

## КИНЕМАТИЧЕСКИЙ ФИТ ДИЛЕПТОННЫХ СОБЫТИЙ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ МАССЫ ТОП-КВАРКА МЕТОДОМ ШАБЛОНОВ

*Дж. Беллеттини<sup>а</sup>, Ю. А. Будагов<sup>б</sup>, Г. В. Велев<sup>в</sup>, В. В. Глаголев<sup>б</sup>,  
И. А. Суслов<sup>б</sup>, М. Тривато<sup>а</sup>, Г. А. Члачидзе<sup>в</sup>*

<sup>а</sup> Национальный институт ядерной физики, Италия  
Физический факультет Пизанского университета, Пиза, Италия

<sup>б</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>в</sup> Национальная лаборатория ускорителей им. Э. Ферми, Батавия, США

Описывается исследование различных модификаций в основанной на кинематическом фите процедуре определения реконструированной массы, проведенное для дилептонных событий с целью улучшить точность измерения массы топ-кварка методом шаблонов. Было показано, что учет зависимости ширины распада топ-кварка от его массы позволяет уменьшить примерно на 20% статистическую ошибку измерения. Также рассматривалась возможность использования трансфер-функций для детального описания связи измеряемых в эксперименте энергетических характеристик  $b$ -струй с импульсами породивших их  $b$ -кварков. Кроме этого, была сделана оценка возможностей модифицированной методики в приложении к «лептон плюс трек» выборке эксперимента CDF.

We describe the results of the study performed with the goal to improve the precision of the top quark mass measurement for the template method on the dilepton sample. The improvement in the statistical uncertainty about 20% is obtained by taking into account the dependence of the top quark decay width vs the top quark mass. Also, the possibility to use the  $b$ -quark transfer functions for the better description of the relation between the  $b$ -quark momentum and the observed jet energy is investigated. In addition, the power estimation of the modified method is performed for the case of the «lepton plus isolated track» sample of the CDF experiment.

PACS: 14.65.Na, 14.65.Fy

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование свойств топ-кварка при его парном рождении в адронных столкновениях характеризуется недостатком экспериментальной информации для однозначной реконструкции события. В настоящее время в экспериментах CDF и DØ используются несколько методик, которые позволяют решать данную трудность для физических измерений [1]. Можно выделить группу методов, в которых при использовании некоторых дополнительных предположений проводится кинематическая реконструкция событий с целью получения переменной (эстиматора), имеющей наибольшую корреляцию с измеряемой величиной. Само измерение выполняется с использованием метода шаблонов.

На основе симулированных данных получают функции, описывающие плотность вероятности для используемого эstimатора при различных значениях измеряемой величины в сигнальных событиях. Также определяется функция плотности вероятности для фоновых событий. Значение измеренной величины соответствует максимуму функции правдоподобия, описывающей вероятность наблюдения экспериментальной выборки на основе полученных функций.

Авторами исследовались возможности дальнейшего развития данной методики. Отправной точкой здесь стал РНИ-метод (Neutrino  $\phi$  Weighting Method). Он активно используется в эксперименте CDF для измерения массы топ-кварка ( $M_t$ ) на дилептонных событиях. В разд. 1 приводится его краткое описание. Более детальное изложение может быть найдено в [2]. В разд. 2 описывается предложенная модификация, позволившая уменьшить на 20 % статистическую ошибку измерений. Данное улучшение было достигнуто путем учета в функционале ( $\chi^2$ ), используемом при вычислении эstimатора, зависимости ширины распада топ-кварка от его массы. Также отметим использование в модифицированном функционале трансфер-функций  $b$ -кварков.

В разд. 3 приводятся результаты тестов методики и оценка ожидаемой статистической ошибки для уровня накопленных данных в эксперименте, соответствующего интегральной светимости  $2 \text{ фб}^{-1}$ . Также приведены оценки влияния на результат измерения основных источников систематической погрешности. Модифицированный РНИ-метод был успешно применен для измерений на «лептон плюс трек» выборке [3, 4].

В данной работе использовались созданные коллаборацией CDF наборы симулированных событий для сигнальных и фоновых процессов [2]. При их получении после генерации исходных процессов моделировались отклики детекторов установки CDF. Последующая обработка этой информации проводилась по тем же алгоритмам, что и для экспериментальных данных.

## 1. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ РНИ-МЕТОДА

**1.1. Используемые при кинематическом фите информация о событии и основные предположения.** При реконструкции событий с дилептонной сигнатурой мы предполагаем процесс, в котором  $t$ - и  $\bar{t}$ -кварки имеют похожие цепочки распадов:

$$t\bar{t} \longrightarrow W^+b + W^-\bar{b} \longrightarrow l^+\nu b + l'^-\bar{\nu}'\bar{b}. \quad (1)$$

Здесь символ  $l$  соответствует электрону или мюону:  $l = e, \mu$ .

Для анализа доступны направления и величины энергий (импульсов) лептонов и струй в событии. Направления задаются полярным и азимутальным углами ( $\theta$  и  $\phi$ ). Мы используем здесь цилиндрическую координатную систему с направленной вдоль протонного пучка осью  $z$ . Часто вместо полярного угла задается псевдобыстрота:  $\eta \equiv -\ln [\text{tg}(\theta/2)]$ . Кроме энергии и импульса частицы ( $E$  и  $p$ ) используются поперечные энергия и импульс:  $E_T \equiv E \cdot \sin(\theta)$  и  $P_T \equiv p \cdot \sin(\theta)$ . Возможно определить двумерный вектор внекластерной энергии ( $UE^x, UE^y$ ):

$$UE^x \equiv \sum_i E_i \sin(\theta_i) \cos(\phi_i), \quad UE^y \equiv \sum_i E_i \sin(\theta_i) \sin(\phi_i). \quad (2)$$

Здесь суммирование проводится по сегментам калориметра, энерговыделение в которых не связано с определенными в событии лептонами и струями. Дополнительно определим вектор недостающей поперечной энергии ( $\cancel{E}_T^x, \cancel{E}_T^y$ ):

$$\begin{aligned}\cancel{E}_T^x &\equiv - \sum_l E_l^x - \sum_j E_j^x - UE^x, \\ \cancel{E}_T^y &\equiv - \sum_l E_l^y - \sum_j E_j^y - UE^y.\end{aligned}\quad (3)$$

Индекс  $l$  пробегает значения, соответствующие лептонам в событии, индекс  $j$  — для струй.

Детали отбора дилептонных событий могут быть найдены в [2]. Мы лишь ограничимся перечислением особенностей дилептонной сигнатуры. В таких событиях должны наблюдаться два лептона (электрона или мюона) с большим значением поперечной энергии и разными зарядами. Также должны быть зарегистрированы две или более струи. Из-за наличия двух нейтрино наблюдается недостающая поперечная энергия в событии.

Дополнительно при реконструкции событий мы предполагаем, что две струи с наибольшими  $E_T$  соответствуют  $b$ -кваркам от распадов  $t$ - и  $\bar{t}$ -кварков. При этом мы должны брать в расчет оба варианта соотношения  $b$ -кварков и наблюдаемых струй. Отметим, что около 68% всех  $t\bar{t}$ -событий (при  $M_t = 175$  ГэВ/ $c^2$ ), прошедших дилептонный отбор, удовлетворяют гипотезе (1) и данному предположению.

Из-за наличия двух нейтрино число переменных превышает на единицу число связей. Необходимы 24 переменных (4-импульсы шести частиц в конечном состоянии), чтобы полностью определить кинематику  $t\bar{t}$ -события. В эксперименте измеряются 12 величин (импульсы лептонов и  $b$ -кварков). Знание масс лептонов и  $b$ -кварков и нулевая масса покоя нейтрино определяют шесть связей. Закон сохранения импульса для  $x$ - и  $y$ -направлений дает еще два соотношения. Дополнительно три предположения о  $t\bar{t}$ - и  $W$ -распадах увеличивают число связей до 23:

$$m(bl^+\nu) = m(\bar{b}l^-\bar{\nu}), \quad m(l^+\nu) = m(W^+), \quad m(l^-\bar{\nu}) = m(W^-). \quad (4)$$

Чтобы сделать возможным фит, нам нужно определить еще как минимум две переменные. Для этого фиксируются значения  $\phi^{\nu_1}$  и  $\phi^{\nu_2}$ . Таким образом, мы уже не можем довольствоваться одним результатом минимизации. Множество возможных значений ( $\phi^{\nu_1}, \phi^{\nu_2}$ ) определяет множество возможных минимумов (конфигураций), которые нужно брать в расчет. Дополнительную информацию представляет собой значение  $\chi^2$  для конфигурации. Это значение определяет ее правдоподобность и используется для задания веса.

