

P2-2020-18

Р. А. Шиндин, Д. К. Гурьев, А. Н. Ливанов, И. П. Юдин

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗАРЯДОВО-ОБМЕННОГО  
ПРОЦЕССА  $nd \rightarrow p(nn)$  ПОД УГЛОМ  $0^\circ$  В РАМКАХ  
УПРУГОГО РАССЕЙНИЯ  $np \rightarrow np$  на  $180^\circ$

Направлено в журнал «Ядерная физика»

---

E-mails: [shindin@jinr.ru](mailto:shindin@jinr.ru), [livanov@jinr.ru](mailto:livanov@jinr.ru), [yudin@jinr.ru](mailto:yudin@jinr.ru)

Шиндин Р. А. и др.

P2-2020-18

Представление зарядово-обменного процесса  $nd \rightarrow p(nn)$  под углом  $0^\circ$  в рамках упругого рассеяния  $np \rightarrow np$  на  $180^\circ$

Рассмотрена проблема спиновой физики, связанная с различием представлений упругого взаимодействия между нейтроном и протоном. Взаимодействие можно назвать процессом упругой перезарядки  $np \rightarrow pn$  либо расценить как реакцию  $np \rightarrow np$  рассеяния нейтрона. Преобразование от одного представления к другому обеспечивает унитарный оператор Майораны. В рамках импульсного приближения дважды определена квазиупругая реакция перезарядки нейтрона на дейтроне. В представлении  $nd \rightarrow p(nn)$  при рассеянии протона на угол  $\theta$  получена формула Дина. С помощью представления  $nd \rightarrow (nn)p$  квазиупругого рассеяния нейтрона (образующего с нейтроном-спектатором  $nn$ -пару) под углом  $\pi - \theta$  определена альтернативная формула.

Работа выполнена в Лаборатории физики высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2020

Shindin R. A. et al.

P2-2020-18

Charge-Exchange Quasi-Elastic Process  $nd \rightarrow p(nn)$  at an Angle of  $0^\circ$  in the Framework of Elastic  $np \rightarrow np$  Scattering through an Angle of  $180^\circ$

The problem of spin physics related to the difference of representations of the elastic interaction between the neutron and the proton is considered. In the first case, the charge-exchange  $np \rightarrow pn$  reaction at the angle  $\theta$  is supposed, in the second — the simple elastic scattering of  $np \rightarrow np$ , when the neutron is going in the opposite direction  $\pi - \theta$ . The transition from one representation to another is provided by the Majorana operator. In the framework of impulse approximation, the quasi-elastic charge-exchange reaction of a neutron on a deuteron is calculated twice. In the framework of  $nd \rightarrow p(nn)$  scattering of proton through the angle  $\theta$ , the well-known Dean formula is given. Using the other representation  $nd \rightarrow (nn)p$  as a neutron elastic scattering at the angle  $\pi - \theta$  (together with neutron-spectator in  $nn$ -pair), the alternative formula is presented.

The investigation has been performed at the Veksler and Baldin Laboratory of High Energy Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2020

## ВВЕДЕНИЕ

Формализм взаимодействия нуклонов повторяет метод, развитый для описания рассеяния электронов на частицах с полуцелым спином, например на другом электроне или атоме с одним электроном вне замкнутой оболочки. Поэтому вначале подробно рассмотрим определения спиновых и пространственных частей волновой функции двух фермионов.

Вектор спина является аналогом механического момента, но обладает квантовыми свойствами. Его проекция на любое направление имеет дискретный набор значений. В случае частиц со спином  $(1/2)\hbar$  проекция окажется равной  $s_z = (+1/2)\hbar$  либо  $(-1/2)\hbar$ . Для учета этой двойственности используется набор из трех эрмитовых  $2 \times 2$ -матриц и вводится понятие спинового оператора  $\hat{\sigma}$ :

$$\hat{\sigma} = \mathbf{i}\sigma_x + \mathbf{j}\sigma_y + \mathbf{k}\sigma_z,$$

где

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Так как диагональной формой обладает только  $\sigma_z$ , то ее собственные векторы или спиноры являются чистыми состояниями:

$$\chi_z \left( s_z = +\frac{1}{2}\hbar \right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_z \left( s_z = -\frac{1}{2}\hbar \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Для каждого фермиона существует своя ось поляризации  $\mathbf{s}$ , вдоль которой его состояние выражается спинором  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . По всем другим направлениям спиновые состояния являются смешанными. Собственные векторы матрицы  $\sigma_r = (\hat{\sigma} \cdot \mathbf{r})$ , т. е. оператора по направлению  $\mathbf{r}(\theta, \varphi)$  (рис. 1), имеют обе компоненты  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ , которые представляют два варианта поляризации спина. Если фермион поляризован по  $z$ , его состояние по  $\mathbf{r}$  определяется так:

$$\chi_r \left( s_z = +\frac{\hbar}{2} \right) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \cos \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

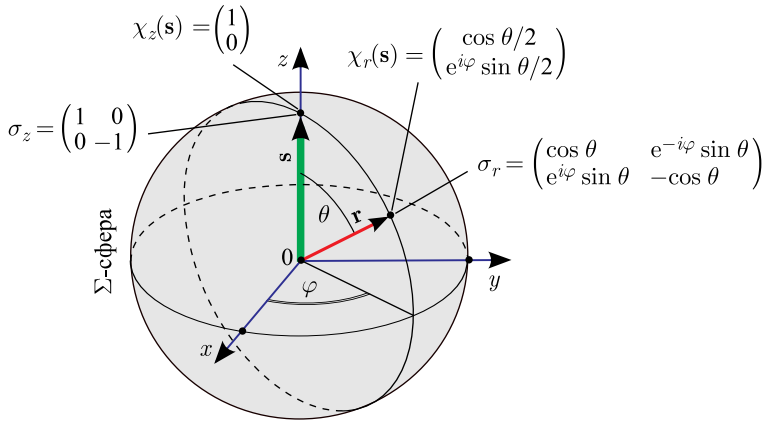


Рис. 1. Проекция оператора  $\hat{\sigma} = \mathbf{i}\sigma_x + \mathbf{j}\sigma_y + \mathbf{k}\sigma_z$  на любое направление  $\mathbf{r}$  равна единице ( $|\sigma_r|^2 = 1$ ), что позволяет представить его в виде  $\Sigma$ -сферы. Каждой ее точке соответствует свой оператор  $\sigma_r$ , который имеет два собственных вектора, т. е. спиноры  $\chi_r(s_z = +\hbar/2)$  и  $\chi_r(s_z = -\hbar/2)$

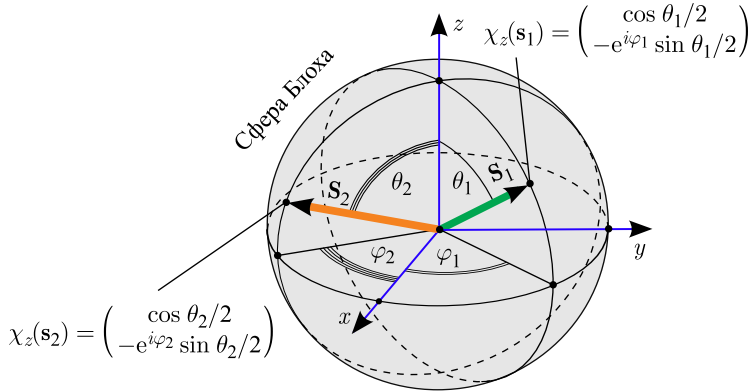


Рис. 2. Сфера Блоха. В отличие от  $\Sigma$ -сферы (см. рис. 1) направление поляризации спина  $\mathbf{s}$  не связано с осью  $z$ , но может меняться:  $\mathbf{s} \equiv \mathbf{s}(\theta, \varphi)$ , где  $\theta$  и  $\varphi$  — зенитный и азимутальный углы. Каждому положению вектора  $\mathbf{s}$  или точке на сфере Блоха соответствует определенное спиновое состояние по  $z$ :  $\chi_z(\mathbf{s}) = \cos \theta/2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - e^{i\varphi} \sin \theta/2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Знак минус перед второй компонентой спинора возникает из-за обратного отсчета зенитного угла  $\theta$  по сравнению со случаем, представленным на рис. 1

Здесь  $\cos \theta/2$  и  $e^{i\varphi} \sin^2 \theta/2$  — амплитуды вероятности найти частицу с проекциями спина  $s_r = (+1/2)\hbar$  и  $(-1/2)\hbar$ . В нашем исследовании — два фермиона, и спин каждого может иметь свое направление в трехмерном пространстве, поэтому удобнее использовать понятие сферы Блоха, когда состояния частиц рассматриваются в одной системе координат и квантуются по направлению оси  $z$  (рис. 2).

