

На правах рукописи

САХА
Биджан

СПИНОРНЫЕ ПОЛЯ В АНИЗОТРОПНОЙ КОСМОЛОГИИ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва 2009

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий
Объединенного института ядерных исследований

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор К.А. Бронников (ВНИМС, Москва)
доктор физико-математических наук,
профессор В.Г. Кречет (ЯГПУ, Ярославль)
доктор физико-математических наук,
профессор Л.А. Севастьянов (РУДН, Москва)

Ведущая организация: Томский государственный университет

Защита состоится "06" октября 2009 г. в "15.30" на заседании
диссертационного совета **Д. 212.203.34**

при Российском университете дружбы народов по адресу:
117923, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, зал № 1

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке
Российского университета дружбы народов по адресу:
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан "15" Июля 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
к.ф.-м.н., доцент



Будочкина С.А.

Саха Биджан

СПИНОРНЫЕ ПОЛЯ В АНИЗОТРОПНОЙ КОСМОЛОГИИ

В рамках анизотропных космологических моделей исследована роль нелинейного спинорного поля в эволюции Вселенной. Показано, что с помощью спинорного поля можно описать как идеальную жидкость, так и темную энергию. В рамках анизотропной космологической модели типа Бианки-I показано, что при определенном выборе нелинейности спинорное поле устраняет сингулярность пространства-времени, ускоряет процесс изотропизации и объясняет ускоренное расширение Вселенной. Показано, что нелинейное спинорное поле вместе с вязкой жидкостью порождают решения типа большой разрыв. С помощью квинтэссенции с модифицированным уравнением состояния получена циклическая модель Вселенной, которая свободна от проблемы вечного ускорения. Исследована эволюция Вселенной в рамках космологической модели типа Бианки - VI. В рамках плоско-симметричной модели показано, что нелинейность спинорного поля с учетом собственного гравитационного поля порождает солитоноподобные решения.

Saha Bijan

SPINOR FIELDS IN ANISOTROPIC COSMOLOGY

Within the framework of anisotropic cosmological models the role of nonlinear spinor field in the evolution of the Universe is studied. It is shown that perfect fluid as well as dark energy can be simulated by means of a spinor field. Within the scope of Bianchi type-I anisotropic cosmological model it is shown that a suitable choice of spinor field nonlinearity eliminates space-time singularity, accelerates isotropization process and explains accelerated expansion of the Universe. It is shown that nonlinear spinor field together with viscous fluid generates Big Rip solution. A modified quintessence gives rise to a cyclic model of the Universe, free from eternal acceleration. The evolution of the Universe within the scope of Bianchi type-VI cosmological model is studied. Within the framework of plane-symmetric model it is shown that the spinor field nonlinearity on account of proper gravitational field generates soliton-like solutions.

1 Общая характеристика диссертации

1.1 Актуальность темы

Исследование эволюции Вселенной является в настоящее время интересной и быстро развивающейся областью физики. Одна из основных задач космологии - описание различных фаз эволюции Вселенной. К наиболее актуальным проблемам современной космологии относятся (i) проблема начальной сингулярности, (ii) проблема изотропизации изначально анизотропной Вселенной и (iii) проблема позднего ускоренного расширения Вселенной, т.е., ускорение, которое мы наблюдаем в настоящее время.

В настоящее время крупномасштабная структура Вселенной трактуется с использованием однородной и изотропной модели Фридмана-Робертсона-Уокера. Мизнер - известный классик в области астрофизики и космологии - сформулировал ряд теоретических аргументов в пользу существования анизотропной фазы эволюции Вселенной. Подтверждением его гипотезы послужил эксперимент, в котором была обнаружена анизотропия реликтового излучения, состоящая в температурной флуктуации излучения черного тела (The Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). В результате был произведен пересмотр некоторых фундаментальных предположений космологии. Возникла модель изначально анизотропной Вселенной, которая со временем переходит в изотропное состояние. Эта модель дополняет и обогащает модель Фридмана-Робертсона-Уокера.

Любые решения общей теории относительности, описывающие динамику расширения Вселенной, продолженные назад во времени, при всех разумных уравнениях состояния приводят к начальной сингулярности (Большому Взрыву), которая характеризуется бесконечной плотностью и температурой вещества. Проблема начальной (космологической) сингулярности является одной из наиболее серьезных проблем физической космологии. В данной диссертации изучена возможность ее устранения.

До недавнего времени считалось, что наша Вселенная расширяется замедлением. В 1998 году в ходе изучения спектров излучения при взрывах сверхновых было обнаружено, что Вселенная на самом деле расширяется с ускорением. Это открытие вызвало настоящую сенсацию. Проблема ускоренного расширения Вселенной - одна из самых актуальных в современной космологии. Теория, способная объяснить ускоренное расширение, пока еще далека от завершения.

После появления первой модели инфляционной космологии, использующей в качестве источника гравитационного поля скалярное поле, ему придавалось большое значение. Использование скалярного поля дало возможность конструировать довольно большое количество космологических моделей. Однако возник вопрос, могут ли другие поля играть значимую роль в космологии. Оказалось, что в качестве такого поля может служить спинорное поле, которое более чувствительно к гравитации, и как следствие может играть важную роль для

устранения ряда проблем, возникающих в обычных подходах.

1.2 Цель работы

Целью данной работы является теоретическое изучение эволюции Вселенной в различных ее стадиях в рамках единого подхода. Этот подход основан на анизотропных космологических моделях, определяемых различными источниками гравитационного поля. В качестве таких источников рассматривались нелинейное спинорное поле, вязкая жидкость, жидкость Ван дер Ваальса и темная энергия.

Главная цель состоит в исследовании роли нелинейных спинорных полей в эволюции Вселенной на различных ее стадиях.

При исследовании эволюции Вселенной наряду с нелинейным спинорным полем учитывалось влияние других источников гравитационного поля, таких как вязкая жидкость, темная энергия и жидкость Ван дер Ваальса.

Были поставлены следующие задачи:

– выяснить роль нелинейного спинорного поля (i) в устранении начальной сингулярности, (ii) в изотропизации изначально анизотропного пространства, (iii) в получении решений без сингулярностей и (iv) в объяснении ускоренного расширения Вселенной.

Дополнительные задачи:

- определить роль вязкости в эволюции Вселенной и возможность возникновения решений типа Большой Разрыв (Big Rip);
- проследить эволюцию Вселенной при наличии темной энергии в рамках анизотропных моделей;
- выяснить роль жидкости Ван-дер-Ваальса в генерации начальной инфляции;
- проанализировать возможности устранения проблемы вечного ускорения введением квинтэссенции с модифицированным уравнением состояния;
- исследовать роль нелинейного спинорного поля в эволюции Вселенной в рамках моделей типа Бианки V и VI;
- исследовать роль нелинейного спинорного поля в формировании солитоноподобных конфигураций на основе плоско-симметричной модели.

1.3 Научная новизна

– Впервые в рамках анизотропной космологии глобально исследована роль нелинейного спинорного поля для объяснения эволюции Вселенной. Отметим, до нас нелинейные спинорные поля (НСП) в качестве источников гравитационного поля не рассматривались. Показано, что нелинейные спинорные поля позволяют моделировать как идеальную жидкость, так и темную энергию, демонстрируя тем самым универсальность подхода.

– Впервые показано, что при соответствующем выборе параметров спинорное поле способно (i) устранить сингулярность пространства-времени; (ii) ускорить процесс изотропизации; (iii) объяснить феномен ускоренного расширения Вселенной.

– Впервые предложена модель квинтэссенции, допускающая колебательный режим расширения, что устраняет проблему вечного ускорения.

– Впервые сформулирована модель с нелинейным спинорным полем и вязкой жидкостью, приводящая к решению, соответствующему Большому Разрыву (Big Rip).

1.4 Теоретическая и практическая значимость

Подход, предложенный в диссертации, носит фундаментальный характер и дает возможность теоретически изучить природу эволюции Вселенной. Он позволяет в рамках обычной материи объяснить такой феномен, как ускоренное расширение Вселенной. Большинство точных космологических решений получено для уравнений, содержащих произвольную функцию, которая описывает самодействие и взаимодействие спинорного и скалярного полей, что позволяет моделировать различные типы эволюции Вселенной и проводить их качественный анализ. В задачах, связанных с вязкой жидкостью, найдена система уравнений, которая богата с математической точки зрения. Аналогичная система встречается в теории катастроф и демографии, а также в термоядерной физике и физике плазмы. С этой точки зрения полученные решения и качественный анализ имеют практическую значимость не только в космологии, но и других областях науки.

1.5 Достоверность результатов

Результаты, изложенные в диссертации, главным образом основаны на точных и численных решениях систем нелинейных дифференциальных уравнений, что дает возможность количественного исследования конкретных моделей и строгого вычисления ряда физических величин.