**1.2. Определение  $\chi^2$ .** В используемом  $\chi^2$  можно выделить две части:

$$\chi^2 = \chi_{\text{res}}^2 + \chi_{\text{constr}}^2. \quad (5)$$

Первый член связан с экспериментальной информацией:

$$\chi_{\text{res}}^2 = \sum_{l=1}^2 \frac{(P_T^l - \widetilde{P}_T^l)^2}{\sigma_{P_T}^l} + \sum_{j=1}^2 \frac{(P_T^j - \widetilde{P}_T^j)^2}{\sigma_{P_T}^j} + \sum_{i=x,y} \frac{(UE^i - \widetilde{UE}^i)^2}{\sigma_{UE}^i}. \quad (6)$$

Здесь первая сумма — по лептонам в событии, вторая — по двум струям с наибольшими  $E_T$ . Третья сумма означает суммирование по  $x$ - и  $y$ -составляющим.  $\sigma_{P_T}^l$ ,  $\sigma_{P_T}^j$  и  $\sigma_{UE}^i$

задают точности измерений. Знаком «тильда» отмечены измеренные величины. Заметим, что если событие имеет более двух струй, то энерговыделение от струй, не вошедших во вторую сумму, учитывается при расчете внекластерной энергии.

Связи (4) принимаются во внимание в  $\chi^2_{\text{constr}}$ :

$$\chi^2_{\text{constr}} = \frac{(m_{l_1\nu_1} - M_W)^2}{\Gamma_W^2} + \frac{(m_{l_2\nu_2} - M_W)^2}{\Gamma_W^2} + \frac{(m_{j_1l_1\nu_1} - m_t)^2}{\Gamma_t^2} + \frac{(m_{j_2l_2\nu_2} - m_t)^2}{\Gamma_t^2}. \quad (7)$$

Здесь  $M_W$  равно массе  $W$ -бозона. Константы  $\Gamma_W$  и  $\Gamma_t$  учитывают ширины распадов  $W$  и топ-кварка. Переменная  $m_t$  соотносится с массой топ-кварка.

При минимизации  $\chi^2$  варьируются следующие переменные:  $m_t$ ,  $p_z^{\nu_1}$ ,  $p_z^{\nu_2}$ ,  $P_T^{l_1}$ ,  $P_T^{l_2}$ ,  $P_T^{j_1}$ ,  $P_T^{j_2}$ ,  $UE^x$ ,  $UE^y$ . Как легко видеть, три первые переменные являются свободными параметрами, в то время как остальные ограничены связями в  $\chi^2_{\text{res}}$ . Направления вылета лептонов и  $b$ -кварков принимаются равными измеренным и не варьируются.

Для вычисления поперечных импульсов нейтрино используется следующая система линейных уравнений:

$$\begin{cases} P_T^{\nu_1} \cos(\phi^{\nu_1}) + P_T^{\nu_2} \cos(\phi^{\nu_2}) = \mathcal{E}_T^x, \\ P_T^{\nu_1} \sin(\phi^{\nu_1}) + P_T^{\nu_2} \sin(\phi^{\nu_2}) = \mathcal{E}_T^y. \end{cases} \quad (8)$$

Решая ее, получаем

$$\begin{aligned} p_x^{\nu_1} &\equiv P_T^{\nu_1} \cos(\phi^{\nu_1}) = \frac{\mathcal{E}_T^x \sin(\phi^{\nu_2}) - \mathcal{E}_T^y \cos(\phi^{\nu_2})}{\sin(\phi^{\nu_2} - \phi^{\nu_1})} \cos(\phi^{\nu_1}), \\ p_y^{\nu_1} &\equiv P_T^{\nu_1} \sin(\phi^{\nu_1}) = \frac{\mathcal{E}_T^x \sin(\phi^{\nu_2}) - \mathcal{E}_T^y \cos(\phi^{\nu_2})}{\sin(\phi^{\nu_2} - \phi^{\nu_1})} \sin(\phi^{\nu_1}), \\ p_x^{\nu_2} &\equiv P_T^{\nu_2} \cos(\phi^{\nu_2}) = \frac{\mathcal{E}_T^x \sin(\phi^{\nu_1}) - \mathcal{E}_T^y \cos(\phi^{\nu_1})}{\sin(\phi^{\nu_1} - \phi^{\nu_2})} \cos(\phi^{\nu_2}), \\ p_y^{\nu_2} &\equiv P_T^{\nu_2} \sin(\phi^{\nu_2}) = \frac{\mathcal{E}_T^x \sin(\phi^{\nu_1}) - \mathcal{E}_T^y \cos(\phi^{\nu_1})}{\sin(\phi^{\nu_1} - \phi^{\nu_2})} \sin(\phi^{\nu_2}). \end{aligned} \quad (9)$$

Решений системы (8) не существует при  $\phi^{\nu_1} - \phi^{\nu_2} = k \cdot \pi$ , где  $k$  — целое число.

Для минимизации нами используется пакет программ MINUIT [5]. Заметим, что как следствие особенностей кинематики  $W \rightarrow l\nu$  распада  $\chi^2$  может иметь до четырех минимумов. Для их нахождения мы выполняем минимизацию четыре раза при различных начальных значениях  $p_z^{\nu_1}$  и  $p_z^{\nu_2}$ <sup>1</sup>. Таким образом, с учетом двух возможных соотношений наблюдаемых струй и  $b$ -кварков мы получаем восемь конфигураций для отдельной точки на плоскости  $(\phi^{\nu_1}, \phi^{\nu_2})$ .

<sup>1</sup>Значения, с которых программа начинает поиск минимума (5), задаются следующим образом. Для переменных  $P_T^{l_1}$ ,  $P_T^{l_2}$ ,  $P_T^{j_1}$ ,  $P_T^{j_2}$ ,  $UE^x$ ,  $UE^y$  они выставляются равными измеренным в эксперименте величинам. Требование  $m(l\nu) = M_W$  приводит к квадратному уравнению для  $p_z^{\nu}$ . Решая его для двух лептон-нейтринопар, мы получаем по два варианта начальных значений для каждой из переменных  $p_z^{\nu_1}$  и  $p_z^{\nu_2}$ . Для  $m_t$  берется значение 175 ГэВ/ $c^2$  как середина интервала масс [159, 191] ГэВ/ $c^2$ , для которого мы определяем и испытываем процедуру измерения.

**1.3. Нахождение множества конфигураций на плоскости  $(\phi^{\nu_1}, \phi^{\nu_2})$ .** Как легко видеть, решения (9) обладают симметрией при повороте по углу  $\phi^{\nu_1}$  (или  $\phi^{\nu_2}$ ) на  $\pi$ :

$$\phi^{\nu_1(\nu_2)} = \phi^{\nu_1(\nu_2)} + \pi \implies p'_{x,y}{}^{\nu_1(\nu_2)} = p_{x,y}{}^{\nu_1(\nu_2)} \text{ и } P_T^{\nu_1(\nu_2)} = -P_T^{\nu_1(\nu_2)}. \quad (10)$$

Для четырех точек  $(\phi^{\nu_1}, \phi^{\nu_2})$ ,  $(\phi^{\nu_1} + \pi, \phi^{\nu_2})$ ,  $(\phi^{\nu_1}, \phi^{\nu_2} + \pi)$ ,  $(\phi^{\nu_1} + \pi, \phi^{\nu_2} + \pi)$  результаты минимизации  $\chi^2$  (5) будут одинаковы. Из (10) следует, что  $P_T^{\nu_1}$  и  $P_T^{\nu_2}$  принимают одновременно положительные значения только в одной из этих точек. Для остальных трех точек полученные конфигурации не имеют физического смысла.

Отсюда следует, что достаточно определить множество конфигураций для квадранта  $(0 < \phi^{\nu_1} < \pi, 0 < \phi^{\nu_2} < \pi)$ . Для этого квадрант разбивается на  $12 \times 12$  частей. В каждой части определяется точка, на которой и выполняется минимизация. Таким образом, всего мы получаем 1152 конфигурации  $C_{ijk}$  и соответствующих им  $\chi_{ijk}^2$  ( $i = 1,12; j = 1,12; k = 1,8$ ). Здесь  $C$  определяется как 9-компонентный вектор:

$$C \equiv (m_t, p_z^{\nu_1}, p_z^{\nu_2}, P_T^{l_1}, P_T^{l_2}, P_T^{j_1}, P_T^{j_2}, UE^x, UE^y). \quad (11)$$

Для каждой точки мы выбираем  $C$  с наименьшим  $\chi^2$ . Т.е. для дальнейшего анализа берутся 144 конфигурации  $C_{ij}$  и соответствующих  $\chi_{ij}^2$  ( $i = 1,12; j = 1,12$ ).