Чтобы различать фермионы, примем такие обозначения:

$$\chi_{z,n}(\mathbf{s}_m) \equiv |\mathbf{s}_m\rangle_n = \begin{pmatrix} \cos \theta_m/2 \\ -e^{i\varphi_m} \sin \theta_m/2 \end{pmatrix}_n, \quad n, m = \{1, 2\}. \quad (1)$$

Индекс  $m = 1, 2$  обозначает номер состояния. Порядок частиц  $n = 1, 2$  является произвольным. Например, векторы  $|\mathbf{s}_1\rangle_1$  и  $|\mathbf{s}_1\rangle_2$  представляют одну и ту же частицу, только называют ее либо первой, либо второй. В большинстве случаев столь подробное определение спиновых состояний (1) является излишним и вполне достаточно обозначить их спинорами  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$ , где  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  имеют комплексные значения и удовлетворяют условию  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$ . Независимость частиц факторизует их спиновую функцию:  $\chi_{12} = \chi_1 \chi_2$ . За счет свободы нумерации допускается два варианта:

$$|\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2, \quad |\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1\rangle = \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_2. \quad (2)$$

Для описания волновых свойств частицы обычно используется экспонента  $e^{i(\mathbf{p}\mathbf{r} - Et)/\hbar}$ , где  $\mathbf{p}$  и  $E$  — импульс и полная энергия частицы,  $\mathbf{r}$  и  $t$  — переменные пространства и времени. Такая гармоника является приближением и представляет бесконечную плоскую волну. Для наших целей будет достаточно использовать стационарные функции ( $t = \text{const}$ ). Чтобы различать две частицы, выбраны аналогичные (1) определения:

$$\varphi_{\mathbf{p}_m}(\mathbf{r}_n) \equiv |\mathbf{p}_m\rangle_n = C \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_m \mathbf{r}_n\right), \quad (3)$$

$$n, m = \{1, 2\}, \quad C = (2\pi\hbar)^{-3/2}.$$

Импульс имеет собственный индекс  $m$ , не зависящий от номера частицы  $n$ . Так, векторы  $|\mathbf{p}_1\rangle_1$  и  $|\mathbf{p}_2\rangle_1$  показывают, что первой частицей можно назвать и ту, которая имеет импульс  $\mathbf{p}_1$ , и другую — с импульсом  $\mathbf{p}_2$ . Ортогональность функций (3) выражает независимость частиц и позволяет факторизовать общую волновую функцию:

$$|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2\rangle = |\mathbf{p}_1\rangle_1 |\mathbf{p}_2\rangle_2, \quad |\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_1\rangle = |\mathbf{p}_2\rangle_1 |\mathbf{p}_1\rangle_2.$$

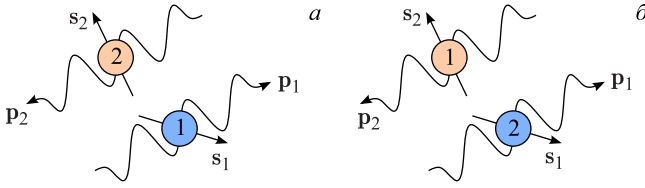


Рис. 3. Конфигурация двух частиц с определенными импульсами и направлениями спина: а) состояние частиц 1 и 2 определено функцией  $|\mathbf{p}_1, \mathbf{s}_1\rangle_1 |\mathbf{p}_2, \mathbf{s}_2\rangle_2$ ; б) номера частиц изменились, что соответствует функции  $|\mathbf{p}_2, \mathbf{s}_2\rangle_1 |\mathbf{p}_1, \mathbf{s}_1\rangle_2$

Если перейти в систему центра масс (с. ц. м.), перестановка импульсов частиц будет равносильна комплексному сопряжению:

$$|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2\rangle \rightarrow \varphi_{12} = C \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \mathbf{r}\right), \quad |\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_1\rangle \rightarrow \varphi_{12}^* = C \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \mathbf{r}\right), \quad (4)$$

где  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  — относительный радиус-вектор.

Согласно принципу запрета Паули два тождественных фермиона не могут занимать одно и то же состояние, поэтому их волновая функция  $\Psi$  должна быть антисимметрична относительно перестановки спинов и импульсов:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\mathbf{p}_1, \mathbf{s}_1\rangle_1 |\mathbf{p}_2, \mathbf{s}_2\rangle_2 - |\mathbf{p}_2, \mathbf{s}_2\rangle_1 |\mathbf{p}_1, \mathbf{s}_1\rangle_2 \right),$$

где

$$|\mathbf{p}_m, \mathbf{s}_m\rangle_n = |\mathbf{p}_m\rangle_n |\mathbf{s}_m\rangle_n.$$

Здесь важно, что полная перестановка не меняет конфигурации (рис. 3). Например, импульс фермиона с поляризацией по направлению  $\mathbf{s}_1$  в любом случае задается вектором  $\mathbf{p}_1$ .

Формулы (2) и (4) приводят волновую функцию  $\Psi$  к виду

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \varphi_{12} - \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_2 \varphi_{12}^* \right] \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_p \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_{-p}, \quad (5)$$

$$\int \int \Psi^+(\mathbf{p}') \Psi(\mathbf{p}) d^3 \mathbf{r} d^3 \mathbf{p} = \int \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') d^3 \mathbf{p} = 1. \quad (6)$$

Учитывая правило нормировки (6), для простоты рассуждения будем полагать, что функция (5) нормирована к единице:  $|\Psi|^2 = 1$ .

## 1. УПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФЕРМИОНОВ

Результат взаимодействия двух частиц можно представить как преобразование начальной волны  $\Psi_{\text{in}}$  в исходящую волну  $\Psi_{\text{fin}}$  (рис. 4). Будем считать их

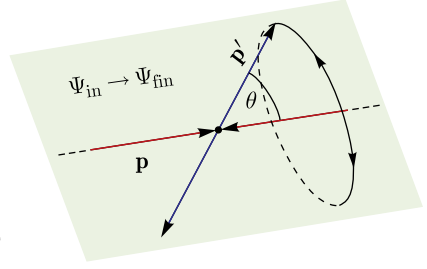


Рис. 4. Плоскость реакции взаимодействия двух частиц. Круговые стрелки показывают свободу вращения этой плоскости вокруг направления  $\mathbf{p}$

плоскими волнами (5), а для смены направления импульса  $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}'$  определим унитарный оператор\*  $\hat{P}(\theta)$ :

$$\begin{aligned} \hat{P}(\theta) \times \varphi_{12} &= \varphi'_{12} = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}' \mathbf{r}\right), \quad \cos \theta = \frac{(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}{|\mathbf{p}| \cdot |\mathbf{p}'|}, \\ |\hat{P}(\theta)|^2 &= 1, \quad \hat{P}(\theta) \hat{P}(\omega) = \hat{P}(\theta + \omega), \quad \hat{P}(\theta) = \hat{P}(\theta + 2\pi n), \\ \Psi_{\text{fin}} &= \hat{P}(\theta) \times \Psi_{\text{in}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Импульс  $\mathbf{p}'$  лежит в пределах углов  $\theta$  и  $\theta + d\theta$  в плоскости реакции, поэтому в трехмерном пространстве рассеянная волна  $\Psi_{\text{fin}}$  распространяется в элемент телесного угла  $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ . Чтобы перейти к вероятностному описанию упругого взаимодействия, достаточно умножить  $\Psi_{\text{fin}}$  на амплитуду рассеяния:

$$\Phi = A(\theta) \Psi_{\text{fin}}, \quad \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = |\Phi|^2 = |A(\theta)|^2.$$

Согласно [1, 2] представим рассеяние в виде спиновой матрицы  $M(\theta)$  в представлении Гольдбергера и Ватсона [3, 4]:

$$M(\theta) = a I_{1,2} + b \sigma_{1n} \sigma_{2n} + c (\sigma_{1n} + \sigma_{2n}) + e \sigma_{1m} \sigma_{2m} + f \sigma_{1l} \sigma_{2l}. \quad (8)$$

Здесь  $I_{1,2}$  — произведение двух единичных  $2 \times 2$ -матриц первой и второй частицы, амплитуды ( $a, b, c, e, f$ ) являются комплексными функциями угла рассеяния  $\theta$  и кинетической энергии, а новые спиновые состояния частиц опре-

---

\*Оператор  $\hat{P}(\theta)$  можно представить, например, как  $3 \times 3$ -матрицу  $A$ , которая поворачивает вектор импульса:  $\mathbf{p}' = A\mathbf{p}$ . Преобразование  $\hat{P}(\theta)\varphi \rightarrow \varphi'$  (7) происходит в с. п. м. Если перейти в лабораторную систему координат, действие оператора  $\hat{P}(\theta)$  сведется к умножению волновой функции  $|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2\rangle$  на экспоненту  $\exp\left[-\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\right]$ , где  $\mathbf{q}$  — импульс, переданный частице отдачи.

деляются действием операторов Паули по направлению векторов  $(\mathbf{m}, \mathbf{l}, \mathbf{n})$ :

$$\begin{aligned} \sigma_m &= (\hat{\sigma} \cdot \mathbf{m}), \quad \sigma_l = (\hat{\sigma} \cdot \mathbf{l}), \quad \sigma_n = (\hat{\sigma} \cdot \mathbf{n}), \\ \mathbf{m} &= \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}'}{|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|}, \quad \mathbf{l} = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{p}'}{|\mathbf{p} + \mathbf{p}'|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{p}'}{|\mathbf{p} \times \mathbf{p}'|}. \end{aligned} \quad (9)$$

Так как оператор  $\hat{P}(\theta)$  изменяет пространственную часть волны, а матрица  $M(\theta)$  — спиновую, их порядок значения не имеет, а совместное действие полностью детерминирует процесс рассеяния:

$$\hat{P}(\theta) M(\theta) \equiv M(\theta) \hat{P}(\theta), \quad \Phi = \hat{P}(\theta) M(\theta) \times \Psi_{\text{in}}.$$

**1.1. Flip и Non-Flip части дифференциального сечения.** Используем произвольность оси квантования  $z$ : направим ее по вектору  $\mathbf{n}$ , а две другие оси  $x$  и  $y$  совместим с векторами  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{l}$ . При этом матрица рассеяния (8) принимает более определенный вид. Преобразование спина выполняет оператор  $\hat{R}_t^+(\varphi) = E \cos \varphi/2 + i(\hat{\sigma} \cdot \mathbf{t}) \sin \varphi/2$ , где  $\mathbf{t}$  — ось вращения и  $\varphi$  — угол поворота. Так как  $\hat{R}_t^+(\pi) = i\sigma_t$ , сигма-матрицы  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$  являются операторами поворота на  $180^\circ$  вокруг своих осей (рис. 5).

