Письма в ЭЧАЯ. 2010. Т. 7, №5(161). С. 516–535

КВАНТОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА В КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ

О. Б. Абдинов, Ф. Т. Халил-заде, С. С. Рзаева

Институт физики НАН Азербайджанской Республики, Баку, Азербайджан

В рамках ряда калибровочных теорий найдены условия квантования и фиксации электрических зарядов частиц и показано, что наличие хиггсовских полей является необходимым условием квантования электрического заряда в рассмотренных моделях.

In the framework of a number of gauge theories, particle electric charge quantization and fixing conditions are found and it is shown that the presence of Higgs fields is the necessary condition of the electric charge quantization in the considered models.

PACS: 12.10.Dm; 12.10.-g; 12.15.-y; 14.80.-Bn; 11.15.-q

ВВЕДЕНИЕ

Природа квантования электрического заряда до сих пор остается невыясненной. Имеется два элегантных подхода к решению этой проблемы: это существование магнитного монополя [1] и гипотеза великого объединения [2]. Исследованию квантования электрического заряда в стандартной модели (СМ) и его расширениях посвящен ряд работ [3–12]. В работе [3] было отмечено, что электрический заряд в калибровочных теориях может быть квантован и фиксирован при следующих условиях: а) $U(1)_{\rm em}$ калибровочная симметрия должна оставаться точной; б) для обеспечения перенормируемости и ковариантности теории должны сокращаться калибровочные [13, 14] и калибровочно-гравитационные аномалии [15]; в) массы фермионов должны генерироваться обычным хиггсовским механизмом. Анализ квантования электрического заряда в ряде калибровочных моделей в рамках условий б) и в) рассмотрен в работе [3]. В работе [4] показано, что в калибровочных моделях, содержащих правую компоненту нейтрино, квантование электрического заряда следует из условий сокращения аномалий, только если нейтрино является майорановской частицей. Как было показано в [6], введение правой компоненты нейтрино в СМ приводит к появлению дополнительного параметра и из условий сокращения аномалий невозможно получить квантование заряда (см. также [4]). Предположение электрической нейтральности нейтрино в контексте СМ, приводящей к объяснению сохранения P-четности в электромагнитных взаимодействиях и к квантованию электрического заряда, рассмотрено в работе [5].

Отметим, что во всех этих работах [3–9] для получения квантования электрического заряда используются все соотношения, вытекающие из условий сокращения аномалий с фиксированием гиперзаряда хиггсовского изомультиплета.

В работах [16, 17] в СМ с учетом условий сокращения аномалий в случае произвольного значения гиперзаряда хиггсовского поля показана возможность получения квантования электрического заряда частиц. Пропорциональность гиперзарядов фермионных изомультиплетов гиперзаряду хиггсовского поля, полученная из условий сокращения аномалий, интерпретирована как независимость квантования электрического заряда от гиперзаряда хиггсовского поля.

Квантование электрического заряда в рамках $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ моделей (минимальной и модели с правой компонентой нейтрино) было рассмотрено в работе [10]. В этой работе показано, что квантование электрического заряда не зависит от классических ограничений, следующих из лагранжиана взаимодействия, генерирующего массы фермионов, тесно связано с проблемой числа поколений и является естественным следствием сохранения электрического заряда и условий сокращения аномалий.

В работах [11, 12] нами было показано, что в СМ с правой компонентой нейтрино для получения квантования электрического заряда нет необходимости использовать все соотношения, вытекающие из условий сокращения аномалий, и фиксировать гиперзаряд хиггсовского поля. Исследованию возможности построения модели электрослабого взаимодействия, основанной на спонтанном нарушении калибровочной $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1) \times U'(1)$ группы симметрии, посвящена работа [18].

В работах [11, 12, 18] было показано, что собственное состояние фотона и заряды частиц зависят от гиперзарядов хиггсовских полей (см. также работу [10]), что приводит к необходимости более детального исследования квантования электрического заряда в калибровочных теориях.

В связи с этим настоящая работа посвящена выявлению условий в ряде калибровочных теорий, при которых электрический заряд может быть квантован и фиксирован, и исследованию вопроса необходимости хиггсовских полей для квантования электрического заряда частиц.

1. КВАНТОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА В МОДИФИЦИРОВАННОЙ СМ

1.1. СМ и гиперзаряд кваркового изодублета. Рассмотрим довольно простую возможность получения квантования электрического заряда в СМ. Рассмотрим одно семейство лептонов и кварков СМ без смешивания и не будем пользоваться известной формулой для заряда. Для полноты анализа предположим, что нейтрино обладает также правой компонентой. В этом случае имеются следующие фермионные поля:

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e^- \end{pmatrix}_L, \quad \psi_{eR} = e_R, \quad \psi_{\nu R} = \nu_R, \quad \psi_{QL} = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \psi_{uR} = u_R, \quad \psi_{dR} = d_R \quad (1)$$

и хиггсовский изодублет

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Лагранжиан взаимодействия фермионов и хиггсовского поля с калибровочными полями имеет вид

$$L = i\overline{\psi}_{fL}\hat{D}\psi_{fL} + i\overline{\psi}_{fR}\hat{D}\psi_{fR} + (D_\mu\varphi)^+(D_\mu\varphi), \tag{3}$$

где ψ_{fL} и ψ_{fR} — левые и правые изомультиплеты фермионных полей (1), а

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\tau \mathrm{A}_\mu}{2} - ig'\frac{X}{2}B_\mu. \tag{4}$$

Для параметров X, обуславливающих взаимодействие полей (1) и (2) с максвелловским полем B_μ, примем следующие обозначения:

$$\begin{gathered} X(\varphi) = x_\varphi, \quad X(\psi_L) = x_L, \quad X(\psi_{eR}) = x_{eR}, \quad X(\psi_{\nu R}) = x_{\nu R}, \\ X(\psi_{QL}) = x'_{QL}, \quad X(\psi_{uR}) = x_{uR}, \quad X(\psi_{dR}) = x_{dR}. \end{gathered} \tag{5}$$

Будем считать, что параметры (5) вещественны.

Рассмотрим третий член в лагранжиане (3). В этом случае преобразование полей A^3_μ и B_μ в физические поля A_μ и Z_μ запишем в виде

$$\begin{aligned} A^3_\mu &= A_\mu \sin\theta_\varphi + Z_\mu \cos\theta_\varphi, \\ B_\mu &= A_\mu \cos\theta_\varphi - Z_\mu \sin\theta_\varphi. \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь с учетом обозначений (5)

$$\sin\theta_\varphi = \frac{x_\varphi g'}{\bar{g}_\varphi}, \quad \cos\theta_\varphi = \frac{g}{\bar{g}_\varphi}, \quad \bar{g}_\varphi = \sqrt{g^2 + x_\varphi^2 g'^2}. \tag{7}$$

Отметим, что выражения для преобразования полей A^3_μ и B_μ в физические поля A_μ и Z_μ могут быть получены также из $i\overline{\psi}_L\hat{D}\psi_L$- и $i\overline{\psi}_{QL}\hat{D}\psi_{QL}$-частей лагранжиана. Легко видеть, что из $i\overline{\psi}_L\hat{D}\psi_L$-части для угла смешивания нейтральных полей имеем

$$\sin\theta_L = -\frac{x_L g'}{\sqrt{g^2 + x_L^2 g'^2}}. \tag{8}$$

Угол смешивания нейтральных полей, следующий из $i\overline{\psi}_{QL}\hat{D}\psi_{QL}$-части, имеет вид

$$\sin\theta_{QL} = \frac{x'_{QL} g'}{\sqrt{g^2 + x'^2_{QL} g'^2}}. \tag{9}$$

Требование равенства углов (7), (8) и (9) приводит к соотношениям

$$x_\varphi = -x_L, \quad x_\varphi = x'_{QL}, \quad x_L = -x'_{QL}, \tag{10}$$

из которых следует, что параметры X и, следовательно, константы взаимодействия хиггсовского и фермионных полей с полем B_μ равны по модулю.