**1.4. Вес конфигураций и определение эстиматора для  $M_t$ .** Каждой из 144 конфигураций присваивается вес согласно ее  $\chi^2$ :

$$w_{ij} = \exp\left(-\frac{\chi_{ij}^2}{2}\right). \quad (12)$$

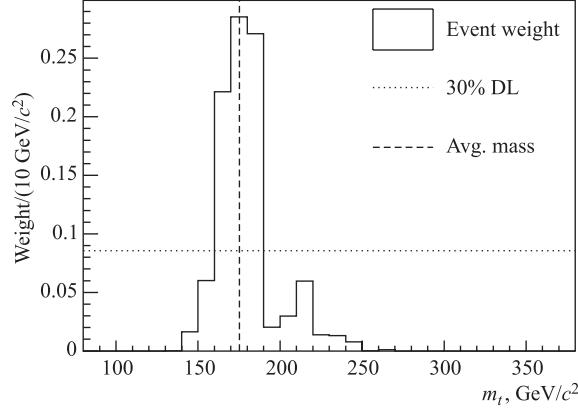
Для вычисления нашего эстиматора мы будем использовать массы  $m_t^{ij}$ . Возможно переопределить вес для  $m_t^{ij}$ , учитывая, насколько данная масса соответствует наиболее вероятному в событии значению:

$$w'_{ij} = \begin{cases} 0, & \mathcal{W}(m_t^{ij}) < DL, \\ w_{ij}, & \mathcal{W}(m_t^{ij}) > DL. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь  $\mathcal{W}(m_t^{ij})$  – суммарный вес масс для бина, в который попадает  $m_t^{ij}$  (рис. 1). Уровень дискриминации DL равен 30% от максимального значения  $\mathcal{W}(m_t^{ij})$ . Наши тесты на симулированных событиях показали, что такой выбор для DL наиболее оптимален по отношению к ожидаемой статистической ошибке.

Эстиматор  $m_{\text{rec}}$  определяется как среднее взвешенное полученных масс:

$$m_{\text{rec}} = \frac{\sum_{ij} w'_{ij} m_t^{ij}}{\sum_{ij} w'_{ij}}. \quad (14)$$


 Рис. 1. Пример распределения масс  $m_t^{ij}$  с учетом весов (12) для отдельного  $t\bar{t}$ -события

**1.5. Определение функции правдоподобия.** Пусть  $f_s(m_{\text{rec}}|M_t, \alpha)$  — функция плотности вероятности для переменной  $m_{\text{rec}}$  в  $t\bar{t}$ -событиях при массе топ-кварка  $M_t$ . Вектор  $\alpha$  есть набор параметров, которые задают  $f_s$ . Аналогично,  $f_b(m_{\text{rec}}|\beta)$  есть функция плотности вероятности для фоновых событий, определяемая набором параметров  $\beta$ . Используя симулированные данные, мы можем оценить значения наших параметров  $\alpha_0, \beta_0$  вместе с их ковариантными матрицами  $U$  и  $V$ . Задав их, можно определить функцию правдоподобия  $\mathcal{L}(M_t, n_s, n_b, \alpha, \beta)$  следующим образом:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{shape}} \mathcal{L}_{\text{backgr}} \mathcal{L}_{\text{param}}, \quad (15)$$

$$\mathcal{L}_{\text{shape}} = \frac{e^{-(n_s+n_b)} (n_s+n_b)^N}{N!} \prod_{n=1}^N \frac{n_s f_s(m_{\text{rec}}^n | M_t, \alpha) + n_b f_b(m_{\text{rec}}^n | \beta)}{n_s + n_b}, \quad (16)$$

$$\mathcal{L}_{\text{backgr}} = \exp\left(-\frac{(n_b - n_b^0)^2}{2\sigma_{n_b^0}^2}\right), \quad (17)$$

$$\mathcal{L}_{\text{param}} = \exp\{-0,5[(\alpha - \alpha_0)^T U^{-1}(\alpha - \alpha_0) + (\beta - \beta_0)^T V^{-1}(\beta - \beta_0)]\}. \quad (18)$$

Здесь  $N$  — число событий в экспериментальной выборке;  $n_s$  и  $n_b$  задают ожидаемые количества для сигнальных и фоновых событий. При этом ожидаемое число фоновых событий ( $n_b^0$ ) известно с точностью  $\sigma_{n_b^0}$ .

Таким образом, наиболее вероятная масса топ-кварка  $M_{\text{top}}$  может быть найдена как максимум функции правдоподобия (15). Ошибки измерения  $e^+$  и  $e^-$  оцениваются как величины интервалов справа и слева от  $M_{\text{top}}$ , на которых функция  $-\ln(\mathcal{L})$  увеличивается на 0,5. Заметим, что кроме статистических погрешностей ошибки  $e^+$  и  $e^-$  учитывают неопределенности для  $n_s, n_b, \alpha, \beta$ .

## 2. МОДИФИКАЦИИ РНИ-МЕТОДА

**2.1. Использование зависимости ширины распада топ-кварка от его массы при вычислении эstimатора.** В работе [2] ширина распада топ-кварка принималась постоянной величиной в (7), и, таким образом, ее зависимость от массы не использовалась при вычислении эstimатора. Нами исследовалось, насколько учет данной зависимости может улучшить точность измерения.

Для описания распадов  $W$ -бозонов и топ-кварков в  $\chi^2_{\text{constr}}$  были взяты распределения Брейта–Вигнера:

$$\chi^2_{\text{constr}} = -2 \ln[\mathcal{P}_{\text{BW}}(m_{l_1\nu_1}|M_W, \Gamma_W)] - 2 \ln[\mathcal{P}_{\text{BW}}(m_{l_2\nu_2}|M_W, \Gamma_W)] - \\ - 2 \ln[\mathcal{P}_{\text{BW}}(m_{j_1l_1\nu_1}|m_t, \Gamma_t)] - 2 \ln[\mathcal{P}_{\text{BW}}(m_{j_2l_2\nu_2}|m_t, \Gamma_t)]. \quad (19)$$

Здесь  $\mathcal{P}_{\text{BW}}$  — релятивистское распределение Брейта–Вигнера:

$$\mathcal{P}_{\text{BW}}(m_{\text{inv}}|M, \Gamma) \sim \frac{1}{(m_{\text{inv}}^2 - M^2)^2 + M^2\Gamma^2}. \quad (20)$$

При этом  $\Gamma_t$  является функцией  $m_t$  [6]:

$$\Gamma_t(m_t) = \frac{G_F}{8\sqrt{2}\pi} m_t^3 \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2}\right)^2 \left(1 + 2\frac{M_W^2}{m_t^2}\right), \quad (21)$$

где  $G_F$  — константа Ферми. Рис. 2 иллюстрирует данную зависимость.

Поскольку  $m_t$  и  $\Gamma_t$  — переменные в  $\chi^2_{\text{constr}}$ , мы не можем опустить нормировочный член для (20) при вычислении относящихся к распадам топ-кварков 3-го и 4-го слагаемых в (19). Условие нормировки задается следующим образом:

$$\int \mathcal{P}_{\text{BW}}(m_{\text{inv}}|M, \Gamma) dm_{\text{inv}} = \text{const}. \quad (22)$$

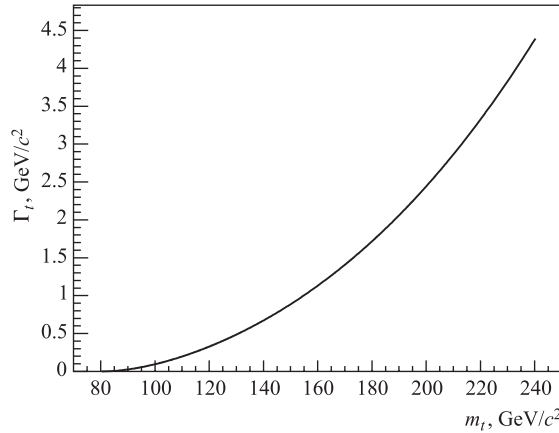


Рис. 2. Зависимость ширины распада топ-кварка от его массы согласно (21)

Отсюда можно получить следующее выражение для  $\mathcal{P}_{\text{BW}}$ :

$$\mathcal{P}_{\text{BW}}(m_{\text{inv}}|M, \Gamma) = \frac{M^2 \Gamma}{(m_{\text{inv}}^2 - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2}. \quad (23)$$

Как это иллюстрирует рис. 3, а, такое распределение делает меньшие  $m_t$  более предпочтительными при фите. Также рассмотрим здесь другое выражение для  $\mathcal{P}_{\text{BW}}$ , при котором такое влияние на фит исключается (рис. 3, б):

$$\mathcal{P}_{\text{BW}}(m_{\text{inv}}|M, \Gamma) = \frac{M^2 \Gamma^2}{(m_{\text{inv}}^2 - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2}. \quad (24)$$

Определив два выражения для  $\mathcal{P}_{\text{BW}}$ , мы получили два возможных  $\chi^2$  (5) с переопределенным согласно (19)  $\chi_{\text{constr.}}^2$ . Наш  $\chi^2$  с  $\mathcal{P}_{\text{BW}}$ , как в (23), будем обозначать  $\chi_a^2$ . Для  $\chi^2$  с  $\mathcal{P}_{\text{BW}}$ , как в (24), используем символ  $\chi_b^2$ . Очевидно соотношение

$$\chi_a^2 = \chi_b^2 + 4 \ln(\Gamma_t) + 4 \ln(\Gamma_W). \quad (25)$$

Распределения возвращаемых фитом масс для симулированных событий в этих двух случаях показаны на рис. 4. Здесь дополнительная информация от генератора события использовалась для разрешения неопределенностей в конфигурации и для получения точных значений импульсов частиц, которые были вводными процедуры минимизации. Как легко видеть, при использовании выражения (23) распределения смещены в сторону меньших масс по сравнению со значением исходной массы топ-кварка, в то время как при (24) они хорошо соответствуют этой величине.