Операторы Паули (9) преобразуют исходную волну (5) так, что на выходе возникают шесть волновых функций, ортогональных друг другу на сфере Блоха\*, т. е. когда частицы пучка и мишени неполяризованы:

$$\begin{aligned} \Psi_a &= \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_p \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_{-p}, & \Psi_c &= \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_p \begin{pmatrix} \gamma \\ -\delta \end{pmatrix}_{-p}, & \Psi_c'' &= \begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix}_p \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_{-p}, \\ \Psi_b &= \begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix}_p \begin{pmatrix} \gamma \\ -\delta \end{pmatrix}_{-p}, & \Psi_e &= \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}_p \begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \end{pmatrix}_{-p}, & \Psi_f &= \begin{pmatrix} \beta \\ -\alpha \end{pmatrix}_p \begin{pmatrix} \delta \\ -\gamma \end{pmatrix}_{-p}. \end{aligned} \quad (10)$$

Действие матрицы  $M(\theta)$  можно рассмотреть с позиции изменения спина рассеянной частицы. Тожественное преобразование  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  осуществляют два оператора:  $I_{1,2}$  и  $(\sigma_{1z} + \sigma_{2z})$ . Дифференциальное сечение этого процесса определяется так:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}^{\text{Non-Flip}} = |a|^2 + |c|^2. \quad (11a)$$

---

\* Ортогональность состояний  $\chi$  и  $(\hat{\sigma} \cdot \mathbf{t})\chi$  определена правилом

$$\forall \mathbf{t} \text{ и } \chi = \begin{pmatrix} \cos \theta_m/2 \\ -e^{i\varphi_m} \sin \theta_m/2 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \chi^\dagger (\hat{\sigma} \cdot \mathbf{t}) \chi \, d\theta_m \, d\varphi_m = 0.$$



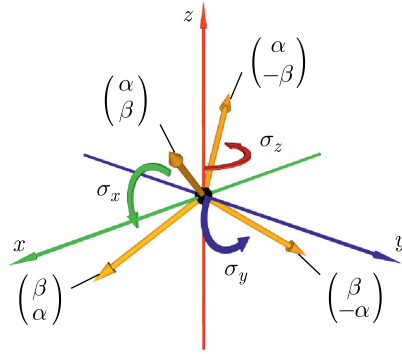


Рис. 5. Четыре направления поляризации фермиона, связанные между собой поворотами на  $180^\circ$  вокруг осей системы координат  $(x, y, z)$

Оператор  $(\sigma_{1z} + \sigma_{2z})$  также отвечает за переход  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix}$ . К тому же приводит оператор  $\sigma_{1z}\sigma_{2z}$ . Физический смысл этого преобразования — поворот спина на  $180^\circ$  вокруг оси  $z$ . Преобразования  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \beta \\ -\alpha \end{pmatrix}$  задаются операторами  $\sigma_{1x}\sigma_{2x}$  и  $\sigma_{1y}\sigma_{2y}$ , что соответствует повороту спинов частиц на  $180^\circ$  вокруг осей  $x$  и  $y$ . Дифференциальное сечение этих переходов вычисляется по формуле

$$\frac{d\sigma(\theta)^{\text{Flip}}}{d\Omega} = |b|^2 + |c|^2 + |e|^2 + |f|^2. \quad (116)$$

**1.2. Два представления упругого взаимодействия.** Задача теории — предсказать, в каких состояниях могут оказаться частицы после взаимодействия (рис. 6). Если частицы тождественны, никаким образом нельзя определить, которая из них рассеялась под углом  $\theta$ , а которая полетела в обратном направлении:  $\pi - \theta$ . Само определение *рассеянная частица* условно.

Пусть начальная волновая функция двух тождественных фермионов имеет форму (5). Матрица рассеяния  $M(\theta)$  определяет шесть вторичных волн (10), и каждая входит со своей амплитудой. Они образуют систему функций, по которой раскладывается вектор конечного состояния двух частиц:

$$\Phi = \sum_{i=1}^6 A_i \Psi_{\text{fn}, i}. \quad (12)$$

В принципе, можно перейти к другой системе функций  $\{\Psi_{\text{fn}, i}^*\}$ , но преобразование должно быть унитарным. Вектор (12) останется тем же, но получит новые координаты:  $\Phi = \sum A_i^* \Psi_{\text{fn}, i}^*$ . Если тот же процесс считать

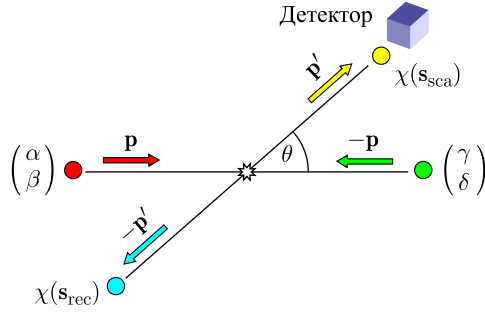


Рис. 6. Упругое рассеяние двух тождественных фермионов. Один из них в состоянии  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  налетает слева с импульсом  $\mathbf{p}$ . Состояние другого фермиона с импульсом  $-\mathbf{p}$  задано спинором  $\begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$ . Вторичные частицы, вылетевшие из точки взаимодействия с импульсами  $\mathbf{p}'$  и  $-\mathbf{p}'$ , имеют состояния  $\chi(\mathbf{s}_{sca})$  и  $\chi(\mathbf{s}_{rec})$  соответственно

рассеянием по направлению импульса  $-\mathbf{p}'$ , то меняется аргумент  $\theta \rightarrow \theta - \pi$  и вместо  $M(\theta)$  нужно использовать матрицу  $M(\theta - \pi)$ . Для наблюдателя двух частиц в с. ц. м. это равносильно тому, что детектор занимает диаметрально противоположную позицию и регистрирует другую частицу, которая прежде называлась частицей отдачи. Но конфигурация события остается прежней и результаты измерений, т. е. вектор состояния  $\Phi$  (12), должны совпадать с теми, которые были получены первым способом. Поэтому два представления упругого взаимодействия эквивалентны:

$$\Phi = \hat{P}(\theta)M(\theta) \times \Psi_{in} = \hat{P}(\theta - \pi)M(\pi - \theta) \times \Psi_{in}. \quad (13)$$

Здесь мы учли, что  $M(\theta - \pi) = M(\pi - \theta)$  вследствие изотропности пространства. Используя свойства оператора поворота (7), находим  $\hat{P}(\theta - \pi) = \hat{P}(\theta)\hat{P}(\pi)$ . Согласно своему определению, оператор  $\hat{P}(\pi)$  приводит к инверсии направления, т. е. меняет импульсы частиц:  $\hat{P}(\pi) \times |\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2\rangle = |\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_1\rangle$ . Его принято называть оператором Майораны  $\hat{P}_M \equiv \hat{P}(\pi)$  [5,6]. На основании выражения (13) получаем формулу

$$M(\theta) = \hat{P}(\pi) \times M(\pi - \theta). \quad (14)$$

Так как обмен спиновых состояний фермионов производит оператор Барлетта  $\hat{P}_B = (1/2)(1 + \hat{\sigma}_1\hat{\sigma}_2)$ , комбинация  $\hat{P}_M\hat{P}_B$  совершает полную перестановку:

$$\hat{P}_M\hat{P}_B \times \Psi = -\Psi \quad \Rightarrow \quad \hat{P}_M = -\hat{P}_B = -\frac{1}{2}(1 + \hat{\sigma}_1\hat{\sigma}_2). \quad (15)$$

В проведенном анализе рассматривались фермионы, но само определение спина  $(1/2)\hbar$  не играло никакой роли, поэтому формула (14) справедлива для любых двух тождественных частиц с любым количеством квантовых чисел. От этого зависит лишь выражение оператора Майораны.

## 2. УПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРОНА И ПРОТОНА

Формализм рассеяния нуклонов копирует методы спиновой физики. Вводится понятие изотопического спина  $T$ , и две его проекции  $T_3 = +1/2$  и  $T_3 = -1/2$  обозначают протон и нейтрон. Им сопоставлены изоспиноры  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ , которые будем записывать просто как  $p$  и  $n$ . Линейные комбинации

$$\chi_0^T = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_1 n_2 - n_1 p_2) \quad \text{и} \quad \chi_{1,0}^T = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_1 n_2 + n_1 p_2)$$

представляют нуклоны в состоянии с изоспином  $T = 0$  и в состоянии  $T = 1$  с проекцией  $T_3 = 0$  и являются собственными векторами оператора  $\hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2$ :

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2 &= \tau_{1,3} \tau_{2,3} + 2[\tau_{1+} \tau_{2-} + \tau_{1-} \tau_{2+}], \\ \tau_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \tau_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2 \times \chi_0^T &= -3\chi_0^T, \quad \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2 \times \chi_{1,0}^T = +\chi_{1,0}^T. \end{aligned}$$

Волновая функция нейтрона и протона также строится по схеме (5):

$$\Psi_{\text{in}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ n_1 p_2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \varphi_{12} - p_1 n_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_2 \varphi_{12}^* \right]. \quad (16)$$

С учетом того, что в ядерных взаимодействиях работают законы сохранения\* полного изоспина  $T$  и его проекции  $T_3$ , матрица упругого рассеяния нуклонов принимает форму

$$M(\theta) = M_0(\theta) \frac{1 - \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2}{4} + M_1(\theta) \frac{3 + \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2}{4}. \quad (17)$$

---

\* Слабые процессы  $n \rightarrow p + e + \tilde{\nu}$  и  $p \rightarrow n + e^+ + \nu$  приводят к нарушению изотопической инвариантности с вероятностью  $\sim 10^{-8}$ , т.е. можно считать, что в ядерных взаимодействиях нейтрон не превращается в протон и наоборот, поэтому  $T = \text{const}$ . Также изосинглетное состояние  $\chi_0^T$  нельзя перевести в триплетное  $\chi_{1,0}^T$ , иначе нарушится четность волновой функции, следовательно  $T_3 = \text{const}$ .

Здесь  $M_0$  и  $M_1$  — обычные спиновые матрицы (8), которые представляют взаимодействие нуклонов в чистых изотопических состояниях  $T = 0$  и  $T = 1$ . Например,  $M_1$  описывает рассеяние протона на протоне, или нейтрона на нейтроне, и имеет пять собственных амплитуд  $(a_1, b_1, c_1, e_1, f_1)$ . Подобным образом устроена матрица  $M_0$ , в которую входят амплитуды  $(a_0, b_0, c_0, e_0, f_0)$ .

