

P10-2023-19

А. В. Беляев, В. С. Рихвицкий

УТОЧНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ  
ДЛЯ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕР

Беляев А. В., Рихвицкий В. С.

P10-2023-19

Уточнение оптических констант для пузырьковых камер

В ОИЯИ на новом программно-аппаратном комплексе восстановлена обработка фильмовой информации для пузырьковых камер (1-м водородной и 2-м пропановой), которая была получена в сеансах измерений 1960–1990-х гг. в ОИЯИ. При восстановлении были обнаружены неточности при пространственной реконструкции точек. Найден алгоритм минимизации, уточняющий оптические константы фотообъективов и их расположение в общей декартовой системе координат камер.

Работа выполнена в Лаборатории физики высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2023

Belyaev A. V., Rikhvitsky V. S.

P10-2023-19

Refinement of Optical Constants for Bubble Chambers

At JINR, on the new software and hardware complex, the film information processing (FIP) for bubble chambers (1-meter hydrogen and 2-meter propane) was restored, which was obtained in the measurement sessions of the 60–90s of the 20th century at JINR. During the restoration, inaccuracies were found in the spatial reconstruction of the points. A minimization algorithm has been found that refines the “optical constants” of photographic lenses and their location in the common Cartesian coordinate system of cameras.

The investigation has been performed at the Veksler and Baldin Laboratory of High Energy Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2023

## ВВЕДЕНИЕ

В 1970–1990-х гг. на дубненском и серпуховском ускорителях облучались 1-м водородная [1] и 2-м пропановая пузырьковые камеры [2]. В результате на большом количестве фотопленок для разных облучений были зафиксированы события, т. е. взаимодействия частица–частица, частица–ядро, ядро–частица. С течением времени парк измерительной электронно-механической аппаратуры в ОИЯИ [3–5] устарел и был демонтирован. Фотопленки при этом остались в фильмохранилищах.

С помощью новых технологий фотопленки теперь цифруются на настольном сканере, что позволило восстановить обработку фильмовой информации (ОФИ) для пузырьковых камер [6]. При восстановлении, однако, были обнаружены неточности при пространственной реконструкции треков. Подозрение пало либо на несоответствие имеющихся наборов оптических констант камер физическому материалу, зафиксированному на фотопленках, либо на неточность самих констант.

Найден и представлен алгоритм минимизации, уточняющий часть оптических констант фотообъективов и их расположение в общей декартовой системе координат камер.

## 1. УТОЧНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ

На рис. 1 приведены (в равном масштабе и с примерным соблюдением пропорций) габариты видимых рабочих объемов камер и расположение подсистем координат  $(X, Y)$ . Для 1-м водородной камеры указано положение оптических осей  $O_i$  трех фотообъективов ( $i = 1, 2, 3$ ), для 2-м пропановой — положение осей  $O_i$  шести объективов ( $i = 1, \dots, 6$ ). Оси фотообъективов задают декартовы оптические системы  $(x_i, y_i)$ , которые соответствуют измеряемым проекциям.

На нижней поверхности верхних стекол камер (в плоскости  $Z = 0$ ) прочерчены реперные (внутреннего ориентирования [9]) кресты  $(\hat{X}_j, \hat{Y}_j)$ ,  $j = \overline{1, N}$ . Для пропановой камеры  $N = 25$  (в каждой подкамере), для водородной  $N = 17$ . Инженерное описание координат этих реперных крестов приведено в прил. А.

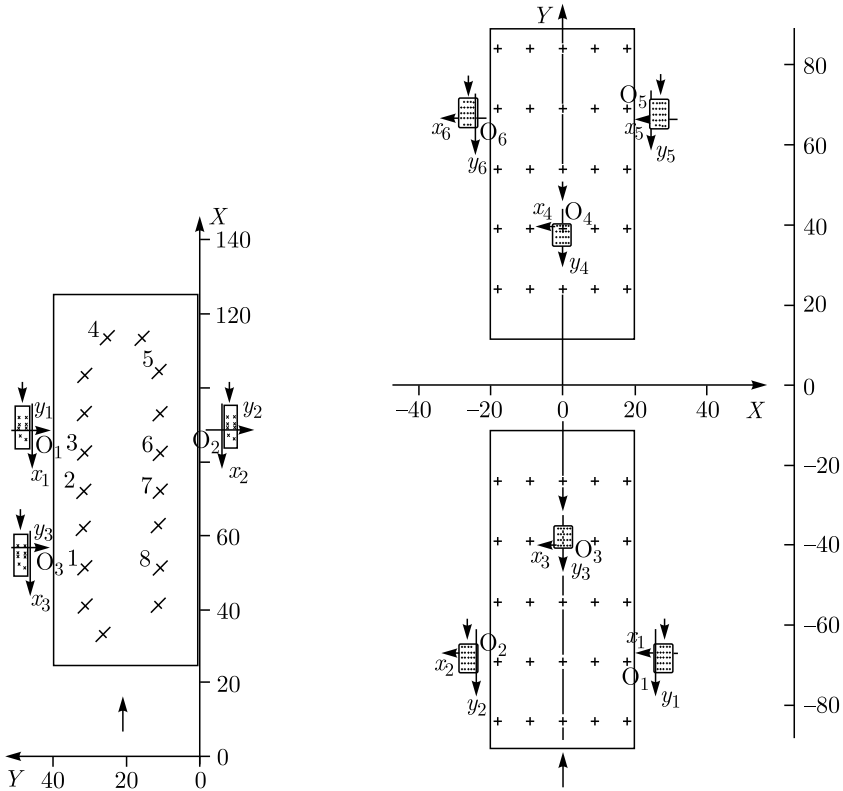


Рис. 1. Системы координат двух пузырьковых камер (слева — водородная, справа — пропановая). Вид сверху вниз, т. е. в направлении с отрицательного конца оси  $Z$  на плоскость  $XOY$ , поскольку общие системы координат  $(X, Y, Z)$  — левые. Шкалы градуированы в сантиметрах

После сборки («заливки») пузырьковой камеры «внутренние» кресты фотографировались на стеклянные фотопластинки через все объективы. Изображения крестов, полученные на пластинках («малые» реперные кресты), тщательно измерялись. При этом получались наборы координат  $(\hat{x}_{ji}, \hat{y}_{ji})$ ,  $j = 1, N$ ,  $i = 1, 3$  (для пропановой камеры  $i = 4, 6$ ).