В СМ величиной, характеризующей взаимодействие хиггсовского и фермионных полей с полем B_μ, является гиперзаряд. В случае, когда параметры (5) обычные гиперзаряды

СМ, получаем, что значения гиперзарядов хиггсовского и лептонного изодублетов в СМ ($Y_{\varphi}^{\mathrm{CM}} = 1$, $Y_{L}^{\mathrm{CM}} = -1$) действительно удовлетворяют первому условию (10). Что касается гиперзаряда левого кваркового изодублета, то в СМ он равен $Y_{QL}^{\mathrm{CM}} = 1/3$ и, следовательно, второе и третье условия (10) не удовлетворяются. В результате получаем, что в общем случае величина, характеризующая взаимодействие левого кваркового изодублета с полем $B_{\mu}(x'_{QL})$, не может быть отождествлена с гиперзарядом левого кваркового изодублета СМ (Y_{QL}^{CM}). Следовательно, возникает необходимость в интерпретации величины x'_{QL} и выяснении ее связи с гиперзарядом Y_{QL}^{CM}.

Для решения этой трудности СМ можно использовать условия сокращения аномалий [3–9, 16, 17], из которых следует $x'_{QL} = 3x_{QL} = 3Y_{QL}^{\mathrm{CM}}$. Можно также использовать факт равенства угла Вайнберга, измеренного в чисто лептонных, полулептонных и адронных процессах, и для соответствия с экспериментом принять $x'_{QL} = 3x_{QL} = 3Y_{QL}^{\mathrm{CM}}$.

Однако сама модель и перечисленные выше факты не позволяют как-то интерпретировать величину x'_{QL}. Связь величины x'_{QL} с гиперзарядом СМ Y_{QL}^{CM} можно получить только из соотношения $x'_{QL} = 3x_{QL} = 3Y_{QL}^{\mathrm{CM}}$, следующего из условий сокращения аномалий. Как будет видно далее, это соотношение достаточно для получения квантования электрического заряда в СМ. В этом случае условия (10) можно записать в виде

$$x_{\varphi} = -x_L, \quad x_{\varphi} = 3x_{QL}, \quad x_L = -3x_{QL}, \tag{11}$$

и, следовательно, все параметры x могут быть отождествлены с гиперзарядами полей СМ. В случае отсутствия в теории хиггсовского поля имеем только одно условие $x_L = -3x_{QL}$. Следовательно, включение в теорию хиггсовского поля приводит к тому, что гиперзаряды левых фермионных изодублетов фиксированы гиперзарядом хиггсовского поля.

1.2. Квантование электрического заряда. Сначала рассмотрим взаимодействие лептонов с электромагнитным полем. Для такого взаимодействия в рассматриваемом случае имеем

$$L_{l\gamma} = \overline{\nu}\gamma_{\mu}\left(Q_{\nu} + Q'_{\nu}\gamma_5\right)\nu A_{\mu} + \overline{e}\gamma_{\mu}\left(Q_{0e} + Q'_{0e}\gamma_5\right)eA_{\mu}. \tag{12}$$

Здесь

$$\begin{aligned} Q_{\nu} &= \frac{g}{4}\left(1 + \frac{x_L + x_{\nu R}}{x_{\varphi}}\right)\sin\theta_{\varphi}, & Q'_{\nu} &= \frac{g}{4}\left(1 + \frac{x_L - x_{\nu R}}{x_{\varphi}}\right)\sin\theta_{\varphi}, \\ Q_{0e} &= -\frac{g}{4}\left(1 - \frac{x_L + x_{eR}}{x_{\varphi}}\right)\sin\theta_{\varphi}, & Q'_{0e} &= -\frac{g}{4}\left(1 - \frac{x_L - x_{eR}}{x_{\varphi}}\right)\sin\theta_{\varphi}. \end{aligned} \tag{13}$$

Нежелательные члены в (12) можно устранить требованием P-инвариантности электромагнитного взаимодействия [19], которое приводит к $Q'_{\nu} = 0$ и $Q'_{0e} = 0$, откуда получаем

$$x_L = x_{\nu R} - x_{\varphi}, \quad x_L = x_{eR} + x_{\varphi}. \tag{14}$$

Отметим, что соотношения (14) также следуют из равенства зарядов левого и правого электрона $Q_{eL} = Q_{eR}$ и в случае сохранения гиперзаряда из юкавского лагранжиана взаимодействия

$$L^{l}_{\mathrm{mass}} = f_e\bar{\psi}_L\psi_{eR}\varphi + f_{\nu}\bar{\psi}_L\psi_{\nu R}\varphi^c + \mathrm{h.\,c.}, \tag{15}$$

где $\varphi^c = i\tau_2\varphi^*$.

Кроме того, в случае когда отсутствует правая компонента нейтрино, требование P-инвариантности электромагнитного взаимодействия и условие электрической нейтральности нейтрино эквивалентны (см. также [5]).

Учитывая (14) в (13), т. е. исключая гиперзаряды правых лептонных изомультиплетов, имеем

$$Q_\nu = \frac{Q_e}{2}\left(1+\frac{x_L}{x_\varphi}\right), \quad Q_{0e} = -\frac{Q_e}{2}\left(1-\frac{x_L}{x_\varphi}\right), \tag{16}$$

где $Q_e = g\sin\theta_\varphi = x_\varphi g g'/\overline{g}_\varphi, \overline{g}_\varphi = \sqrt{g^2 + x_\varphi^2 g'^2}$.

Отметим, что поскольку выражения зарядов (16) не содержат гиперзаряды правых лептонных изомультиплетов, то они верны и в случае отсутствия правой компоненты нейтрино.

Для взаимодействия кварков с электромагнитным полем имеем

$$L_{q\gamma} = \overline{u}\gamma_\mu\left(Q_{1u} + Q'_{1u}\gamma_5\right) uA_\mu + \overline{d}\gamma_\mu\left(Q_{2d} + Q'_{2d}\gamma_5\right) dA_\mu. \tag{17}$$

Здесь

$$\begin{aligned} Q_{1u} &= \frac{g}{4}\left(1+\frac{x_{QL}+x_{uR}}{x_\varphi}\right)\sin\theta_\varphi, \quad & Q'_{1u} &= \frac{g}{4}\left(1+\frac{x_{QL}-x_{uR}}{x_\varphi}\right)\sin\theta_\varphi, \\ Q_{2d} &= -\frac{g}{4}\left(1-\frac{x_{QL}+x_{dR}}{x_\varphi}\right)\sin\theta_\varphi, \quad & Q'_{2d} &= -\frac{g}{4}\left(1-\frac{x_{QL}-x_{dR}}{x_\varphi}\right)\sin\theta_\varphi. \end{aligned} \tag{18}$$

Аналогично взаимодействию лептонов с электромагнитным полем для кварков из условия P-инвариантности электромагнитного взаимодействия ($Q'_{1u} = 0$ и $Q'_{2d} = 0$) получаем

$$x_{QL} = x_{uR} - x_\varphi, \quad x_{QL} = x_{dR} + x_\varphi. \tag{19}$$

Отметим, что соотношения (19) так же, как и в случае лептонов, следуют из равенства зарядов левого и правого кварков и в случае сохранения гиперзаряда из юкавского лагранжиана взаимодействия

$$L^q_{\text{mass}} = f_d\bar{\psi}_{QL}\psi_{dR}\varphi + f_u\bar{\psi}_{QL}\psi_{uR}\varphi^c + \text{h. c.} \tag{20}$$

Следовательно, третье условие квантования электрического заряда в калибровочных теориях (т. е. массы фермионов должны генерироваться обычным хиггсовским механизмом), рассмотренное в работе [3], эквивалентно условию P-инвариантности электромагнитного взаимодействия или условию равенства зарядов левых и правых частиц.