Чтобы найти результат упругого  $np$ -взаимодействия, удобно разделить (17) на прямую и обменную части:

$$M(\theta) = \frac{1}{2}(M_1(\theta) + M_0(\theta)) + \frac{1}{2}(M_1(\theta) - M_0(\theta)) \hat{P}_B^T, \quad (18)$$

где  $\hat{P}_B^T = 1/2(1 + \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2)$  — изотопический обменный оператор Бартлетта.

Полусумма  $1/2(M_1(\theta) + M_0(\theta))$  дает простое рассеяние нейтрона на протоне  $np \rightarrow np$  под углом  $\theta$  либо описывает симметричную реакцию рассеяния протона на нейтроне  $pn \rightarrow pn$ . Вторая часть (18) содержит обменный оператор  $\hat{P}_B^T$  и добавляет к рассеянию перестановку изоспинов частиц. Поэтому полуразность  $1/2(M_1(\theta) - M_0(\theta))$  является спиновой матрицей процесса перезарядки  $np \rightarrow pn$  или  $pn \rightarrow np$  по направлению угла  $\theta$ .

**2.1. Смена представлений  $np$ -взаимодействия.** Будем считать, что волновая функция двух нуклонов определена формулой (16). Если протон в с. ц. м. упругого  $np$ -взаимодействия рассеивается под углом  $\theta$ , нейтрон движется в обратную сторону по направлению  $\pi - \theta$ . Эту реакцию можно представить как процесс перезарядки  $np \rightarrow pn$ , когда состояния спинов нейтрона и протона определяет матрица  $1/2(M_1(\theta) - M_0(\theta))$ , либо расценить как упругое рассеяние нейтрона  $np \rightarrow np$  под углом  $\pi - \theta$ , но в этом случае нужно взять матрицу  $1/2(M_1(\pi - \theta) + M_0(\pi - \theta))$ . Поскольку вектор  $\Phi$  конечного состояния системы нейтрона и протона не зависит от того, какая из частиц регистрируется, оба представления эквивалентны, но могут различаться набором базисных волновых функций, по которым раскладывается  $\Phi$ . Согласно (15) для перехода от одного представления к другому необходимо использовать оператор Майораны:

$$\frac{1}{2}(M_1(\pi - \theta) + M_0(\pi - \theta)) = \hat{P}_M \times \frac{1}{2}(M_1(\theta) - M_0(\theta)) \hat{P}_B^T. \quad (19)$$

Так как нуклоны обладают переменными пространства, спина и изоспина, то полную перестановку осуществляют три оператора  $\hat{P}_M$ ,  $\hat{P}_B$  и  $\hat{P}_B^T$ :

$$\begin{aligned} \hat{P}_M \hat{P}_B \hat{P}_B^T \times \Psi &= -\Psi \Rightarrow \\ \hat{P}_M &= -\hat{P}_B \hat{P}_B^T = -\frac{1}{2}(1 + \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2) \frac{1}{2}(1 + \hat{\tau}_1 \hat{\tau}_2). \end{aligned}$$

Унитарность  $|\widehat{P}_B^T|^2 = 1$  приводит (19) к следующему виду:

$$\frac{1}{2}(M_1(\pi - \theta) + M_0(\pi - \theta)) = -\widehat{P}_B \times \frac{1}{2}(M_1(\theta) - M_0(\theta)). \quad (20)$$

Впервые формула (20) была определена в работе [7]. До этого все рассуждения ограничивались правилами симметрии [8] при замене угла рассеяния  $\theta \rightarrow \pi - \theta$ . Переходя к амплитудам\* Гольдбергера–Ватсона [4], получаем каноническое преобразование [9–11]:

$$c^{\text{exch}}(\theta) = \frac{1}{2}(c_1(\theta) - c_0(\theta)) = \frac{1}{2}(c_1(\pi - \theta) + c_0(\pi - \theta)) = c(\pi - \theta),$$

$$\begin{pmatrix} a^{\text{exch}}(\theta) \\ b^{\text{exch}}(\theta) \\ e^{\text{exch}}(\theta) \\ f^{\text{exch}}(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & -1/2 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & +1/2 & +1/2 \\ -1/2 & +1/2 & +1/2 & -1/2 \\ -1/2 & +1/2 & -1/2 & +1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(\pi - \theta) \\ b(\pi - \theta) \\ e(\pi - \theta) \\ f(\pi - \theta) \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Если исходные состояния нейтрона и протона заданы спинорами  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$  соответственно, то амплитуда  $a^{\text{exch}}(\theta)$  показывает, с какой вероятностью спиновое состояние  $\chi_p$  протона, рассеянного под углом  $\theta$ , совпадает со спинором  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ , в то время как амплитуда  $a(\pi - \theta)$  говорит о корреляции между  $\chi_p$  и спинором  $\begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$ . Эти амплитуды могут быть равными только тогда, когда состояние  $\chi_p$  симметрично (или симметрично в среднем по всем направлениям поляризации нуклонов) относительно начальных состояний  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$ , однако теория этого не требует.

### 3. КВАЗИУПРУГАЯ РЕАКЦИЯ $nd \rightarrow p(nn)$

**3.1. Формула Дина.** Гипотеза Померанчука–Чью [12–15], а также идея А. Мигдала [16] сводится к тому, чтобы рассмотреть реакцию перезарядки нейтрона на дейтроне  $nd \rightarrow p(nn)$ , используя в рамках импульсного приближения формализм рассеяния свободных нуклонов.

---

\*Для наглядности амплитудам упругой перезарядки  $np \rightarrow pn$  присвоен ярлык exch.

Начальную волновую функцию трех частиц можно представить так:

$$\Psi_{3N} = \frac{1}{\sqrt{3!}} \begin{vmatrix} |\xi_1\rangle_1 & |\xi_2\rangle_1 & |\xi_3\rangle_1 \\ |\xi_1\rangle_2 & |\xi_2\rangle_2 & |\xi_3\rangle_2 \\ |\xi_1\rangle_3 & |\xi_2\rangle_3 & |\xi_3\rangle_3 \end{vmatrix}. \quad (22)$$

Здесь  $\xi$  — совокупность состояний нуклона, включая импульс, изотопический спин и обычный спин. Пусть  $\xi_1$  — налетающий нейтрон, а  $\xi_2$  и  $\xi_3$  — протон и нейтрон в ядре дейтерия. Раскладывая определитель (22) по элементам первого столбца, находим

$$\Psi_{3N} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum |\xi_1\rangle_i \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\xi_2\rangle_j |\xi_3\rangle_k - |\xi_3\rangle_j |\xi_2\rangle_k \right), \quad (23)$$

$$\{i, j, k\} = \{1, 2, 3\}, \{2, 3, 1\}, \{3, 1, 2\}.$$

Так как волновые функции (23) ортогональны, достаточно рассмотреть один вариант, например,  $\{i = 1, j = 2, k = 3\}$ , сократив коэффициент  $1/\sqrt{3}$ . Налетающий нейтрон можно представить вектором  $|\xi_1\rangle_1 = n_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_1 |\mathbf{p}_n\rangle_1$ . Состояние нуклонов дейтрона подчинено нескольким условиям. Во-первых, спины нейтрона и протона должны быть параллельны, поскольку  $S_d = \hbar$ . Обозначим их состояния спинорами  $\begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3$ , где  $\gamma = \cos \lambda/2$ ,  $\delta = -e^{i\mu} \sin \lambda/2$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  — зенитный и азимутальный углы поляризации дейтрона. Во-вторых, нуклоны связаны изосинглетной функцией  $\chi_0^T = 1/\sqrt{2}(p_2 n_3 - n_2 p_3)$ . Пространственная часть их волны симметрична:  $\varphi_d(\mathbf{r}) = \varphi_d(-\mathbf{r})$ , где  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3$ . Поэтому

$$\Psi_{3N} = \Psi_{nd} = |\xi_1\rangle_1 \Psi_d = n_1 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_1 |\mathbf{p}_n\rangle_1 \frac{p_2 n_3 - n_2 p_3}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3 \varphi_d. \quad (24)$$

В с.ц.м. пучкового нейтрона и протона ядра дейтерия обмен зарядов и спиновых состояний описывает матрица  $1/2(M_1(\theta) - M_0(\theta))\hat{P}_B^T$ . Рассеяние на угол  $\theta$  задает оператор  $\hat{P}(\theta)$  (7). В системе отсчета дейтрона этот поворот равносильен передаче импульса  $\mathbf{p}_n \rightarrow \mathbf{p}'_n = \mathbf{p}_n - \mathbf{q}$ , что сообщает волновой функции рассеянной частицы множитель  $\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\mathbf{q}\mathbf{r}_1\right)$ . Частице отдачи добавляется множитель  $\exp\left(\frac{i}{\hbar}\mathbf{q}\mathbf{r}_2\right)$  или  $\exp\left(\frac{i}{\hbar}\mathbf{q}\mathbf{r}_3\right)$  в зависимости от номера

протона:

$$\begin{aligned}
\Phi_{p(nn)} &= \frac{1}{2}(M_1(\theta) - M_0(\theta))\widehat{P}_B^T\widehat{P}(\theta) \times \Psi_{nd} = \\
&= \sum A_t^{\text{exch}} p_1 \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_1 |\mathbf{p}'_p\rangle_1 \frac{n_2 n_3}{\sqrt{2}} \times \\
&\times \left[ \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3 \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_2\right) - \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_3 \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_3\right) \right] \varphi_d = \\
&= \sum A_t^{\text{exch}} p_1 \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_1 |\mathbf{p}'_p\rangle_1 \frac{n_2 n_3}{\sqrt{2}} \times \\
&\times \left[ \chi_{(-)} \cos \frac{\mathbf{q} \mathbf{r}}{2\hbar} + i \chi_{(+)} \sin \frac{\mathbf{q} \mathbf{r}}{2\hbar} \right] \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_{nn}\right) \varphi_d, \quad (25)
\end{aligned}$$

где  $\mathbf{r}_{nn} = 1/2(\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3)$  — радиус-вектор системы двух нейтронов,

$$\chi_{(\pm)} = \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3 \pm \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_3, \quad (26)$$

$A_t^{\text{exch}}$  — амплитуды реакции упругой перезарядки  $np \rightarrow pn$  под углом  $\theta$ :  $A_1^{\text{exch}} = a^{\text{exch}}(\theta) = 1/2(a_1(\theta) - a_0(\theta))$  и т. д. (таблица). Спиноры  $\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}$  определяются действием операторов Паули по формулам (10). Функция  $\chi_{(-)}$  соответствует их синглетному состоянию, а  $\chi_{(+)}$  является линейной комбинацией трех спиновых функций  $\chi_{1,-1}$ ,  $\chi_{1,0}$  и  $\chi_{1,+1}$ . Здесь очевидно, что  $\chi_{(-)}$  входит в (25) с четной пространственной функцией  $\cos \mathbf{q} \mathbf{r}/2\hbar$ , а  $\chi_{(+)}$  — с нечетной функцией  $\sin \mathbf{q} \mathbf{r}/2\hbar$ , т. е. волна двух нейтронов антисимметрична.

