремя станциями MICROMEGAS [6], установленными между мишенью и SM1, и 10 станциями GEM [7], расположенными вдоль пучка от SM1. Регистрация частиц в области больших углов рассеяния осуществляется многопроволочными пропорциональными и дрейфовыми камерами. Основная нагрузка по восстановлению траекторий мягких адронов, отклоненных SM1 на большие углы, лежит на «straw»-камерах [8]. Одна из станций «straw» расположена непосредственно за SM1, где она работает в связке с многослойными дрейфовыми камерами, имеющими меньшие размеры. Пропорциональные камеры являются основным трековым детектором во втором спектрометре. Они играют важную роль в восстановлении траекторий  $\mu'$  в районе триггерных годоскопов, за адронным поглотителем.

Для работы в пучке высокой интенсивности все детекторы, кроме пучковых, имеют либо мертвую зону, либо отверстие в месте их пересечения с мюонами, прошедшими сквозь мишень без взаимодействия. Установка детекторов осуществляется по принципу: детекторы с малой апертурой, как правило более быстрые и прецизионные, закрывают неактивную зону широкоапертурных детекторов. Так, станции GEM закреплялись на один остов с пропорциональными камерами, тем самым закрывая деактивированную зону последних. В свою очередь, SciFi регистрируют частицы в центральной мертвой зоне GEM. Размеры детекторов приводятся в таблице (также см. рис. 2).

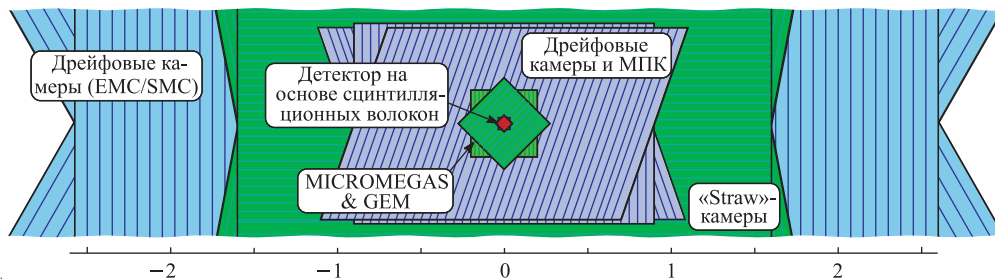


Рис. 2. Схематическое представление используемых в эксперименте координатных детекторов. Вид по направлению пучка. Шкала внизу показывает приблизительный размер детекторов

И первый, и второй спектрометры включают в себя адронные калориметры. Оба калориметра используются в триггере, а также служат в качестве поглотителя адронов для мюонных детекторов, расположенных за ними. Первый мюонный детектор MW1 состоит из двух станций дрейфовых детекторов (так называемых «Iarocci»-камер) [9] с расположенным между ними слоем железа. Детектор служит для регистрации мюонных треков, не попадающих в апертуру SM2. Второй мюонный детектор MW2 собран из дрейфовых трубок и регистрирует мюоны, проходящие через SM2.

**Характеристика координатных детекторов COMPASS**

Сокращ. название	Полное название	Рабочая область, м	Пространственное разрешение, мм	Временное разрешение, нс
SciFi	Детектор на основе сцинтилляционных волокон	0,04 × 0,04 0,12 × 0,12	0,3	0,4
Silicons	Кремниевые микро-стриповые детекторы	0,07 × 0,05	0,01	2,5
GEM	Газовый электронный умножитель (ГЭУ)	0,32 × 0,32	0,07	12
MM	Микроструктурные газовые камеры (MICROMEGAS)	0,4 × 0,4	0,09	9
DC	Малые дрейфовые камеры	1,8 × 1,3	0,15	—
MWPC	Многопроволочные пропорциональные камеры	1,8 × 1,2	1,6	—
ST	«Straw»-камеры	3,2 × 2,6	0,2	—
MW2	Стальные дрейфовые трубки (второй мюонный детектор)	4,5 × 2,1	0,8	—
MW1	«Jagossi»-камеры (первый мюонный детектор)	4,8 × 4,1	2,9	—
DW	Большие дрейфовые камеры (из экспериментов EMC/SMC)	5,2 × 2,6	0,5	—
HI, HM, HL, HO	Триггерные годоскопы	0,17 × 0,32 4,8 × 2,2	1,6–40,4	0,5

Помимо адронных калориметров триггерная система включает в себя группы годоскопов [10], которые регистрируют мюон, исходящий из мишени. Чтобы исключить срабатывание триггера от адронов, по крайней мере один из годоскопов группы помещен за адронным поглотителем. Таким образом, сигнал на запуск системы считывания подается триггером при наличии в событии мюона в определенном угловом или энергетическом интервале. Для подавления числа триггерных срабатываний, вызванных мюонами гало (пучковые мюоны, проходящие мимо мишени), перед мишенью были установлены вето-годоскопы, работающие на антисовпадение с основным триггером.

В первом спектрометре установлен детектор черенковского излучения RICH [11], который производит идентификацию адронов в диапазоне импульсов 3–50 ГэВ/с. Он играет важную роль в физической программе эксперимента.

**2. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ТРЕКОВ**

В задачу программы реконструкции входит поиск и определение параметров заряженных треков, попавших в апертуру координатных детекторов. Реконструкции подлежат все треки, которые согласно временной привязке относятся к восстанавливаемому событию. Изначально не закладывается никаких предположений о природе появления трека (треки

из вершины первичного взаимодействия, треки продуктов распада, треки мюонного гало и т. д.). Отсев треков, не представляющих интереса с точки зрения физики, происходит на более поздних стадиях анализа.



Рис. 3. Основные этапы реконструкции треков

Три основных этапа реконструкции показаны на рис. 3. Программная реализация организована таким образом, что каждый из этапов является программно-независимым. Таким образом, при наличии нескольких альтернативных вариантов алгоритма существует возможность выбора наиболее эффективного.

**2.1. Нахождение сегментов трека.** На первом этапе реконструкции рассматриваются области спектрометра, свободные от магнитного поля и не имеющие сильно рассеивающих препятствий. Для таких областей отрезок прямой (сегмент) является хорошей моделью трека. В программе реконструкции используются пять зон (рис. 1). В каждой из них поиск сегментов трека происходит независимо.

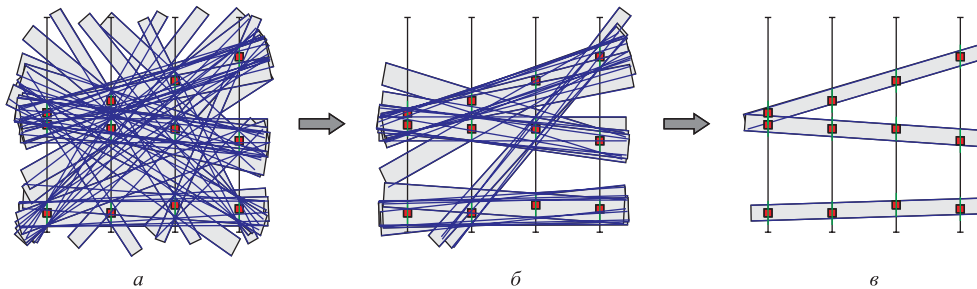


Рис. 4. Поиск прямых участков трека в плоскости. а) Полный перебор всех возможных пар кластеров; б) ограничение на минимальное количество кластеров в сегменте; в) конечный результат отбора

Детекторы, принадлежащие одной зоне и имеющие одинаковый угол поворота чувствительных элементов вокруг оси  $z^1$ , объединяются в группы. Каждая группа задает плоскость, на которой производится поиск проекции трека. Любая пара кластеров, принадлежащих двум разным детекторам группы, определяет «коридор». Его ширина зависит от разрешения каждого конкретного детектора. Выполняется цикл по всем возможным парам детекторов, внутри которого осуществляется последовательный перебор всех возможных пар кластеров этих детекторов (рис. 4). Кластеры всех детекторов группы, которые лежат внутри указанного коридора, приписываются к одному сегменту трека.