Заметим, что в случае  $\chi_a^2$  результат фита соответствует наиболее вероятному конечному состоянию частиц, которое может быть представлено в виде точки 9-мерного фазового пространства варьируемых переменных. Лучшей оценкой для массы топ-кварка должна быть наиболее вероятная масса, которую можно определить как максимум следующей функции:

$$\mathcal{P}(m_t) = \int \exp[-0,5\chi_a^2] dp_z^{\nu_1} dp_z^{\nu_2} dP_T^{l_1} dP_T^{l_2} dP_T^{j_1} dP_T^{j_2} dU E^x dU E^y. \quad (26)$$

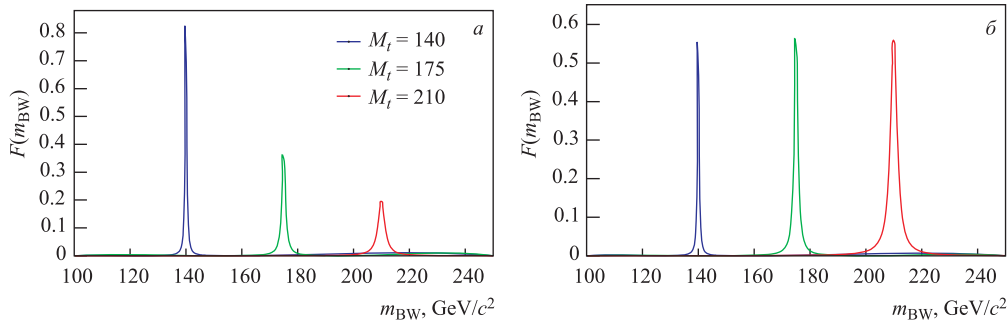


Рис. 3. Релятивистское распределение Брейта-Вигнера при значениях массы топ-кварка 140, 175, 210 ГэВ/с<sup>2</sup>: а) как определено в (23); б) как определено в (24)



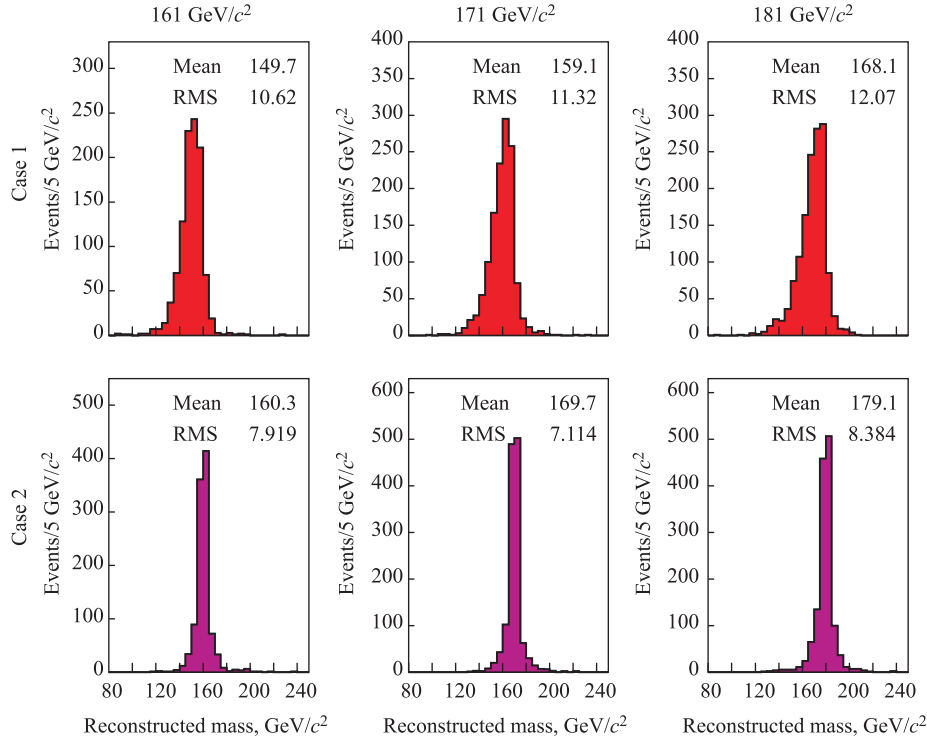


Рис. 4. Распределения масс, возвращаемых кинематическим фитом, при точных значениях 4-импульсов частиц на входе. Использовались симулированные события при трех различных массах топ-кварка  $M_t = 161, 171, 181 \text{ ГэВ}/c^2$ .  $\chi^2_{\text{const}}$  брался согласно (19) с выражениями для функции Брейта–Вигнера (23) (вверху) и (24) (внизу)

Минимизируя  $\chi_b^2$ , мы получаем конфигурации с массой  $m_t$ , близкой к наиболее вероятной массе. Это происходит из-за наличия дополнительного по сравнению с  $\chi_a^2$  слагаемого  $-4 \ln(\Gamma_t)$ . В то же время стоило бы ожидать, что  $\chi_a^2$  окажется более эффективным при отборе и взвешивании конфигураций, так как здесь мы должны учитывать вероятности полученных конечных состояний.

Мы сравнили четыре стратегии получения, отбора и взвешивания конфигураций. Одна из них в точности повторяет исходную методику, описанную в предыдущем разделе, три остальные представляют собой варианты с модифицированным  $\chi^2$  (табл. 1). Ожидаемая статистическая ошибка, полученная из большого числа псевдоэкспериментов, использовалась для определения лучшей стратегии. В псевдоэксперименте значения реконструированных масс ( $m_{\text{rec}}^n$ ,  $n = 1, \dots, N$ ) брались случайным образом согласно имеющемуся шаблону. Здесь шаблоном мы называем гистограмму распределения переменной  $m_{\text{rec}}$  для одной исходной массы топ-кварка, полученную из достаточно большого числа симулированных событий (как правило, нескольких тысяч  $t\bar{t}$ -событий, прошедших дилептонный отбор). Число событий в псевдоэксперименте  $N$  разыгрывалось согласно распределению Пуассона со средним, равным ожидаемому числу сигнальных событий в выборке, соответствующей первым  $340 \text{ пб}^{-1}$  накопленных данных [2]. Каждый раз, используя

Таблица 1. Рассматриваемые варианты получения, отбора и взвешивания конфигураций

Вариант		Используемый $\chi^2$	
№	Обозначение	при фите	при отборе и взвешивании
1	Case 0	Как в разд. 1	
2	Case A	$\chi_b^2$	$\chi_b^2$
3	Case B	$\chi_a^2$	$\chi_a^2$
4	Case C	$\chi_b^2$	$\chi_a^2$

функцию правдоподобия (15), мы получали измеренную массу  $M_{top}$  и ошибки  $e^+$ ,  $e^-$ . Нами строились пул-распределения, подобно описанным в п. 3.2, с целью проверки правильности данной процедуры. Ожидаемая статистическая погрешность определялась как среднее симметризованной ошибки

$$e \equiv \frac{e^+ + e^-}{2} \quad (27)$$

в псевдоэкспериментах. Полученные значения при различных исходных массах топ-кварка для исследуемых стратегий фита, отбора и взвешивания конфигураций показаны на рис. 5. Как видно из рисунка, наиболее оптимальная стратегия соответствует варианту, обозначенному как «Case C» в табл. 1. В этом случае мы можем ожидать улучшение около 20 % для статистической ошибки измерения по сравнению с используемым ранее подходом («Case 0» в табл. 1). Исходя из этого нами был взят вариант «Case C» для при-

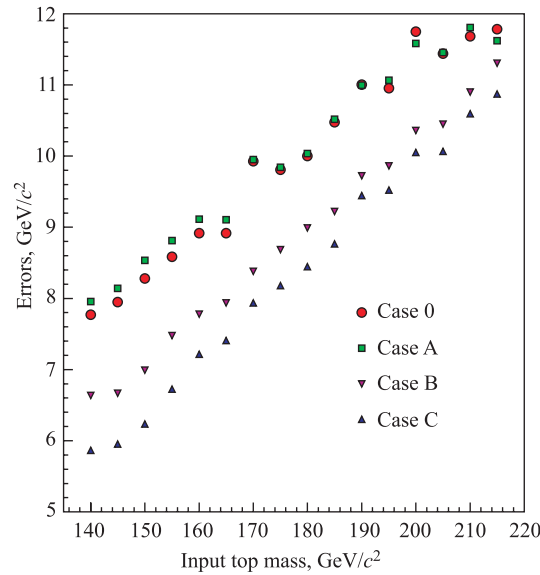


Рис. 5. Ожидаемая статистическая ошибка при различных исходных массах топ-кварка для четырех стратегий фита, отбора и взвешивания конфигураций (см. табл. 1)

ложения к экспериментальным данным в измерении массы топ-кварка. В последующем материале данной статьи мы подразумеваем использование именно этого варианта, если иное не оговорено специально.