1.6 Апробация работы

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории теоретической физики и Лаборатории информационных технологий Объединенного института ядерных исследований, на семинарах кафедры теоретической физики и на семинаре по математическому моделированию Российского университета дружбы народов, Института физики (Indian Institute of Physics, Bhubaneswar, India), IFIN-НН Bucharest, Romania, International Centre for Theoretical Physics (ICTP, Trieste, Italy) и на следующих конференциях:

- Научная конференция факультета физико-математических и естественных наук, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, 1992.
- Девятый международный семинар “Гравитационная энергия и гравитационная волна” Дубна, Россия, 1996.
- 15 International Conference on General Relativity (GR 16), Pune, India, 1997.
- Научная конференция, посвященная 90 летию Проф. Я.П.Терлецкого, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, 2002.
- XL Всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, 2004.
- International Conference "Gravity, Astrophysics and Strings @ the Black Sea" Kiten, Bulgaria, 2004.
- XLII Всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, 2006.
- Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизики, Москва, 2006.
- XLIII Всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, 2007.
- Российская школа-семинар по современным проблемам гравитации и космологии, Яльчик-Казань, Россия, 10-15 сентября, 2007.
- XLIV Всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, 2008.
- 13 Russian Gravitational Conference - International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics (RUSGRAV-13), Moscow, Russia, 2008.

1.7 Публикации

По материалам диссертации опубликована 41 работа, большинство из которых в ведущих западных журналах: *Physical Review D*, *International Journal of Modern Physics*, *Physica D*, *Journal Physics A: Theoretical and General*, *Astrophysics and Space Science*, *Journal of Mathematical Physics*, *General Relativity and Gravitation*, *International Journal of Theoretical Physics*. Имеются публикации также в российских журналах ЭЧАЯ, Известия ВУЗов, Вестник РУДН, *Gravitation & Cosmology*.

1.8 Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и приложений. Список литературы содержит 302 наименования. Полный объем диссертации – 245 страниц машинописного текста, включая 25 таблиц и 127 рисунков.

1.9 Личный вклад автора

Из 41 работ, вошедших в диссертацию, 20 работ выполнено соискателем в соавторстве с другими учеными. Часть задач первой главы была поставлена моими учителями Г.Н. Шикиным и Ю.П. Рыбаковым при моем активном участии. После защиты кандидатской диссертации эти задачи были продолжены и развиты мною. Численное решение этих задач было выполнено при непосредственном участии профессора Т.Л. Бояджијева. Задачи второй главы были поставлены и решены мною как аналитически, так и численно. Отмечу, что значительный вклад при проведении качественного анализа систем уравнений, описывающих эволюцию Вселенной при наличии спинорного поля и вязкой жидкости, внес мой соавтор В.С. Рихвицкий. Задачи третьей и четвертой глав поставлены и решены мною без соавторов. Проблемы формирования солитоноподобных решений в рамках плоско-симметричной модели, которым посвящена пятая глава, были исследованы совместно с профессором Г.Н. Шикиным.

2 Содержание работы

Во введении приводится краткий обзор литературы по вопросам, рассматриваемым в диссертации, обоснована актуальность работы, сформулированы цели диссертации. Во введении также приводится история развития космологии и космологических моделей и история исследования моделей с нелинейными спинорными полями. Под нелинейным спинорным полем подразумевается, что соответствующие полевые уравнения содержат нелинейный член.

В первой главе рассматривается система нелинейного спинорного и скалярного полей с минимальной связью в рамках космологической модели типа Бианки-I в присутствии идеальной жидкости и космологической постоянной (Λ -члена). Соответствующее действие выбирается в виде

$$S(g; \psi, \bar{\psi}, \varphi) = \int \mathcal{L} \sqrt{-g} d\Omega, \quad (1)$$

где

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_g + \mathcal{L}_{sp} + \mathcal{L}_m. \quad (2)$$

Здесь \mathcal{L}_g задается VI метрикой, тогда как \mathcal{L}_{sp} и \mathcal{L}_m описывают нелинейное спинорное поле и идеальную жидкость, соответственно. Лагранжиан нелиней-

ного спинорного поля задается в виде

$$\mathcal{L}_{\text{сп}} = \frac{i}{2} \left[\bar{\psi} \gamma^\mu \nabla_\mu \psi - \nabla_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \right] - m \bar{\psi} \psi + q_1 \lambda F + \frac{q_2}{2} \varphi_{,\alpha} \varphi^{,\alpha} (1 + \lambda_1 F_1). \quad (3)$$

В (3) F и F_1 являются функциями от инвариантов $I = S^2$ и $J = P^2$, построенных из билинейных спинорных форм $S = \bar{\psi} \psi$ и $P = i \bar{\psi} \gamma^5 \psi$. Здесь q_1, q_2 константы, имеющие значения 0, 1. При $q_1 = 1, q_2 = 0$ имеем нелинейное спинорное поле с самодействием, а при $q_1 = 0, q_2 = 1$ имеем спинорное поле с индуцированной нелинейностью. Ковариантную производную можно задать в следующем явном виде:

$$\nabla_\mu \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x^\mu} - \Gamma_\mu \psi, \quad \nabla_\mu \bar{\psi} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x^\mu} + \bar{\psi} \Gamma_\mu, \quad (4)$$

где $\Gamma_\mu(x)$ - суть матрицы спинорной аффинной связности Фока-Иваненко.

Поскольку лагранжианы спинорного поля (3) встречаются во всех главах, то в первой главе достаточно подробно исследуются эти лагранжианы, а также инварианты и ковариантные производные спинорного поля.

Лагранжиан гравитационного поля \mathcal{L}_g задается метрикой типа Бианки-I

$$ds^2 = dt^2 - a_1^2(t) dx^2 - a_2^2(t) dy^2 - a_3^2(t) dz^2. \quad (5)$$

Здесь метрические функции a_1, a_2 и a_3 зависят только от времени t . Неравенства $a_1 \neq a_2 \neq a_3$ представляют анизотропию пространства-времени, тогда как независимость a_1, a_2 и a_3 от пространственных координат делает пространство-время однородным. Заметим, что мы работаем в синхронной системе отсчета, когда t представляет собой собственное время в каждой точке пространства. Для дальнейшего исследования введем функцию

$$\tau = \sqrt{-g} = a_1 a_2 a_3, \quad (6)$$

которая на самом деле есть масштаб объема Вселенной типа Бианки-I.

Используя принцип наименьшего действия, из (1) находим уравнения спинорного, скалярного и гравитационного полей. Предполагаем, что и спинорное, и скалярное поля зависят только от t , т.е., $\psi = \psi(t)$ и $\varphi = \varphi(t)$. Тогда для скалярного поля получаем

$$\dot{\varphi} = C_s / [\tau (1 + \lambda_1 F_1)], \quad C_s = \text{const}. \quad (7)$$

В случае, когда $F = F(I), F_1 = F_1(I)$, для спинорного поля имеем $S = C_0 / \tau$. Компоненты спинорного поля имеют вид

$$\psi_{1,2}(t) = \frac{C_{1,2}}{\sqrt{\tau}} e^{-i \int (m - \mathcal{D}) dt}, \quad \psi_{3,4}(t) = \frac{C_{3,4}}{\sqrt{\tau}} e^{i \int (m - \mathcal{D}) dt}, \quad (8)$$

где $\mathcal{D} = (q_1 \lambda) (dF/dS) + (q_2 \lambda_1 / 2) \dot{\varphi}^2 (dF_1/dS)$.

В случае, когда $F = F(J)$, $F_1 = F_1(J)$, для безмассового спинорного поля получаем $P = D_0/\tau$. Компоненты спинорного поля имеют вид

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{\tau}}(D_1 e^{i \int \mathcal{G} dt} + i D_3 e^{-i \int \mathcal{G} dt}), \quad (9a)$$

$$\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{\tau}}(D_2 e^{i \int \mathcal{G} dt} + i D_4 e^{-i \int \mathcal{G} dt}), \quad (9b)$$

$$\psi_3 = \frac{1}{\sqrt{\tau}}(i D_1 e^{i \int \mathcal{G} dt} + D_3 e^{-i \int \mathcal{G} dt}), \quad (9c)$$

$$\psi_4 = \frac{1}{\sqrt{\tau}}(i D_2 e^{i \int \mathcal{G} dt} + D_4 e^{-i \int \mathcal{G} dt}), \quad (9d)$$

где $\mathcal{G} = (q_1 \lambda)(dF/dP) + (q_2 \lambda_1/2)\dot{\varphi}^2(dF_1/dP)$.