Учитывая (19) в (18), т. е. исключая гиперзаряды правых изодублетов, получаем

$$Q_u = \frac{Q_e}{2}\left(1+\frac{x_{QL}}{x_\varphi}\right), \quad Q_d = -\frac{Q_e}{2}\left(1-\frac{x_{QL}}{x_\varphi}\right). \tag{21}$$

Выражения (16) и (21) для зарядов частиц можно рассматривать как свидетельство квантования электрического заряда лептонов и кварков. Учитывая соотношения (11) для численных значений зарядов лептонов и кварков из (16) и (21), имеем

$$Q_\nu = 0, \quad Q_{0e} = -Q_e, \quad Q_u = \frac{2}{3}Q_e, \quad Q_d = -\frac{1}{3}Q_e. \tag{22}$$

Аналогичные (22) выражения могут быть получены и для других семейств лептонов и кварков. Эти результаты определяют квантование и численные значения электрического заряда лептонов и кварков (в единицах заряда электрона). Таким образом, приходим к выводу, что соотношения (11), (14) и (19) являются необходимыми условиями квантования электрического заряда и, следовательно, без наличия хиггсовского поля в рассматриваемом случае нет квантования электрического заряда. Кроме того, в рассматриваемом случае для получения квантования электрического заряда нет необходимости в использовании всех соотношений, вытекающих из условий сокращения аномалий, и не требуется фиксация гиперзарядов какого-либо изодублета. Взаимодействие хиггсовского поля с фермионными изодублетами (или же условие P-инвариантности электромагнитного взаимодействия) приводит также и к фиксации гиперзарядов правых полей

$$x_{\nu R} = 0, \quad x_{eR} = -2x_\varphi, \quad x_{dR} = -\frac{2}{3}x_\varphi, \quad x_{uR} = \frac{4}{3}x_\varphi. \tag{23}$$

Кроме того, в отличие от результатов работ [3–9, 13, 14] в модели с правой компонентой нейтрино квантование заряда также имеет место.

В рассматриваемом случае выражения для зарядов (16) и (21) можно записать в следующем общем виде:

$$\frac{Q_f}{Q_e} = T^f_{3L} + \frac{x_{fL}}{2y_\varphi}, \tag{24}$$

где T^f_{3L} — третья компонента изотопического спина, а x_{fL} — гиперзаряд левого изомультиплета фермионных полей. Выражение (24) совпадает по виду с известной формулой заряда, но является обобщением полученных выражений для электрического заряда частиц. Оно описывает и объясняет значения зарядов частиц (с учетом условий (11)). Выражение (24) также следует из общих принципов калибровочной инвариантности рассматриваемой модели [4, 16].

Отметим, что фиксация хиггсовскими полями гиперзарядов фермионных полей и зависимость условий квантования зарядов от гиперзарядов хиггсовских полей (формулы (11), (14), (19) и (23)) свидетельствуют о необходимости наличия хиггсовских полей для получения квантования электрического заряда частиц.

Однако возникает вопрос, что случится, если в теории нет хиггсовского поля? В этом случае в лагранжиане взаимодействия (3) нет третьего члена, но есть заряды частиц. Такая теория была рассмотрена в работе [20], которая, во-первых, является неперенормируемой, во-вторых, масса частиц в такой теории вводится «руками» и, в-третьих, в этой теории нет объяснения квантования электрического заряда. Стандартная модель, прекрасно описывающая существующие экспериментальные данные, перенормируема и, как показывает проведенный анализ, объясняет квантование электрического заряда.

Таким образом, в рассматриваемом случае можно прийти к выводу, что наличие хиггсовского поля является необходимым условием квантования электрического заряда.

Следует отметить, что в рассматриваемом случае параметры x так же, как и вакуумное среднее хиггсовского поля v, теорией не определены. Возможности экспериментального определения параметров x и проверки соотношений (11) рассмотрены в работах [11, 12].

2. КВАНТОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА В $SU_C\ (3) \times SU(3)_L \times U(1)_X$ МОДЕЛИ С ЭКЗОТИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ

В последние годы интерес к моделям, основанным на калибровочной $SU_C(3) \times SU(3)_L \times U(1)_X$ группе симметрии, возрос в связи с возможностью решения проблемы поколений, основанной на сокращении киральных аномалий [20–23]. В этих 3-3-1 моделях был достигнут определенный прогресс в решении таких вопросов, как проблема поколений [23–25], массы нейтрино [26], нарушение P-четности в атомных переходах [27] и т. д. Исследованию возможности получения квантования электрического заряда в рамках минимальной (без экзотических частиц) модели и модели с правой компонентой нейтрино, основанной на $SU_C(3) \times SU(3)_L \times U(1)_X$ группе симметрии, посвящена работа [10]. Отметим, что квантование электрического заряда, рассмотренное в работе [10], было получено для определенных значений параметров α и β, входящих в выражение электрического заряда и классифицирующих различные 3-3-1 модели.

В данном разделе работы рассмотрена возможность получения квантования электрического заряда в рамках $SU_C(3) \times SU(3)_L \times U(1)_X$ модели, также и с экзотическими частицами, не зависящими от параметров α и β, исследован вопрос влияния хиггсовских полей на квантование электрического заряда.

2.1. Структура $SU_C(3) \times SU(3)_L \times U(1)_X$ модели. В рамках моделей типа 3-3-1 электрический заряд определяется как линейная комбинация генераторов группы $SU_C(3) \times SU(3)_L \times U(1)_X$

$$Q = \alpha \hat{T}_3 + \beta \hat{T}_8 + X \hat{I}, \tag{25}$$

где $T_3 = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{diag}\ (1, -1, 0)$, $T_8 = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}\,\mathrm{diag}\ (1, 1, -2)$ и нормализация выбирается так, что $\mathrm{Tr}\,(T_\alpha T_\beta) = \dfrac{1}{2}\delta_{\alpha\beta}$. Параметры α и β используются для классификации различных 3-3-1 моделей (см., например, [28]).

Гиперзаряд Y изомультиплета фермионных (а также хиггсовских) полей, обуславливающих взаимодействие с максвелловским полем, определяется как

$$\hat{Y} = \beta \hat{T}_8 + X \hat{I}. \tag{26}$$

Отметим, что поскольку целью настоящего раздела работы является изучение квантования электрического заряда, далее выражения как для электрического заряда (25), так и гиперзаряда полей (26) использоваться не будут.

Рассмотрим случай, когда симметрия нарушена тремя изотриплетами хиггсовских полей с отличными от нуля вакуумными средними

$$\langle \chi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V \end{pmatrix}, \quad \langle \rho \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \eta \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{27}$$

Часть лагранжиана, описывающая взаимодействия полей Хиггса с калибровочными полями, имеет вид

$$V_{\mathrm{kin}} = (D_\mu \chi)^+ (D_\mu \chi) + (D_\mu \eta)^+ (D_\mu \eta) + (D_\mu \rho)^+ (D_\mu \rho). \tag{28}$$

Здесь и в дальнейшем величина D_μ для каждого изомультиплета, взаимодействующего с калибровочными полями, определяется согласно

$$D_\mu = \partial_\mu - igT_a W_{a\mu} - ig' T_9 X B_\mu, \tag{29}$$

где $T_a (a = 1, \ldots, 8)$ — генераторы группы $SU(3)_L$ и $T_9 = \dfrac{1}{\sqrt{6}} \mathrm{diag}\ (1,1,1)$ — выбираются так, чтобы удовлетворить условию $\mathrm{Tr}(T_a T_b) = \dfrac{1}{2}\delta_{ab}(a,b = 1,2,\ldots,9)$; g и g' — константы взаимодействий.

Гиперзаряды хиггсовских полей (27) обозначим как X_χ, X_ρ, X_η и предположим, что вакуумные средние хиггсовских полей удовлетворяют условию $V \gg \upsilon \gg u$ (аналогично работам [21]).

Для лептонных и кварковых изомультиплетов выберем следующие представления (будем рассматривать одно семейство лептонов и кварков без смешивания):

$$\psi_{lL} = \begin{pmatrix} \nu \\ e^- \\ N \end{pmatrix}_L \sim (1,3,y_{lL}), \quad \psi_{eR} = e_R \sim (1,1,y_{eR}), \quad \psi_{NR} = N_R \sim (1,1,y_{NR}),$$

$$\psi_{QL} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ U \end{pmatrix}_L \sim (3,3,y_{QL}), \quad \psi_{uR} = u_R \sim (3,1,y_{uR}), \tag{30}$$

$$\psi_{dR} = d_R \sim (3,1,y_{dR}), \quad \psi_{UR} = U_R \sim (3,1,y_{UR}).$$

В рассматриваемой модели калибровочные бозоны образуются из октета $W_{a\mu}$ и из изосинглета B_μ, ассоциированными $SU(3)_L$- и $U(1)$-группами соответственно. Легко видеть, что безмассовые калибровочные бозоны, $G_{a\mu}$, ассоциированные группой $SU(3)_C$, отделяются от массовой матрицы нейтральных бозонов и в дальнейшем рассматриваться не будут.