**2.2. Использование трансфер-функций  $b$ -кварков.** В качестве исходной экспериментальной информации об энергиях партонов после взаимодействия мы имеем измеренные в детекторе энерговыделения струй. Затем эти энергии поправляются на эффекты от неоднородности и нелинейности отклика калориметра, дополнительного вклада в энерговыделение из-за фона, потерь за конусом струи и т. д. Данные поправки предполагают, что струя произошла от «обобщенного» партона, т. е. они не учитывают специфику отдельных ароматов. Так струи от  $b$ -кварков в результате полуплептонных распадов часто содержат мюоны и нейтрино, которые уносят энергию из калориметра. В этом случае энергия партона будет недооценена. Данный эффект не приводит к систематическому сдвигу результата в случае шаблонного метода и ранее нами не учитывался [2]. В ряде других работ используются дополнительные поправки для энергий струй в зависимости от предположения об инициировавших их партонах (например, [7]). Нами исследовалась возможность улучшить статистическое разрешение метода путем введения для  $b$ -кварков специальных трансфер-функций, позволяющих детально описать связь наблюдаемых и переменных на партонном уровне.

Определим трансфер-функцию  $\mathcal{F}_{\text{TF}}(P_T^{b\text{-quark}}|P_T^{\text{jet}}, |\eta^{\text{jet}}|)$  как плотность вероятности измерить значение поперечного импульса  $P_T^{\text{jet}}$  для струи, порожденной  $b$ -кварком с поперечным импульсом  $P_T^{b\text{-quark}}$ . В силу симметрий по полярному и азимутальному углам зависимость  $\mathcal{F}_{\text{TF}}$  от направления струи сводится к зависимости от  $|\eta^{\text{jet}}|$ . Направление вылета  $b$ -кварка мы считаем равным измеренному и зависимость трансфер-функции от него во внимание не принимается.

Разобьем плоскость  $(P_T^{\text{jet}}, |\eta^{\text{jet}}|)$  на бины и в каждом бине отдельно определим трансфер-функцию  $[\mathcal{F}_{\text{TF}}^{k,m}(P_T^{b\text{-quark}}); k = 1, \dots, N_{P_T^{\text{jet}}}; m = 1, \dots, N_{|\eta^{\text{jet}}|}]$ . Аналогичным образом возможно построить трансфер-функцию  $\mathcal{W}_{\text{TF}}^{k,m}$  для переменной

$$\xi \equiv \frac{P_T^{b\text{-quark}} - P_T^{\text{jet}}}{P_T^{\text{jet}}}. \quad (28)$$

Связь функций задается следующим выражением:

$$\mathcal{F}_{\text{TF}}^{k,m}(P_T^{b\text{-quark}}) = \frac{1}{P_T^{\text{jet}}} \mathcal{W}_{\text{TF}}^{k,m}(\xi). \quad (29)$$

Для описания  $\mathcal{W}_{\text{TF}}^{l,m}$  мы использовали комбинацию из функции Ландау и двух гауссианов, задаваемую восемью параметрами  $\gamma_1^{k,m}, \dots, \gamma_8^{k,m}$ :

$$\mathcal{W}_{\text{TF}}^{k,m}(\xi) = \mathcal{W}_{\text{TF}}(\xi|\gamma^{k,m}), \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\text{TF}}(\xi|\gamma) = & \frac{\gamma_7\gamma_6}{\sqrt{2\pi}\gamma_2} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{\xi - \gamma_1}{\gamma_2} + \exp \left( -\frac{\xi - \gamma_1}{\gamma_2} \right) \right) \right] + \\ & + \frac{\gamma_7(1 - \gamma_6)}{\sqrt{2\pi}\gamma_5} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{\xi - \gamma_4}{\gamma_5} \right)^2 \right] + \frac{(1 - \gamma_7)}{\sqrt{2\pi}\gamma_3} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{\xi - \gamma_8}{\gamma_3} \right)^2 \right]. \quad (31) \end{aligned}$$

Наборы параметров  $\gamma^{k,m}$  были получены из требования минимума следующих функционалов:

$$\chi_{\text{TF}}^2{}^{k,m}(\gamma) = -2 \sum_{i=1}^{N^{k,m}} \frac{1}{n^m(P_T^{b\text{-quark } i})} \ln[\mathcal{W}_{\text{TF}}(\xi^i|\gamma)]. \quad (32)$$

Здесь суммирование проводится по отобраным из симулированных событий  $b$ -кваркам, породившим струи, характеристики которых попадают в бин плоскости  $(P_T^{\text{jet}}, |\eta^{\text{jet}}|)$ , задаваемый индексами  $k, m$ . Величина, обратная значению плотности  $b$ -кварков  $n^m(P_T^{b\text{-quark}})$ , определяет вес для получения трансфер-функций, соответствующих равномерному по  $P_T^{b\text{-quark}}$  распределению.

Мы задавали три  $|\eta^{\text{jet}}|$ -интервала:  $|\eta^{\text{jet}}| < 0,7$ ,  $0,7 < |\eta^{\text{jet}}| < 1,3$  и  $1,3 < |\eta^{\text{jet}}| < 2,0$ . Разбиение на бины шириной 10 ГэВ/с использовалось для  $P_T^{\text{jet}}$  от 30 до 190 ГэВ/с при

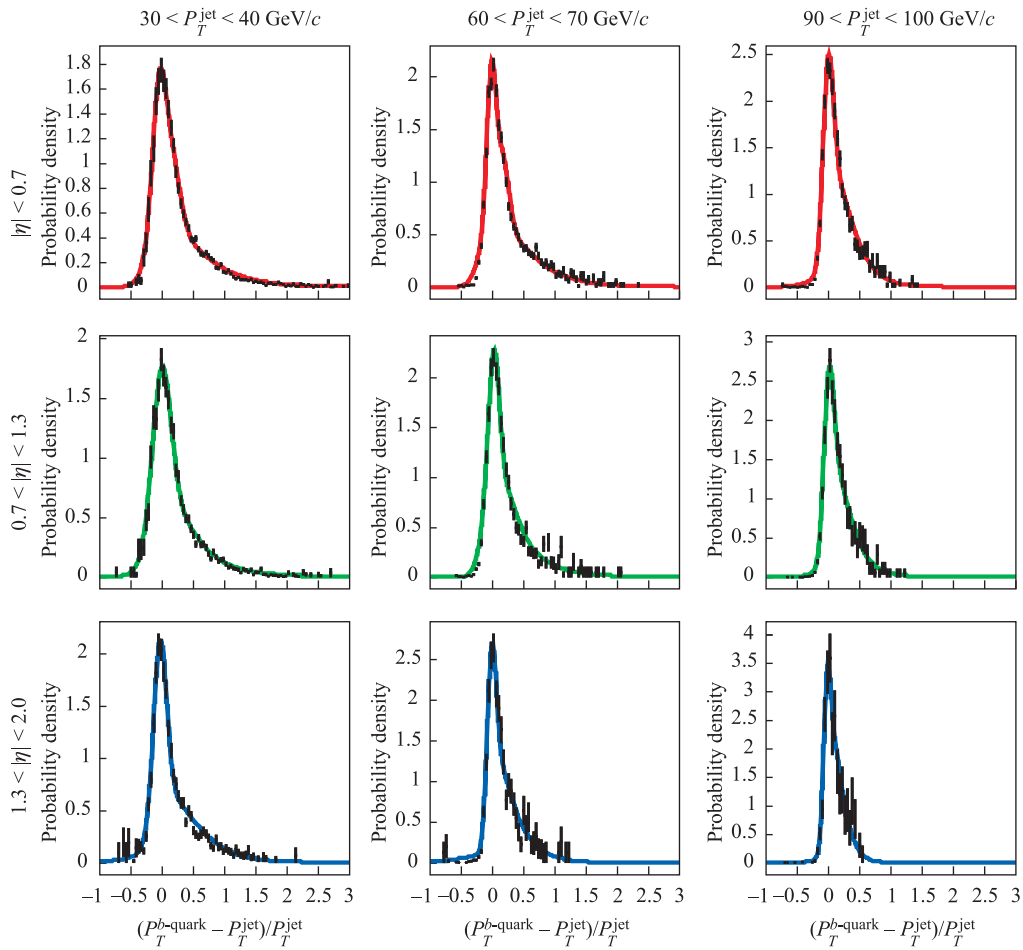


Рис. 6. Примеры трансфер-функций  $\mathcal{W}_{\text{TF}}^{k,m}(\xi)$ . Точки с ошибками определены с использованием симулированных  $t\bar{t}$ -событий. Сплошной линией показаны фитирующие функции (31)