Дифференциальное сечение реакции  $nd \rightarrow p(nn)$  определяется квадратом модуля вектора  $\Phi_{p(nn)}$ . Поскольку  $\Phi_{p(nn)}$  зависит от  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3$ , необходимо

**Весовые доли спиновых состояний  $\chi_{(-)}$  и  $\chi_{(+)}$  системы двух нейтронов на выходе реакции квазиупругой перезарядки  $nd \rightarrow p(nn)$**

$A_t^{\text{exch}}$	$t$	$\gamma_t$	$\delta_t$	$ \chi_{(-)} ^2$	$ \chi_{(+)} ^2$
$a^{\text{exch}}(\theta)$	1	$\gamma$	$\delta$	0	4
$b^{\text{exch}}(\theta)$	2	$\gamma$	$-\delta$	4/3	8/3
$c^{\text{exch}}(\theta)$	3	$\gamma$	$\delta$	0	4
$e^{\text{exch}}(\theta)$	4	$\gamma$	$-\delta$	4/3	8/3
$f^{\text{exch}}(\theta)$	5	$\delta$	$\gamma$	4/3	8/3
$j^{\text{exch}}(\theta)$	6	$\delta$	$-\gamma$	4/3	8/3

взять интеграл по объему ядра дейтерия. Если частицы были неполяризованы, то (25) усредняется по всем направлениям спинов:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}_{nd \rightarrow p(nn)} = \oint \overline{|\Phi_{p(nn)}|^2} dV = \frac{1}{2} \sum |A_t^{\text{exch}}|^2 \times \\ \times \left[ \overline{|\chi_{(-)}|^2} \oint |\varphi_d|^2 \cos^2 \frac{\mathbf{q}\mathbf{r}}{2\hbar} dV + \overline{|\chi_{(+)}|^2} \oint |\varphi_d|^2 \sin^2 \frac{\mathbf{q}\mathbf{r}}{2\hbar} dV \right]. \quad (27)$$

Вычисления приводят к следующим результатам (см. таблицу):

$$|\chi_{(-)}|^2 = 2|\delta\gamma_t - \gamma\delta_t|^2, \quad |\chi_{(+)}|^2 = 4 - |\chi_{(-)}|^2, \\ \overline{|\delta\gamma_t - \gamma\delta_t|^2} = \begin{cases} 0, & \text{если } \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}, \\ 2/3, & \text{если } \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \\ -\delta \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \end{pmatrix} \text{ или } \begin{pmatrix} \delta \\ -\gamma \end{pmatrix}. \end{cases}$$

Суммируя по вкладам всех амплитуд матрицы рассеяния и используя определение Flip (116) и Non-Flip (11а) частей дифференциального сечения процесса упругой перезарядки  $np \rightarrow pn$ , получаем

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}_{nd \rightarrow p(nn)} = \frac{2}{3} \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}_{np \rightarrow pn}^{\text{Flip}} \oint |\varphi_d|^2 \cos^2 \frac{\mathbf{q}\mathbf{r}}{2\hbar} dV + \\ + \left( 2 \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}_{np \rightarrow pn}^{\text{Non-Flip}} + \frac{4}{3} \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}_{np \rightarrow pn}^{\text{Flip}} \right) \oint |\varphi_d|^2 \sin^2 \frac{\mathbf{q}\mathbf{r}}{2\hbar} dV. \quad (28)$$

Формула Дина\* впервые встречается в работах [17, 18]. Аналогичный результат был получен и в [19, 20]. Идея представленного здесь способа состоит в том, что конечное состояние трех нуклонов определяется прямым действием нуклонной матрицы без каких-либо дополнительных ограничений свойств симметрии волновой функции двух нейтронов в отдаче. Из формулы (28) видно, как можно использовать ядро дейтерия в качестве фильтра амплитуд [12–15]. Если протон рассеивается под нулем, переданный импульс  $\mathbf{q}$  также стремится к нулю, поэтому  $\cos^2 \mathbf{q}\mathbf{r}/2\hbar \approx 1$  и  $\sin^2 \mathbf{q}\mathbf{r}/2\hbar \approx 0$ , что дает

$$\frac{d\sigma(0)}{d\Omega}_{nd \rightarrow p(nn)} = \frac{2}{3} \frac{d\sigma(0)}{d\Omega}_{np \rightarrow pn}^{\text{Flip}}. \quad (29)$$

---

\*В публикациях распространено представление формулы Дина, в котором используется понятие формфактора дейтрона  $F(q) = \oint |\varphi_d|^2 \cos \mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar dV$ :  $\oint |\varphi_d|^2 \cos^2 \mathbf{q}\mathbf{r}/2\hbar dV = 1/2 \oint |\varphi_d|^2 (1 + \cos \mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar) dV = 1/2(1 + F(q))$ ,  $\oint |\varphi_d|^2 \sin^2 \mathbf{q}\mathbf{r}/2\hbar dV = 1/2(1 - F(q))$ .



Измеряя выходы протонов упругой  $np \rightarrow pn$  и квазиупругой  $nd \rightarrow p(nn)$  реакций под нулевым углом рассеяния, мы определяем их отношение  $R_{dp}(0)$ , используя которое можно вычислить отношение  $r_{np \rightarrow pn(0)}^{\text{nf/fl}}$  между Non-Flip и Flip частями дифференциального сечения рассеяния  $np \rightarrow pn$  под нулем градусов:

$$r_{np \rightarrow pn(0)}^{\text{nf/fl}} = \frac{d\sigma(0)^{\text{Non-Flip}}}{d\Omega_{np \rightarrow pn}} \bigg/ \frac{d\sigma(0)^{\text{Flip}}}{d\Omega_{np \rightarrow pn}} = \frac{2}{3} \frac{1}{R_{dp}(0)} - 1. \quad (30)$$

**3.2. Альтернативная формула.** Рассмотрим процесс квазиупругой перезарядки нейтрона на дейтроне в представлении упругой реакции  $np \rightarrow np$ . Исходная волна трех нуклонов берется в той же форме (24):

$$\begin{aligned} \Psi_{nd} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum n_i \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}_i |\mathbf{p}_n\rangle_i \frac{p_j n_k - n_j p_k}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_k \varphi_{d,jk}, \\ \{i, j, k\} &= \{1, 2, 3\}, \{2, 3, 1\}, \{3, 1, 2\}, \\ \varphi_{d,jk} &= |\mathbf{p}_{p^*}\rangle_j |\mathbf{p}_{n^*}\rangle_k. \end{aligned} \quad (31)$$

Состояния изотопических и спиновых переменных теперь определяет матрица  $1/2(M_1(\pi - \theta) + M_0(\pi - \theta))$ . Пространственную часть волны  $|\mathbf{p}_n\rangle_i \varphi_{d,jk}$  меняет оператор  $\hat{P}(\theta - \pi)$ , действие которого можно разбить на два этапа. Вначале  $\hat{P}(\pi)$  обеспечивает перестановку импульсов  $\mathbf{p}_{n, \text{cm}} \leftrightarrow \mathbf{p}_{p^*, \text{cm}}$ , затем оператор  $\hat{P}(\theta)$  приводит к повороту на угол  $\theta$ . В системе отсчета, связанной с ядром дейтерия, налетающий нейтрон выбивает протон и сообщает ему импульс  $\mathbf{p}'_p = \mathbf{p}_n - \mathbf{q}$ . К волновой функции дейтрона добавляется экспонента  $\exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_i\right)$  за счет импульса  $\mathbf{q}$ , оставшегося у нейтрона после выбивания протона. Если протон имел номер  $j$ , действие  $\hat{P}(\theta - \pi)$  можно представить так\*:

$$\begin{aligned} \hat{P}(\theta) \hat{P}(\pi) \times |\mathbf{p}_n\rangle_i |\mathbf{p}_{p^*}\rangle_j |\mathbf{p}_{n^*}\rangle_k &= \hat{P}(\theta) \times |\mathbf{p}_{p^*}\rangle_i |\mathbf{p}_n\rangle_j |\mathbf{p}_{n^*}\rangle_k = \\ &= \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \mathbf{q}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)\right] |\mathbf{p}_n\rangle_j |\mathbf{p}_{p^*}\rangle_i |\mathbf{p}_{n^*}\rangle_k = |\mathbf{p}'_p\rangle_j \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_i\right) \varphi_{d,ik}. \end{aligned} \quad (32)$$

---

\*Ферми-импульс  $\mathbf{p}$  определяет мгновенный переданный импульс  $\mathbf{q}(\mathbf{p})$  системы двух нейтронов. Наблюдаемое значение  $\mathbf{q} = \mathbf{p}_n - \mathbf{p}'_p$  можно представить как среднее  $\langle \mathbf{q} \rangle$ :  $\hat{P}_{12}(\theta) \times |\mathbf{p}_n\rangle_1 \varphi_{d,23} = |\mathbf{p}_n\rangle_1 \int \exp\left[\frac{i}{\hbar} \mathbf{q}(\mathbf{p})(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)\right] \Psi_H(p) \exp\left[\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3)\right] d^3\mathbf{p} = |\mathbf{p}'_p\rangle_1 \exp\left(\frac{i}{\hbar} \langle \mathbf{q} \rangle \mathbf{r}_2\right) \varphi_{d,23}$ , где  $\Psi_H(p)$  — импульсное представление  $S$ -волновой функции Хюльтена [21].