<sup>1</sup>Система координат показана на рис. 1. Ось  $z$  направлена вдоль пучка. Вместе с осью  $x$  она определяет плоскость, в которой производят отклонение заряженных частиц SM1 и SM2. Ось  $y$  перпендикулярна этой плоскости и направлена таким образом, чтобы система координат была левой.

Для того чтобы учесть изогнутость траектории трека в областях, близких к магнитам, поиск сегментов осуществляется в несколько проходов. В первом проходе коридор поиска кластеров соответствует пространственному разрешению детекторов, т. е. находятся сегменты высокоэнергетических треков. В последующих проходах ширина коридора увеличивается, что позволяет находить мягкие треки. В конечном итоге сегменты с малым числом кластеров отбрасываются. Из сегментов, содержащих схожий набор кластеров, предпочтение отдается более длинным и имеющим меньший разброс кластеров.

Очевидно, что чем сильнее траектория трека отличается от прямой, тем сложнее задача поиска трека. Учитывая то, что отклонение магнитами происходит в горизонтальной плоскости, группа детекторов, проводящая измерения в проекции  $0^\circ$ , является самой большой. Однако стоит отметить, что в алгоритме не отдается специального предпочтения ни одной из проекций.

Детекторы, которые не могут добавить точности в определение параметров трека, но усложняют комбинаторную задачу, на данном этапе не используются. Это первый мюонный детектор MW1, отделенный от остальных детекторов зоны адронным калориметром и бетонной стеной, и триггерные годоскопы, которые имеют пространственное разрешение на порядок хуже соседних с ними детекторов.

На следующем шаге производится построение трехмерного сегмента трека. Одна зона может включать в себя до восьми групп детекторов, имеющих определенный угол поворота вокруг оси  $z$ . Трехмерный сегмент получается комбинацией проекций сегментов трека из любых двух групп. Полученный сегмент проверяется на соответствие с проекциями в оставшихся группах. Ложные пересечения отбрасываются.

*Быстрый фит.* По причине присутствия магнитного поля в большинстве зон (области, близкие к магнитам) истинная траектория трека изогнута. Поэтому аккуратная проверка соответствия выбранного набора кластеров одному треку требует более сложной модели траектории, чем прямая. Для этой цели обычно применяется фильтр Кальмана (см. п. 2.3). Однако на данной стадии реконструкции количество ложных сегментов велико и использование довольно медленного фильтра Кальмана замедлило бы работу программы реконструкции. Поэтому применялся упрощенный и быстрый вариант фита. Его смысл заключается в том, что возможные варианты формы трека закладываются заранее. Для фиксированного положения вдоль оси  $z$  составляется пятимерная таблица возможных значений параметров трека  $(x, y, dx/dz, dy/dz, q/p)$ <sup>1</sup>. Каждому элементу таблицы ассоциировано представление трека в виде координат его пересечения с детекторами. Для получения промежуточных значений координат и параметров используется интерполяция между элементами таблицы. Таким образом, найдя соответствие между положением кластеров и координатами в таблице, можно определить значение параметров трека.

Теперь можно воспользоваться тем, что имеется хорошо определенный участок трека, который может быть экстраполирован к месту расположения MW1, и годоскопов, до данного момента не участвовавших в поиске. При наличии кластера в районе пересечения трека с детектором кластер ассоциируется с данным треком.

<sup>1</sup>Две поперечные к пучку координаты  $x$  и  $y$ , два тангенса наклона  $dx/dz$  и  $dy/dz$ , отношение заряда частицы к модулю импульса  $q/p$ . Система координат показана на рис. 1.

**2.2. Сшивка сегментов трека.** Следующей фазой реконструкции является объединение сегментов, восстановленных в разных зонах спектрометра, в один трек (рис. 5). Сегменты экстраполируются до  $z$ -координаты границы двух зон, где сравниваются их параметры. Накладываются ограничения на разность координат  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и угол между сегментами. Сравняется также «время» сшиваемых сегментов (время, рассчитанное по всем принадлежащим сегменту кластерам, взвешенным согласно временному разрешению детекторов). В случае объединения сегментов, которые восстановлены до и после адронного поглотителя (зоны 3  $\leftrightarrow$  4), экстраполяция производится по прямой. При объединении через магнит (зоны 1  $\leftrightarrow$  2 и 2  $\leftrightarrow$  3) необходимо знать импульс трека. Его начальное значение рассчитывается из отношения интеграла поля к углу отклонения. Используя процедуру фитирования, описанную в предыдущем разделе, можно определить величину  $\chi^2$  для данной комбинации сегментов. В случае нескольких возможных вариантов сшивки между парами сегментов выбирается тот, который соответствует меньшему  $\chi^2$ . При объединении через адронный поглотитель критерием качества служит сумма квадратов разностей параметров сегментов, нормированных на ошибку.

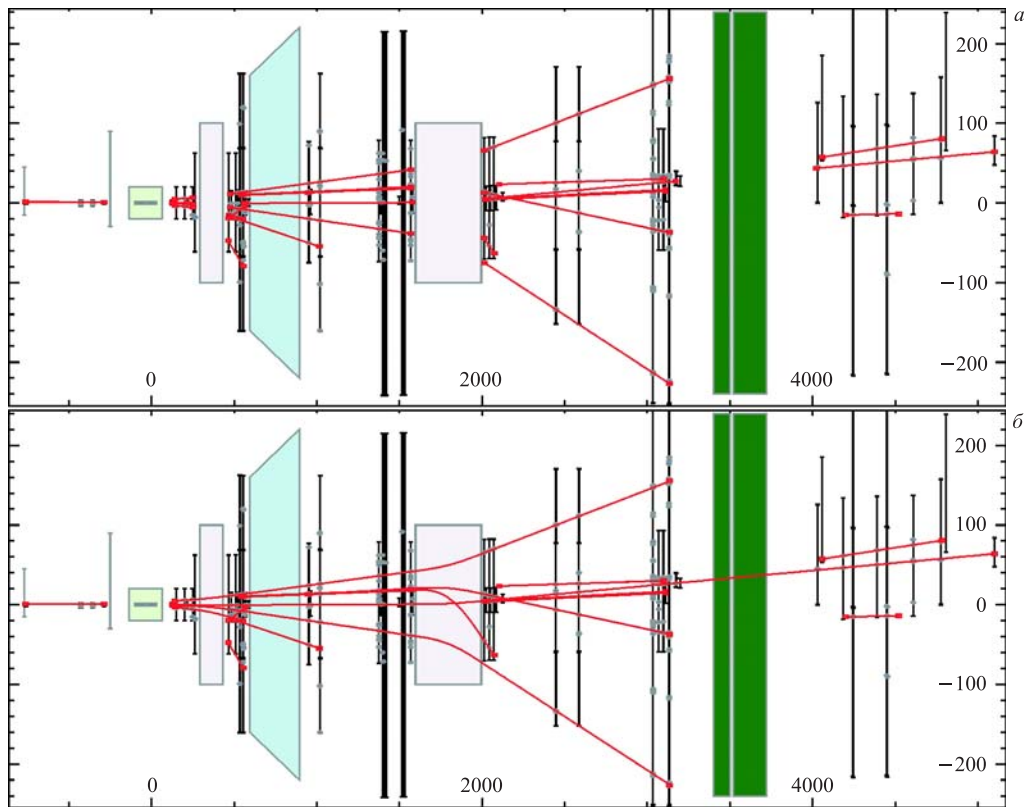


Рис. 5. Графическое представление типичного восстановленного события (пакет визуализации CORAL): а) перед процедурой сшивки сегментов; б) конечный результат