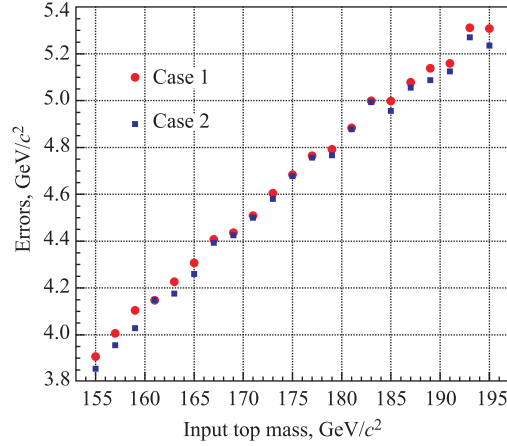


Рис. 7. Ожидаемые статистические ошибки для различных исходных масс топ-кварка, соответствующие  $\chi_{\text{res}}^2$  без трансфер-функций (6) (Case 1) и с их использованием (33) (Case 2)

$|\eta^{\text{jet}}| < 0,7$ , до 150 ГэВ/с при  $0,7 < |\eta^{\text{jet}}| < 1,3$  и до 110 ГэВ/с при  $1,3 < |\eta^{\text{jet}}| < 2,0$ . Также дополнительные бины задавались для  $P_T^{\text{jet}}$  больше или меньше данных значений. Примеры полученных функций показаны на рис. 6.

С учетом полученного набора трансфер-функций переопределим  $\chi_{\text{res}}^2$  в (5):

$$\chi_{\text{res}}^2 = \sum_{l=1}^2 \frac{(P_T^l - \widetilde{P}_T^l)^2}{\sigma_{P_T}^l} - \sum_{j=1}^2 2 \ln \left[ \mathcal{W}_{\text{TF}}^{k(j), m(j)}(\xi^j) \right] + \sum_{i=x,y} \frac{(UE^i - \widetilde{UE}^i)^2}{\sigma_{UE}^i}. \quad (33)$$

Нами сравнивались ожидаемые статистические ошибки, соответствующие  $\chi_{\text{res}}^2$ , как в (6) и как в (33). Для этого, подобно описанному в пункте 2.1, проводились псевдоэксперименты. Число событий в отдельном псевдоэксперименте разыгрывалось согласно распределению Пуассона со средним, равным ожидаемому числу сигнальных событий в выборке, соответствующей  $1 \text{ fb}^{-1}$  накопленных данных [3]. Для проверки правильности получаемых значений масс и их ошибок нами строились пул-распределения. Ожидаемые статистические ошибки для различных исходных масс топ-кварка показаны на рис. 7. Как это видно из рисунка, использование трансфер-функций не приводит к ощутимому улучшению в разрешении метода. Наблюдалось только небольшое ( $\sim 1\%$ ) уменьшение величины ожидаемой статистической ошибки.

При применении метода на экспериментальных данных [3, 4] мы использовали  $\chi_{\text{res}}^2$ , как в (33), т. е. включающий трансфер-функции. В последующем материале данной статьи мы будем подразумевать именно этот  $\chi_{\text{res}}^2$ , если иное не оговорено специально.

### 3. ПРИЛОЖЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО РНИ-МЕТОДА В ЭКСПЕРИМЕНТЕ CDF

**3.1. Сигнальные и фоновые функции плотности вероятности.** Рассмотрим более детально приложение метода в эксперименте CDF. Для вычисления функции правдоподобия  $\mathcal{L}$  нам нужно знать функции плотности вероятности сигнальных и фоновых событий  $f_s(m_{\text{rec}} | M_t, \alpha)$  и  $f_b(m_{\text{rec}} | \beta)$ .

При определении  $f_s(m_{\text{rec}}|M_t, \alpha)$  были использованы наборы симулированных  $t\bar{t}$ -событий для масс топ-кварка от 155 до 195 ГэВ/ $c^2$  и шагом 2 ГэВ/ $c^2$ . Значения  $m_{\text{rec}}$  вычислялись для событий, прошедших LTRK-критерии отбора [2]. Затем данные значения заносились в гистограммы для каждой массы  $t$ -кварка. В результате был получен набор из 21 шаблонной гистограммы (рис. 8). Для описания  $f_s(m_{\text{rec}}|M_t, \alpha)$  нами использовалась комбинация из функции Ландау и двух гауссианов с линейной зависимостью их параметров от  $M_t$ :

$$f_s(m_{\text{rec}}|M_t, \alpha) = \frac{c_1 p_6}{\sqrt{2\pi} p_2} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{m_{\text{rec}} - p_1}{p_2} + \exp \left( -\frac{m_{\text{rec}} - p_1}{p_2} \right) \right) \right] + \frac{c_1(1 - p_6)}{\sqrt{2\pi} p_5} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{m_{\text{rec}} - p_4}{p_5} \right)^2 \right] + \frac{(1 - c_1)}{\sqrt{2\pi} p_3} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{m_{\text{rec}} - c_2}{p_3} \right)^2 \right], \quad (34)$$

где  $p_k = \alpha_k + \alpha_{k+6} M_t$ ;  $k = 1, \dots, 6$ . Константы  $c_1$  и  $c_2$  были взяты таким образом, чтобы отразить особенности формы шаблонных распределений в используемой параметризации. Затем параметры  $(\alpha_i, i = 1, \dots, 12)$  находились из фита набора шаблонов функцией (34).

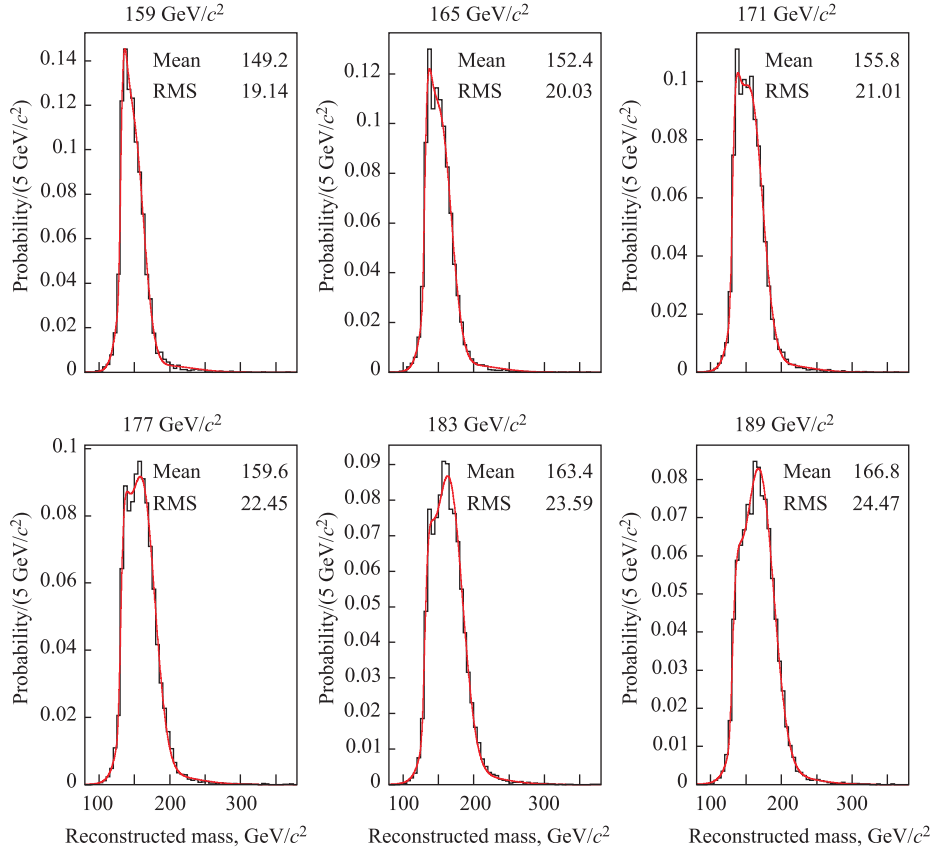


Рис. 8. Примеры шаблонных распределений для сигнала при различных значениях масс топ-кварка. Линией показан результат фита набора шаблонов функцией (34)