В представлении  $np \rightarrow np$  рассеянной частицей является нейтрон (образующий с нейтроном-спектатором  $nn$ -пару), а протон становится частицей отдачи, поэтому вектор состояния трех частиц определяется формулой

$$\begin{aligned} \Phi_{(nn)p} &= \frac{1}{2}(M_1(\pi - \theta) + M_0(\pi - \theta))\widehat{P}(\pi - \theta) \times \Psi_{nd} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{\{i, j, k\}} \sum_t A_t \left[ \frac{n_i p_j n_k}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_i \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_k |p'_p\rangle_j \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_i\right) \varphi_{d, ik} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{n_i n_j p_k}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_i \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_k |p'_p\rangle_k \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_i\right) \varphi_{d, ij} \right]. \quad (33) \end{aligned}$$

Здесь  $A_t$  — одна из пяти амплитуд реакции рассеяния  $np \rightarrow np$  на угол  $\pi - \theta$ . Например:  $A_1 = a(\pi - \theta) = 1/2(a_1(\pi - \theta) + a_0(\pi - \theta))$  и т. д. Состояния  $\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}$  образуются операторами при своих амплитудах. Сумму по индексам  $\{i, j, k\}$  можно переупорядочить\* по номерам протонных состояний:

$$\begin{aligned} \Phi_{(nn)p} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{\{i, j, k\}} \sum_t A_t p_i \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_i |p'_p\rangle_i \frac{n_j n_k}{\sqrt{2}} \times \\ &\quad \times \left[ \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_k \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_k\right) - \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_k \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_j\right) \right] \varphi_{d, jk}. \quad (34) \end{aligned}$$

Так как все волны, по которым идет суммирование, ортогональны, достаточно взять один вариант  $\{i = 1, j = 2, k = 3\}$  и сократить коэффициент  $1/\sqrt{3}$ . Обозначая переменные  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3$  и  $\mathbf{r}_{nn} = 1/2(\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3)$ , имеем

$$\begin{aligned} \Phi_{(nn)p} &= \sum A_t p_1 \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_1 |p'_p\rangle_1 \frac{n_2 n_3}{\sqrt{2}} \times \\ &\quad \times \left[ \chi_{(-)} \cos \frac{\mathbf{q} \mathbf{r}}{2\hbar} - i \chi_{(+)} \sin \frac{\mathbf{q} \mathbf{r}}{2\hbar} \right] \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_{nn}\right) \varphi_{d, 23}, \quad (35) \end{aligned}$$

$$\chi_{(\pm)} = \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_3 \pm \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3. \quad (36)$$

Функции  $\Phi_{(nn)p}$  (35) и  $\Phi_{p(nn)}$  (25) имеют одинаковую структуру. Их различие заключается в том, как определены спиновые функции (36) и (26).

---

\*Для перегруппировки элементов суммы в формуле (33) удобно использовать циклическое замещение:  $i \rightarrow j, j \rightarrow k, k \rightarrow i$ .

Дифференциальное сечение реакции  $nd \rightarrow (nn)p$  определяется квадратом модуля волновой функции  $\Phi_{(nn)p}$ . Интегрируя по объему дейтрона и усредняя по всем направлениям поляризации частиц, находим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(\pi - \theta)}{d\Omega} \Big|_{nd \rightarrow (nn)p} &= \oint \overline{|\Phi_{(nn)p}|^2} dV = \\ &= \frac{1}{2} \sum |A_t|^2 \left[ \overline{|\chi_{(-)}|^2} \oint |\varphi_d|^2 \cos^2 \frac{\mathbf{q}\mathbf{r}}{2\hbar} dV + \right. \\ &\quad \left. + \overline{|\chi_{(+)}|^2} \oint |\varphi_d|^2 \sin^2 \frac{\mathbf{q}\mathbf{r}}{2\hbar} dV \right]. \quad (37) \end{aligned}$$

Спины налетающего нейтрона и нейтрона-спектатора ориентированы произвольно, поэтому состояния  $\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$  никак не коррелированы. Подстановка в (36) любого спинора  $\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}$  или  $\begin{pmatrix} \beta \\ -\alpha \end{pmatrix}$  дает точные равенства:

$$\overline{|\chi_{(-)}|^2} = 2\overline{|\gamma\beta_t - \delta\alpha_t|^2} = 1, \quad \overline{|\chi_{(+)}|^2} = 3. \quad (38)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(\pi - \theta)}{d\Omega} \Big|_{nd \rightarrow (nn)p} &= \frac{d\sigma(\pi - \theta)}{d\Omega} \Big|_{np \rightarrow np} \times \\ &\times \left( \frac{1}{2} + \oint |\varphi_d|^2 \sin^2 \frac{\mathbf{q}\mathbf{r}}{2\hbar} dV \right) = \left( 1 - \frac{1}{2} F(q) \right) \frac{d\sigma(\pi - \theta)}{d\Omega} \Big|_{np \rightarrow np}. \quad (39) \end{aligned}$$

Выбранное представление  $np \rightarrow np(\pi - \theta)$  не разделяет сечение рассеяния нейтрона на связанном протоне дейтрона на Flip и Non-Flip части элементарного процесса  $np \rightarrow np$ . Так как переход от одного представления к другому является унитарным, в (39) можно одновременно поменять значение угла  $(\pi - \theta) \rightarrow \theta$  и обозначить дифференциальные сечения реакциями перезарядки  $nd \rightarrow p(nn)$  и  $np \rightarrow pn$ :

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \Big|_{nd \rightarrow p(nn)} = \left( 1 - \frac{1}{2} F(q) \right) \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \Big|_{np \rightarrow pn}. \quad (40)$$

Представляет интерес предельный случай, когда протон рассеивается вперед и переданный импульс  $\mathbf{q} = \mathbf{p}_n - \mathbf{p}'_p$  близок к нулю, из-за чего формфактор дейтрона  $F(q)$  достигает единицы. Следовательно,

$$\frac{d\sigma(0)}{d\Omega} \Big|_{nd \rightarrow p(nn)} = \frac{1}{2} \frac{d\sigma(0)}{d\Omega} \Big|_{np \rightarrow pn}. \quad (41)$$

Так как формулы (40) и (28) дублируют выражение одной и той же величины  $d\sigma(\theta)/d\Omega_{nd \rightarrow p(nn)}$ , приводя в них подобные слагаемые и сокращая одинаковые сомножители, находим

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}_{np \rightarrow pn}^{\text{Flip}} = 3 \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}_{np \rightarrow pn}^{\text{Non-Flip}}. \quad (42)$$

Формула (42) получена косвенным образом, через анализ взаимодействия нейтрона и связанного в ядре дейтерия протона, когда другому нейтрону отводится роль простого наблюдателя. Ее нужно рассматривать, скорее, как гипотезу, как указание, полученное методом импульсного приближения. В то же время реакция упругой перезарядки  $np \rightarrow pn$  сама по себе никак не зависит от того, как рассеивается нейтрон на дейтроне. Справедливость формулы (42) можно проверить методом прямого восстановления амплитуд спиновой матрицы, для чего необходим полный комплект  $np$ -наблюдаемых [1, 8].

**3.3. Эквивалентность формул в двух представлениях:**  $nd \rightarrow p(nn)$ (0) и  $nd \rightarrow (nn)p(\pi)$ . Подробнее рассмотрим случай, когда в квазиупругом  $nd$ -взаимодействии вторичные протоны вылетают под нулем градусов, что дает  $F(q) \approx 1$  и позволяет преобразовать формулы (27) и (37) к такому виду:

$$\frac{d\sigma(0)}{d\Omega}_{nd \rightarrow p(nn)} = \frac{1}{2} \sum |A_t^{\text{exch}}|^2 \left| \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_3 - \begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3 \right|^2, \quad (43)$$

$$\frac{d\sigma(\pi)}{d\Omega}_{nd \rightarrow (nn)p} = \frac{1}{2} \sum |A_t|^2 \left| \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_3 - \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}_2 \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}_3 \right|^2. \quad (44)$$

Выражения дифференциальных сечений (43) и (44) имеют одинаковую структуру. Их различие состоит в том, как определен спин нейтрона, образующего с нейтроном-спектатором синглетное состояние  $S_{nn} = 0$  в обоих представлениях. Если мы называем  $nd$ -взаимодействие реакцией  $nd \rightarrow p(nn)$

(43), то нейтрон является частицей отдачи и его спин  $\begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix}$  представлен одним из четырех вариантов изменения спинового состояния протона ядра дейтерия. Когда  $\begin{pmatrix} \gamma_t \\ \delta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix}$ , вклад нефлиповой амплитуды  $a^{\text{exch}}(0)$  исчезает. Наоборот, все флиповые спиноры  $\begin{pmatrix} \gamma \\ -\delta \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} \delta \\ \gamma \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} \delta \\ -\gamma \end{pmatrix}$  входят с весом 4/3 (см. таблицу). После умножения на 1/2 остается 2/3 от Flip-части дифференциального сечения упругой перезарядки  $np \rightarrow pn(0)$ . Если же мы используем представление  $nd \rightarrow (nn)p$  (44), налетающий нейтрон считается рассеянным на  $180^\circ$ . Все спиновые состояния  $\begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix}$  входят с равным ве-

сом единица (38), поэтому никакого разделения Flip и Non-Flip частей не происходит и от дифференциального сечения реакции  $np \rightarrow np(\pi)$  остается  $1/2$  (44).