Ситуации, в которых трек восстановлен во втором спектрометре, но не связан с сегментом через SM1, возможны, когда трек является продуктом вторичного взаимодействия далеко за пределами мишени. Однако вероятность подобного явления мала. Поэтому рассматривается возможность неэффективности алгоритма поиска сегментов. Выполняется экстраполяция трека в сторону мишени, через SM1. В месте пересечения с детекторной плоскостью проверяется наличие кластера. Если кластер найден, он ассоциируется с треком и экстраполяция продолжается. В противном случае подбор кластеров прекращается.

**2.3. Фитирование.** Завершающим этапом реконструкции трека является фитирование — расчет параметров трека с учетом многократного рассеяния. Для этого используется фильтр Кальмана [12, 13]. Трек, представленный в виде набора детекторных кластеров, рассматривается как линейная дискретная динамическая система. В каждой точке своей траектории трек определяется вектором состояния  $\mathbf{x} = (x, y, dx/dz, dy/dz, q/p)$ . Он является функцией от  $z$  и, вообще говоря, его эволюция может быть описана системой дифференциальных уравнений. Однако в нашем случае имеем дискретную систему, элементами которой являются состояния  $\mathbf{x}$  в точках пересечения трека и детекторов. Обозначим вектор состояния в точке  $k$  как  $\mathbf{x}(z_k) \equiv \mathbf{x}_k$ . Точность определения параметров  $\mathbf{x}_k$  и их взаимосвязь описываются ковариационной матрицей  $C_k$ . Переход от точки  $k$  к точке  $k + 1$  задается линейным преобразованием:

$$\mathbf{x}_{k+1}^k = F_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \quad (1)$$

где  $\mathbf{w}_k$  включает в себя случайные возмущения, вызванные многократным рассеянием. Верхний индекс вектора состояния указывает число измерений, которые использовались для предсказания состояния в данном детекторе. Матрица перехода  $F_k$  рассчитывается численно при экстраполяции в магнитном поле (алгоритм Рунге–Кутты).

Состояние  $\mathbf{x}_k$  не может наблюдаться непосредственно. Информация поступает через измерения в детекторах. Обозначим измерение в точке  $k$  как  $\mathbf{m}_k$ . Тогда связь между вектором состояния и данным измерением задается выражением

$$\mathbf{m}_k = H_k \mathbf{x}_k + \epsilon_k, \quad (2)$$

где  $\epsilon_k$  представляет собой так называемые помехи измерения (неточности в определении координаты). Вектор  $\mathbf{m}_k$  определен в системе детектора и содержит две компоненты, первая из которых является непосредственно измеренной координатой. Вторая — координата центра детектора в перпендикулярном направлении. Матрица  $H_k$  отвечает за поворот  $\mathbf{m}_k$  в систему спектрометра.

Мы предполагаем, что  $\mathbf{w}_k$  и  $\epsilon_k$  являются независимыми случайными переменными, распределенными нормально вокруг нуля с конечной дисперсией. Для их математического ожидания и ковариационной матрицы запишем

$$\begin{aligned} E(\mathbf{w}_k) &= 0, & \text{cov}(\mathbf{w}_k) &= Q_k, \\ E(\epsilon_k) &= 0, & \text{cov}(\epsilon_k) &= M_k. \end{aligned} \quad (3)$$

Используя данные обозначения, для преобразования (1) можно записать ковариационную матрицу, соответствующую вектору  $\mathbf{x}_{k+1}^k$ :

$$C_{k+1}^k = F_k C_k F_k^T + Q_k. \quad (4)$$



«Добавим» детекторную информацию в точке  $k + 1$  к экстраполированному вектору состояния:  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_{k+1}^k \oplus \mathbf{m}_{k+1}$ . Эта задача требует минимизации  $\chi^2$ , который содержит два члена, отвечающие за отклонение экстраполированного вектора состояния  $\mathbf{x}_{k+1}^k$  и вектора измерения  $\mathbf{m}_{k+1}$  от оптимальных значений:

$$\chi^2 = (\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1}^k)^T (C_{k+1}^k)^{-1} (\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1}^k) + (H_{k+1} \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{m}_{k+1})^T (M_{k+1})^{-1} (H_{k+1} \cdot \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{m}_{k+1}). \quad (5)$$

Выражение имеет минимум в случае

$$\mathbf{x}_{k+1} = C_{k+1} [(C_{k+1}^k)^{-1} \mathbf{x}_{k+1}^k + (M'_{k+1})^{-1} \mathbf{m}'_{k+1}], \quad (6)$$

$$C_{k+1} = [(C_{k+1}^k)^{-1} + (M'_{k+1})^{-1}]^{-1}. \quad (7)$$

Здесь использованы следующие обозначения для вектора измерения, повернутого в систему спектрометра, и его матрицы ошибок:

$$\mathbf{m}'_{k+1} = (H_{k+1})^T \mathbf{m}_{k+1}, \\ (M'_{k+1})^{-1} = (H_{k+1})^T (M_{k+1})^{-1} H_{k+1}.$$

Процедура фитирования начинается с первого кластера, расположенного наиболее близко к мишени. Вектор состояния  $\mathbf{x}_0$  нам известен из предыдущих упрощенных оценок, а матрица ошибок  $C_0$  выбирается диагональной с элементами, имеющими заведомо большие значения. Добавляем к  $\mathbf{x}_0$  измерение в первом детекторе  $\mathbf{m}_0$  (уравнения (6) и (7)). Очевидно, что вклад дают лишь члены, связанные с измерением. Членами, относящимися к вектору состояния, можно пренебречь по причине завышенных ошибок в ковариационной матрице. Затем экстраполируем вектор состояния в положение следующего детектора. В результате получаем матрицу пропагации  $F_1$  и матрицу шума  $Q_1$ . Вектор состояния обновляется текущим измерением и экстраполируется до следующего детектора. Процедура повторяется до тех пор, пока мы не доходим до последнего кластера в треке. Параметры трека и ковариационная матрица записываются в DST. Аналогичным образом, следуя из конца трека в начало, находятся вектор состояния и ковариационная матрица в первом кластере трека.