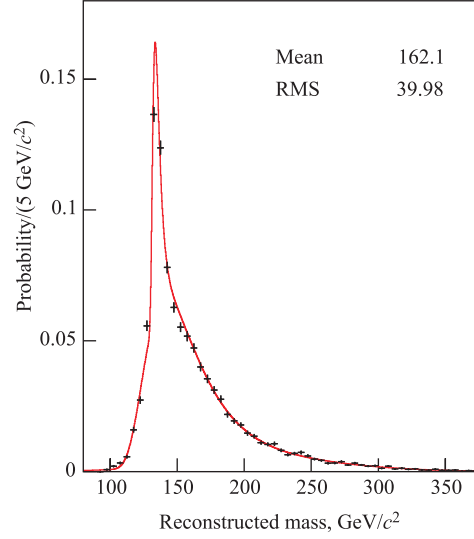


Рис. 9. Шаблонное распределение для фона. Линией показан результат фита функцией (35)

При определении  $f_b(m_{\text{rec}}|\beta)$  нами принимались во внимание следующие физические процессы: Дрелла–Яна,  $WW$ ,  $WZ$ ,  $ZZ$ . Также учитывался вклад от событий (например,  $W(\rightarrow l\nu) + \text{jets}$ ), для которых возможно прохождение критериев отбора при ошибочной идентификации в качестве лептона одной из струй («ложное» событие). Для перечисленных фоновых процессов строились шаблонные гистограммы. Общий шаблон был получен их суммированием с весами, равными ожидаемым вкладом соответствующих процессов в экспериментальную выборку. Нами использовалась комбинация из двух функций Ландау и гауссиана для описания формы  $f_b(m_{\text{rec}}|\beta)$ :

$$\begin{aligned}
 f_b(m_{\text{rec}}|\beta) = & \frac{k_1\beta_6}{\sqrt{2\pi}\beta_2} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{m_{\text{rec}} - \beta_1}{p_2} + \exp \left( -\frac{m_{\text{rec}} - \beta_1}{\beta_2} \right) \right) \right] + \\
 & + \frac{k_1(1 - \beta_6)}{\sqrt{2\pi}\beta_5} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{m_{\text{rec}} - \beta_4}{\beta_5} \right)^2 \right] + \\
 & + \frac{(1 - k_1)}{\sqrt{2\pi}\beta_3} \exp \left[ -0,5 \left( \frac{m_{\text{rec}} - k_2}{\beta_3} + \exp \left( -\frac{m_{\text{rec}} - k_2}{\beta_3} \right) \right) \right]. \quad (35)
 \end{aligned}$$

Константы  $k_1$  и  $k_2$  были взяты таким образом, чтобы отразить особенности формы шаблона в используемой параметризации. Затем параметры  $(\beta_j, j = 1, \dots, 6)$  находились из фита суммарного шаблонного распределения функцией (35) (рис. 9).

**3.2. Тесты в псевдоэкспериментах.** Определенная таким образом функция правдоподобия  $\mathcal{L}$  тестировалась для интервала масс  $[159, 191]$  ГэВ/ $c^2$  в псевдоэкспериментах, аналогичных описанным в п. 2.1. В этих тестах к сигнальным примешивались фоновые события. Переменная  $m_{\text{rec}}$  для них разыгрывалась согласно шаблону фона. Количества сигнала и фона в отдельном псевдоэксперименте разыгрывались согласно распределениям Пуассона со средними, равными ожидаемым числам данных событий в выборке, соответствующей  $2 \text{ фб}^{-1}$  накопленных данных [3].

Для теста на возможный систематический сдвиг мы проводили несколько тысяч псевдоэкспериментов и вычисляли массу на выходе нашей процедуры измерения ( $M_{\text{top}}^{\text{out}}$ ) как медиану распределения полученных масс. Затем значение  $M_{\text{top}}^{\text{out}}$  сравнивалось с массой топ-кварка ( $M_{\text{top}}^{\text{in}}$ ), соответствующей сигнальному шаблону, с которым генерировались псевдоэксперименты. Как видно на рис. 10, *а*, зависимость  $M_{\text{top}}^{\text{out}}$  от  $M_{\text{top}}^{\text{in}}$  имеет наклон, совместимый в пределах ошибки с единицей. В то же время зависимость переменной  $\Delta M \equiv M_{\text{top}}^{\text{out}} - M_{\text{top}}^{\text{in}}$  от  $M_{\text{top}}^{\text{in}}$  (рис. 10, *б*) показывает наличие небольшого постоянного сдвига в измерениях. Для его компенсации мы поправляем результат фита экспериментальных данных на  $+0,16 \text{ ГэВ}/c^2$ .

Для проверки корректности получаемых ошибок нами строились пул-распределения. Значение пула в псевдоэксперименте определялось следующим образом:

$$\text{pull} = \frac{M_{\text{top}} - M_{\text{top}}^{\text{in}}}{e'}, \quad (36)$$

где

$$e' = \begin{cases} e^+, & \text{если } M_{\text{top}} < M_{\text{top}}^{\text{in}}, \\ e^-, & \text{если } M_{\text{top}} > M_{\text{top}}^{\text{in}}. \end{cases} \quad (37)$$

Примеры распределений приведены на рис. 11. Как это можно видеть, они имеют форму гауссиана. Среднее и ширина пул-распределений в зависимости от  $M_{\text{top}}^{\text{in}}$  пока-

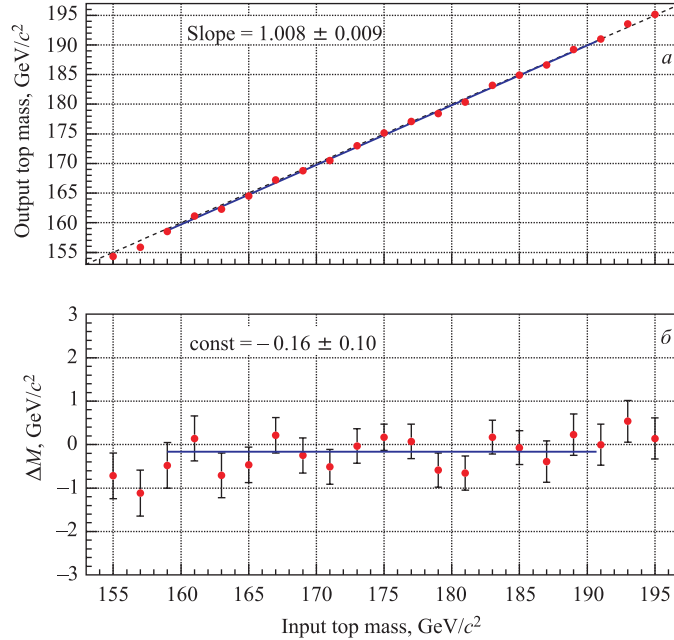


Рис. 10. Тесты функции правдоподобия  $\mathcal{L}$  в псевдоэкспериментах. *а*) Зависимость  $M_{\text{top}}^{\text{out}}$  vs  $M_{\text{top}}^{\text{in}}$  (см. в тексте определение переменных). Пунктирная линия на рисунке соответствует несмещенной оценке ( $M_{\text{top}}^{\text{out}} = M_{\text{top}}^{\text{in}}$ ). Сплошная линия показывает результат фита линейной зависимостью в интервале масс  $[159, 191] \text{ ГэВ}/c^2$ . *б*) Зависимость сдвига  $\Delta M \equiv M_{\text{top}}^{\text{out}} - M_{\text{top}}^{\text{in}}$  vs  $M_{\text{top}}^{\text{in}}$ . Средний сдвиг для интервала масс  $[159, 161] \text{ ГэВ}/c^2$  показан сплошной линией



заны на рис. 12. Сдвиг от нуля в средних подтверждает наличие в оценке небольшого смещения. Также сдвиг от единицы в ширинах говорит о недооценке ошибок измерений. Для компенсации полученные при фите экспериментальных данных ошибки будут нами поправляться на фактор 1,011.