Массовая матрица калибровочных бозонов следует из кинетической части лагранжиана хиггсовских полей (28). Ковариантную производную для триплета хиггсовских полей запишем в виде

$$D_\mu \varphi_i = \partial_\mu \varphi_i - i P_\mu \varphi_i, \tag{31}$$

где φ_i — хиггсовские поля (27), а матрица P_μ имеет вид

$$P_\mu = \frac{g}{2} \begin{pmatrix} W_{3\mu} + \dfrac{W_{8\mu}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\dfrac{2}{3}} tXB_\mu & \sqrt{2}W_\mu^+ & \sqrt{2}X_\mu^{\prime 0} \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_{3\mu} + \dfrac{W_{8\mu}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\dfrac{2}{3}} tXB_\mu & \sqrt{2}Y_\mu^{\prime -} \\ \sqrt{2}X_\mu^{\prime 0*} & \sqrt{2}Y_\mu^{\prime +} & -\dfrac{2W_{8\mu}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\dfrac{2}{3}} tXB_\mu \end{pmatrix}. \tag{32}$$

Здесь приняты обозначения $t = g'/g$ и

$$W_\mu^\pm = \frac{W_{1\mu} \mp iW_{2\mu}}{\sqrt{2}}, \quad Y'^{\mp}_\mu = \frac{W_{6\mu} \mp iW_{7\mu}}{\sqrt{2}}, \quad X'^{0}_\mu = \frac{W_{4\mu} - iW_{5\mu}}{\sqrt{2}}. \tag{33}$$

В этом случае, учитывая (27), (32) и (33) в (28), для масс калибровочных бозонов имеем

$$L_{\text{mass}} = M_X^2 X'^0_\mu X'^{0*}_\mu +$$
$$+ M_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- + M_Y^2 Y'^+_\mu Y'^-_\mu + \frac{g^2u^2}{8}\left(W_{3\mu} + \frac{1}{\sqrt{3}}W_{8\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}tX_\eta B_\mu\right)^2 +$$
$$+ \frac{g^2\upsilon^2}{8}\left(-W_{3\mu} + \frac{1}{\sqrt{3}}W_{8\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}tX_\rho B_\mu\right)^2 + \frac{g^2V^2}{8}\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}W_{8\mu} + \sqrt{\frac{2}{3}}tX_\chi B_\mu\right)^2, \quad (34)$$

где

$$M_W^2 = \frac{g^2}{4}\left(\upsilon^2 + u^2\right), \quad M_Y^2 = \frac{g^2}{4}\left(V^2 + \upsilon^2\right), \quad M_X^2 = \frac{g^2}{4}\left(V^2 + u^2\right). \quad (35)$$

Лагранжиан взаимодействия, содержащий массы нейтральных калибровочных бозонов, имеет вид

$$L_{\text{mass}}^{\text{NG}} = \frac{1}{2}V^T M_0^2 V, \quad (36)$$

где $V^T = (W_{3\mu}, W_{8\mu}, B_\mu)$ и

$$M_0^2 = \frac{g^2}{4}\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Здесь

$$\begin{aligned} m_{11} &= \left(u^2 + \upsilon^2\right), & m_{12} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\left(u^2 - \upsilon^2\right), \\ m_{13} &= \frac{2}{\sqrt{6}}t\left(u^2X_\eta - \upsilon^2X_\rho\right), & m_{22} &= \frac{1}{3}\left(4V^2 + u^2 + \upsilon^2\right), \\ m_{23} &= \frac{2}{3\sqrt{2}}t\left(u^2X_\eta + \upsilon^2X_\rho - 2V^2X_\chi\right), & m_{33} &= \frac{2}{3}t^2\left(u^2X_\eta^2 + \upsilon^2X_\rho^2 + V^2X_\chi^2\right). \end{aligned} \quad (38)$$

Отметим, что для любой 3-3-1 модели (содержащей хиггсовские триплеты, антитриплеты и секстеты или любой другой необходимый хиггсовский скаляр) массовая матрица нейтральных калибровочных бозонов всегда имеет форму (37) (см. также работы [10, 12, 29]).

Собственными значениями массовой матрицы (37) являются корни уравнения

$$M^3 - \chi_1 M^2 + \chi_2 M - \chi_3 = 0, \quad (39)$$

где $M = 4M_0^2/g^2$ и

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \frac{2}{3}\left[2\left(u^2 + \upsilon^2 + V^2\right) + t^2\left(u^2X_\eta^2 + \upsilon^2X_\rho^2 + V^2X_\chi^2\right)\right], \\ \chi_2 &= \frac{4}{3}\left\{\left(u^2V^2 + \upsilon^2V^2 + u^2\upsilon^2\right) + \frac{2t^2}{3}\left[u^2V^2\left(X_\eta^2 + X_\chi^2 + X_\eta X_\chi\right) + \right.\right. \\ &\left.\left. + \upsilon^2V^2\left(X_\rho^2 + X_\chi^2 + X_\rho X_\chi\right) + u^2\upsilon^2\left(X_\eta^2 + X_\rho^2 + X_\eta X_\rho\right)\right]\right\}, \\ \chi_3 &= \frac{8}{9}u^2\upsilon^2V^2t^2\left(X_\eta + X_\rho + X_\chi\right)^2. \end{aligned} \quad (40)$$

В общем случае собственные значения массовой матрицы, соответствующие массам нейтральных калибровочных бозонов, могут быть вещественны и отличны от нуля. В случае, когда корни уравнения (39) удовлетворяют условию $M_1^2 \gg M_2^2 \gg M_3^2$ (что соответствует современным экспериментальным данным [30]), имеем

$$\begin{gathered} M_{Z_1}^2 \approx \frac{g^2V^2}{6}\left(2+t^2X_\chi\right), \quad M_{Z_2}^2 \approx \frac{g^2 \upsilon^2}{6}\frac{3+2t^2\left(X_\rho^2+X_\chi^2+X_\rho X_\chi\right)}{2+t^2X_\chi}, \\ M_{Z_3}^2 \approx \frac{g'^2u^2}{2}\frac{\left(X_\eta+X_\rho+X_\chi\right)^2}{3+2t^2\left(X_\rho^2+X_\chi^2+X_\rho X_\chi\right)}. \end{gathered} \tag{41}$$

В рассматриваемом случае $V \gg \upsilon \gg u$ самая легкая из масс (41) может быть отождествлена с массой фотона ($M_3^2 = M_\gamma^2$) только при условии

$$X_\eta + X_\rho + X_\chi = 0, \tag{42}$$

что также следует из условия сохранения электрического заряда (см. также [10]).

В результате, с учетом соотношения (42), из уравнения (39) для масс нейтральных векторных бозонов имеем

$$M_\gamma^2 = 0, \quad M_{Z_{1,2}}^2 \approx \frac{g^2}{8}\left[\chi_1 \pm \sqrt{\chi_1^2 - 4\chi_2}\right]. \tag{43}$$

Легкую массу из массивных нейтральных векторных бозонов (43) можно отождествить с Z-бозоном СМ, т. е. $M_{Z_2} \equiv M_Z$.

Отметим, что поскольку ни массы (35), ни взаимодействия калибровочных бозонов (33) не являются предметом исследования данной работы, в дальнейшем обсуждать эти вопросы мы не будем. Обсуждение этих вопросов можно найти в работах [20–27].