Для гравитационного поля получим следующие уравнения:

$$\frac{\ddot{a}_2}{a_2} + \frac{\ddot{a}_3}{a_3} + \frac{\dot{a}_2 \dot{a}_3}{a_2 a_3} = \kappa T_1^1 + \Lambda, \quad (10a)$$

$$\frac{\ddot{a}_3}{a_3} + \frac{\ddot{a}_1}{a_1} + \frac{\dot{a}_3 \dot{a}_1}{a_3 a_1} = \kappa T_2^2 + \Lambda, \quad (10b)$$

$$\frac{\ddot{a}_1}{a_1} + \frac{\ddot{a}_2}{a_2} + \frac{\dot{a}_1 \dot{a}_2}{a_1 a_2} = \kappa T_3^3 + \Lambda, \quad (10c)$$

$$\frac{\dot{a}_1 \dot{a}_2}{a_1 a_2} + \frac{\dot{a}_2 \dot{a}_3}{a_2 a_3} + \frac{\dot{a}_3 \dot{a}_1}{a_3 a_1} = \kappa T_0^0 + \Lambda, \quad (10d)$$

где точка означает дифференцирование по t . Здесь $T_\mu^\nu = T_{\mu(\text{sp})}^\nu + T_{\mu(\text{m})}^\nu$ есть тензор энергии-импульса материальных полей. В данном случае, когда спинорное и скалярное поля зависят только от t и в системе присутствует идеальная жидкость компоненты энергии-импульса имеют вид

$$T_0^0 = mS - q_1 \lambda F + \frac{q_2}{2}(1 + \lambda_1 F_1)\dot{\varphi}^2 + \varepsilon = T_{0(\text{sp})}^0 + \varepsilon, \quad (11a)$$

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = \mathcal{D}S + \mathcal{G}P - q_1 \lambda F - \frac{q_2}{2}(1 + \lambda_1 F_1)\dot{\varphi}^2 - p = T_{1(\text{sp})}^1 - p, \quad (11b)$$

Равенство $T_1^1 = T_2^2 = T_3^3$ позволяет выразить метрические функции a_1, a_2, a_3 в виде

$$a_i(t) = D_i \tau^{1/3} e^{X_i \int \frac{dt}{\tau}}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (12)$$

где D_i и X_i постоянные интегрирования, удовлетворяющие условиям

$$D_1 D_2 D_3 = 1, \quad X_1 + X_2 + X_3 = 0.$$

Таким образом, мы видим, что и компоненты спинорного поля, и метрические функции зависят от τ . Более того, можно показать, что физически наблюдаемые величины, а именно: ток, заряд, полная энергия, а также инварианты

гравитационного поля, такие как скалярная кривизна, инвариант Кречмана и т.д. являются функциями от τ , и при этом всегда $\tau = 0$ является полюсом. Это означает, что в любой точке пространства-времени, где τ обращается в нуль, все эти величины становятся бесконечно большими и эта точка является сингулярной. Ввиду выше сказанного, очень важным пунктом дальнейшего исследования является нахождение и детальный анализ уравнения для τ .

Сумма уравнений (10a), (10b), (10c) и (10d), умноженная на 3, дает уравнения для τ

$$\frac{\ddot{\tau}}{\tau} = \frac{3}{2}\kappa(T_1^1 + T_0^0) + 3\Lambda. \quad (13)$$

Если правая часть уравнения (13) есть некоторая функция, зависящая только от τ , то его решение известно. Чтобы решить уравнение (13), необходимо знать, как правая часть зависит от τ . Для этого воспользуемся тождеством Бианки, которое в нашем случае выглядит следующим образом

$$\dot{T}_0^0 + \frac{\dot{\tau}}{\tau}(T_0^0 - T_1^1) = 0. \quad (14)$$

Это есть уравнение движения источника гравитационного поля. С учетом уравнения состояния из (14) можно найти зависимость плотности энергии и давления от τ . Отметим, что уравнение (14) для спинорного и скалярного полей выполняется тождественно. Если в системе присутствует еще и идеальная жидкость, уравнение состояния которой

$$p = \zeta\varepsilon, \quad \zeta \in (0, 1]. \quad (15)$$

то из (14) для ε и p получаем

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{\tau^{1+\zeta}}, \quad p = \frac{\zeta\varepsilon_0}{\tau^{1+\zeta}}. \quad (16)$$

После этого остается только выбрать нелинейность спинорного поля и проанализировать полученные решения.

Таким образом, правая часть уравнения (13) зависит только от τ и его можно переписать в виде

$$\ddot{\tau} = \mathcal{F}(\tau, q), \quad (17)$$

где q - совокупность параметров. Уравнение (17) можно интерпретировать как уравнение движения одной частицы единичной массы под действием силы $\mathcal{F}(\tau, q)$. Тогда существует следующий первый интеграл:

$$\dot{\tau}^2 + 2\mathcal{U}(\tau) = 2E, \quad (18)$$

с потенциалом

$$\mathcal{U}(\tau) = - \int \mathcal{F}(\tau, q) d\tau. \quad (19)$$

Постоянная E в (18) может быть рассмотрена как энергия, которая определяется из начальных условий. Зная вид потенциала, можно качественно предсказать поведение τ , а значит и тип эволюции Вселенной. Уравнение (17) детально исследуется и аналитически и численно при различных значениях параметров. Решается задача Коши.

Далее достаточно подробно излагается история введения Λ -члена в космологию и его роль в эволюции Вселенной. Оказывается, что в рассматриваемом случае в зависимости от знака Λ Вселенная может быть вечно расширяющейся ($\Lambda > 0$, тогда она играет роль темной энергии) или осциллирующей ($\Lambda < 0$, тогда она выступает в качестве дополнительной гравитационной энергии). При этом в зависимости от выбора энергии E , Вселенная может быть осциллирующей без сингулярностей или аperiодической, когда Вселенная сначала расширяется, достигает максимума и снова сжимается в точку, порождая сингулярность (Большой Хруст - Big Crunch). Показано также, что нелинейность спинорного поля может порождать регулярное решение. Если нелинейность возникает за счет самодействия, то оно сопровождается нарушением условия энергодоминантности в теореме Хоукинга-Пенроуза

$$T_0^0 + \sum_{i=1}^3 T_i^i \geq 0, \quad T_0^0 + T_i^i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (20)$$

В случае же индуцированной нелинейности спинорного поля получено регулярное решение без нарушения этого условия когда степень нелинейности отрицательна и константа связи положительна либо степень нелинейности положительна и константа связи отрицательна. При анализе решений подробно рассматриваются проблемы космологической сингулярности и условия энергодоминантности. Надо сказать, что введение самодействия спинорного поля приводит к быстрому расширению Вселенной, что, в свою очередь, ускоряет процесс изотропизации.

На рисунках 1 и 2 показан вид потенциала и соответствующая ему эволюция Вселенной.

Далее в диссертации рассматривается случай, когда и космологическая постоянная (Λ -член), и гравитационная постоянная (G) зависят от времени. Из тождества Бианки получено уравнение, содержащее производные по времени от G и Λ . Если потребовать, чтобы выполнялось уравнение (14), то для Λ и G получим

$$8\pi\dot{G}T_0^0 - \dot{\Lambda} = 0. \quad (21)$$

Для решения этого уравнения предполагается, что Λ есть заданная функция от τ , а именно: $\Lambda = \Lambda_0/\tau^2$.

Наконец, рассматривается система с магнитной жидкостью, которая приводит к неоднородности в тензоре энергии-импульса. В данном случае в систему входят все четыре поля: скалярное, электромагнитное, спинорное и гравитационное. В силу того, что введение магнитной жидкости приводит к нарушению

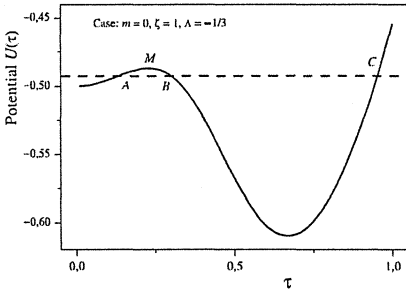


Рис. 1: Вид потенциала при $\Lambda < 0$.

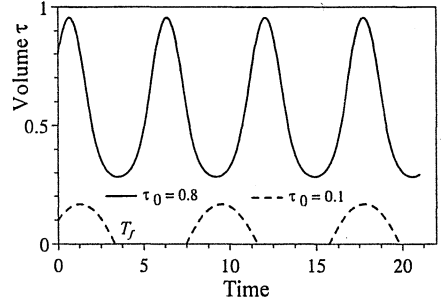


Рис. 2: Эволюция Вселенной при различных начальных значениях τ_0 .

равенства $T_1^1 = T_2^2 = T_3^3$, система уравнений Эйнштейна (10) решается при некоторых дополнительных требованиях. Это ведет к тому, что процесс изотропизации просто отсутствует.

В этой главе сделаны следующие выводы относительно роли космологической постоянной Λ : (i) при $\Lambda = 0$, начиная с некоторых значений τ , эволюция Вселенной останавливается, т.е., Вселенная больше не расширяется со временем; (ii) при $\Lambda > 0$ процесс расширения Вселенной никогда не заканчивается. В этом случае возникает проблема вечного ускорения. (iii) при $\Lambda < 0$ получаем периодическое решение. Вселенная может быть как регулярной, так и сингулярной (Большой Хруст) в зависимости от значений параметров.