Объективы камеры обладают дисторсией. Ход световых лучей показан на рис. 2. Дисторсия как функция  $R = R(r)$  аппроксимируется для каждой проекции в виде разложения в ряд по нечетным степеням  $r$ :

$$R(r) = R_0(r) + Ztg \gamma(r) = r [K(1 + \alpha_1 r^2 + \alpha_2 r^4) + ZK'(1 + \beta_1 r^2 + \beta_2 r^4)] \quad (1)$$

или кратко:

$$R_i = r_i \omega_i(Z, r_i), \quad (2)$$

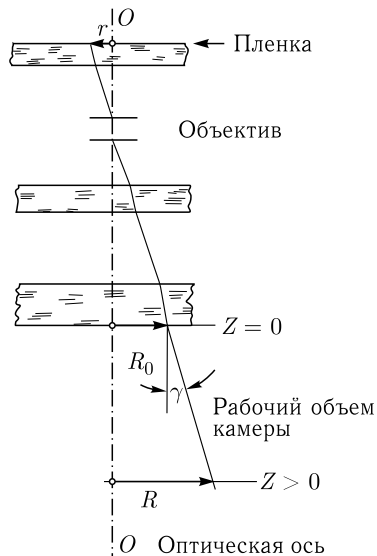


Рис. 2. Схема хода светового луча в камерах

где  $K, K', \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  — дисторсионные характеристики, заданные для каждого объектива.

Координаты «малых» реперных крестов ( $\hat{x}_{ji}, \hat{y}_{ji}$ ) (в сантиметрах), положение ( $X_i, Y_i$ ) (в сантиметрах) центров  $O_i$  оптических систем в подсистемах ( $X, Y$ ) и дисторсионные характеристики объективов указываются в геометрических константах пропановой [7–9] и водородной [10, 11] камер (для водородной используются фактически только избранные  $N = 8$  крестов, отмеченные на рис. 1 слева).

Ввиду того, что для рассматриваемых пузырьковых камер известны координаты ( $\hat{X}_j, \hat{Y}_j$ ),  $j = \overline{1, N}$ , реперных крестов (внутреннего ориентирования, см. прил. А), собственно на верхнем стекле, оказалось возможным сравнить их с координатами образов всех «малых» реперных крестов, полученных обратным проектированием в пространство камеры на плоскость  $Z = 0$ , и получить численные характеристики обнаруженных несовпадений. Схематически возможность сравнения поясняется рис. 3 для некоторого «малого» реперного креста по отношению к некоторой оптической оси.

Получение координат ( $X_{ji}, Y_{ji}$ ) нужного «обратного» образа  $j$ -го реперного «внутреннего» креста с трех  $i$ -х проекций осуществлено следующим образом. Пусть  $(\hat{x}_{ji}, \hat{y}_{ji})$  — координаты  $j$ -го («малого») креста в  $i$ -й оптической системе. Тогда  $\hat{r}_{ji} = \sqrt{\hat{x}_{ji}^2 + \hat{y}_{ji}^2}$  и в соответствии с (1) для  $Z = 0$

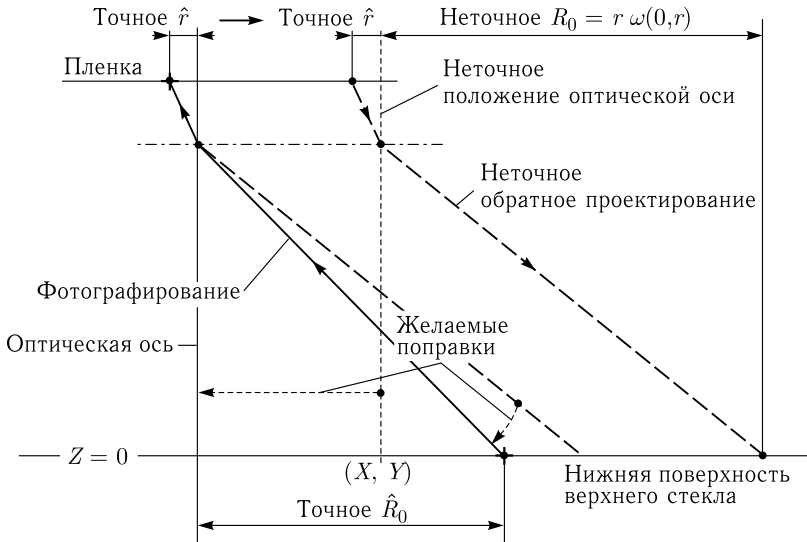


Рис. 3. Схема получения «обратного» образа «внутреннего» реперного креста. Прямой и обратный ход лучей условно изображены лежащими в одной плоскости, в реальности плоскости параллельные, но разные

(и по подобию треугольников)

$$X_{ji} = X_i + \hat{x}_{ji} \frac{\hat{r}_{ji}}{R_{ji}}, \quad Y_{ji} = Y_i + \hat{y}_{ji} \frac{\hat{r}_{ji}}{R_{ji}}.$$

После расчетов выяснилось, что «обратные» образы одноименного реперного креста образуют «слишком большой» треугольник около центра  $(\hat{X}_j, \hat{Y}_j)$ , прочерченного на верхнем стекле камеры (см. пример на рис. 4). Средняя длина  $p$  стороны таких треугольников по всем крестам составила  $\sim 0,5$  см. Сами треугольники были заметно смещены от центра «внутреннего» креста. Так, средние (по проекциям) расстояния

$$\Delta_i = \frac{1}{N} \sum_j \sqrt{(X_{ji} - \hat{X}_j)^2 + (Y_{ji} - \hat{Y}_j)^2}$$

от вершин треугольника до соответствующего центра «внутреннего» креста (для пропановой камеры) имеют значения, приведенные в табл. 1.

Результат этих неточностей отчетливо проявился при реальных измерениях. Так, на рис. 5, *a* показан момент измерений некоторого трека на кадре пропановой камеры, начиная от точки взаимодействия (от вершины события). В активном среднем окне (проекция 3) измерительной программы VisualMetro [6] выбрана левая проекция и отмечена точка вершины  $(x_\Delta, y_\Delta)$ . В ответ на это действие в левом и правом окнах прорисованы красным направляющие «прямые» (являющиеся образами точки  $(x_\Delta, y_\Delta)$ ),

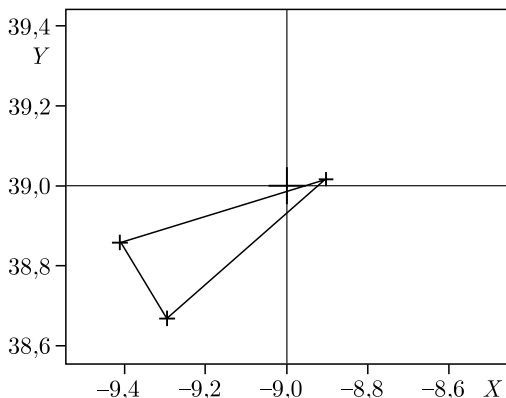


Рис. 4. Положение «обратных» образов одного и того же реперного креста  $b_2$  ( $\hat{X}_{B2} = -9,0$ ,  $\hat{Y}_{B2} = 39,0$ ) (см. прил. А) для трех разных объективов на плоскости  $Z = 0$  пропановой камеры до исправления констант

Таблица 1. Значения средних (по проекциям) расстояний от вершин треугольника до соответствующего центра «внутреннего» креста

$i$	$\Delta_i$ , см	$i$	$\Delta_i$ , см
1	0,691	4	0,855
2	0,920	5	0,402
3	1,315	6	0,585

которые должны пересекать измеряемый трек в квазисоответственных точках, в данном случае близко к вершине.