2.2. Квантование электрического заряда. Преобразование нейтральных полей $W_{3\mu}$, $W_{8\mu}$, B_μ в физическое фотонное поле A_μ запишем в виде

$$A_\mu = a_1 W_{3\mu} + a_2 W_{8\mu} + a_3 B_\mu. \tag{44}$$

Собственное состояние с нулевым собственным значением можно получить из уравнения

$$M^2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = 0. \tag{45}$$

В рассматриваемой 3-3-1 модели уравнение (45) приводит к следующим значениям для величин $a_i (i = 1{-}3)$:

$$a_1 = -\frac{g'}{\sqrt{2}\overline{g}}\left(X_\rho - X_\eta\right), \quad a_2 = \frac{3g'}{\sqrt{6}\overline{g}}\left(X_\rho + X_\eta\right), \quad a_3 = -\frac{\sqrt{3}g}{\overline{g}}, \tag{46}$$

где

$$\overline{g} = g\left[3 + 2t^2\left(X_\eta^2 + X_\rho^2 + X_\eta X_\rho\right)\right]^{1/2}. \tag{47}$$

Из выражений (44), (46) и (47) видно, что собственное состояние фотона не содержит вакуумных средних хиггсовских полей [10–12], но зависит от гиперзарядов хиггсовских полей. Более того, для соответствия с квантовой электродинамикой, основанной на ненарушенной $U(1)_Q$-калибровочной группе, фотонное поле должно удовлетворять такому общему свойству электромагнитного взаимодействия, как P-инвариантность [19].

Сначала рассмотрим взаимодействие лептонов с электромагнитным полем. Для такого взаимодействия в рассматриваемом случае имеем

$$L_{l\gamma} = Q_\nu \overline{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu_e A_\mu + \overline{e}\gamma_\mu(Q_{0e} + Q'_{0e}\gamma_5)eA_\mu + \overline{N}\gamma_\mu(Q_N + Q'_N\gamma_5)NA_\mu, \tag{48}$$

где

$$\begin{aligned}
Q_\nu &= \frac{g}{4}\left[a_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3 y_{lL}\right] = 0,\\
Q_{0e} &= \frac{g}{4}\left[-a_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3\,(y_{lL} + y_{eL})\right],\\
Q'_{0e} &= \frac{g}{4}\left[-a_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3\,(y_{lL} - y_{eR})\right],\\
Q_N &= \frac{g}{4}\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3\,(y_{lL} + y_{NR})\right],\\
Q'_N &= \frac{g}{4}\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3\,(y_{lL} - y_{NR})\right].
\end{aligned} \tag{49}$$

Так же как и в разд. 1, нежелательные члены в (48) можно устранить требованием P-инвариантности электромагнитного взаимодействия, которое приводит к условиям

$$Q_\nu = 0, \quad Q'_{0e} = 0, \quad Q'_N = 0, \tag{50}$$

откуда, с учетом (46), получаем соотношения

$$y_{lL} = X_\eta, \quad y_{eR} = X_\eta - X_\rho, \quad y_{NR} = X_\eta - X_\chi. \tag{51}$$

Следовательно, для электрических зарядов лептонов в данном случае имеем

$$Q_\nu = 0, \quad Q_{0e} = -Q_e, \quad Q_N = -Q_e\frac{2X_\eta + X_\rho}{X_\eta - X_\rho}, \tag{52}$$

где

$$Q_e = \frac{gg'}{\sqrt{2}\overline{g}}\,(X_\eta - X_\rho)\,. \tag{53}$$

Отметим, что массы лептонов в рассматриваемой 3-3-1 модели генерируются взаимодействием

$$L_Y^l = f_e\bar{\psi}_{lL}\rho\psi_{eR} + f_N\bar{\psi}_{lL}\chi\psi_{NR} + \mathrm{h.\,c.}, \tag{54}$$

откуда, в случае сохранения гиперзаряда в (54), также имеем второе и третье условия (51). Следовательно, так же, как и в разд. 1, получаем, что условия P-инвариантности электромагнитного взаимодействия эквивалентны условию сохранения гиперзаряда в (54). Следует также отметить, что в случае, когда в модели отсутствует правая компонента нейтрино, условия P-инвариантности электромагнитного взаимодействия и электрической нейтральности нейтрино эквивалентны.

Соотношения (51) свидетельствуют о фиксации гиперзарядов лептонных изомультиплетов хиггсовскими полями и являются условиями квантования электрического заряда лептонов. Перейдем к рассмотрению взаимодействия кварков с электромагнитным полем. Учитывая (29) в (44), для такого взаимодействия имеем

$$L_{q\gamma} = \overline{u}\gamma_\mu(Q_u + Q'_u\gamma_5)uA_\mu + \overline{d}\gamma_\mu(Q_d + Q'_d\gamma_5)dA_\mu + \overline{U}\gamma_\mu(Q_U + Q'_U\gamma_5)UA_\mu, \qquad (55)$$

где

$$\begin{aligned}
Q_u &= \frac{g}{4}\left[a_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3(y_{QL} + y_{uR})\right],\\
Q'_u &= \frac{g}{4}\left[a_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3(y_{QL} - y_{uR})\right],\\
Q_d &= \frac{g}{4}\left[-a_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3(y_{QL} + y_{dR})\right],\\
Q'_d &= \frac{g}{4}\left[-a_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3(y_{QL} - y_{dR})\right],\\
Q'_U &= \frac{g}{4}\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3(y_{QL} - y_{UR})\right],\\
Q_U &= \frac{g}{4}\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}a_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta_3(y_{QL} + y_{UR})\right].
\end{aligned} \qquad (56)$$

Так же как и в случае лептонов, учитывая P-инвариантность электромагнитного взаимодействия, из (54) и (55) имеем условия

$$Q'_u = 0, \quad Q'_d = 0, \quad Q'_U = 0, \qquad (57)$$

которые приводят к следующим соотношениям, связывающим гиперзаряды кварковых изомультиплетов с гиперзарядами хиггсовских полей:

$$y_{QL} - y_{uR} = X_\eta, \quad y_{QL} - y_{dR} = X_\rho, \quad y_{QL} - y_{UR} = X_\chi. \qquad (58)$$

Соотношения (58) фиксируют разность гиперзарядов кварковых изомультиплетов и также являются условиями квантования электрического заряда кварков. Требование сохранения гиперзаряда в лагранжиане

$$L_Y^q = f_u\bar{\psi}_{QL}\eta\psi_{uR} + f_d\bar{\psi}_{QL}\rho\psi_{dR} + f_U\bar{\psi}_{QL}\chi\psi_{UR} + \text{h. c.}, \qquad (59)$$

генерирующем массы кварков, также приводит к условиям (58). Следовательно, и в случае взаимодействия кварков условие P-инвариантности электромагнитного взаимодействия эквивалентно условию сохранения гиперзаряда в (59).

Учитывая (58), (46) и (42) в (56), для электрических зарядов кварков имеем

$$Q_u = Q_e\frac{X_\eta - y_{QL}}{X_\eta - X_\rho}, \quad Q_d = Q_e\frac{X_\rho - y_{QL}}{X_\eta - X_\rho}, \quad Q_U = Q_e\frac{X_\chi - y_{QL}}{X_\eta - X_\rho}. \qquad (60)$$

Полученные выражения (52) и (60) можно рассматривать как свидетельство квантования электрического заряда лептонов и кварков. Однако эти выражения не определяют численные значения (в единицах заряда электрона) электрических зарядов N-лептона и кварков.