Средний угол многократного кулоновского рассеяния  $\sigma_\Theta$  заряженной частицы с импульсом  $p$  (в МэВ/с) и скоростью  $\beta$ , проходящей расстояние  $l$  в веществе с радиационной длиной  $X_0$ , выражается формулой [14]:

$$\sigma_\Theta = \frac{13,6}{\beta p} \sqrt{l/X_0} [1 + 0,038 \ln(l/X_0)]. \quad (8)$$

Точность данной аппроксимации составляет 11 % в интервале радиационных длин  $10^{-3} < l/X_0 < 100$ . Зная  $\sigma_\Theta$  мы можем найти ковариационную матрицу шума (уравнение (3)). Если при экстраполяции параметров трека пренебречь боковым смещением траектории, связанным с рассеянием (предполагается, что шаг экстраполяции достаточно мал), матрицу

шума можно записать в виде [13]:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Theta}^2(1+x'^2+y'^2)(1+x'^2) & \sigma_{\Theta}^2(1+x'^2+y'^2)x'y' & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Theta}^2(1+x'^2+y'^2)x'y' & \sigma_{\Theta}^2(1+x'^2+y'^2)(1+y'^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $x' = dx/dz$ ,  $y' = dy/dz$  — тангенсы углов наклона в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Шум добавляется в ковариационную матрицу трека при экстраполяции через установку (ур-ние (4)). Для этого объемы спектрометра, где рассеяние играет существенную роль, разбиваются на ячейки. Их размер зависит от однородности вещества в данной области. Для каждой ячейки сетки  $X_0$  находится путем усреднения по всем радиационным длинам веществ внутри нее. При экстраполяции траектория трека разбивается на отдельные шаги таким образом, чтобы размер шага в направлении движения не превышал расстояние до следующей ячейки.

Приведем некоторые оценки. Радиационная длина рабочего вещества мишени равна 145 см, т. е. пересекая обе ячейки мишени (120 см), пион пройдет расстояние  $0,82X_0$ , что в случае импульса 10 ГэВ/с соответствует угловому разбросу 1,2 мрад. Для сравнения, при пересечении всех детекторов между мишенью и SM1 пион пройдет не более  $0,12X_0$  (0,4 мрад). Мюоны, как правило, имеют энергии порядка 100 ГэВ. Так как  $\sigma_{\Theta}$  обратно пропорциональна импульсу частицы, то рассеянием мюона в мишени и детекторах можно пренебречь. Однако его рассеяние в калориметрах уже существенно. Длина каждого из адронных калориметров составляет  $\sim 50X_0$ , что для мюона с энергией 100 ГэВ соответствует угловому разбросу 1,1 мрад.

**2.4. Точность и эффективность восстановления треков.** Оценка точности восстановления треков проводилась с помощью программы монте-карло моделирования COMGEANT [3]. Воспользуемся тем, что у нас имеется информация как об истинных треках частиц, так и об ассоциированных им реконструированных. Введем понятие *корректно восстановленного трека*, а именно трека, у которого как минимум 80% кластеров принадлежат исходной частице. Импульсное распределение таких частиц показано на рис. 6. Большинство реконструированных треков с импульсом  $p < 20$  ГэВ/с

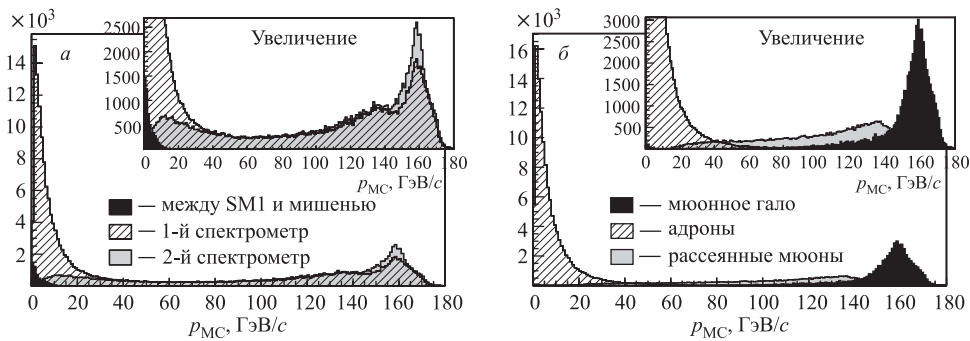


Рис. 6. Импульсное распределение корректно реконструированных треков. Треки разделены на группы по месту восстановления (а) и по типу частиц (б)

проходит только через SM1. Это в основном адроны. Но для интервала импульсов  $30 < p < 140$  ГэВ/с распределения треков в первом и втором спектрометрах фактически совпадают, что означает реконструкцию трека в обоих спектрометрах. Это, как правило, треки рассеянных мюонов. Импульсы  $p > 140$  ГэВ/с соответствуют частицам пучкового гало. Здесь эффективность работы второго спектрометра немного выше. Это связано с высокой загруженностью SciFi-детекторов первого спектрометра, через которые, кроме частиц гало, также проходит много адронов. Треки, восстановленные только в области между мишенью и SM1, выделены в отдельную гистограмму. Они целиком помещаются в импульсном диапазоне  $p < 10$  ГэВ/с.

Разобьем импульсный диапазон на интервалы, для каждого из которых построим распределение разности восстановленного и истинного импульса частицы  $\Delta p = p - p_{МС}$ . Аппроксимируем центральную часть распределения гауссовской функцией. Тогда  $\sigma$ -функции можно трактовать как импульсное разрешение установки. Нормированное на величину импульса оно показано на рис. 7, а как функция от  $p_{МС}$ . Для удобства представления зависимость  $\Delta p/p_{МС}$  от  $p_{МС}$  показана в виде линии (результат фита полиномом). Отключая по очереди детекторы разных зон, можно получить разрешение установки для трех групп треков: треки, восстановленные в рассеянном поле SM1 (между мишенью и SM1), треки в первом и втором спектрометрах. Для мягких треков, входящих в первую группу, импульсное разрешение составляет 20%. Треки, восстановленные только в первом спектрометре, имеют разрешение 2%, во втором — 0,5%.

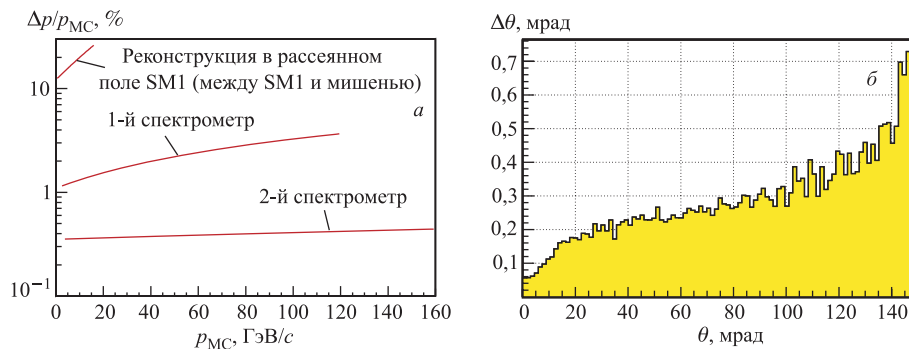


Рис. 7. а) Зависимость импульсного разрешения установки от импульса частиц. Разрешение первого, второго спектрометров и разрешение для случая реконструкции в рассеянном поле SM1 показаны раздельно. б) Зависимость углового разрешения установки от угла трека с осью  $z$

На рис. 7, б показана зависимость углового разрешения установки  $\Delta\theta$  от  $\theta$ , угла между осью пучка и корректно восстановленным треком. Треки в интервале  $\theta < 20$  мрад (в основном  $\mu'$ ) пересекают SciFi- и ММ-детекторы. Разрешение установки для таких углов составляет примерно 0,1 мрад. Адроны расходятся под большими углами. Очевидно, что, отклоняясь под большим углом, трек либо пропускает часть ММ-камер, либо попадает в их периферийную область, пространственное разрешение которой ниже, чем центральной части. Поэтому с увеличением  $\theta$  угловое разрешение становится заметно хуже.