Исходя из ориентации измеряемого трека (идущего от вершины влево вверх), для *правой* проекции разумно выбрать третье окно (в котором направляющая прямая почти перпендикулярна оси трека), оставив первое (левое) окно для контрольной проекции (в первом окне курсор отодвинут в сторону от видимой вершины). Однако видно, что как в первом, так и в третьем окне направляющие прямые удалены от точки вершины на значительное расстояние, в то время как измерительные ошибки в оптических системах согласно работе [6] составляют 0,0003 см. Такое несоответствие приводит к настолько неточному «измерению» точки ( $x_{\Pi}$ ,  $y_{\Pi}$ ) на правой проекции, что это определяется просто «на глаз».

Подобный же неприятный эффект еще более наглядно демонстрируется на рис. 5, б. Представлена попытка измерения соответственных точек, лежащих в плоскости  $Z = 0$  (реперные кресты с разных проекций, очевидно, являются соответственными точками). Для уровня  $Z = 0$  соответствующий конец направляющей прямой должен оказаться точно (с ошибкой  $\sim 0,0003$  см) в центре креста на правой проекции. Однако он смещен на недопустимо большое расстояние:  $\sim 0,06$  см.

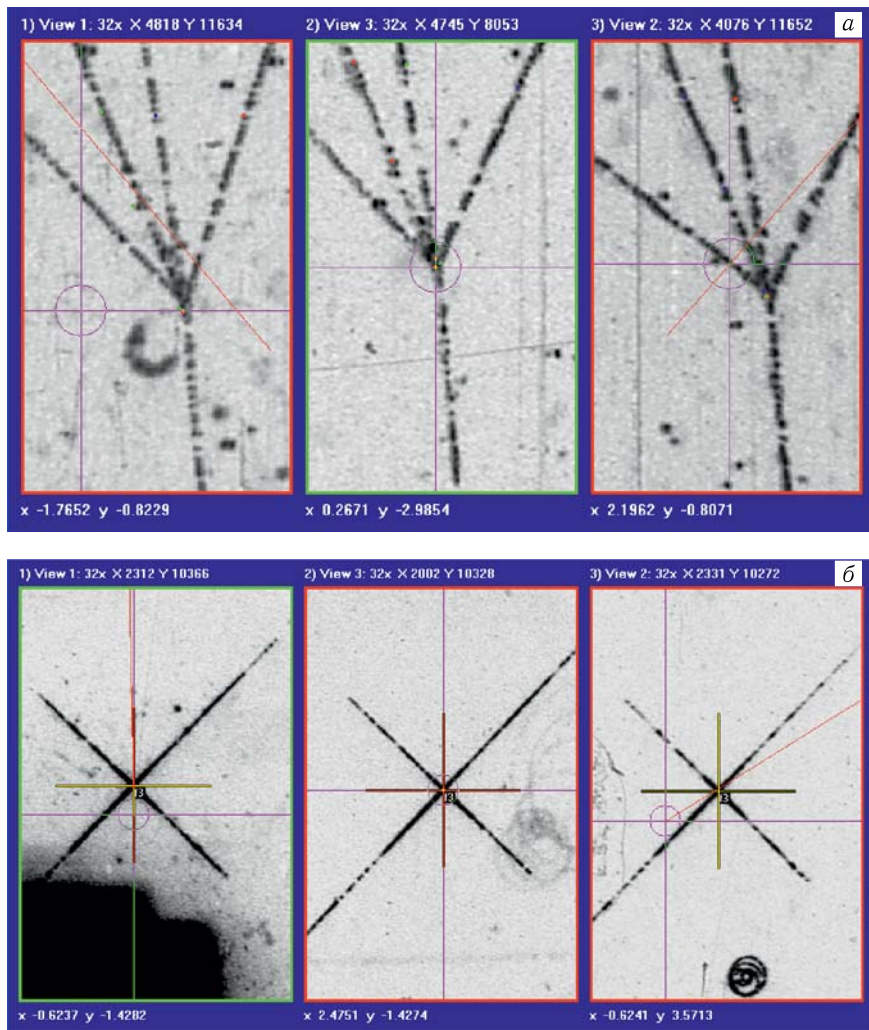


Рис. 5. Грубый промах при измерении: а) квазисоответственных точек до исправления констант; б) соответственных точек для уровня  $Z = 0$  до исправления констант

Для следующего сравнения данный трек был все же «измерен» до конца. Формально рассчитанный импульс соответствующей частицы оказался равен примерно 233,4 МэВ/с.

Подобные неточности были обнаружены и в данных водородной камеры.

Представленный выше расчет неточностей привел к идее уточнения оптических констант. Для этого была подготовлена отдельная программа минимизации Bubble\_ОРсог. В ней составлен функционал, представляю-



щий сумму квадратов расстояний  $\Delta_i$  от обратных образов всех («малых») реперных крестов (по всем проекциям при  $Z = 0$ ) до центра соответствующего «внутреннего» креста. Значения этого функционала зависят от координат центров оптических осей и параметров дисторсий (для уровня  $Z = 0$ ). Последние величины и явились переменными параметрами минимизации.

При техническом обслуживании пузырьковых камер их верхние стекла могли поворачиваться и сдвигаться относительно оси  $Z$ . Сдвиг автоматически учитывается при минимизации за счет вариаций координат центров оптических осей. Для учета поворота введен дополнительный параметр минимизации — угол поворота  $o$  (омикрон) верхнего стекла. При минимизации верхнее стекло «поворачивается» около выбранного центра  $(X_0, Y_0)$  вращения (при этом меняются промежуточные координаты «внутренних» крестов). Для водородной камеры центром вращения является точка  $X_0 = Y_0 = 0$ , для пропановой центр принимается в центрах прямоугольных решеток крестов: для проекций 1-2-3  $X_0 = 0, Y_0 = -54$ , для проекций 4-5-6  $X_0 = 0, Y_0 = 54$ .