В диссертации впервые было показано, что при отсутствии Λ -члена нелинейное спинорное поле порождает регулярное решение. Если нелинейность возникает в результате самодействия, то нарушаются условия энергодоминантности. В случае же индуцированной нелинейности спинорного поля получено регулярное решение без нарушения этого условия когда степень нелинейности отрицательна и константа связи положительна либо степень нелинейности положительна и константа связи отрицательна. Также показано, что нелинейное спинорное поле приводит к стремительному расширению Вселенной, что, в свою очередь, ускоряет процесс изотропизации.

Во второй главе определяется роль вязкой жидкости в эволюции Вселенной и возможность появления решения типа Большой Разрыв. Для этого рассматриваем самосогласованную систему взаимодействующих спинорного и скалярного полей в метрике Бианки-I при наличии вязкой жидкости и Λ -члена. Наличие вязкой жидкости многократно усложняет задачу, поскольку в этом случае для того, чтобы найти τ , нужно решить систему уравнений. В отличие от идеальной жидкости в данном случае имеем неравные компоненты тензора энергии-импульса. Хотя $T_{0(m)}^0$ совпадает с предыдущим значением, остальные

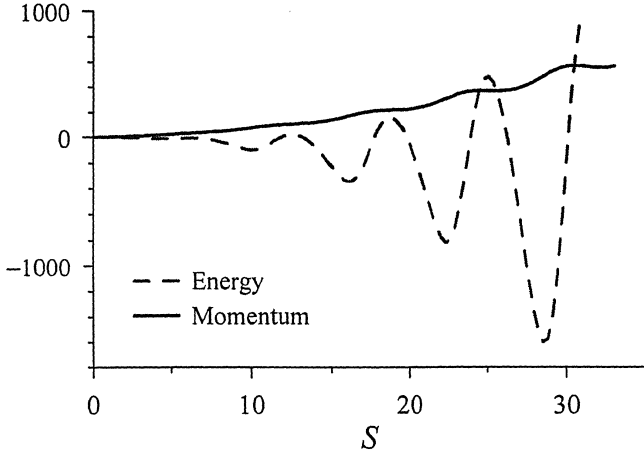


Рис. 3: Относительное поведение T_0^0 и T_1^1 при $F = \sin(S)$. Эта картина наглядно показывает, что в данном случае нарушаются условия энергодоминантности.

компоненты $T_{\mu(m)}^\nu$ отличаются на величины, связанные с вязкостью η

$$T_{0(m)}^0 = \varepsilon, \quad (22a)$$

$$T_{1(m)}^1 = -p + \left(\xi - \frac{2}{3}\eta\right)\frac{\dot{\tau}}{\tau} + 2\eta\frac{\dot{a}_1}{a_1}, \quad (22b)$$

$$T_{2(m)}^2 = -p + \left(\xi - \frac{2}{3}\eta\right)\frac{\dot{\tau}}{\tau} + 2\eta\frac{\dot{a}_2}{a_2}, \quad (22c)$$

$$T_{3(m)}^3 = -p + \left(\xi - \frac{2}{3}\eta\right)\frac{\dot{\tau}}{\tau} + 2\eta\frac{\dot{a}_3}{a_3}. \quad (22d)$$

Здесь ε - плотность энергии, p - давление. Заметим, что вязкость первого рода (объемная вязкость - bulk) и второго рода (сдвиговая вязкость - shear), η и ξ соответственно, положительно определены, т.е.,

$$\eta > 0, \quad \xi > 0. \quad (23)$$

В однородных моделях все эти величины зависят только от времени, поэтому можно считать их функциями только от плотности энергии:

$$\eta = |A|\varepsilon^\alpha, \quad \xi = |B|\varepsilon^\beta. \quad (24)$$

Давление p связано с плотностью энергии посредством уравнения состояния (15). Конечно, это приводит к более сложному выражению для метрических

функций, а именно:

$$a_i(t) = D_i \tau^{1/3} e^{X_i \int \frac{e^{-2\kappa \int \eta dt}}{\tau(t)} dt}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (25)$$

Используя уравнения Эйнштейна, тождество Бианки, а также определение постоянной Хаббла H , выводим систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений для τ , H и ε

$$\dot{\tau} = 3H\tau, \quad (26a)$$

$$\dot{H} = \frac{\kappa}{2}(3\xi H - \omega) - (3H^2 - \kappa\varepsilon - \Lambda) + \frac{\kappa}{2}(T_{0(\text{sp})}^0 + T_{1(\text{sp})}^1), \quad (26b)$$

$$\dot{\varepsilon} = 3H(3\xi H - \omega) + 4\eta(3H^2 - \kappa\varepsilon - \Lambda) - 4\eta\kappa T_{0(\text{sp})}^0. \quad (26c)$$

Система уравнений (26) решается постепенно: сначала только с вязкой жидкостью и Λ -членом, далее вводится самодействие спинорного поля и, наконец, взаимодействующие спинорное и скалярное поля. В отличие от предыдущего случая Λ не играет решающей роли в эволюции. Вселенная может быть расширяющейся или циклической независимо от знака Λ , что и продемонстрировано на рисунках 4 и 5.

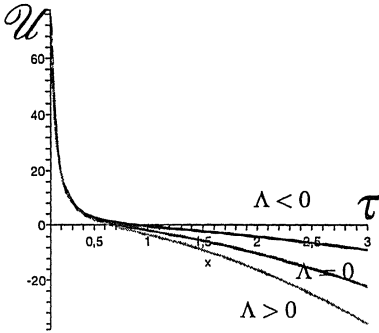


Рис. 4: Виды потенциалов, соответствующие разным знакам Λ -члена.

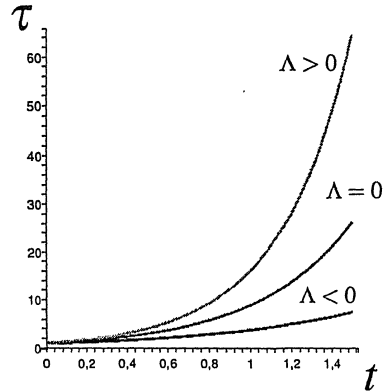


Рис. 5: Эволюция τ в зависимости от знаков Λ -члена.

Система имеет точные решения только при некоторых конкретных выборах вязкости.

(i) Если вязкость первого рода отсутствует, а вязкость второго рода обратно пропорциональна расширению θ :

$$\xi\theta = 3\xi H = C_2, \quad C_2 = \text{const.}, \quad \eta = 0. \quad (27)$$

(ii) В общем случае система допускает точное решение, если вязкость первого рода обратно пропорциональна расширению, а вязкость второго рода есть постоянная величина,

$$\eta = -\frac{3}{2\kappa}H = -\frac{1}{2\kappa}\theta, \quad \xi = \text{const.} \quad (28)$$

Ввиду того, что рассматриваемая система имеет значительный интерес с математической точки зрения, производится качественный и численный анализ полной системы. Подробно изучается роль нелинейности, массы спинорного поля, вязкости и Λ -члена для получения того или иного вида решения.

В Таблице 1 показаны качественно различные типы эволюции (фазовые портреты) в зависимости от параметров β , Λ and $(1+\zeta)/B$ в плоскости $\nu = 0$, где $\nu = 1/\tau$.

В Таблицах 2 и 3 показаны фазовые портреты в плоскости $\varepsilon = 0$. В качестве параметров выбрано $n = 1$ и $\lambda < 0$. Таблица 2 соответствует нелинейному спинорному полю, Таблица 3 - взаимодействующим спинорному и скалярному полям. Как видно из таблиц, введение скалярного поля приводит к появлению некоторой зоны (плоскости в трехмерном пространстве), не позволяющей траекториям переходить из одной части пространства в другую.

Среди траекторий эволюции обнаруживаются и такие, важной особенностью которых является режим с обострением, когда какая-то величина за конечное время вырастает до бесконечности. Нетривиальный интерес вызывают режимы с обострением в теории катастроф и демографии, а также в термоядерной физике и физике плазмы.

Во второй главе выясняется роль вязкой жидкости в эволюции Вселенной. Было показано, что для получения точных решений системы необходимо принять дополнительные условия на вязкость, при этом во всех рассмотренных случаях показано, что Λ -член не играет определяющей роли в качественном поведении Вселенной. Впервые в рамках модели без-фантомной материи были получены решения типа Большого Разрыва (Big Rip or blow up), когда Вселенная и плотность энергии становятся за конечное время бесконечно большими.