Отметим, что в отличие от простого случая, рассмотренного в разд. 1, в калибровочных моделях с дополнительными хиггсовскими полями и расширенной группой симметрий получить соотношения (подобно соотношениям (11)), связывающие гиперзаряды хиггсовских и фермионных полей, невозможно. В таких моделях дополнительные соотношения могут быть получены из условий сокращения калибровочных [13, 14] и калибровочно-гравитационных аномалий [15]. В рассматриваемой 3-3-1 модели условия сокращения треугольных аномалий приводят к следующим соотношениям:

$$\begin{gathered} y_{lL}+3y_{QL}=0, \quad 3y_{QL}-y_{uR}-y_{dR}-y_{UR}=0, \\ 3y_{lL}+9y_{QL}-3(y_{uR}+y_{dR}+y_{UR})-y_{eR}-y_{NR}=0, \\ 3y_{lL}^3+9y_{QL}^3-3(y_{uR}^3+y_{dR}^3+y_{UR}^3)-y_{eR}^3-y_{NR}^3=0. \end{gathered} \tag{61}$$

С учетом (51) и (58) из первого условия соотношений (61) имеем

$$y_{QL}=-\frac{1}{3}X_\eta, \quad y_{uR}=-\frac{4}{3}X_\eta, \quad y_{dR}=-\frac{1}{3}X_\eta-X_\rho, \quad y_{UR}=-\frac{1}{3}X_\eta-X_\chi. \tag{62}$$

Вторые и третье условия сокращения аномалий (61) с учетом (62) приводят к выражению (42). Из четвертого условия сокращения аномалий (61) с учетом (62) получаем

$$X_\eta=-X_\rho. \tag{63}$$

В результате с учетом (63) для гиперзарядов лептонных и кварковых изомультиплетов имеем

$$\begin{gathered} y_{lL}=X_\eta, \quad y_{eR}=2X_\eta, \quad y_{NR}=X_\chi, \\ y_{QL}=-\frac{1}{3}X_\eta, \quad y_{uR}=-\frac{4}{3}X_\eta, \quad y_{dR}=\frac{2}{3}X_\eta, \quad y_{UR}=-\frac{1}{3}X_\eta. \end{gathered} \tag{64}$$

Учитывая (64) в (52) и (60), для электрических зарядов лептонов и кварков в рассматриваемой модели имеем

$$\begin{gathered} Q_\nu=0, \quad Q_e=\frac{\sqrt{2}gg'X_\eta}{(3+2X_\eta^2t^2)^{1/2}}, \quad Q_N=-\frac{1}{2}Q_e, \\ Q_u=\frac{2}{3}Q_e, \quad Q_d=-\frac{1}{3}Q_e, \quad Q_U=\frac{1}{6}Q_e. \end{gathered} \tag{65}$$

Аналогичные (65) выражения могут быть получены и для других семейств лептонов и кварков. Эти результаты определяют квантование и численные значения электрического заряда лептонов и кварков (в единицах заряда электрона).

Условия (51) и (58) и соотношения, следующие из условий сокращения треугольных аномалий, фиксируют гиперзаряды всех изомультиплетов. Таким образом, если нет условий (51) и (58), то нет и квантования электрического заряда, следовательно, в рассматриваемой модели эти условия являются условиями квантования электрического заряда частиц.

3. КВАНТОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА В $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1) \times U'(1)$ МОДЕЛИ С ЭКЗОТИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ

3.1. Квантование электрического заряда в $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1) \times U'(1)$ модели. В данной части работы в рамках $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1) \times U'(1)$ модели, рассмотренной в [18], исследуем вопрос влияния хиггсовских полей на квантование электрического заряда частиц. Отметим, что в рассматриваемой $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1) \times U'(1)$ модели имеются следующие фермионные и хиггсовские поля [18]:

$$\psi_{lL} = \begin{pmatrix} \nu \\ e \\ N \end{pmatrix}_L \sim (1,3,y_{lL},y'_{lL}), \quad \psi_{eR} = e_R \sim (1,1,y_{eR},y'_{eR}),$$
$$\psi_{NR} = N_R \sim (1,1,y_{NR},y'_{NR}),$$
$$\psi_{QL} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ U \end{pmatrix}_L \sim (3,3,y_{QL},y'_{QL}), \quad \psi_{uR} = u_R \sim (1,1,y_{uR},y'_{uR}),$$
$$\psi_{dR} = d_R \sim (3,1,y_{dR},y'_{dR}), \quad \psi_{UR} = U_R \sim (3,1,y_{UR},y'_{UR}),$$
$$\langle\chi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V \end{pmatrix} \sim \left(1,3,X_\chi,X'_\chi\right),$$
$$\langle\rho\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix} \sim (1,3,X_\rho,X'_\rho),$$
$$\langle\eta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \sim (1,3,X_\eta,X'_\eta).$$

В этой модели фотонное поле A_μ является линейной комбинацией полей $W_{3\mu}, W_{8\mu}, B_\mu, C_\mu$

$$A_\mu = a'_1 W_{3\mu} + a'_2 W_{8\mu} + a'_3 B_\mu + a'_4 C_\mu, \tag{66}$$

где

$$a'_1 = \frac{tt'}{\bar{t}}P, \quad a'_2 = \frac{\sqrt{3}tt'}{\bar{t}}P_1, \quad a'_3 = \frac{\sqrt{6}t'}{\bar{t}}P_2, \quad a'_4 = -\frac{\sqrt{6}t}{\bar{t}}P_3. \tag{67}$$

Здесь приняты обозначения:

$$\begin{aligned}
\bar{t} &= \sqrt{t^2t'^2\left(P^2+3P_1^2\right)+6t'^2P_2^2+6t^2P_3^2};\\
P &= X_\chi\left(X'_\eta - X'_\rho\right) - X'_\chi\left(X_\eta - X_\rho\right) + 2\left(X_\rho X'_\eta - X_\eta X'_\rho\right);\\
P_1 &= X_\chi\left(X'_\eta + X'_\rho\right) - X'_\chi\left(X_\eta + X_\rho\right);\\
P_2 &= X'_\chi + X'_\rho + X'_\eta;\\
P_3 &= X_\chi + X_\rho + X_\eta,
\end{aligned} \tag{68}$$

где X_χ, X_η, X_ρ и $X'_\chi, X'_\eta, X'_\rho$ — $U(1)$- и $U'(1)$-гиперзаряды хиггсовских полей соответственно; $t = g'/g, t' = g''/g$ и g, g', g'' — константы связи.

Так же как и разд. 1 и 2, из выражений (66), (67) и (68) следует, что собственное состояние фотона не содержит вакуумных средних хиггсовских полей, но зависит от гиперзарядов хиггсовских полей.

Для взаимодействия лептонов с электромагнитным полем имеем [18]

$$L_{l\gamma} = Q_\nu \overline{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu A_\mu + \overline{e}\gamma_\mu(Q_{0e} + Q'_{0e}\gamma_5)eA_\mu + \overline{N}\gamma_\mu(Q_N + Q'_N\gamma_5)NA_\mu, \qquad (69)$$

где

$$\begin{aligned} Q_\nu &= \frac{g}{4}\left[a'_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}(ta'_3 y_{lL} + t'a'_4 y'_{lL})\right] = 0, \\ Q_{0e} &= \frac{g}{4}\left[-a'_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{lL} + y_{eR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{lL} + y'_{eR})\right], \\ Q'_{0e} &= \frac{g}{4}\left[-a'_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{lL} - y_{eR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{lL} - y'_{eR})\right], \\ Q_N &= \frac{g}{4}\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{lL} + y_{NR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{lL} + y'_{NR})\right], \\ Q'_N &= \frac{g}{4}\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{lL} - y_{NR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{lL} - y'_{NR})\right]. \end{aligned} \qquad (70)$$

Учитывая, что электромагнитное взаимодействие P-инвариантно, из (70) и (68) имеем

$$Q_\nu = 0, \quad Q'_{0e} = 0, \quad Q'_N = 0, \quad Q_{0e} = -Q_e, \quad Q_N = -\frac{3P_1 + P}{2P}Q_e, \qquad (71)$$

где $Q_e = gtt'P/\bar{t}$.