Рассмотрим процедуру минимизации для камеры с тремя объективами (для пропановой минимизация проводится отдельно для разных подкамер). Вводится вектор-столбец  $\mathbf{v}$  варьируемых переменных размерности 16, которому придаются начальные значения

$$\mathbf{v} \leftarrow (X_1, Y_1, K_1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, X_2, Y_2, K_2, \alpha_{21}, \alpha_{22}, X_3, Y_3, K_3, \alpha_{31}, \alpha_{32}, o)^T.$$

Для компоненты  $v_{16}$  (угол поворота  $o$ ) начальное значение устанавливается равным нулю, для прочих компонент — берется из исходных оптических констант камеры [7–11].

Используется зависящий от компонент вектора  $\mathbf{v}$  функционал

$$\Phi(\mathbf{v}) = \sum_{ji} d^2 = \sum_{ji} \left[ (s_{ji} - \hat{s}_j)^2 + (t_{ji} - \hat{t}_j)^2 \right], \quad (3)$$

где в соответствии с (1) для  $Z = 0$  (например, для проекции 1)

$$\begin{cases} s_{j1} \leftarrow \hat{x}_{j1} \left( v_3 \left( 1 + v_4 \hat{r}_{j1}^2 + v_5 \hat{r}_{j1}^4 \right) \right) + v_1, \\ t_{j1} \leftarrow \hat{y}_{j1} \left( v_3 \left( 1 + v_4 \hat{r}_{j1}^2 + v_5 \hat{r}_{j1}^4 \right) \right) + v_2, \quad \text{где } \hat{r}_{j1}^2 = \hat{x}_{j1}^2 + \hat{y}_{j1}^2, \\ \hat{s}_j \leftarrow \left( \hat{X}_j - X_0 \right) \cos v_{16} - \left( \hat{Y}_j - Y_0 \right) \sin v_{16} + X_0, \\ \hat{t}_j \leftarrow \left( \hat{X}_j - X_0 \right) \sin v_{16} + \left( \hat{Y}_j - Y_0 \right) \cos v_{16} + Y_0. \end{cases}$$

Функционал (3) минимизируется по методу Ньютона. Циклически численно вычисляются вектор-функция  $\mathbf{F} = d\Phi/d\mathbf{v}$ , якобиан  $d\mathbf{F}(\mathbf{v})/d\mathbf{v}$ , очередное значение приращения вектора переменных

$$\Delta \mathbf{v} \leftarrow \left( \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{v})}{d\mathbf{v}} \right)^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{v})$$

и сам вектор  $\mathbf{v} \leftarrow \mathbf{v} - \Delta \mathbf{v}$  вплоть до соблюдения дважды подряд условия  $(\Delta \mathbf{v})^2 < \varepsilon_{\Delta \mathbf{v}^2} = 10^{-8}$ .

По окончании минимизации, которая требует не более 10 итераций, устанавливаются новые значения констант:

$$(X_1, Y_1, K_1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, X_2, Y_2, K_2, \alpha_{21}, \alpha_{22}, X_3, Y_3, K_3, \alpha_{31}, \alpha_{32}, o) \leftarrow \mathbf{v}.$$

Однако далее для сохранения привычного формата полученных данных найденный угол  $o$  поворота верхнего стекла в исправленный набор оптических констант не добавляется. Для его учета верхнее стекло «возвращается» в исходное положение (не меняются координаты «внутренних» крестов), но на обратный угол  $-o$  (равен  $-v_{16}$ ) поворачиваются координаты (сдвинутых индивидуально) оптических осей, например (для проекции 1),

$$\begin{cases} X_1 \leftarrow (v_1 - X_0) \cos(-v_{16}) - (v_2 - Y_0) \sin(-v_{16}) + X_0, \\ Y_1 \leftarrow (v_1 - X_0) \sin(-v_{16}) + (v_2 - Y_0) \cos(-v_{16}) + Y_0 \end{cases}$$

и координаты набора реперных крестов для всех проекций

$$\begin{cases} \hat{x}_{ji} \leftarrow \hat{x}_{ji} \cos(-v_{16}) - \hat{y}_{ji} \sin(-v_{16}), \\ \hat{y}_{ji} \leftarrow \hat{x}_{ji} \sin(-v_{16}) + \hat{y}_{ji} \cos(-v_{16}). \end{cases}$$

Последнее означает, что, несмотря на то, что исходные значения координат («малых») реперных крестов для оптических систем были *фотографически* точны, учет найденного поворота больших верхних стекол формально меняет их (поворачивается как целое).

Результаты минимизации как для пропановой, так и для водородной камеры приводятся в табл. 2 и на рис. 6.

Таблица 2. **Результаты минимизации как для пропановой, так и для водородной камеры**

Камера	Среднее по проекции $i$ отклонение $\Delta_i$ , см	Средняя длина стороны треугольника $p$ , см	Функционал $\Phi$	Угол $o$ поворота, рад
Водородная, заливка 50	1 0,113 $\rightarrow$ 0,065	0,0409 $\rightarrow$ 0,0244	0,2187 $\rightarrow$ 0,1010	0 $\rightarrow$ 0,00005
	2 0,073 $\rightarrow$ 0,058			
	3 0,077 $\rightarrow$ 0,059			
Водородная, заливка 52	1 <b>0,296 <math>\rightarrow</math> 0,066</b>	<b>0,4797 <math>\rightarrow</math> 0,0245</b>	<b>3,2514 <math>\rightarrow</math> 0,1048</b>	0 $\rightarrow$ -0,00001
	2 <b>0,387 <math>\rightarrow</math> 0,059</b>			
	3 <b>0,337 <math>\rightarrow</math> 0,061</b>			
Пропановая, проекции 1-2-3	1 <b>0,266 <math>\rightarrow</math> 0,014</b>	<b>0,4528 <math>\rightarrow</math> 0,0180</b>	<b>8,9847 <math>\rightarrow</math> 0,0085</b>	0 $\rightarrow$ -0,00001
	2 <b>0,341 <math>\rightarrow</math> 0,011</b>			
	3 <b>0,522 <math>\rightarrow</math> 0,017</b>			
Пропановая, проекции 4-5-6	4 <b>0,483 <math>\rightarrow</math> 0,015</b>	<b>0,4803 <math>\rightarrow</math> 0,0158</b>	<b>9,5113 <math>\rightarrow</math> 0,0077</b>	0 $\rightarrow$ -0,00091
	5 <b>0,402 <math>\rightarrow</math> 0,014</b>			
	6 <b>0,331 <math>\rightarrow</math> 0,011</b>			

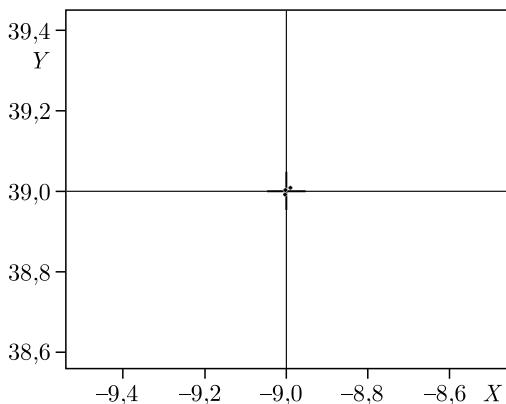


Рис. 6. Положение «обратных» образов одного и того же реперного креста  $b_2$  на плоскости  $Z = 0$  пропановой камеры после исправления констант (образы практически сходятся в центре «внутреннего» креста)

Полужирным шрифтом в табл. 2 выделены значения, удовлетворяющие описываемой процедуре коррекции констант.