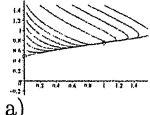
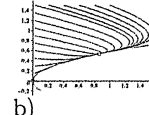
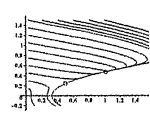
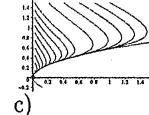
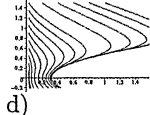
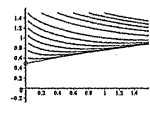
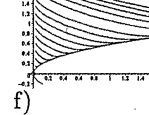
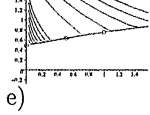
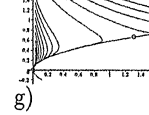
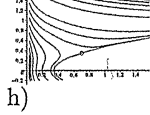
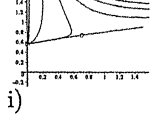
		$\Lambda > 0$	$\Lambda = 0$	$\Lambda < 0$
$\beta < 1/2$		 a)	 b)	
$\beta = 1/2$	$\frac{1+\zeta}{B} > \sqrt{3\kappa}$		 c)	 d)
	$\frac{1+\zeta}{B} < \sqrt{3\kappa}$		 f)	
$1/2 < \beta < 1$		 e)	 g)	 h)
$\beta = 1$	$\frac{1+\zeta}{B} > 3\Lambda$			
	$\frac{1+\zeta}{B} < 3\Lambda$	 i)		
$\beta > 1$				

Таблица 1. Классификация качественно различных типов эволюции (фазовых портретов) в зависимости от параметров β , Λ and $(1+\zeta)/B$ в плоскости $\nu = 0$.

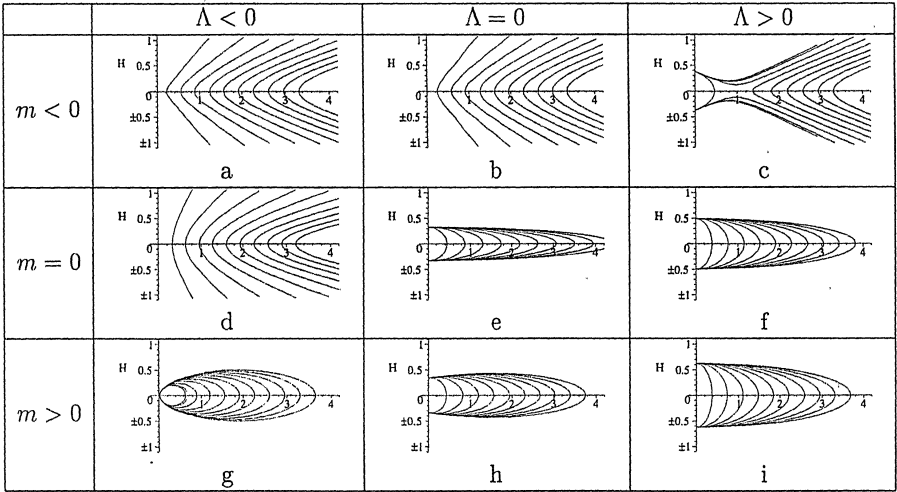


Таблица 2. Фазовые портреты в плоскости $\varepsilon = 0$ в случае самодействия спинорного поля при $\lambda < 0$.

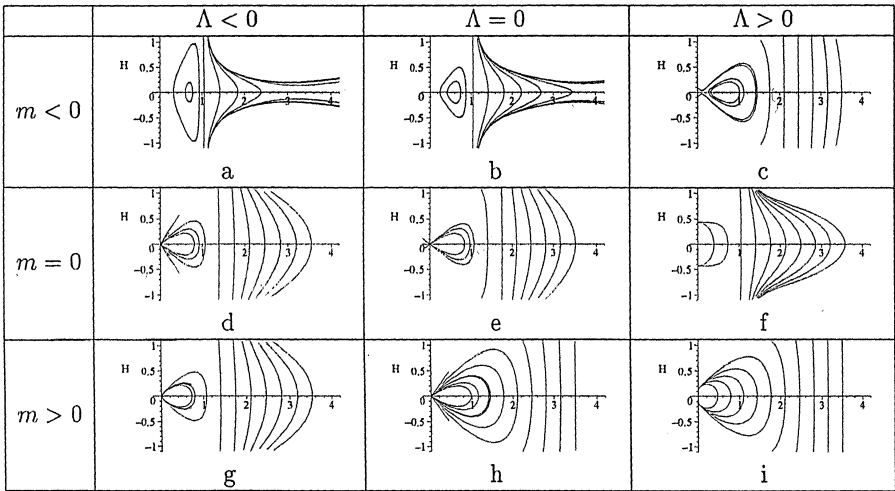


Таблица 3. Фазовые портреты в плоскости $\varepsilon = 0$ в случае взаимодействия спинорного и скалярного полей при $\lambda < 0$.

В третьей главе изучается эволюция Вселенной типа Бианки-I при на-

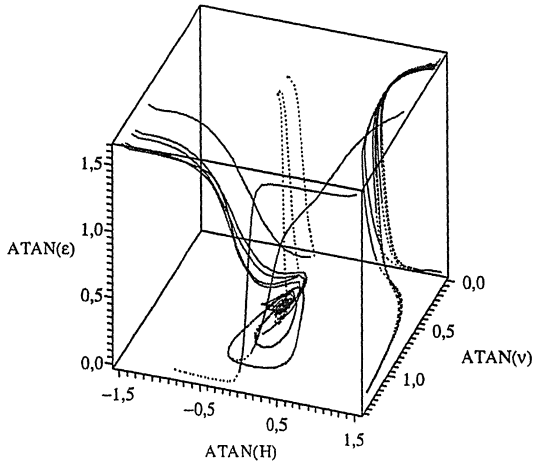


Рис. 6: Траектория эволюции в случае спинорного поля с самодействием.

личии темной энергии. Заметим, что одной из основных целей космологических моделей является описание разных фаз эволюции Вселенной. Первая эпоха представляет собой период быстрого расширения Вселенной, известного как инфляционный период. Большинство теорий описывает этот период с помощью скалярного поля (гипотетический инфлатон - inflaton). Следующая эпоха связана с замедлением, где материя и излучение доминируют над скалярным полем. Настоящая эра характеризуется ускоренным расширением, где преобладают темная материя и темная энергия. Также обсуждаются критерии изотропизации, проблема инфляции и вечного ускорения. В качестве темной энергии рассматриваются как известные источники (Λ -член, квинтэссенция, газ Чаплыгина) так и нетрадиционные источники (жидкость Ван-дер-Ваальса, нелинейное спинорное поле), которые способны объяснить ускоренное расширение Вселенной. Проблему вечного ускорения разные авторы решают различными способами. В диссертации вводится квинтэссенция с модифицированным уравнением состояния с целью устранить проблему вечного ускорения.

По аналогии с метрикой Фридмана-Робертсона-Уокера вводятся

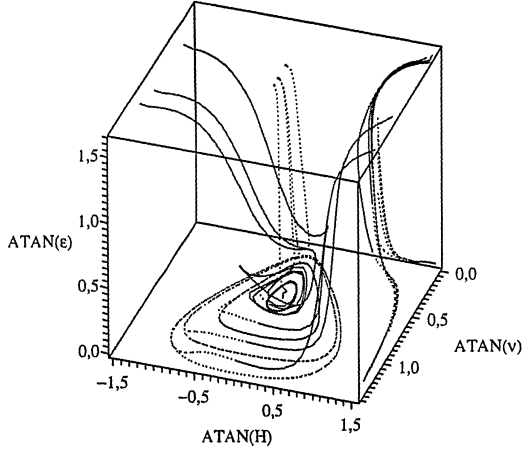


Рис. 7: Траектория эволюции в случае взаимодействующих спинорного и скалярного полей.

постоянная Хаббла

$$H = \dot{\tau}/3\tau, \quad (29)$$

обобщенный параметр замедления

$$d = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{3H} \right) - 1 = -\frac{\tau\ddot{\tau}}{\dot{\tau}^2}, \quad (30)$$

условие изотропизации

$$a_i/a \rightarrow \text{const} > 0 \quad a = \tau^{1/3} \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty \quad (31)$$

и уравнение ускорения

$$\frac{\ddot{\tau}}{\tau} = \frac{3}{2}\kappa(T_1^1 + T_0^0). \quad (32)$$

Как и в первой главе, здесь также имеет место равенство $T_1^1 = T_2^2 = T_3^3$. Ввиду того, что темная энергия не взаимодействует с другими полями, уравнения (14) расщепляются. В итоге получается одно уравнение для нахождения τ типа (17).

Напомним, что космологические модели разрабатываются для описания различных фаз эволюции Вселенной. Предполагается, что наша Вселенная почти сразу после рождения пережила инфляционную фазу. Это состояние обычно модулируется с помощью скалярного поля. В данной диссертации предлагается в качестве источника первоначального ускорения использовать жидкость Ван дер Ваальса. Уравнения состояния в этом случае имеют нелинейный характер

$$p_w = \frac{8W\varepsilon_w}{3 - \varepsilon_w} - 3\varepsilon_w^2. \quad (33)$$

При некоторых значениях параметров в начале эволюции может иметь место довольно большое отрицательное давление, что в свою очередь может быть источником инфляции. На рисунках 8 и 9 показаны эволюция Вселенной и ее ускорение. Независимо от знака Λ настоящая модель порождает быстро растущую Вселенную. Здесь $W = 0.5$, а Λ имеет следующие значения: $\Lambda = 0$, $\Lambda = 1$ и $\Lambda = -0.01$.