Отметим, что и в рассматриваемой модели, когда отсутствует правая компонента нейтрино, требование P-инвариантности электромагнитного взаимодействия и условие равенства нулю заряда нейтрино эквивалентны. Приведем также некоторые соотношения, связывающие гиперзаряды хиггсовских и лептонных полей, следующие из P-инвариантности электромагнитного взаимодействия в (69):

$$\begin{aligned} P + P_1 + 2y_{lL}P_2 - 2y'_{lL}P_3 &= 0, \\ -P + P_1 + 2(y_{lL} - y_{eR})P_2 - 2(y'_{lL} - y'_{eR})P_3 &= 0, \\ -P_1 + (y_{lL} - y_{NR})P_2 - (y'_{lL} - y'_{NR})P_3 &= 0. \end{aligned} \qquad (72)$$

Отметим, что из условий сохранения суммы $U(1)$- и $U'(1)$-гиперзарядов в лагранжиане

$$L^l_Y = f_e\bar{\psi}_{lL}\rho\psi_{eR} + f_N\bar{\psi}_{lL}\chi\psi_{NR} + \text{h. c.}, \qquad (73)$$

генерирующем массы лептонов, имеем

$$y_{lL} + y'_{lL} = y_{eR} + y'_{eR} + X_\rho + X'_\rho, \quad y_{lL} + y'_{lL} = y_{NR} + y'_{NR} + X_\chi + X'_\chi, \qquad (74)$$

что, как легко убедиться, приводит к соотношениям (72). Следовательно, и в данном случае условия P-инвариантности электромагнитного взаимодействия лептонов эквивалентны условию сохранения общего гиперзаряда в (73).

Для взаимодействия кварков с электромагнитным полем имеем [18]

$$L_{q\gamma} = \overline{u}\gamma_\mu(Q_u + Q'_u\gamma_5)uA_\mu + \overline{d}\gamma_\mu(Q_d + Q'_d\gamma_5)dA_\mu + \overline{U}\gamma_\mu(Q_U + Q'_U\gamma_5)UA_\mu, \tag{75}$$

где

$$\begin{aligned}
Q_u &= \frac{g}{4}\left[a'_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{QL} + y_{uR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{QL} + y'_{uR})\right],\\
Q'_u &= \frac{g}{4}\left[a'_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{QL} - y_{uR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{QL} - y'_{uR})\right],\\
Q_d &= \frac{g}{4}\left[-a'_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{QL} + y_{dR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{QL} + y'_{dR})\right],\\
Q'_d &= \frac{g}{4}\left[-a'_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{QL} - y_{dR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{QL} - y'_{dR})\right],\\
Q_U &= \frac{g}{4}\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{QL} + y_{UR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{QL} + y'_{UR})\right],\\
Q'_U &= \frac{g}{4}\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}a'_2 + \sqrt{\frac{2}{3}}ta'_3(y_{QL} - y_{UR}) + \sqrt{\frac{2}{3}}t'a'_4(y'_{QL} - y'_{UR})\right].
\end{aligned} \tag{76}$$

Учитывая P-инвариантность электромагнитного взаимодействия, из (76) и (68) имеем

$$\begin{aligned}
&Q'_u = 0, \quad Q'_d = 0, \quad Q'_U = 0, \quad Q_u = \frac{P + P_1 + 2(P_2y_{QL} - P_3y'_{QL})}{2P}Q_e,\\
&Q_d = -\frac{P - P_1 - 2(P_2y_{QL} - P_3y'_{QL})}{2P}Q_e, \quad Q_U = -\frac{P_1 - P_2y_{QL} + P_3y'_{QL}}{P}Q_e.
\end{aligned} \tag{77}$$

Кроме того, имеем следующие соотношения, связывающие гиперзаряды хиггсовских и кварковых изомультиплетов:

$$\begin{aligned}
P_2y_{uR} - P_3y'_{uR} &= P_2y_{QL} - P_3y'_{QL} + \frac{1}{2}(P + P_1),\\
P_2y_{dR} - P_3y'_{dR} &= P_2y_{QL} - P_3y'_{QL} - \frac{1}{2}(P - P_1),\\
P_2y_{UR} - P_3y'_{UR} &= P_2y_{QL} - P_3y'_{QL} - P.
\end{aligned} \tag{78}$$

Требование сохранения общего гиперзаряда в лагранжиане

$$L_Y^q = f_u\bar\psi_{QL}\eta\psi_{uR} + f_d\bar\psi_{QL}\rho\psi_{dR} + f_U\bar\psi_{QL}\chi\psi_{UR} + \text{h. c.}, \tag{79}$$

генерирующем массы кварков, также приводит к условиям:

$$\begin{aligned}
y_{QL} + y'_{QL} - y_{uR} - y'_{uR} &= X_\eta + X'_\eta,\\
y_{QL} + y'_{QL} - y_{dR} - y'_{dR} &= X_\rho + X'_\rho,\\
y_{QL} + y'_{QL} - y_{UR} - y'_{UR} &= X_\chi + X'_\chi,
\end{aligned} \tag{80}$$

которые, как легко убедиться, приводят к соотношениям (78). Следовательно, и в данном случае условия, следующие из P-инвариантности электромагнитного взаимодействия кварков, эквивалентны условиям сохранения общего гиперзаряда в (79).

Выражения (71) и (77) можно рассматривать как свидетельство квантования электрического заряда лептонов и кварков. Условия (72) и (78) являются условиями квантования электрического заряда лептонов и кварков. Выражения (71) и (77), зависящие от гиперзарядов хиггсовских полей, не определяют численные (в единицах заряда электрона) значения зарядов частиц. Отметим, что в рассматриваемой модели так же, как в разд. 2, получить дополнительные соотношения (подобно соотношениям (11)), связывающие гиперзаряды хиггсовских и фермионных полей, невозможно. Дополнительные соотношения могут быть получены из условий сокращения аномалий, которые в рассматриваемом случае имеют вид

$$\begin{gathered}
y_{lL} + y'_{lL} + 3y_{QL} + 3y'_{QL} = 0, \\
3(y_{QL} + y'_{QL}) - (y_{uR} + y'_{uR}) - (y_{dR} + y'_{dR}) - (y_{UR} + y'_{UR}) = 0, \\
3(y_{lL} + y'_{lL}) + 9(y_{QL} + y'_{QL}) - 3[(y_{uR} + y'_{uR}) + (y_{dR} + y'_{dR}) + (y_{UR} + y'_{UR})] - \\
- (y_{eR} + y'_{eR}) - (y_{NR} + y'_{NR}) = 0, \quad (81) \\
3(y_{lL} + y'_{lL})^3 + 9(y_{QL} + y'_{QL})^3 - 3[(y_{uR} + y'_{uR})^3 + (y_{dR} + y'_{dR})^3 + \\
+ (y_{UR} + y'_{UR})^3 - (y_{eR} + y'_{eR})^3 - (y_{NR} + y'_{NR})^3 = 0.
\end{gathered}$$

Из второго соотношения (81) с учетом (80) (или (78)) имеем

$$P_2 = -P_3, \tag{82}$$

что также следует из условия сохранения электрического заряда. Третье соотношение (81) с учетом (82) и условий приводит к выражению

$$y_{QL} + y'_{QL} = -\frac{1}{3}(X_\eta + X'_\eta). \tag{83}$$

С учетом (83) из первого соотношения (81) имеем

$$y_{lL} + y'_{lL} = X_\eta + X'_\eta. \tag{84}$$

Четвертое соотношение (81) приводит к условию

$$X_\eta + X'_\eta = -(X_\rho + X'_\rho), \tag{85}$$

откуда с учетом (82) имеем

$$X_\chi + X'_\chi = 0. \tag{86}$$

В результате для сумм гиперзарядов лептонных и кварковых изомультиплетов получим

$$\begin{gathered}
y_{lL} + y'_{lL} = X_\eta + X'_\eta, \quad y_{eR} + y'_{eR} = 2(X_\eta + X'_\eta), \quad y_{NR} + y'_{NR} = X_\eta + X'_\eta, \\
y_{QL} + y'_{QL} = -\frac{1}{3}(X_\eta + X'_\eta), \quad y_{dR} + y'_{dR} = \frac{2}{3}(X_\eta + X'_\eta), \\
y_{uR} + y'_{uR} = -\frac{4}{3}(X_\eta + X'_\eta), \quad y_{UR} + y'_{UR} = -\frac{1}{3}(X_\eta + X'_\eta).
\end{gathered} \tag{87}$$

Учитывая (87) в (71) и (77), для электрических зарядов лептонов и кварков в рассматриваемой модели имеем:

$$Q_\nu = 0, \quad Q_N = -\frac{1}{2}Q_e, \quad Q_u = \frac{2}{3}Q_e, \quad Q_d = -\frac{1}{3}Q_e, \quad Q_U = \frac{1}{6}Q_e. \tag{88}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного анализа можно прийти к выводу, что в рассматриваемых моделях собственное состояние фотона не содержит вакуумных средних хиггсовских полей, но зависит от гиперзарядов хиггсовских полей [10–12, 18]. Это, в свою очередь, приводит к зависимости полученных в настоящей работе условий квантования (формулы (14), (19), (51), (58) и (80)) от гиперзарядов хиггсовских полей. Очевидно, что если нет этих условий, то нет и квантования электрического заряда частиц, поскольку без этих условий невозможно решить уравнения, следующие из условий сокращения аномалий.