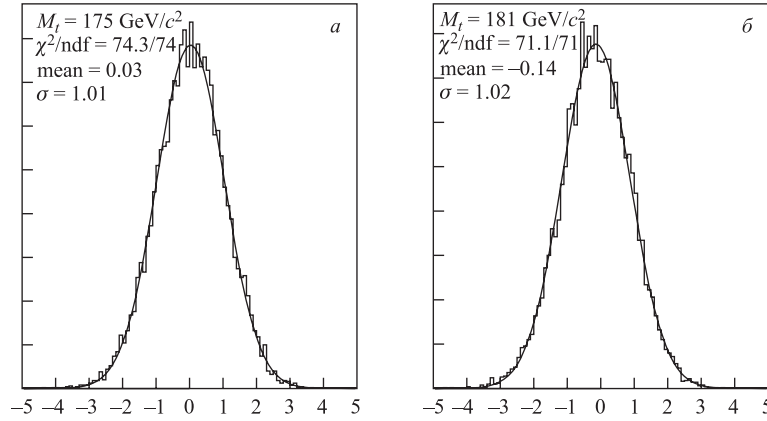


Рис. 11. Тесты функции правдоподобия  $\mathcal{L}$  в псевдоэкспериментах. Примеры пул-распределений. Приведены распределения для исходных масс  $M_{\text{top}}^{\text{in}}$ , равных 175 ГэВ/ $c^2$  (а) и 181 ГэВ/ $c^2$  (б). Сплошная линия соответствует результату фита функцией Гаусса

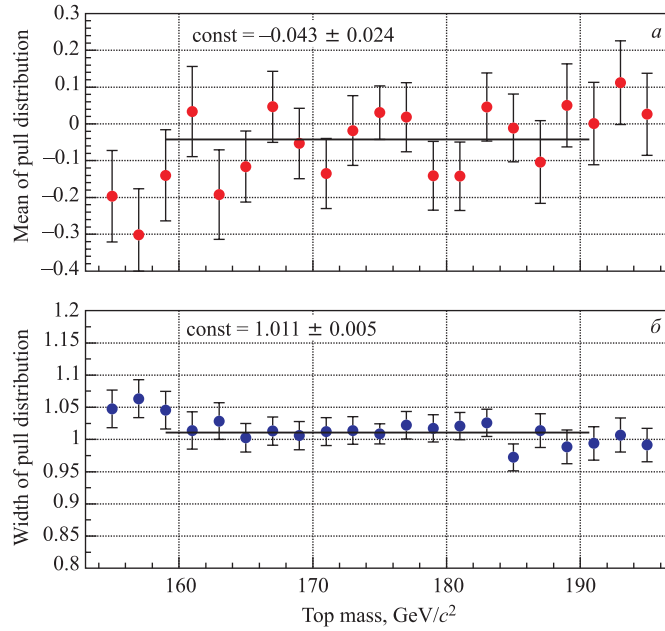


Рис. 12. Тесты функции правдоподобия  $\mathcal{L}$  в псевдоэкспериментах. Среднее (а) и ширина (б) пул-распределений в зависимости от исходной массы  $M_{\text{top}}^{\text{in}}$ . Сплошные линии на рисунках соответствуют средним значениям величин для интервала масс [159,191] ГэВ/ $c^2$

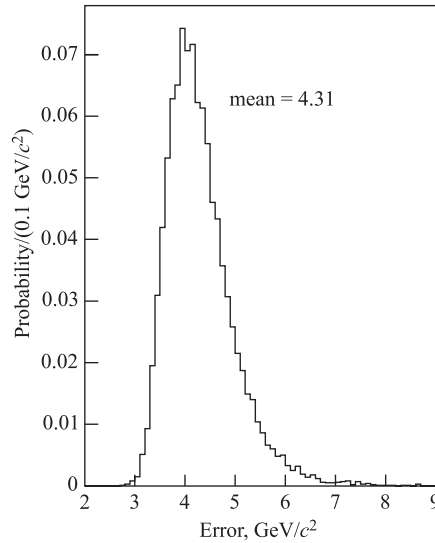


Рис. 13. Результаты псевдоэкспериментов. Распределение симметризованной ошибки  $e$  для массы топ-кварка  $17 \text{ ГэВ}/c^2$

Распределение симметризованной ошибки  $e$  при  $M_{\text{top}}^{\text{in}} = 175 \text{ ГэВ}/c^2$  показано на рис. 13. Среднее составляет  $4,31 \text{ ГэВ}/c^2$ . Таким образом, с учетом корректирующего фактора  $1,011$  ожидаемая статистическая ошибка измерения при данной массе топ-кварка и накопленной интегральной светимости  $2 \text{ фб}^{-1}$  равна  $4,4 \text{ ГэВ}/c^2$ .

**3.3. Систематическая погрешность.** Систематическая ошибка при измерении возникает из-за неопределенностей формы сигнальных и фоновых шаблонов. Данные неопределенности в свою очередь являются следствием погрешностей параметров, используемых при генерации наборов симулированных событий. Другой причиной могут быть неправильные предположения, заложенные при моделировании некоторых процессов из-за недостаточного их понимания.

Нами была выполнена оценка чувствительности измерения к влиянию имеющихся в моделировании неопределенностей. Для этого использовалась следующая процедура. При генерации набора симулированных событий изменялся соответствующий параметр на одно стандартное отклонение в большую или меньшую сторону или вводилось альтернативное предположение. Полученный таким образом набор использовался для создания шаблона, соответствующего новому значению параметра или новой гипотезе. Этот шаблон брался для генерации событий в псевдоэкспериментах, измерение массы в которых проводилось с нашей функцией правдоподобия  $\mathcal{L}$ . Разница между медианами распределений восстановленных масс для случаев измененного параметра (альтернативной гипотезы) и его принятого значения (основной гипотезы) бралась для оценки влияния на измерение данной погрешности. Полученные результаты приведены в табл. 2. Детали этого исследования могут быть найдены в [3]. Общая систематическая погрешность измерения  $3,1 \text{ ГэВ}/c^2$  получается как квадратичная сумма значений в табл. 2.

Таблица 2. Чувствительность результата измерения к погрешностям используемых параметров (предположений)

Параметр (процесс)	Ошибка в результате, ГэВ/ $c^2$
Шкала энергий для струй	2,9
Шкала энергий для $b$ -струй	0,6
Шкала энергий для лептонов	0,3
Излучение в начальном состоянии	0,3
Излучение в конечном состоянии	0,2
Структурные функции	0,3
Генератор событий	0,5
Состав фона	0,5
Форма распределения для «ложных» событий	0,4
Форма распределения для событий Дрелл–Яна	0,3
Всего	3,1

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С целью улучшить точность измерения массы топ-кварка методом шаблонов для дилептонных событий нами было проведено исследование различных модификаций в основанной на кинематическом фите процедуре определения реконструированной массы.

Было показано, что учет зависимости ширины распада топ-кварка от его массы позволяет уменьшить примерно на 20 % статистическую ошибку измерения.

Также рассматривалась возможность использования трансфер-функций для детального описания связи измеряемых в эксперименте энергетических характеристик  $b$ -струй с импульсами породивших их  $b$ -кварков. Применение трансфер-функций дало незначительное улучшение в статистической ошибке измерения.

Кроме этого, была сделана оценка возможностей модифицированной методики в приложении к «лептон плюс трек» выборке эксперимента CDF при интегральной светимости  $2 \text{ fb}^{-1}$ . Для массы топ-кварка  $175 \text{ ГэВ}/c^2$  ожидаемая ошибка измерения равна  $4,4 \text{ ГэВ}/c^2$ . Систематическая погрешность составляет  $3,1 \text{ ГэВ}/c^2$ .

Модифицированная методика была успешно применена для измерения на базе данных эксперимента CDF [3, 4].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Budagov J. A., Glagolev V. V., Suslov I. A.* Review of the Top Quark Mass Measurement at the CDF in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$  // Part. Nucl. 2007. V. 38. P. 384–405.
2. *Abulencia A. et al. (CDF Collab.)*. Measurement of the Top Quark Mass Using Template Methods on Dilepton Events in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$  // Phys. Rev. D. 2006. V. 73. P. 112006.
3. *Artikov A. et al. (on behalf of the CDF Collab.)*. Top-quark Mass Measurement in the  $2.1 \text{ fb}^{-1}$  Tight Lepton and Isolated Track Sample Using Neutrino  $\phi$  Weighting Method. JINR Commun. E1-2008-7. Dubna, 2008.

4. *Bellettini G. et al. (on behalf of the CDF Collab.). Top-quark Mass Measurement in the  $2.9 \text{ fb}^{-1}$  Tight Lepton and Isolated Track Sample Using Neutrino  $\phi$  Weighting Method. JINR Commun. E1-2008-173. Dubna, 2008.*
5. *James F. MINUIT: Function Minimization and Error Analysis Reference Manual. CERN Program Library Long Writeup 1994. V.D506.*
6. *Ježabek M., Kuhn J.H. // Nucl. Phys. B. 1989. V. 314. P. 1.*
7. *Abulencia A. et al. (CDF Collab.). Top Quark Mass Measurement Using the Template Method in the Lepton + Jets Channel at CDF II // Phys. Rev. D. 2006. V. 73. P. 032003.*

Получено 2 марта 2009 г.