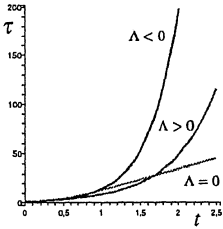


Рис. 8: Эволюция Вселенной при наличии жидкости Ван дер Ваальса.

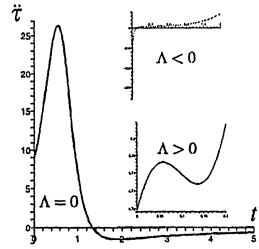


Рис. 9: Ускорение вселенной при наличии жидкости Ван дер Ваальса.

Как известно, темная энергия порождает вечное ускорение. Для того, чтобы устранить эту проблему, предложена квинтэссенция с модифицированным уравнением состояния

$$p_{DE} = w(\varepsilon_{DE} - \varepsilon_{cr}), \quad (34)$$

где $w \in [-1, 0)$. Здесь ε_{cr} - некоторая критическая плотность энергии. В частности, при $\varepsilon_{cr} = 0$ получим обычную квинтэссенцию. Как известно, с расширением Вселенной плотность энергии убывает. Вследствие этого, будучи линейной отрицательной функцией плотности энергии, соответствующее давление начинает расти. Как известно, в случае обычной квинтэссенции давление остается всегда отрицательным, что и приводит к вечному ускорению. Как видно из (34), в случае квинтэссенции с модифицированным уравнением состояния давление становится положительным как только значение ε_q становится меньше критического. На рисунке 10 показано, как меняются плотность энергии и давление

во Вселенной, заполненной квинтэссенцией с модифицированным уравнением состояния. На рисунке 11 показаны типы ускорения Вселенной при различных источниках. Здесь r , q и $q-m$ обозначают излучение, смесь излучения с обычной квинтэссенцией и смесь излучения с квинтэссенцией с модифицированным уравнением состояния, соответственно.

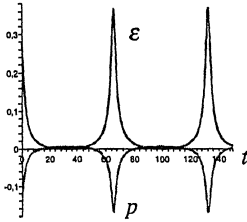


Рис. 10: Динамика плотности энергии и давления в случае квинтэссенции с модифицированным уравнением состояния.

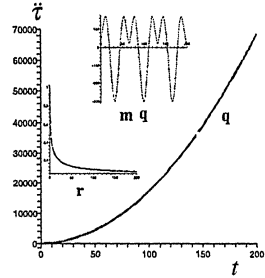


Рис. 11: Виды ускорения с различными источниками.

Далее исследуется возможность рассмотрения нелинейного спинорного поля как источника ускорения. Оказывается, что при некоторых выборах нелинейности спинорного поля возможно ускоренное расширение. В первой главе было показано, что нелинейное спинорное поле приводит к быстрому расширению Вселенной, в результате чего и процесс изотропизации наступает раньше. В данной главе показано, что при удачном выборе констант самодействия или взаимодействия спинорное поле имеет отрицательное давление, что приводит к ускоренному расширению, которое наблюдается в настоящее время. На рисунках (12) и (13) продемонстрировано ускоренное расширение Вселенной при положительной и отрицательной константе связи λ .

Найдено, что, если нелинейность спинорного поля возникает за счет самодействия и является функцией от S , то нелинейность типа

$$F = -\nu S^{1+W} + mS \quad (35)$$

описывает идеальную жидкость от фантомной до экпиротической материи в зависимости от значения W . Здесь ν - постоянная интегрирования. В случае газа Чаплыгина с уравнением состояния $p = -A/\epsilon^\gamma$ нелинейность спинорного поля имеет вид

$$F = -(A + \nu S^{1+\gamma})^{1/(1+\gamma)}. \quad (36)$$

В третьей главе впервые было показано, что с помощью нелинейного спинорного поля можно моделировать как идеальную жидкость так и темную

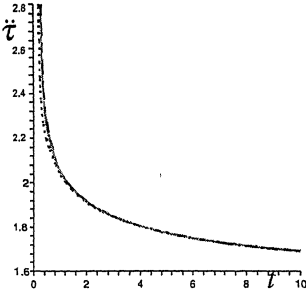


Рис. 12: Ускорение Вселенной при $\lambda > 0$.

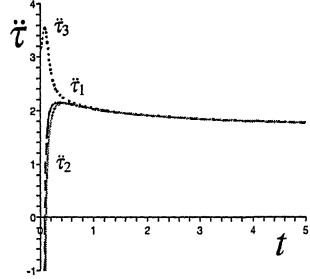


Рис. 13: Ускорение Вселенной при $\lambda < 0$.

энергию. Нами первыми были показаны, что при некоторых конкретных выборах исходных параметров модели, нелинейность спинорного поля может породить позднее ускорение, т.е., ускорение, наблюдаемое в настоящее время. Впервые были найдены типы нелинейности, при которых спинорное поле описывает идеальную жидкость и темную энергию. Было также показано, что введение жидкости Ван-дер-Ваальса может генерировать начальную инфляцию. Впервые была введена квинтэссенция с модифицированным уравнением состояния, которая порождает циклическое решение и тем самым избавляет модель от вечного ускорения. Была также изучена эволюция Вселенной при наличии космологической постоянной, квинтэссенции и газа Чаплыгина, соответственно.

В четвертой главе рассматривается самосогласованная система взаимодействующих спинорного и скалярного полей в рамках модели типа Бианки-VI. Соответствующая метрика имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - a_1^2 e^{-2n_1 z} dx^2 - a_2^2 e^{2n_2 z} dy^2 - a_3^2 dz^2, \quad (37)$$

где a_1, a_2, a_3 - функции от времени. Здесь n_1, n_2 - некоторые произвольные постоянные. Заметим, что BVI метрика моделирует анизотропную и неоднородную Вселенную. Подходящий выбор параметров n_1, n_2 , а также метрических функций a_1, a_2, a_3 в метрике BVI, заданной (37), генерирует следующие типы Вселенной: $n_1 = n_2$, BVI \implies BV; $n_2 = 0$, BVI \implies BIII; $n_1 = n_2 = 0$, BVI \implies BI; $n_1 = n_2 = 0$ и $a_1 = a_2 = a_3$, BVI \implies FRW.

Подробно выписана ковариантная производная спинорного поля для данной метрики. В этом случае уравнения спинорного поля имеют более сложный вид и решаются при некоторых дополнительных условиях. Более сложный вид приобретают и уравнения других полей.

Уравнения Эйнштейна в этом случае имеют вид

$$\frac{\ddot{a}_2}{a_2} + \frac{\ddot{a}_3}{a_3} + \frac{\dot{a}_2 \dot{a}_3}{a_2 a_3} - \frac{n_2^2}{a_3^2} = \kappa T_1^1 + \Lambda, \quad (38a)$$

$$\frac{\ddot{a}_3}{a_3} + \frac{\ddot{a}_1}{a_1} + \frac{\dot{a}_3 \dot{a}_1}{a_3 a_1} - \frac{n_1^2}{a_3^2} = \kappa T_2^2 + \Lambda, \quad (38b)$$

$$\frac{\ddot{a}_1}{a_1} + \frac{\ddot{a}_2}{a_2} + \frac{\dot{a}_1 \dot{a}_2}{a_1 a_2} + \frac{n_1 n_2}{a_3^2} = \kappa T_3^3 + \Lambda, \quad (38c)$$

$$\frac{\dot{a}_1 \dot{a}_2}{a_1 a_2} + \frac{\dot{a}_2 \dot{a}_3}{a_2 a_3} + \frac{\dot{a}_3 \dot{a}_1}{a_3 a_1} - \frac{n_1^2 - n_1 n_2 + n_2^2}{a_3^2} = \kappa T_0^0 + \Lambda, \quad (38d)$$

$$n_1 \frac{\dot{a}_1}{a_1} - n_2 \frac{\dot{a}_2}{a_2} - (n_1 - n_2) \frac{\dot{a}_3}{a_3} = \kappa T_3^0. \quad (38e)$$

Предположим, что спинорное и скалярное поля зависят только от t . Тогда из (38e) получим

$$a_1^{n_1} = D_0 a_2^{n_2} a_3^{n_1 - n_2}, \quad D_0 = \text{const}. \quad (39)$$

Уравнение для τ в данном случае имеет вид:

$$\frac{\ddot{\tau}}{\tau} = 2 \frac{n_1^2 - n_1 n_2 + n_2^2}{a_3^2} + \frac{3\kappa}{2} [T_0^0 + T_1^1] + 3\Lambda. \quad (40)$$

Таким образом, уравнения для спинорного поля и τ явно содержат a_3 . Задача решается в предположении, что (i) $\tau = a_3$ или (ii) $\tau = a_3^2$. Тогда решения уравнений спинорного поля имеют такой же вид, что и ранее. Уравнения для τ допускают расширяющуюся или осциллирующую Вселенную в зависимости от знака Λ . В качестве нелинейности спинорного поля рассматривается как степенная функция, так и тригонометрическая функция. В отличие от VI, данная модель не допускает изотропизации. Отметим, что, хотя при определенном выборе n_1 и n_2 метрика VI переходит в BV, VIII, VI и FRW, полученные решения не переходят друг в друга из-за наличия соотношения (38e).