Фиксация хиггсовскими полями гиперзарядов фермионных полей и зависимость условий квантования зарядов от гиперзарядов хиггсовских полей свидетельствуют о необходимости наличия хиггсовских полей для получения квантования электрического заряда частиц в рассматриваемых моделях.

Кроме того, в отличие от результата работы [10] показано, что условия квантования электрического заряда как следующие из P-инвариантности электромагнитного взаимодействия, так и имеющиеся в случае сохранения гиперзаряда в лагранжианах, генерирующих массы фермионов, эквивалентны (условие из работы [3]; см. также [11, 12, 18]).

В общем случае в СМ электрический заряд может быть квантован и фиксирован использованием только одного соотношения, следующего из условий сокращения аномалий и без фиксации гиперзаряда какого-либо изодублета. В этом случае введение правой компоненты нейтрино в модель не приводит к появлению дополнительного параметра в условиях сокращения аномалий, и поэтому нет необходимости введения в теорию майорановского нейтрино.

Эквивалентность условий квантования электрического заряда как следующих из P-инвариантности электромагнитного взаимодействия, так и имеющихся в случае сохранения гиперзаряда из лагранжианов, генерирующих массы фермионов (см. также [11, 12, 18]), дает основание рассматривать хиггсовские поля в качестве возможного механизма объяснения сохранения P-четности в электромагнитных взаимодействиях.

Зависимость условий квантования электрического заряда частиц от гиперзарядов хиггсовских полей, эквивалентность условий квантования электрического заряда, следующих как из лагранжианов взаимодействия, генерирующих массы частиц, так и из P-инвариантности электромагнитного взаимодействия, и факт фиксации хиггсовскими полями гиперзарядов фермионных полей могут быть интерпретированы как новые свойства хиггсовских полей.

Благодарности. Авторы выражают благодарность д-ру Д. Эллису (ЦЕРН), Д. Казакову (ОИЯИ), сотрудникам ЛЯП ОИЯИ и д-ру Т. М. Алиеву за обсуждения результатов работы. Авторы также благодарны R. N. Mohapatra, обратившему наше внимание на работу [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dirac P. A. M.* Quantised Singularities in the Electromagnetic Field // Proc. Roy. Soc. London A. 1931. V. 133. P. 60.
2. *Pati J. C., Salam A.* Lepton Number as the Fourth «Color» // Phys. Rev. D. 1974. V. 10. P. 275; *Georgi H., Glashow S. L.* Unity of All Elementary-Particle Forces // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 438.
3. *He X.-G. et al.* Charge Quantization in Supersymmetric, Technicolor, and Composite Models // Phys. Rev. D. 1989. V. 40. P. 3140.
4. *Babu K. S., Mohapatra R. N.* Is There a Connection between Quantization of Electric Charge and a Majorana Neutrino? // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. P. 938.
5. *Babu K. S., Mohapatra R. N.* Why does Electromagnetism Conserve Parity? // Phys. Rev. D. 1990. V. 42. P. 3866.
6. *Foot R., Lew H., Volkas R. R.* Phenomenology of Quark-Lepton-Symmetric Models // Phys. Rev. D. 1991. V. 44. P. 1531.
7. *Geng C.* Remarks on Charge Quantization of Fermions and Bosons // Phys. Rev. D. 1990. V. 41. P. 1292.
8. *Rudaz S.* Electric-Charge Quantization in the Standard Model // Ibid. P. 2619.
9. *Sadkowski J., Zraek M.* Charge Quantization in the Standard Model with Three Generations of Fermions // Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. 1701.
10. *Dong P. V., Long H. N.* Electric Charge Quantization in $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ Models. hep-ph/0507155v1. 2005.
11. *Abdinov O. B., Khalil-zade F. T., Rzaeva S. S.* Electric Charge Quantization in Standard Model. hep-ph/0807.4359v1.
12. *Abdinov O. B., Khalil-zade F. T., Rzaeva S. S.* $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1) \times U'(1)$ Model of Electroweak Interaction and Electric Charge Quantization // Fizika. 2009. V. 15, No. 1. P. 24.
13. *Adler S. L. R.* Axial-Vector Vertex in Spinor Electrodynamics // Phys. Rev. 1969. V. 177. P. 2426.
14. *Georgi H., Glashow S. L.* The Simplest Grand Unified Model is the $SU(5)$ Model // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 438.
15. *Delbourgo R., Salam A.* The Gravitational Correction to PCAC // Phys. Lett. B. 1972. V. 40. P. 381.
16. *Eguchi T., Freund P.* Quantum Gravity and World Topology // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 37. P. 1251;
    Abbas A. Spontaneous Symmetry Breaking, Quantization of the Electric Charge and the Anomalies // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1990. V. 16. P. L163.
17. *Abbas A.* To Quantize or Not to Quantize Gravity? Physics/0205044v1.
18. *Абдинов О. Б., Халил-заде Ф. Т., Рзаева С. С.* Влияние хиггсовского поля на квантование электрического заряда в модели Вайнберга–Салама // Fizika. 2009. V. 15, No. 2. P. 76.

19. *Lee T. D., Yang C. N.* Possible Interference Phenomena between Parity Doublets // Phys. Rev. 1956. V. 104. P. 254;
Kobzarev V., Okun L., Pomeranchuk I. On the Possibility of Observing Mirror Particles // Sov. J. Nucl. Phys. 1966. V. 3. P. 837.

20. *Pisano F., Pleitez V.* Spontaneous CP Violation in an $SU(3)_L \times U(1)_Y$ Electroweak Model // Phys. Rev. D. 1992. V. 46. P. 410;
Frampton P. H. The Evolution of Animal Micro RNA Function // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. P. 2889;
Foot R. et al. // Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 4158.

21. *Singer M. J., Valle W. F., Schechter J.* LMA MSW Solution in the Minimal $SU(3)_L \times U(1)_N$ Gauge Model // Phys. Rev. D. 1980. V. 22. P. 738.

22. *Montero J. C., Pisano F., Pleitez V.* The Electromagnetic Gauge Invariance in Models of Electroweak Unification Re-examined // Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 2918.

23. *Dias A. G., Pleitez V.* Stabilizing the Invisible Axion in 3-3-1 Models // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 1–4.

24. *Dong P. V., Long H. N., Nhung D. T.* Atomic Parity Violation in the Economical 3-3-1 Model // Phys. Lett. B. 2006. V. 639. P. 527–533.

25. *Ponce W. A., Flores J. B., Sanchez L. A.* Analysis of $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ Local Gauge Theory. hep-ph/0103100v2. 2001.

26. *Long H. N.* Right-Handed Neutrino Currents in the $SU(3)_L \times U(1)_N$ Electroweak Theory. hep-ph/9603258v1. 1996.

27. *Dong P. V., Long H. N., Nhung D. T.* Atomic Parity Violation in the Economical 3-3-1 Model // Phys. Lett. B. 2006. V. 639. P. 527–533; hep-ph /0604199v2. 2006.

28. *Diaz R. A., Martinez R. A., Ochoa F.* The Scalar Sector of the $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ Model // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 41; hep-ph/0309280v2. 2004.

29. *Dong P. V., Long H. N.* $U(1)_Q$ Invariance and $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ Models with Beta Arbitrary // Eur. Phys. J. C. 2005. V. 42; hep-ph/0506022.

30. Particle Data Group // Phys. Lett. B. 2009. V. 667, Iss. 1–5.

Получено 21 октября 2009 г.