Определим *эффективность* реконструкции как долю исходных частиц с траекториями, удовлетворяющими условию восстанавливаемости, которые действительно были восстановлены. Тогда долю исходных частиц, траектории которых удовлетворяют условию восстанавливаемости, назовем *акцептансом*. В качестве *условия восстанавливаемости* примем требование о наличии в зоне как минимум двух кластеров в любых двух проекциях детекторов. Будем рассматривать только треки, выходящие из вершины первичного взаимодействия и потому представляющие наибольший физический интерес. Отбросим также все короткоживущие частицы. Очевидно, что в конечной выборке будут доминировать мюоны и пионы ( $\sim 80\%$  от всех заряженных треков). Учитывая значительные неопределенности в параметрах треков, реконструированных только между мишенью и SM1, будем считать восстановленным лишь тот трек, который имеет сегменты до и после одного из дипольных магнитов. Полученные в результате акцептанса и эффективности показаны на рис. 8. Своеобразная форма акцептанса (плато при  $8 < p < 30$  ГэВ/с) объясняется суперпозицией адронного и мюонного распределений. Примерно 25% адронов, независимо от импульса, теряются во вторичных взаимодействиях с веществом мишени (малые углы вылета) или во взаимодействиях с обмотками соленоида мишени (большие углы вылета). Для мюонов такой проблемы нет. Их акцептанс близок к 100%, но их импульс  $p \gtrsim 30$  ГэВ/с. Эффективность реконструкции не зависит от типа частицы. На рис. 8, б (заштрихованная гистограмма) видно, что для  $p > 5$  ГэВ/с она выше 90%. Очевидной причиной низкой эффективности реконструкции в области малых импульсов является изогнутость трека, что, с учетом ограниченного количества детекторов перед SM1, представляет проблему на этапе поиска в проекциях прямолинейного сегмента. Воспользуемся тем, что в программе Монте-Карло нам известно соответствие кластеров и треков. Подадим на вход программы трекинга уже правильные наборы кластеров. Результат показан на рис. 8, б (закрашенная гистограмма). Неэффективность уменьшилась примерно в два раза. То, что распределение не выходит на 100%, связано с перерасеянием частиц на большие углы, не описываемым формулой (8). Имея перелом, трек теряется на стадии фитирования. Кроме этого, в программе вводится условие на минимальное число кластеров в треке. Оно позволяет отсеять большое число случайных комбинаций, но также уменьшает эффективность.

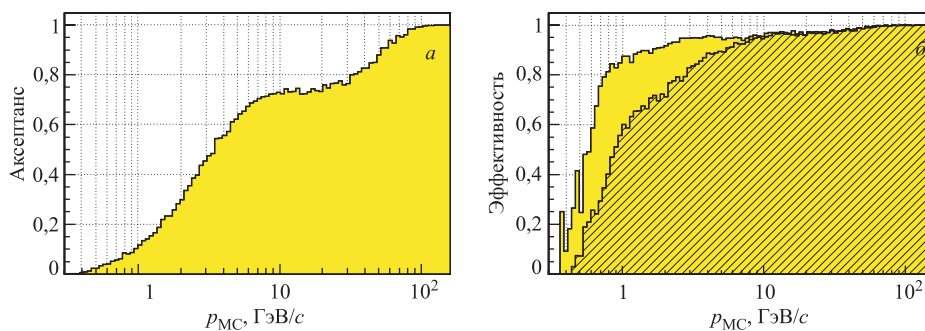


Рис. 8. Зависимость акцептанса установки (а) и эффективности (б) процедуры реконструкции треков от импульса частиц. Закрашенная гистограмма эффективности соответствует случаю, когда на вход программы трекинга подаются уже правильные наборы кластеров. Заштрихованная соответствует стандартной процедуре с полным перебором всех кластеров

### 3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЕРШИНЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В этом разделе описан алгоритм восстановления вершины первичного взаимодействия. Задачей алгоритма является нахождение треков, исходящих из одной точки, расчет пространственного положения вершины и параметров треков в ней. В дальнейшем физический анализ события основывается именно на этих результатах.

**3.1. Мишень.** Мишень установлена внутри сверхпроводящего соленоида, до этого уже использовавшегося в эксперименте SMC [15]. Соленоид создает магнитное поле 2,5 Тл вдоль оси пучка. Угловая апертура магнита (угол, под которым виден спектрометр из дальней точки мишени) составляет  $\pm 70$  мрад. Мишень представляет собой два цилиндра, каждый длиной 60 см и диаметром 3 см, расположенных на расстоянии 10 см друг от друга. В качестве рабочего материала мишени использовался  ${}^6\text{LiD}$ . Он содержится в виде гранул, упакованных в цилиндрическую форму, и заполняет 51 % объема цилиндров. Оставшийся объем приходится в основном на охлаждающую смесь  ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$ . Вид сбоку на мишень показан на рис. 9.

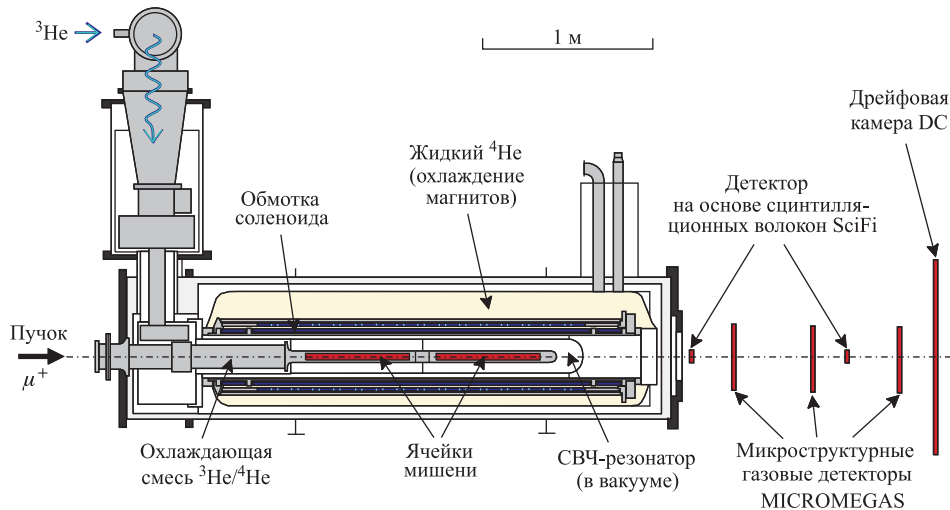


Рис. 9. Схематический вид сбоку на поляризованную мишень [15]. Справа от мишени показаны координатные детекторы 1-й зоны (см. рис. 1)

**3.2. Начальная фильтровка треков и оценка положения вершины.** Основная сложность задачи связана с тем, что точка первичного взаимодействия отдалена от детекторов на расстояние порядка метра (рис. 9). Проходя это расстояние, частицы претерпевают рассеяние в веществе мишени, причем величина эффекта сопоставима с точностью реконструкции параметров трека спектрометром. Минимизация параметров и аккуратный учет всех факторов требуют емких по времени операций с матрицами (п. 3.3), поэтому на начальном этапе необходимо, используя некоторые простые соображения, провести отбор треков и оценить возможное положение точки их пересечения.

Основным элементом процедуры отбора является проверка расстояния между пучковым треком и остальными непучковыми треками в точке максимального сближения (ТМС). На расстояние между треками установлено ограничение в  $10\sigma$ , что в среднем

составляет 2 мм. Треки рассеянных мюонов имеют особый статус. Известно, что в вершине может быть только один  $\mu'$ . Поэтому в случае, когда существуют несколько  $\mu'$ -кандидатов, создаются несколько объектов-вершин. В каждой из них только один трек помечается как рассеянный мюон. Решение о том, какая из вершин является настоящей, а какая случайным пересечением треков, выносится после процедуры фитирования этих вершин.