На рисунке 14 показан вид потенциала при разных знаках Λ , а на рисунке 15 показан вид τ при отрицательном значении Λ .

В этой главе впервые было показано, что при некоторых специальных выборах нелинейности данная модель порождает осциллирующую Вселенную, и в зависимости от выборов параметров она может быть как регулярной, так и сингулярной. При этом регулярное решение сопровождается нарушением условия энергодоминантности. Показано также, что параметры n_1 , n_2 играют существенную роль при малых значениях τ .

В пятой главе рассматривается система взаимодействующих нелинейно-го спинорного и скалярного полей в плоско-симметричной модели, заданной метрикой

$$ds^2 = e^{2\alpha} dt^2 - e^{2\alpha} dx^2 - e^{2\beta} (dy^2 + dz^2), \quad (41)$$

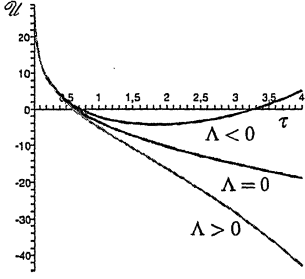


Рис. 14: Вид потенциала \mathcal{U} при разных знаках Λ .

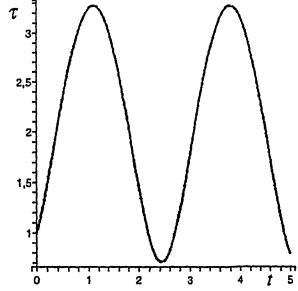


Рис. 15: Эволюция τ при отрицательном значении Λ .

где метрические функции χ, α, β зависят только от пространственной переменной x и удовлетворяют следующему координатному условию:

$$\alpha = 2\beta + \chi. \quad (42)$$

Уравнения Эйнштейна в этом случае имеют вид

$$e^{-2\alpha}(2\beta'' - 2\chi'\beta' - \beta'^2) = -\kappa T_0^0, \quad (43a)$$

$$e^{-2\alpha}(2\chi'\beta' + \beta'^2) = -\kappa T_1^1, \quad (43b)$$

$$e^{-2\alpha}(\beta'' + \chi'' - 2\chi'\beta' - \beta'^2) = -\kappa T_2^2, \quad (43c)$$

$$G_3^3 = G_2^2, \quad T_3^3 = T_2^2. \quad (43d)$$

Здесь штрих означает производную по x . Рассмотрим спинорное и скалярное поля, зависящие только от x . В силу этого имеем:

$$T_0^0 = T_2^2 = T_3^3. \quad (44)$$

Тогда для метрических функций имеем

$$\beta(x) = \frac{1}{3}(\alpha(x) + Bx), \quad \chi(x) = \frac{1}{3}(\alpha(x) - 2Bx). \quad (45)$$

Выражение для α находим из уравнения

$$\alpha'^2 - B^2 = -3\kappa e^{2\alpha} \left[mS - F(I, J) + 2\Upsilon \frac{d\Psi}{dI} - \Psi(\Upsilon) \right]. \quad (46)$$

Как видно из (46), произвольность выбора нелинейности спинорного поля дает возможность аннулировать влияние скалярного поля на пространства-времени, хотя оно вносит вклад в плотности энергии и полную энергию системы.

Уравнение для спинорного поля в этом случае имеет вид

$$i\bar{\gamma}^1 \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\alpha'}{2} \right) \psi + ie^\alpha \Phi \psi + e^\alpha \mathcal{G} \gamma^5 \psi = 0. \quad (47)$$

Как и раньше, предположим, что нелинейность спинорного поля есть функция или от $I = S^2$, или от $J = P^2$. Рассмотрим случай с $F = F(S)$, $F_1 = F_1(S)$. Тогда имеем

$$S = C_0 e^{-\alpha}, \quad C_0 = \text{const}. \quad (48)$$

Используя (48), решение уравнения (46) относительно S запишется в квадратурах. Тогда компоненты спинорного и скалярного полей, а также другие физические величины могут быть выражены через S .

Далее, используя общее решение, полученное в квадратурах, в диссертации подробно анализируется поведение системы при различных значениях параметров. Исследуется возможность возникновения солитонно-подобных решений. В качестве примера на рисунке 16 представлено кинкообразное решение.

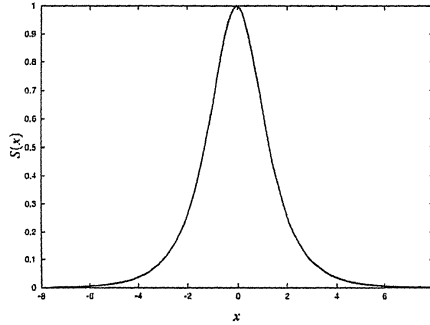


Рис. 16: Вид Функции $S(x)$ в случае нелинейного спинорного поля при $n = 4$; она имеет максимум в точке $x = 0$.

В данной главе впервые показано, что плотность энергии и полная энергия линейных спинорного и скалярного полей не ограничены. Показано, что ведение нелинейного члена спинорного поля, а так же учет его собственного гравитационного поля формирует полевые конфигурации с конечной плотностью энергии и ограниченными полной энергией, спином и зарядом. Показано, что свойства системы нелинейных спинорного и скалярного полей с минимальной связью определяются той частью гравитационного поля, которая генерируется нелинейным спинорным полем. В этом контексте можно сказать, что спинорное поле более чувствительно к гравитационному полю, чем скалярное.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

В приложении подробно выведены некоторые часто используемые соотношения, полученные несколько десятков лет назад. Вывод этих соотношений в современных публикациях фактически не встречается.

3 Основные результаты

На защиту выносятся следующие основные результаты:

- В диссертации впервые с помощью нелинейного спинорного поля (НСП) моделируются различные характеристики материи, влияющие на эволюцию Вселенной.

Впервые было показано, что при некоторых конкретных выборах нелинейности в рамках модели типа Бианки-I:

- ★ нелинейное спинорное поле ускоряет процесс изотропизации;
- ★ нелинейное спинорное поле порождает Вселенную без сингулярностей. При этом, если нелинейность возникает за счет самодействия, то имеет место нарушение условия энергодоминантности, тогда как в случае индуцированной нелинейности спинорного поля получено регулярное решение без нарушения этого условия;
- ★ нелинейное спинорное поле объясняет феномен ускоренного расширения Вселенной.

- Исследована роль космологической постоянной в эволюции Вселенной. Показано, что при $\Lambda > 0$ получаем модель с вечным ускорением, тогда как при $\Lambda = 0$ имеем модель, где процесс расширения заканчивается. При $\Lambda < 0$ получаем модель или всюду регулярной осциллирующей Вселенной, или модель Вселенной, которая заканчивается Большим Крахом.
- Впервые было показано, что при наличии в системе вязкой жидкости Вселенная может быть расширяющейся или осциллирующей при любом знаке космологической постоянной. Впервые было показано, что вязкая жидкость вместе с нелинейным спинорным полем может генерировать решения с Большим Разрывом, когда за конечное время сама Вселенная, а также плотность энергии становятся бесконечными.
- Впервые было показано, что жидкость Ван-дер-Ваальса может воспроизводить две фазы эволюции, первая фаза - первоначальное ускорение (инфляция), которая переходит во вторую фазу - эпоху замедления. Впервые

была введена квинтэссенция с модифицированным уравнением состояния и показано, что она порождает циклическую Вселенную, избавляя модель от проблемы вечного ускорения.

- Впервые было показано, что в случае модели типа Бианки-VI нелинейное спинорное поле может генерировать осциллирующую Вселенную при некоторых дополнительных условиях. При этих условиях изотропизации изначально анизотропной Вселенной не происходит.
- Впервые было показано, что в случае плоско-симметричной метрики нелинейное спинорное поле с учетом собственного гравитационного поля приводит к появлению конфигурации с конечной плотностью энергии и ограниченной полной энергией. Таким образом, нелинейность спинорного поля и гравитационное поле являются ключевыми для регулярных решений с локализованной плотностью энергии.