Полная сравнительная (до и после) визуализация результатов минимизации для обеих камер с примерным соблюдением масштаба представлена на рис. 7–9. На них белым цветом обозначены прямоугольные решетки, в некоторых узлах пересечения которых (на нижней поверхности верхнего стекла камер) прочерчены реперные кресты «внешнего ориентирования». Для водородной камеры (см. рис. 7) указаны такие («косые») кресты, ко-

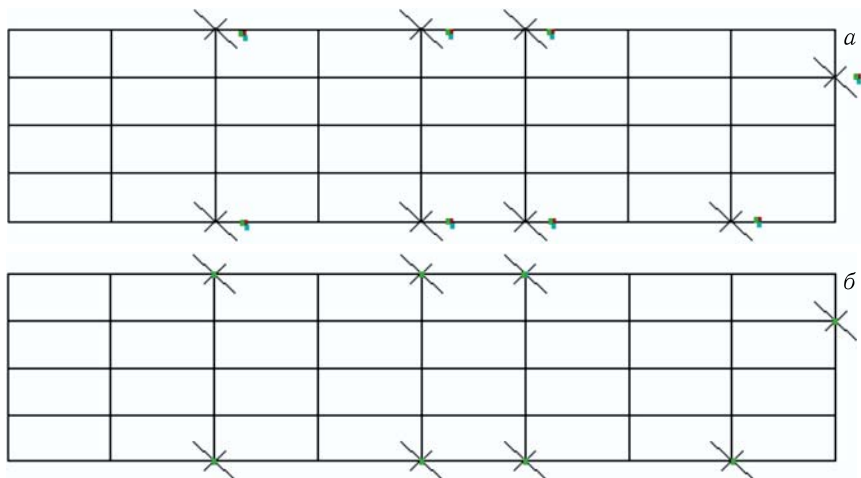


Рис. 7. Водородная камера. Положение обратных проекций «малых» крестов до (а) и после (б) минимизации

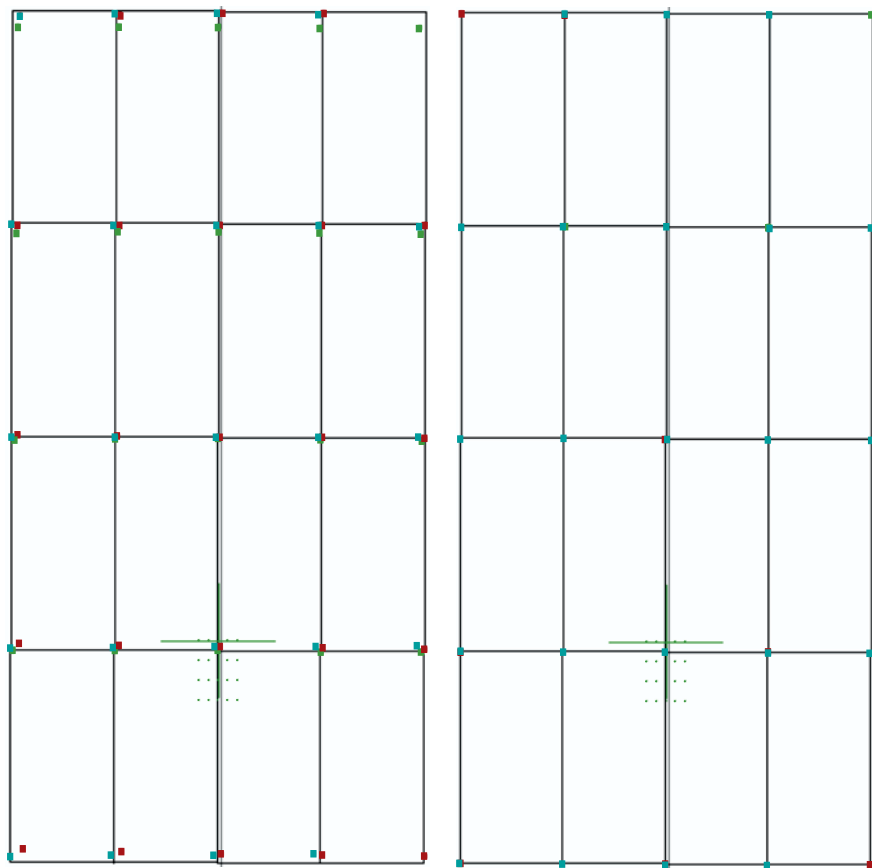


Рис. 8. Пропановая камера. Положение обратных проекций «малых» крестов до (слева) и после (справа) минимизации для подкамеры 4-5-6

ординаты которых заданы и используются в том числе при измерениях. Для пропановой камеры («прямые») реперные кресты прочерчены почти в каждом узле указанной прямоугольной решетки (на рис.8 и 9 не показаны).

Цветными точками (три разных цвета для трех разных проекций) указаны положения обратных проекций «малых» реперных крестов на нижнюю поверхность верхнего стекла камеры (уровень  $Z = 0$ ).

Уточнение констант во многих случаях заметно (в том числе «на глаз») улучшило нахождение квазисоответственных точек при измерении треков. На рис.10, *a* показан тот же самый момент измерения, что и на рис.5, *a*, но при использовании уточненных констант. Направляющая прямая в третьем окне пересекает измеряемый трек практически в точке