В случае, когда ТМС находится за пределами 1,6 м от центра мишени, трек исключается из списка кандидатов. Однако с учетом особого статуса рассеянного мюона в физическом анализе для него делается исключение. Это связано с тем, что потеря  $\mu'$  эквивалентна потере всего события (кинематические переменные не определены). Как правило, угол рассеяния мюона очень мал и неопределенности ТМС вдоль оси пучка велики, поэтому решение о соответствии  $\mu'$  данной вершине выносится на более поздних этапах.

Начальное положение вершины  $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  определяется следующим образом. Координата  $z_0$  вычисляется как среднее арифметическое по всем абсциссам ТМС. После чего пучковый трек экстраполируется до  $z_0$ . Его поперечные координаты при данной абсциссе задают  $x_0$  и  $y_0$ . Начальная ковариационная матрица  $C_0$  выбирается диагональной с элементами, соответствующими  $\sigma_{x,y} = 2$  мм и  $\sigma_z = 500$  мм.

**3.3. Фит и фильтр Кальмана.** Подробное описание приложения техники фильтра Кальмана к реконструкции вершины можно найти в [16]. Часть уравнений, непосредственно использованных в процедуре реконструкции COMPASS, приводится здесь.

Предположим, что имеется  $n$  треков, которые принадлежат одной вершине. Каждый из них представлен в виде пятикомпонентного вектора  $\mathbf{p}_k = (x, y, dx/dz, dy/dz, q/p)$  и ковариационной матрицы  $V_k$  размера  $5 \times 5$ . Будем считать, что для всех треков эта информация известна при определенной координате  $z$ , т. е. параметры треков распределены в одной плоскости (назовем ее опорной). Она не обязана совпадать с плоскостью какого-либо детектора. Для удобства в программе реконструкции опорную плоскость располагали непосредственно перед выходным окном соленоида (75 см от центра мишени) и все треки экстраполировались к ней. Введем обозначение  $G_k = V_k^{-1}$ . Мы предполагаем, что программа трекинга не налагает никаких связей на параметры треков. Таким образом, полная ковариационная матрица треков  $5n \times 5n$  состоит из блоков  $5 \times 5$ , размещенных по диагонали.

Уравнения, описывающие траекторию движения частицы в магнитном поле, имеют нелинейный вид. В общем виде можно записать

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}, \mathbf{q}_k) + \boldsymbol{\epsilon}_k, \quad \text{cov}(\boldsymbol{\epsilon}_k) = V_k, \quad (9)$$

где  $\mathbf{x}$  — искомое положение вершины. Для него индекс  $k$  опущен, так как предполагается, что все треки пересекаются в одной точке

$$\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_k, \quad k = 1, \dots, n. \quad (10)$$

трехкомпонентный вектор  $\mathbf{q}_k = (dx/dz, dy/dz, q/p)_k$  представляет собой импульс трека в вершине. Согласно терминологии фильтра Кальмана, вектор, содержащий  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{q}_k$ , называется вектором состояния. Он будет являться предметом нашего поиска. Уравнение (9) аналогично ур-нию (2), только на этот раз в качестве «измерений» выступают не показания детекторов, а векторы  $\mathbf{p}_k$ . Векторы  $\boldsymbol{\epsilon}_k$  представляют собой помехи измерений.

Искажения параметров треков, связанные с многократным рассеянием между опорной плоскостью и вершиной, будут заноситься в  $V_k$ .

Разложим  $\mathbf{h}_k$  в ряд Тейлора в точке  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{q}_{k,0})$ , близкой к предполагаемой вершине. В дальнейшем нас будет интересовать разложение только до линейного члена:

$$\mathbf{h}_k(\mathbf{x}, \mathbf{q}_k) \approx \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_0, \mathbf{q}_{k,0}) + A_k(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + B_k(\mathbf{q}_k - \mathbf{q}_{k,0}) = \mathbf{c}_{k,0} + A_k\mathbf{x} + B_k\mathbf{q}_k, \quad (11)$$

где  $A_k = [\partial\mathbf{h}_k/\partial\mathbf{x}]_0$  и  $B_k = [\partial\mathbf{h}_k/\partial\mathbf{q}_k]_0$  — матрицы производных размера  $5 \times 3$ . В качестве точки, в которой производится разложение, выбирается  $\mathbf{x}_0$  (п. 3.2). Векторы  $\mathbf{q}_{k,0}$  получаются экстраполяцией параметров треков в эту точку. Варьируя параметры в  $\mathbf{x}_0$  и экстраполируя их обратно на опорную плоскость, можно рассчитать матрицы  $A_k$  и  $B_k$ .

Основным фактором, определяющим величину элементов  $V_k$  на опорной плоскости, является конечное разрешение детекторов. Но на точность определения величин, связанных с вершиной, может существенно повлиять многократное рассеяние в мишени. Фильтр Кальмана «не знает» о присутствии материала между предполагаемым положением вершины и опорной плоскостью. Этот вклад оценивается с помощью экстраполяции треков от опорной плоскости до  $z_0$ . Приращение, связанное с многократным рассеянием, добавляется к ковариационной матрице трека на опорной плоскости. Далее именно эту матрицу будем называть  $V_k$ .

Последовательность, в которой выполняется процедура фитирования, представлена на рис. 10. На первом шаге расчет параметров вершины производится с включением

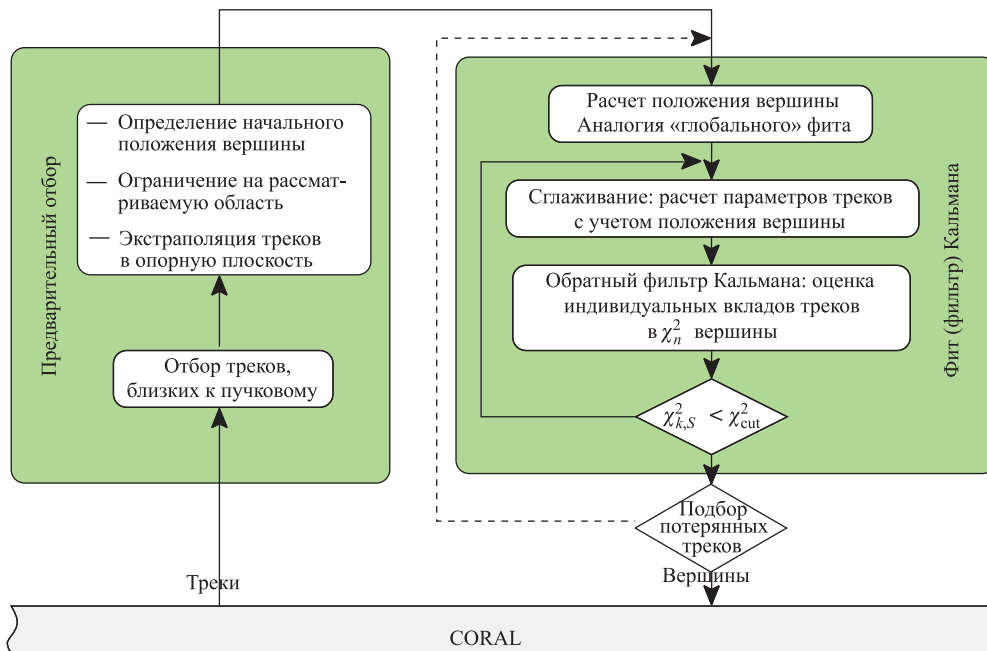


Рис. 10. Последовательность, в которой происходит поиск положения вершины и расчет параметров треков