#### 4. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ОТНОШЕНИЯ $R_{dp}$

В четырех сеансах 2003–2007 гг. на установке «Дельта-Сигма» ЛВЭ ОИЯИ были проведены измерения  $R_{dp}$ -отношения выходов протонов в квазиупругой  $nd \rightarrow p(nn)$  и упругой  $np \rightarrow pn$  реакциях перезарядки при рассеянии протонов под нулем градусов при энергиях пучка нейтронов  $T_n = 0,5–2,0$  ГэВ [9–11, 22–24]. Результаты этого эксперимента и другие мировые данные приведены в приложении и представлены на рис. 7. Отношение  $R_{dp}$  по всему диапазону энергии  $T_n = 0,55–2,0$  ГэВ ведет себя подобно константе на уровне 0,56.

Возвращаясь к вопросу о выборе представления, необходимо отметить, что первые расчеты  $R_{dp}$ -отношения, выполненные на основе решений фазового анализа (PSA), оказались в жестком противоречии с результатами эксперимента [28]. Также использовалась закономерность (28), но согласно [29] в формулу Дина подставлялись амплитуды упругой реакции  $np \rightarrow np$  при

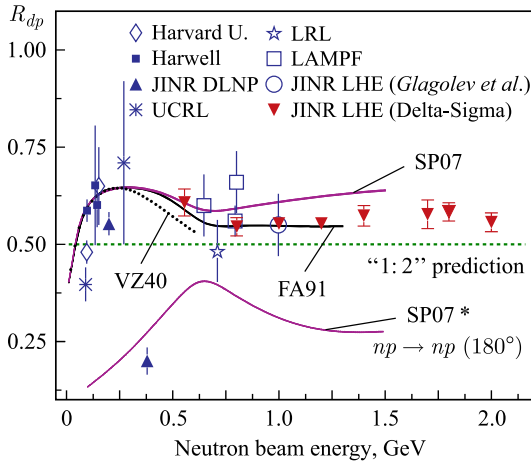


Рис. 7. Энергетическая зависимость  $R_{dp}$ -отношения выходов протонов квазиупругой  $nd \rightarrow p(nn)$  и упругой  $np \rightarrow pn$  реакций перезарядки при рассеянии под нулем градусов. Решения фазового анализа VZ40 [25], FA91 [26] и SP07 [27] взяты из базы данных SAID как амплитуды реакции  $np \rightarrow np$  ( $\theta = \pi$ ) и переведены преобразованием (21) в представление  $np \rightarrow pn$  ( $\theta = 0$ ). Значения  $R_{dp}$  рассчитаны по формуле (29). Кривая SP07\* получена подстановкой Non-Flip и Flip частей реакции  $np \rightarrow np$  ( $\theta = \pi$ ), т. е. игнорируется разница представлений. Линия «1:2» показывает правильное применение формализма реакции  $np \rightarrow np$  ( $\theta = \pi$ ) (41) для расчетов отношения  $R_{dp}$

рассеянии назад (см. кривую SP07\* на рис. 7). Затем согласно [7,19] отношение  $R_{dp}$  было пересчитано с амплитудами упругой перезарядки  $np \rightarrow pn$  под нулем градусов, и то же решение SP07 [27] показало хорошее согласие с результатами измерений [9–11]. Наилучшее совпадение с экспериментальными данными соответствует решению FA91 [26], хотя не стоит забывать о приближенном характере феноменологических подходов, поскольку и принятые к фазовому анализу  $np$ -наблюдаемые заканчиваются при энергии 1,1 ГэВ.

Расчеты по формуле (41) в представлении упругой реакции  $np \rightarrow np(\pi)$  дают предсказание  $R_{dp} = 1/2$  (см. рис. 7). Экспериментальные данные оказались выше этого значения на 12%, что можно объяснить несколькими причинами. Во-первых, в импульсном приближении мы игнорируем нейтрон-спектатор, но при больших ферми-импульсах нуклонов дейтрона это неверно. Например, если по решению Хюльтена [21] взять среднее квадратичное значение  $P_F \approx 110$  МэВ/с, то при энергии  $T_n = 800$  МэВ отношение времени взаимодействия налетающего нейтрона с ядром дейтерия к периоду движения его нуклонов будет  $\sim 1/10$ , т.е. в 10 случаях из 100 в реакции  $nd \rightarrow p(nn)$  дейтрон следовало бы рассматривать как единое целое. Во-вторых, начиная с порога мезонообразования  $\sim 290$  МэВ, возможны реакции с возбуждением промежуточной  $\Delta$ -изобары, и эти каналы могут изменить вид функции трех нуклонов в конечном состоянии. В-третьих, при выводе обеих формул мы пренебрегли  $D$ -волновым состоянием дейтрона ( $\sim 4\%$ ). Однако если в момент перезарядки  $d \rightarrow nn$  происходит смешивание  $S$ - и  $D$ -волн, интерференция станет причиной дополнительного вклада.

Формула (40) не зависит от решений PSA, что является ее преимуществом по сравнению с формулой (28) и позволяет найти расхождение между теорией и экспериментом. Так как методика получения формул (41) и (29) одна и та же, погрешность импульсного приближения касается их в равной мере, т.е. в любом случае расчетные значения  $R_{dp}$  занижены на 12% и их следует брать с коэффициентом 1,12.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследован вопрос о различии двух представлений упругого взаимодействия двух тождественных частиц. Представления зависят от нашего выбора, какую из частиц считать рассеянной, что приводит к двум эквивалентным, но не тождественным разложениям волновой функции в конечном состоянии. Переход между представлениями обеспечивает оператор Майораны.

Предложен способ вывода формулы Дина для реакции квазиупругой перезарядки  $nd \rightarrow p(nn)$ , при котором волновая функция протона и двух нейтронов в конечном состоянии получается прямым действием нуклонной матрицы рассеяния. С использованием альтернативного представления упругого взаимодействия нейтрона и протона, т.е.  $np \rightarrow np$  при рассеянии назад, определена новая формула, согласно которой дифференциальные сечения процессов

$nd \rightarrow p(nn)$  и  $np \rightarrow pn$  при рассеянии протонов под нулем градусов должны иметь отношение 1 : 2.

В диапазоне энергий  $T_n = 0,55-2,0$  ГэВ определенное экспериментально отношение  $R_{dp}$  подобно константе на уровне 0,56. Оно превышает расчетное значение  $R_{dp} = 1/2$  на 12 %, что связано в основном с погрешностью метода импульсного приближения.

Значительный вклад в это исследование был внесен теми, кого уже нет рядом с нами, — профессорами Л. Н. Струновым, Ф. Легаром и В. Л. Любошицем. Наш эксперимент проводился при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 02-02-17129 и № 07-02-01025).

## Приложение МИРОВЫЕ ДАННЫЕ

**Отношения  $R_{dp}$  и  $r_{np \rightarrow pn}^{nfl/fl}$  и ошибки их измерения. Эксперимент «Дельта-Сигма» 2003–2007 гг. [9–11, 22–24]**

Параметр	$T_n$ , ГэВ							
	0,55	0,8	1,0	1,2	1,4	1,7	1,8	2,0
$R_{dp}(0)$	0,608	0,546	0,553	0,554	0,574	0,550	0,584	0,557
$\varepsilon$	0,035	0,024	0,012	0,010	0,027	0,034	0,024	0,024
$r_{np \rightarrow pn}^{nfl/fl}(0)$	0,097	0,222	0,204	0,204	0,162	0,155	0,142	0,197
$\varepsilon$	0,062	0,053	0,026	0,023	0,054	0,074	0,046	0,052

**Мировые экспериментальные данные по отношениям  $R_{dp}$  и  $r_{np \rightarrow pn}^{nfl/fl}$**

$T_{kin}$ , ГэВ	$R_{dp}(0)$	$r_{np \rightarrow pn}^{nfl/fl}(0)$	Лаборатория	Год, ссылка
90	$0,397 \pm 0,044$	$0,679 \pm 0,186$	UCRL	1951, [30]
95	$0,480 \pm 0,030$	$0,389 \pm 0,087$	Harvard U.	1953, [31]
96	$0,587 \pm 0,029$	$0,136 \pm 0,056$	Harwell	1967, [32]
135	$0,652 \pm 0,154$	$0,022 \pm 0,241$	Harwell	1965, [33]
144	$0,601 \pm 0,057$	$0,109 \pm 0,105$	Harwell	1967, [32]
152	$0,650 \pm 0,100$	$0,026 \pm 0,158$	Harvard U.	1966, [31]
200	$0,553 \pm 0,030$	$0,205 \pm 0,065$	ЛЯП ОИЯИ	1962, [34]
270	$0,710 \pm 0,021$	$-0,061 \pm 0,278$	UCRL	1952, [35]
380	$0,200 \pm 0,035$	$2,333 \pm 0,583$	ИЯП АН СССР (Дубна)	1955, [36, 37]
647	$0,600 \pm 0,080$	$0,111 \pm 0,148$	LAMPF	1976, [38]
710	$0,483 \pm 0,080$	$0,380 \pm 0,229$	LRL	1960, [39]
794	$0,560 \pm 0,040$	$0,190 \pm 0,085$	LAMPF	1978, [40]
800	$0,660 \pm 0,080$	$0,010 \pm 0,122$	LAMPF	1978, [38]
997	$0,550 \pm 0,080$	$0,212 \pm 0,176$	ЛВЭ ОИЯИ	2002, [41]