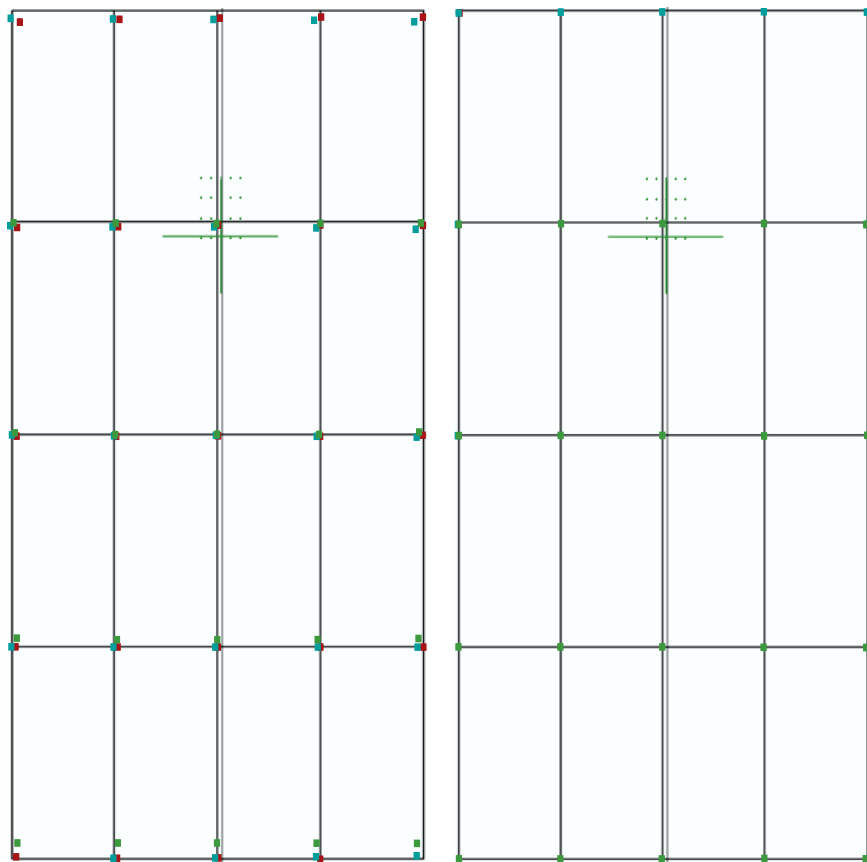


Рис. 9. Пропановая камера. Положение обратных проекций «малых» крестов до (слева) и после (справа) минимизации для подкамеры 1-2-3

вершины (с точностью до размера пузырьков). Импульс, рассчитанный для данного измеренного до конца трека, оказался равным примерно 215,9 МэВ/с. Легко определить, что относительная погрешность при вычислении импульсов до и после уточнения констант в данном случае составляет  $\sim 7\%$ .

Устранение эффекта неточных констант еще более наглядно демонстрируется на рис. 10, б, где представлены данные измерений соответственных точек для уровня  $Z = 0$ . Соответствующие концы направляющих прямых, как и должно быть для уровня  $Z = 0$ , точно совмещаются с центрами реперных крестов на «правых» проекциях.

Таким образом, оптические константы для уровня  $Z = 0$  были уточнены. Значения уточненных констант приводятся в прил. Б.

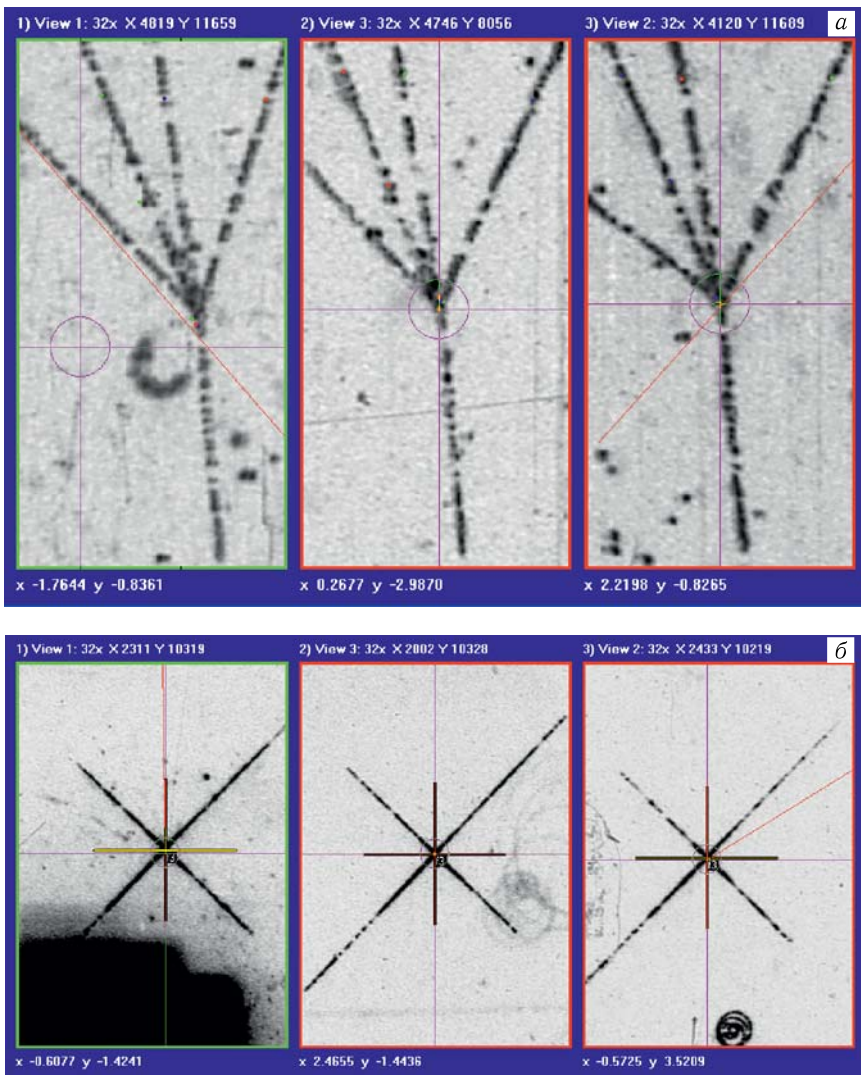


Рис. 10. Результаты измерения квазисоответственных точек (а) и соответственных точек для  $Z = 0$  (б) после исправления констант

## 2. ДОПОЛНЕНИЯ

Описанная процедура коррекции меняет координаты оптических осей, в то время как константы привязки рассчитанного магнитного поля к объему камеры делались еще при исходных (непоправленных) координатах осей. Поэтому выполнять процедуру коррекции констант допустимо, ес-

ли координаты «больших» крестов задать не в исходном (*инженерном, целочисленном*) положении, а в *реалистическом*, при котором можно надеяться, что изменение координат оптических осей будет минимальным.

Реалистическое положение «больших» крестов можно найти примерно после первого прогона вышеописанной процедуры коррекции.

Преобразование сдвига на  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и поворота на угол  $\Delta\phi$  для некоторых декартовых координат  $(x, y)$  выполняется по формуле

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \Delta\phi & \sin \Delta\phi \\ -\sin \Delta\phi & \cos \Delta\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Так могут преобразовываться координаты как оптических осей, так и «больших» крестов.