информации о всех треках. Ковариационная матрица и положение вершины находятся с помощью следующих уравнений:

$$\text{cov}(\mathbf{x}_n) \equiv C_n = \left[ C_0^{-1} + \sum_{k=1}^n A_k^T G_k^B A_k \right]^{-1}, \quad (12)$$

$$\mathbf{x}_n = C_n \left[ C_0^{-1} \mathbf{x}_0 + \sum_{k=1}^n A_k^T G_k^B (\mathbf{p}_k - \mathbf{c}_{k,0}) \right], \quad (13)$$

где

$$G_k^B = G_k - G_k B_k W_k B_k^T G_k, \quad W_k = (B_k^T G_k B_k)^{-1}.$$

Количество вычислительных операций в расчете положения вершины (ур-ние (13)) пропорционально количеству треков  $O(n)$ , а вычисление ковариационной матрицы (ур-ние (12)) требует  $O(n^2)$  операций. Этим фильтр Кальмана выгодно отличается от так называемого «глобального» метода [17], который требует обращения полной матрицы и, как следствие,  $O(n^3)$  операций.

Параметры трека в вершине рассчитываются с использованием информации о положении вершины (процедура *сглаживания*):

$$\mathbf{q}_k^n = W_k B_k^T G_k (\mathbf{p}_k - \mathbf{c}_{k,0} - A_k \mathbf{x}_n). \quad (14)$$

Полный  $\chi^2$  вершины после сглаживания равен

$$\chi_n^2 = (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_n)^T C_0^{-1} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_n) + \sum_{k=1}^n \mathbf{r}_k^{nT} G_k \mathbf{r}_k^n, \quad (15)$$

$$\mathbf{r}_k^n = \mathbf{p}_k - \mathbf{p}_k^n, \quad \mathbf{p}_k^n = \mathbf{c}_{k,0} + A_k \mathbf{x}_n + B_k \mathbf{q}_k^n,$$

где  $\mathbf{r}_k^n$  — отклонение параметров трека  $k$  от их первоначальных значений после сглаживания.

Для выявления треков, не принадлежащих данной вершине (появившихся в результате вторичных взаимодействий), используется техника *обратного фильтра Кальмана* (ОФК). В ней показателем качества соответствия трека вершине выступает хи-квадрат трека после процедуры сглаживания:

$$\chi_{k,S}^2 = (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_k^{n*})^T (C_k^{n*})^{-1} (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_k^{n*}) + \mathbf{r}_k^{nT} G_k \mathbf{r}_k^n, \quad (16)$$

где  $C_k^{n*}$  и  $\mathbf{x}_k^{n*}$  — ковариационная матрица и координаты вершины *без* трека  $k$ :

$$\text{cov}(\mathbf{x}_k^{n*}) \equiv C_k^{n*} = [C_n^{-1} - A_k^T G_k^B A_k]^{-1} \quad (17)$$

$$\mathbf{x}_k^{n*} = C_k^{n*} [C_n^{-1} \mathbf{x}_n - A_k^T G_k^B (\mathbf{p}_k - \mathbf{c}_{k,0})]. \quad (18)$$

ОФК имеет ряд преимуществ по сравнению со стандартной процедурой Кальмана, когда треки («измерения») включаются в вершину по очереди. В ОФК используется максимум информации и не отдается предпочтения какому-либо из треков. Налагая ограничение на  $\chi_{k,S}^2$ , мы можем отбросить треки, случайно ассоциированные данной вершине. Удобно



также то, что в случае исключения трека из выборки параметры вершины можно получить без полного пересчета по формулам (12) и (13), используя только информацию о данном треке (уравнения (17) и (18)).

В случае, когда  $x_0$  и  $x_n$  расположены достаточно далеко друг от друга (в начальную выборку попал трек из вторичной вершины), «правильный» трек может быть исключен из вершины. Поэтому по завершении работы ОФК проводится проверка на наличие таких треков. Каждый исключенный трек экстраполируется в  $z$ -положение вершины, где рассчитывается расстояние между ним и вершиной. Если оно не превышает  $2\sigma$ , весь алгоритм повторяется заново с выборкой треков, включающей как все треки, уже прошедшие ОФК, так и «потерянный» трек.

**3.4. Точность реконструкции.** В качестве иллюстрации работы алгоритма на рис. 11, а показано распределение вероятности получить значение  $\chi_n^2$  больше данного  $X$  при фитировании вершины с тем же числом треков:  $\text{prob}(X, ndf) = \int_X^{+\infty} f(\xi, ndf) d\xi$ , где  $f(\xi, ndf)$

представляет собой плотность вероятности  $\chi^2$ -распределения случайной переменной  $\xi$  с числом степеней свободы  $ndf$ . Для описанного в предыдущем разделе алгоритма  $ndf = 2n - 3$ , где  $n$  — число треков в вершине. Если линейная аппроксимация фильтра Кальмана верна, то распределение должно быть равномерным во всем диапазоне  $[0; 1]$ . Видно, что так оно и есть на отрезке  $[0,1; 1]$ , но в окрестности нуля число событий резко возрастает. Причинами такого поведения могут являться очень свободные ограничения на  $\chi^2$  вершины и треков, входящих в нее. В обработке данных использовались:  $\chi_n^2/ndf < 10$  (15) и  $\chi_{k,S}^2 < 10$  (16). Это сделано для того, чтобы по возможности не терять треки, принадлежащие первичной вершине, даже в ущерб качеству восстановления. Процедура поиска вершины выполняется на стадии первичной обработки экспериментальных данных. При необходимости более аккуратная оценка параметров вершины может производиться уже при работе с DST, где для этого имеется вся необходимая информация.

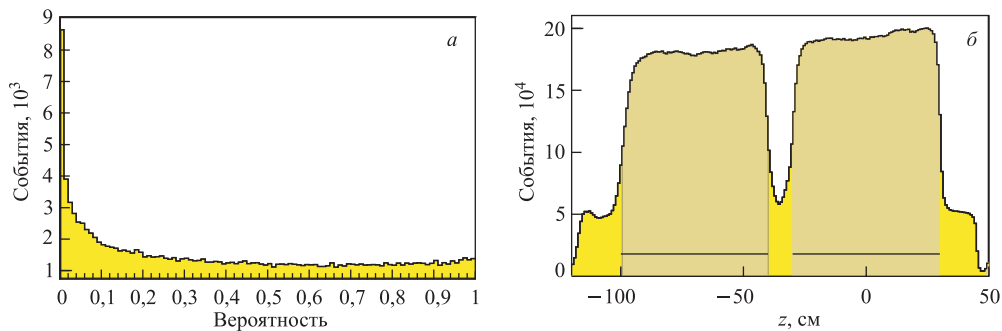


Рис. 11. а) Распределение вероятности фита вершины  $\text{prob}(\chi_n^2, ndf)$  (определение см. в п. 3.4). б) Распределение положения первичной вершины вдоль оси  $z$ , рассчитанное для ГНР-событий [18]

На рис. 11, б представлено распределение положения первичной вершины вдоль оси  $z$ , рассчитанное для событий глубокоэластичного рассеяния (ГНР) [18]. Расположение двух ячеек мишени отмечено двумя линиями внизу. Тот факт, что распределение не опус-

кается до нуля в промежутке между ячейками, объясняется присутствием охлаждающей смеси  ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$ , в которую помещен рабочий материал мишени.