4 Результаты, включенные в диссертацию, опубликованы в следующих работах:

- [1] *Альварадо Р., Рыбаков Ю.П., Саха Б., Шикин Г.Н.* Взаимодействующие спинорное и скалярное поля: точные самосогласованные решения в пространстве типа Бианки-I.// Известия ВУЗов. Физика. 1995. Т. 38. № 7. С. 53-58.
- [2] *Альварадо Р., Саха Б., Шикин Г.Н.* О взаимодействии спинорного и скалярного полей во внешнем космологическом гравитационном поле типа Бианки-I.// Вестник РУДН. Физика. 1996. V. 4. № 1. С. 38 - 51.
- [3] *Рыбаков Ю.П., Саха Б., Шикин Г.Н.* Точные самосогласованные решения нелинейных уравнений спинорного поля в пространстве Бианки-I.// "Неевклидовы пространства и новые проблемы физики"(Сборник статей, посвященный 200 летию со дня рождения Н.И. Лобачевского) М: Издательство Белка, 1993. С. 30 - 34.
- [4] *Рыбаков Ю.П., Саха Б. и Шикин Г.Н.* Нелинейные спинорные поля в пространстве типа Бианки I: Точные самосогласованные решения// Известия ВУЗов. Физика. 1994. Т. 37. № 7. С. 40 - 45.
- [5] *Рыбаков Ю.П., Саха Б. и Шикин Г.Н.* Нелинейное спинорное поле во внешнем гравитационном поле типа Бианки I и проблема устранения начальной сингулярности// Вестник РУДН: Физика. 1994. V. 2. № 2. С. 61-78.

- [6] *Saha B.* "Многомерные солитоны в нелинейных моделях с гравитацией" диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. РУДН. Москва. 1993. 85 С.
- [7] *Saha B.* Спинорные поля в космологии типа Бианки VI//Вестник РУДН: Математика, информатика и физика. 2007. № 1-2. С. 62 - 65.
- [8] *Saha B.* Ранняя инфляция, изотропизация и позднее ускорение Вселенной типа Бианки-I// Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2009. Т. 40. Вып. 5 (в печати).
- [9] *Saha B. и Рихвицкий В.С.* Нелинейные спинорные поля в анизотропной Вселенной, заполненной вязкой жидкостью: точные решения и качественный анализ// Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2009. Т. 40. Вып. 5 (в печати).
- [10] *Saha B. и Рихвицкий В.С.* Бианки типа-I космологическая модель с вязкой жидкостью и спинорным полем: качественный анализ//Вестник РУДН: Математика, информатика и физика. 2007. № 3-4. С. 130 - 134.
- [11] *Saha B. и Шикин Г.Н.* Спинорные поля в плоско-симметричном пространстве-времени//Вестник РУДН: Математика, информатика и физика. 2007. № 1-2. С. 66 - 69.
- [12] *Rybakov Yu.P., Saha B., Shikin G.N.* Exact Self-Consistent Solutions to Nonlinear Spinor Field Equations in Bianchi Type-I Space-Time.// Communications in Theoretical Physics. 1994. V. 3. P. 199-210.
- [13] *Saha B.* Dirac Spinor in Bianchi-I Universe with time dependent Gravitational and Cosmological Constants.// Modern Physics Letters A. 2001. V. 16. № 20. P. 1287-1296.
- [14] *Saha B.* Spinor field in Bianchi type-I Universe: regular solutions.// Physical Review D. 2001. V. 64. P. 123501.
- [15] *Saha B.* Nonlinear Spinor Field in cosmology// Physical Review D. 2004. V. 69. P. 124006.
- [16] *Saha B.* Interacting spinor and scalar fields in Bianchi cosmology// 2007. [arXiv: gr-qc/0701059]. (to be published in Gravitation & Cosmology. 2009).
- [17] *Saha B.* Interacting scalar and spinor fields in Bianchi type I universe filled with magneto-fluid// Astrophysics and Space Science. 2005. V. 299. № 1. P. 149-158.
- [18] *Saha B.* Spinor fields in Bianchi type-I Universe// Physics of Particles and Nuclei. 2006. V. 37. Suppl. 1, P. S13-S44.

- [19] *Saha B.* Bianchi type Universe with viscous fluid// Modern Physics Letters A. 2005. V. 20. № 28. P. 2127-2143.
- [20] *Saha B.* Nonlinear spinor field in Bianchi type-I Universe filled with viscous fluid: some special solutions// Romanian Reports in Physics. 2005. V. 57. № 1. P. 7-24.
- [21] *Saha B.* Nonlinear spinor field in Bianchi type-I Universe filled with viscous fluid: numerical solutions// Astrophysics and Space Science. 2007. V. 312. P. 3-11.
- [22] *Saha B.* Interacting spinor and scalar fields in Bianchi type-I Universe filled with viscous fluid: exact and numerical solutions// 2007. [arXiv: gr-qc/0703124]. (to be published in Gravitation & Cosmology. 2009).
- [23] *Saha B.* Anisotropic cosmological models with perfect fluid and dark energy// Chinese Journal of Physics. 2005. V. 43. № 6. P. 1035-1043.
- [24] *Saha B.* Anisotropic cosmological models with a perfect fluid and a Λ term// Astrophysics and space science. 2006. V. 302. P. 83-91.
- [25] *Saha B.* Anisotropic cosmological models with perfect fluid and dark energy reexamined// International Journal of Theoretical Physics. 2006. V. 45 №5. P. 983-995.
- [26] *Saha B.* Spinor field and accelerated regimes in cosmology// Gravitation & Cosmology. 2006. V. 12 № 2-3 (46-47). P. 215-218.
- [27] *Saha B.* Nonlinear spinor field in Bianchi type-I cosmology: inflation, isotropization, and late time acceleration// Physical Review D. 2006. V. 74. P. 124030.
- [28] *Saha B.* Nonlinear spinor field in Bianchi type-I cosmology: accelerated regimes// Romanian Reports in Physics. 2007. V. 59. № 2. P. 649-660.
- [29] *Saha B.* Spinor model of a perfect fluid// 2009. arXiv: 0901.1387 [gr-qc].
- [30] *Saha B.* Spinor model of a perfect fluid: examples// 2009. arXiv: 0902.2097 [gr-qc].
- [31] *Saha B. and Boyadjiev T.* Bianchi type-I cosmology with scalar and spinor fields// Physical Review D. 2004. V. 69. P. 124010.
- [32] *Saha B. and Boyadjiev T.* Interacting spinor and scalar fields in a Bianchi type-I Universe: Oscillatory solutions in the "Gravity, Astrophysics and Strings @ the Black Sea"(Eds. P.P. Fiziev and M.D. Todorov) Kiten, Bulgaria, June 10 -16, 2004, St. Kliment Ohridski University Press, Sofia. 2005. P. 226-233.

- [33] *Saha B. and Rikhwitsky V.* Bianchi type I universe with viscous fluid and a Λ term: A qualitative analysis// *Physica D.* 2006. V. 219. P. 168-176.
- [34] *Saha B. and Rikhwitsky V.* Anisotropic cosmological models with spinor field and viscous fluid in presence of a Λ term: qualitative solutions// *Journal Physics A: Mathematical and Theoretical.* 2007. V. 40. P. 14011-14027.
- [35] *Saha B. and Rikhwitsky V.* Anisotropic cosmological models with spinor and scalar fields and viscous fluid in presence of a Λ term: qualitative solutions// *Journal of Mathematical Physics.* 2008. V. 49. P. 112502.
- [36] *Saha B., Shikin G.N.* Nonlinear Spinor Field in Bianchi type-I Universe filled with Perfect Fluid: Exact Self-consistent Solutions.// *Journal of Mathematical Physics.* 1997. V. 38. № 10. P. 5305-5318.
- [37] *Saha B., Shikin G.N.* Interacting Spinor and Scalar Fields in Bianchi Type I Universe Filled with Perfect Fluid: Exact Self-consistent Solutions.// *General Relativity and Gravitation.* 1997. V. 29. № 9. P. 1099-1112.
- [38] *Saha B. and Shikin G.N.* On the role of Λ -term in the evolution of Bianchi-I cosmological model with nonlinear spinor field.// *PFU Reports: Physics.* 2000. № 8. P. 17-20.
- [39] *Saha B. and Shikin G.N.* Nonlinear Spinor Field: Plane-symmetric Solutions// *Journal of Theoretical, Mathematical and Computational Physics.* 2002. V. 5. № 1. P. 54 - 71.
- [40] *Saha B. and Shikin G.N.* Plane-symmetric solitons of spinor and scalar fields.// *Czechoslovak Journal of Physics.* 2004. V. 54. № 6. P. 597-620.
- [41] *Saha B. and Shikin G.N.* Static plane-symmetric nonlinear spinor and scalar fields in GR.// *International Journal of Theoretical Physics.* 2005. V. 44. № 9. P. 1459-1494.

Получено 26 июня 2009 г.

Отпечатано методом прямого репродуцирования
с оригинала, предоставленного автором.

Подписано в печать 29.06.2009.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,93. Уч.-изд. л. 2,54. Тираж 100 экз. Заказ № 56643.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/