## ЛИТЕРАТУРА

1. Биленький С. М., Липидус Л. И., Рындин М. Р. Поляризованная протонная мишень в опытах с частицами высоких энергий // Успехи физ. наук. 1964. Т. 84, № 10. С. 243–301.
2. Друкарёв Р. Ф., Обьедков В. Д. Поляризационные явления в электронных и атомных столкновениях // Успехи физ. наук. 1979. Т. 127, № 4. С. 621–650.
3. Goldberger M. L., Nambu Y., Oehme R. Dispersion Relations for Nucleon–Nucleon Scattering // Ann. Phys. 1957. V. 2, No. 3. P. 226–282.
4. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М.: Мир, 1967.
5. Blatt J., Weisskopf V. Theoretical Nuclear Physics. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1952.
6. Блатт Д., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
7. Lyuboshitz V. L., Lyuboshitz V. V. The Nucleon Charge Transfer Reaction  $n+p \rightarrow p+n$  at the Zero Angle and the Role of Spin Effects // XVII Intern. Workshop on Elastic and Diffractive Scattering. Towards High Energy Frontiers, Blois, Loire Valley, France, May 15–20, 2005. Vietnam: Gioi Publ., 2006. P. 223–227.
8. Bystrycky J., Lehar F., Wintrenitz P. Formalism of Nucleon–Nucleon Elastic Scattering Experiments // J. Phys. 1978. V. 39, No. 1. P. 1–32.
9. Shindin R. A., Guriev D. K., Morozov A. A. et al. Separation of Flip and Non-Flip Parts of  $np \rightarrow pn$  Charge Exchange at Energies  $t_n = 0.5\text{--}2.0$  GeV // Eur. Phys. J. 2008. V. 162, No. 1. P. 117–123. Selected and refereed papers from Intern. Conf. “SPIN-Praha 2007”.
10. Shindin R. A., Guriev D. K., Morozov A. A. et al. Separation of “Flip” and “Non-Flip” Parts of  $np \rightarrow pn$  Charge-Exchange at Energies  $t_n = 0.5\text{--}2.0$  GeV and Comparison with the PSA Solutions // Proc. of the XII Advanced Research Workshop on High Energy Spin Physics (DSPIN-07). Dubna, Sept. 3–7, 2007. Dubna: JINR, 2008. P. 353–357.
11. Шиндин Р. А., Гурьев Д. К., Морозов А. А. Разделение дифференциального сечения перезарядки  $np \rightarrow pn$  на flip и non-flip части при энергии  $T_n = 0,5\text{--}2,0$  ГэВ // Письма в ЭЧАЯ. 2011. Т. 8, № 2(165). С. 157–168.
12. Chew G. F. The Inelastic Scattering of High Energy Neutrons by Deuterons According to the Impulse Approximation // Phys. Rev. 1950. V. 80. P. 196–202.
13. Chew G. F. A Theoretical Calculation of the Inelastic Scattering of 90-MeV Neutrons by Deuterons // Phys. Rev. 1951. V. 84. P. 710–716.
14. Померанчук И. Я. Обменные столкновения быстрых нейтронов с дейтронами // Докл. АН СССР. 1951. Т. LXXVII. С. 249.
15. Померанчук И. Я. Собрание научных трудов: в 3 ч. Т. III. Физика элементарных частиц. Сильные взаимодействия. М.: Наука, 1972.
16. Мигдал А. Б. Теория ядерных реакций с образованием медленных частиц // ЖЭТФ. 1955. Т. 28. С. 3–9 (доложено на теоретическом семинаре в Институте физических проблем в октябре 1950 г.).



17. *Dean N. W.* Symmetrization Effect in Spectator Momentum Distribution // *Phys. Rev. D.* 1972. V. 5, No. 7. P. 1661–1666.
18. *Dean N. W.* Inelastic Scattering from Deuteron in the Impulse Approximation // *Phys. Rev. D.* V. 5, No. 11. P. 2832–2835.
19. *Glagolev V. V., Lyuboshitz V. L., Lyuboshitz V. V., Piskunov N. M.* Charge-Exchange Breakup of the Deuteron with the Production of Two Protons and Spin Structure of the Amplitude of the Transfer Reaction. JINR Preprint E1-99-280. Dubna, 1999.
20. *Lednický R., Lyuboshitz V. L., Lyuboshitz V. V.* Spin Effects and Relative Momentum Spectrum of Two Protons in Deuteron Charge-Exchange Breakup // *Proc. of the XVI Intern. Baldin Seminar on High Energy Physics Problems, Dubna, June 10–15, 2002.* V. 1. Dubna, 2003. P. 199–211; arXiv:nucl-th/0302036v1.
21. *Hulthén L., Sugavara M.* // *The Two-Nucleon Problem.* V. 39. Berlin: Springer-Verlag, 1957. P. 32–33; 76; 92.
22. *Strunov L. N. et al.* Measurements of Neutron–Proton Spin Observables at  $0^\circ$  Using Highest Energy Polarized  $d$ ,  $n$  Probes // *Czech. J. Phys. C.* 2006. V. 56. P. 434–357; *Proc. of Intern. Conf. “SPIN-Praha 2005”.*
23. *Sharov V. I., Morozov A. A., Shindin R. A. et al.* Measurements of the Ratio  $R_{dp}$  of the Quasi-Elastic  $nd \rightarrow p(nn)$  to the Elastic  $np \rightarrow pn$  Charge-Exchange Process Yields at Zero Proton Emission Angle over the 0.55–2.0 GeV Neutron Beam Energy Region // *Eur. Phys. J. A.* 2009. V. 39, No. 3. P. 267–280.
24. *Sharov V. I., Morozov A. A., Shindin R. A. et al.* The Ratio  $R_{dp}$  of the Quasielastic  $nd \rightarrow p(nn)$  to the Elastic  $np \rightarrow pn$  Charge-Exchange-Process Yields at the Proton Emitting Angle  $\theta_{p,\text{lab}} = 0^\circ$  over 0.55–2.0 GeV Neutron Beam Energy Region. Experimental Results // *Phys. Atom. Nucl.* 2009. V. 72. P. 1007–1020.
25. *Arndt R. A., Strakovsky I. I., Workman R. L.* Updated Analysis of  $nn$  Elastic Scattering Data to 1.6 GeV // *Phys. Rev. C.* 1994. No. 50. P. 2731.
26. *Arndt R. A., Roper L. D., Workman R. L., McNaughton M. W.* Nucleon–Nucleon Partial-Wave Analysis to 1.6 GeV // *Phys. Rev. D.* 1992. No. 45. P. 3995.
27. *Arndt R. A., Briscoe W. J., Strakovsky I. I., Workman R. L.* Updated Analysis of  $nn$  Elastic Scattering to 3 GeV // *Phys. Rev. C.* 2007. No. 76. P. 025209.
28. *Легар Ф.* Конец привлекательной сказки и неожиданные результаты на нуклотроне // *Дубна: наука, содружество, прогресс.* 2005. 2 дек. С. 2–3.
29. *Binz R.* Untersuchung der Spinabhängigen Neutron–Proton Wechselwirkung im Energiebereich von 150 bis 1100 MeV. PhD thesis. Fakultät für Physik der Universität Freiburg i. Br., 1991.
30. *Powell N.* Preprint UCRL 1191. 1951.
31. *Hofman J. A., Strauch K.* On the Interaction of 95-MeV Protons with D, Li, Be, C, Al, Cu, and Pb Nuclei // *Phys. Rev.* 1953. V. 90. P. 449–460.
32. *Langsford A. et al.* Fast Forward Neutron Production in the  $d(p, n)2p$  Reaction for 95.7 and 143.9 MeV Protons // *Nucl. Phys. A.* 1967. No. 99. P. 246–268.
33. *Esten E. J., Griffith T. C., Lush G. J., Metheringham A. J.* Inelastic Proton–Deuteron Scattering at 135 MeV // *Rev. Mod. Phys.* A. 1965. No. 3. P. 533.

34. *Dzheleпов V. P.* Recent Investigations on Nucleon–Nucleon Scattering at the Dubna Synchrocyclotron // Intern. Conf. on High-Energy Physics at CERN, Geneva, July 4–11, 1962. P. 19–23.
35. *Cladis J. R., Hadley J., Hess W. N.* Fast Protons from 270-MeV  $n$ – $d$  Collisions // Phys. Rev. 1952. V. 86. P. 110–117.
36. *Джелепов В. П., Казаринов Ю. М., Головин Б. М., Флягин В. Б., Сатаров В. И.* Экспериментальное исследование взаимодействия нейтронов с нуклонами и дейтронами в области 380–590 МэВ // Изв. АН СССР. 1995. Т. XIX, № 5. С. 573–588.
37. *Dzheleпов V. P. et al.* Experimental Investigation of Neutron–Nucleon and Neutron–Deuteron Interaction in the Energy Region 380–590 MeV // Nuovo Cim. 1956. V. III, No. 1. P. 61–79. Reported at a Session of the Academy of Sciences of the USSR, Dec. 17, 1954.
38. *Bjork C. W., Riley P. J., Bonner B. E. et al.* Neutron Spectra at  $0^\circ$  from  $p$ – $p$  and  $p$ – $d$  Collisions at 647 and 800 MeV Incident Energies // Phys. Lett. B. 1976. No. 63. P. 31–34.
39. *Larsen R. R.* Neutron–Proton Scattering and the Determination of the Pion–Nucleon Coupling Constant // Nuovo Cim. 1960. V. XVIII, No. 5. P. 1039–1042.
40. *Bonner B. E., Simmons J. E., Wallace J. M. et al.* Quasielastic Charge Exchange in  $n^2\text{H} \rightarrow pn\text{n}$  at 794 MeV // Phys. Rev. C. 1978. No. 17. P. 664–670.
41. *Glagolev V. V. et al.* Spin-Dependent  $np \rightarrow pn$  Amplitude Estimated from  $dp \rightarrow ppn$  // Eur. Phys. J. A. 2002. V. 15, No. 4. P. 471–472.

Получено 3 сентября 2020 г.

Редактор *Е. В. Григорьева*

Подписано в печать 26.11.2020.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,5. Уч.-изд. л. 1,63. Тираж 255 экз. Заказ № 60030.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)