После первого прогона будем иметь «старые»  $(X^{\text{old}}, Y^{\text{old}})$  и «новые»  $(X^{\text{new}}, Y^{\text{new}})$  координаты оптических осей. Сдвиги  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и поворот  $\Delta\phi$  «больших» крестов желательно получить такими, чтобы разница между «старыми» и «новыми» координатами оптических осей при следующем прогоне оказалась бы минимальной. Найдем сдвиги и поворот из уравнения, полученного в результате минимизации функционала:

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ [X_i^{\text{new}} - (\Delta x + (X_i^{\text{old}} \cos \Delta\phi + Y_i^{\text{old}} \sin \Delta\phi))]^2 + [Y_i^{\text{new}} - (\Delta y + (-X_i^{\text{old}} \sin \Delta\phi + Y_i^{\text{old}} \cos \Delta\phi))]^2 \right\}.$$

В предположении малости угла  $\Delta\phi$  функционал упрощается:

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ [X_i^{\text{new}} - (\Delta x + X_i^{\text{old}} + Y_i^{\text{old}} \Delta\phi)]^2 + [Y_i^{\text{new}} - (\Delta y - X_i^{\text{old}} \Delta\phi + Y_i^{\text{old}})]^2 \right\}.$$

Минимизация функционала по переменным  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и  $\Delta\phi$  приводит к уравнению

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & \sum Y_i^{\text{old}} \\ 0 & 3 & -\sum X_i^{\text{old}} \\ -\sum Y_i^{\text{old}} & \sum X_i^{\text{old}} & -\sum (X_i^{\text{old}^2} + Y_i^{\text{old}^2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum (X_i^{\text{new}} - X_i^{\text{old}}) \\ \sum (Y_i^{\text{new}} - Y_i^{\text{old}}) \\ \sum (X_i^{\text{old}} Y_i^{\text{new}} - X_i^{\text{new}} Y_i^{\text{old}}) \end{pmatrix},$$

откуда получаются решения

для 50-й заливки:  $\Delta x = -2,245$ ,  $\Delta y = 0,510$ ,  $\Delta\phi = 0,0150$ ,

для 52-й заливки:  $\Delta x = -2,761$ ,  $\Delta y = 0,770$ ,  $\Delta\phi = 0,0066$ ,

для проекций 123:  $\Delta x = 0,414$ ,  $\Delta y = -0,759$ ,  $\Delta\phi = 0,0000$ ,

для проекций 456:  $\Delta x = 0,424$ ,  $\Delta y = 0,350$ ,  $\Delta\phi = -0,0030$ .

Эти величины, найденные после первого выполнения процедуры уточнения констант, применяются в начале второго ее осуществления. С их помощью предварительные (*целочисленные, инженерные*) координаты «больших» реперных крестов сдвигаются и поворачиваются в *реалистическое* положение:

$$\begin{pmatrix} \widehat{X}_j \\ \widehat{Y}_j \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} 1 & -\Delta\phi \\ \Delta\phi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{X}_j - \Delta x \\ \widehat{Y}_j - \Delta y \end{pmatrix}, \quad j = \overline{1, N}.$$

После второго прогона процедуры становится видно, что центры оптических осей в результате уточнения оптических констант почти не меняются.

Впрочем, как показывает опыт, сдвиги координат оптических осей при процедуре коррекции оказываются невелики (учитывая сравнительно невысокую точность измерения магнитного поля), и этим обстоятельством можно пренебречь.

К сожалению, константы для уровня  $Z > 0$  уточнить с помощью аналогичной методики оказалось невозможно, поскольку координаты реперов на дне камер ( $Z = 30,0$  см) оказались недоступными. Также нельзя признать, что улучшение констант только при  $Z = 0$  всегда уточняет измерения. Все-таки константы, используемые в (1), должны быть взаимно согласованы. Тем не менее при наличии данных о реперах на дне камеры («реперы внутреннего ориентирования») процедура коррекции констант для уровней  $Z = 0$  и  $Z > 0$  могла бы быть проведена аналогично вышеописанной для  $Z = 0$ . Поясим ее.

Должны быть заданы координаты реперных крестов не только для  $Z = 0$ :

$\widehat{X}_i, \widehat{Y}_i$  — координаты «больших» крестов (на стекле камеры при  $Z = 0$ ),

$\widehat{x}_{ji}, \widehat{y}_{ji}$  — координаты «малых» крестов, т. е. проекции «больших» крестов на пленку (обозначим  $\widehat{r}_{ji}^2 = \widehat{x}_{ji}^2 + \widehat{y}_{ji}^2$ ),

но и для  $Z = Z_{\max}$ :

$\check{X}_i, \check{Y}_i$  — координаты «больших» крестов (на дне камеры при  $Z = Z_{\max}$ ),

$\check{x}_{ji}, \check{y}_{ji}$  — координаты «малых» крестов, т. е. проекции «больших» крестов на пленку (обозначим  $\check{r}_{ji}^2 = \check{x}_{ji}^2 + \check{y}_{ji}^2$ ).

Как и раньше, установим функционал

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{v}) &= \sum_{ji} \widehat{d}_{ji}^2 + \sum_{ji} \check{d}_{ji}^2 = \\ &= \sum_{ji} \left[ (s_{ji} - \widehat{s}_j)^2 + (t_{ji} - \widehat{t}_j)^2 \right] + \sum_{ji} \left[ (s_{ji} - \check{s}_j)^2 + (t_{ji} - \check{t}_j)^2 \right]. \end{aligned}$$

Имея в виду (2), запишем предварительно (для ясности) коэффициент увеличения  $\omega$  и другие переменные, входящие в функционал, в виде

$$\omega(Z, r^2) = K [1 + r^2 (\alpha_1 + r^2 \alpha_2)] + ZK' [1 + r^2 (\beta_1 + r^2 \beta_2)],$$

для верха камеры:

$$s_{ji} = \widehat{x}_{ji} \omega(0, \widehat{r}_{ji}^2) + X_j,$$

$$t_{ji} = \widehat{y}_{ji} \omega(0, \widehat{r}_{ji}^2) + Y_j,$$



$$\begin{aligned}\widehat{s}_j &= (\widehat{X}_j - X_0) \cos o - (\widehat{Y}_j - Y_0) \sin o + X_0, \\ \widehat{t}_j &= (\widehat{X}_j - X_0) \sin o + (\widehat{Y}_j - Y_0) \cos o + Y_0,\end{aligned}$$

для низа камеры:

$$\begin{aligned}s_{ji} &= \check{x}_{ji} \omega (Z_{\max}, \check{r}_{ji}^2) + X_j, \\ t_{ji} &= \check{y}_{ji} \omega (Z_{\max}, \check{r}_{ji}^2) + Y_j, \\ \check{s}_j &= (\check{X}_j - X_0) \cos o - (\check{Y}_j - Y_0) \sin o + X_0, \\ \check{t}_j &= (\check{X}_j - X_0) \sin o + (\check{Y}_j - Y_0) \cos o + Y_0.\end{aligned}$$