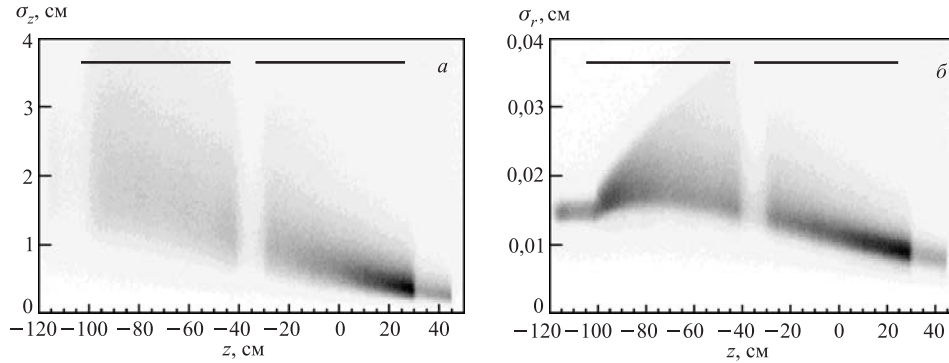


Рис. 12. Зависимость  $\sigma_z$ , пространственного разрешения вдоль оси  $z$  (а), и  $\sigma_r$ , разрешения в радиальном направлении (б), от координаты  $z$  для ГНР-событий. Положение двух ячеек мишени отмечено на рисунках горизонтальными линиями сверху

Зависимость пространственного разрешения вдоль и поперек пучка от координаты  $z$  для ГНР-событий показана на рис. 12. Очевидно, что чем ближе к выходному окну соленоида, тем меньше влияние многократного рассеяния и больше реконструированных треков в вершине. Как следствие, меньше ошибка в определении ее положения. Для вершин, реконструированных вблизи выходного окна соленоида, продольная и поперечная ошибки составляют:  $\sigma_z = 4$  мм и  $\sigma_r = 0,1$  мм. Для вершин, расположенных у входного окна,  $\sigma_z = 20$  мм и  $\sigma_r = 0,2$  мм. Отличие почти в два порядка продольного и поперечного разрешения связано с малыми углами разлета частиц в лабораторной системе.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана и реализована в виде программных кодов процедура геометрической реконструкции событий в установке COMPASS (CERN/SPS). В процедуре были приняты во внимание такие особенности установки, как длинная твердотельная мишень, два последовательно расположенных магнитных спектрометра, координатные детекторы различных размеров с сильно отличающимся пространственным и временным разрешением. Подробно описаны алгоритмы восстановления траекторий заряженных частиц и вершины первичного взаимодействия. В обоих случаях для расчета параметров реконструированных объектов использовался фильтр Кальмана.

Было показано, что импульсное разрешение установки для треков, восстановленных в рассеянном поле SM1, в первом и втором спектрометрах, составляет 20, 2 и 0,5% соответственно. По трекам, выходящим из вершины первичного взаимодействия, было определено угловое разрешение установки. В случае углов вылета  $\theta < 20$  мрад (в основном рассеянные мюоны) оно составляет в среднем 0,1 мрад. Для треков, расходящихся под большими углами (в основном адроны), угловое разрешение заметно хуже, так как трек либо не попадает в апертуру детектора, либо регистрируется в камерах, имеющих худшее

пространственное разрешение. Было также показано, что эффективность реконструкции резко растет с импульсом. Для треков с  $p > 5$  ГэВ/ $c$  она выше 90 %.

Определение точности восстановления вершины первичного взаимодействия проводилось на событиях глубоконеупругого рассеяния. Для вершин, реконструированных вблизи выходного окна соленоида, погрешности определения продольной и поперечной по отношению к пучку координат составляют  $\sigma_z = 4$  мм и  $\sigma_r = 0,1$  мм. Для вершин, расположенных у входного окна,  $\sigma_z = 20$  мм и  $\sigma_r = 0,2$  мм.

Эффективности алгоритмов и полученные точности реконструированных объектов вполне достаточны для получения физических результатов [18].

**Благодарности.** В заключение авторы благодарят членов коллаборации COMPASS, в разное время принимавших участие в обсуждениях и анализе описанных в работе алгоритмов. Авторы также благодарны И. А. Савину и Е. А. Строковскому за внимательное изучение данной работы, ценные замечания и советы по ее содержанию.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Baum G. et al.* COMPASS Proposal. CERN-SPSLC-96-14. 1996.
2. *Bradamante F., Mallot G., Paul S.* CERN Yellow Report. CERN-2004-011.
3. *COMPASS web.* <http://wwwcompass/compass/software/offline/welcome.html>
4. *Bisplinghoff J. et al.* A Scintillating Fibre Hodoscope for High Rate Applications // Nucl. Instr. Meth. A. 2002. V. 490. P. 101.
5. *Angerer H. et al.* Present Status of Silicon Detectors in COMPASS // Nucl. Instr. Meth. A. 2003. V. 512. P. 229.
6. *Thers D. et al.* Micromegas as a Large Microstrip Detector for the COMPASS Experiment // Nucl. Instr. Meth. A. 2001. V. 469. P. 133.
7. *Altunbas M. C. et al.* Construction, Test and Commissioning of the Triple-GEM Tracking Detector for COMPASS // Nucl. Instr. Meth. A. 2002. V. 490. P. 177.
8. *Bychkov V. N. et al.* Construction and Manufacture of Large Size Straw-Chambers of the COMPASS Spectrometer Tracking System // Part. Nucl., Lett. 2002. No. 2[111]. P. 111.
9. *Iarocci E.* Plastic Streamer Tubes and Their Applications in High Energy Physics // Nucl. Instr. Meth. A. 1983. V. 217. P. 30.
10. *Bernet C. et al.* The COMPASS Trigger System for Muon Scattering // Nucl. Instr. Meth. A. 2005. V. 550. P. 217.
11. *Albrecht E. et al.* Status and Characterisation of COMPASS RICH-1 // Ibid. V. 553. P. 215.
12. *Frühwirth R.* Application of Kalman Filtering to Track and Vertex Fitting // Nucl. Instr. Meth. A. 1987. V. 262. P. 444.
13. *Wolin E. J., Ho L. L.* Covariance Matrices for Track Fitting with the Kalman Filter // Nucl. Instr. Meth. A. 1993. V. 329. P. 493.

14. *Lynch G., Dahl O.* Approximations to Multiple Coulomb Scattering // Nucl. Instr. Meth. B. 1991. V. 58. P. 6.
15. *Adams D. et al.* The Polarized Double Cell Target of the SMC // Nucl. Instr. Meth. A. 1999. V. 437. P. 23.
16. *Frühwirth R. et al.* Vertex Reconstruction and Track Bundling at the LEP Collider Using Robust Algorithm // Comp. Phys. Commun. 1996. V. 96. P. 189.
17. *Billoir P., Frühwirth R., Regler M.* Track Element Merging Strategy and Vertex Fitting in Complex Modular Detectors // Nucl. Instr. Meth. A. 1985. V. 241. P. 115.
18. *Ageev E. S. et al. (COMPASS Collab.)*. Measurement of the Spin Structure of the Deuteron in the DIS Region // Phys. Lett. B. 2005. V. 612. P. 154.

Получено 9 октября 2006 г.