Поскольку теперь вектор-столбец варьируемых переменных представляется в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{v} \leftarrow & (X_1, Y_1, K_1, \alpha_{11}, \alpha_{12}, K'_1, \beta_{11}, \beta_{12}, \\ & X_2, Y_2, K_2, \alpha_{21}, \alpha_{22}, K'_2, \beta_{21}, \beta_{22}, \\ & X_3, Y_3, K_3, \alpha_{31}, \alpha_{32}, K'_3, \beta_{31}, \beta_{32}, o)^T,\end{aligned}$$

именно его соответствующие компоненты (как и раньше) должны входить в выражение для функционала. В остальном минимизация должна проходить, как было описано выше.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлена программа Bubble\_ORcorr для уточнения оптических констант водородной и пропановой пузырьковых камер по представленному алгоритму.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность В. В. Глаголеву за предоставление данных для водородной камеры и А. П. Иерусалимову за полезные замечания.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А.

### Инженерное описание координат «больших» реперных крестов внутреннего ориентирования

**Водородная камера.** На основе данных (в сантиметрах), представленных В. В. Глаголевым, заливка 50:

	$\widehat{X}$	$\widehat{Y}$
f1	51.01179	30.42157
f2	71.39778	30.62355
f3	81.80203	30.70914
f4	112.59199	25.97370
f5	102.65375	10.52595
f6	82.02581	10.29494
f7	71.83320	10.20515
f8	51.23132	9.99706,

заливка 52:

	$\hat{X}$	$\hat{Y}$
f1	51.51179	29.72157
f2	71.89778	29.92355
f3	82.30203	30.50914
f4	113.09199	25.27370
f5	103.15375	9.82595
f6	82.52581	9.59494
f7	72.33320	9.50515
f8	51.74132	9.29706.

Исходя из того, что при инженерном проектировании камеры координаты крестов задаются не дробными, а округленными величинами (в сантиметрах), принимаем, что *инженерные* координаты крестов (разумеется, независимо от заливки) могли быть заданы в следующем виде:

	$\hat{X}$	$\hat{Y}$
f1	50.0	30.0
f2	70.0	30.0
f3	80.0	30.0
f4	110.0	25.0
f5	100.0	10.0
f6	80.0	10.0
f7	70.0	10.0
f8	50.0	10.0.

Видно, что внутренние реперные кресты располагаются в узлах некоторой прямоугольной решетки с шагом  $10 \times 5$  см. Координаты внутренних реперов, собственно, и задают декартову подсистему  $(X, Y)$  водородной камеры.

**Пропановая камера.** Внутренние реперные кресты (на обоих верхних стеклах пропановой камеры) образуют прямоугольную решетку с шагом  $9 \times 15$  см. Координаты внутренних реперов, собственно, и задают декартову подсистему  $(X, Y)$  пропановой камеры.

Подкамера 2 (проекции 4-5-6):

lab:	a		b		c		d		e	
№	$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{X}$	$\hat{Y}$
5	-18.0	84.0	-9.0	84.0	0.0	84.0	9.0	84.0	18.0	84.0
4	-18.0	69.0	-9.0	69.0	0.0	69.0	9.0	69.0	18.0	69.0
3	-18.0	54.0	-9.0	54.0	0.0	54.0	9.0	54.0	18.0	54.0
2	-18.0	39.0	-9.0	39.0	0.0	39.0	9.0	39.0	18.0	39.0
1	-18.0	24.0	-9.0	24.0	0.0	24.0	9.0	24.0	18.0	24.0

Подкамера 1 (проекции 1-2-3):

lab:	a		b		c		d		e	
№	$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{X}$	$\hat{Y}$
5	-18.0	-24.0	-9.0	-24.0	0.0	-24.0	9.0	-24.0	18.0	-24.0
4	-18.0	-39.0	-9.0	-39.0	0.0	-39.0	9.0	-39.0	18.0	-39.0
3	-18.0	-54.0	-9.0	-54.0	0.0	-54.0	9.0	-54.0	18.0	-54.0
2	-18.0	-69.0	-9.0	-69.0	0.0	-69.0	9.0	-69.0	18.0	-69.0
1	-18.0	-84.0	-9.0	-84.0	0.0	-84.0	9.0	-84.0	18.0	-84.0

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б.**  
**Геометрические константы камер, полученные процедурой уточнения**

**Пропановая камера по состоянию на 25.09.2019.**

Оптические константы:

view	$X$ (см)	$Y$ (см)	$K$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$K_1$	$\beta_1$	$\beta_2$		
1	4.3893	-0.0668	24.9059	-66.9709	10.65160	-0.000040	-0.00000685	0.074918	-0.00009319	0.0000000000
2	-0.0704	0.0642	-24.0807	-66.9228	10.66015	-0.000137	0.000002252	0.075042	-0.00008168	0.0000000000
3	2.2255	-0.0584	0.2814	-39.9860	10.65547	0.000295	0.000008131	0.075916	-0.00083291	0.0000681003
4	2.1077	-0.0534	0.0358	39.6572	10.68098	-0.000246	0.000006010	0.074384	-0.00071955	0.0000590151
5	4.4426	0.0262	24.4562	66.4659	10.67526	-0.000119	0.000000440	0.075137	-0.00008208	0.0000000000
6	-0.1429	-0.0356	-24.2821	66.5897	10.65310	0.000018	-0.000001628	0.075422	-0.00010311	0.0000000000

«Малые» реперные кресты (в оптических системах, см):

view 1

№:	1	2	3	4	5
lab	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$
$a$	-4.0314	-1.5979	-4.0316	-0.1892	-4.0334
$b$	-3.1842	-1.5984	-3.1849	-0.1894	-3.1854
$c$	-2.3383	-1.5994	-2.3393	-0.1905	-2.3397
$d$	-1.4933	-1.6003	-1.4936	-0.1912	-1.4939
$e$	-0.6474	-0.1913	-0.6475	-0.1916	-0.6475
	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$
	-4.0314	-1.5979	-4.0319	1.2197	-4.0334
	-3.1842	-1.5984	-3.1854	1.2192	-3.1869
	-2.3383	-1.5994	-2.3397	1.2184	-2.3403
	-1.4933	-1.6003	-1.4939	1.2179	-1.4944
	-0.6474	-0.1913	-0.6475	1.2176	-0.6475
	$\hat{z}$	$\hat{z}$	$\hat{z}$	$\hat{z}$	$\hat{z}$
	-4.0353	4.0393	-3.1876	4.0381	-2.3414
	-1.4954	4.0375	-1.4954	4.0366	-1.4954
	-0.6487	4.0359	-0.6487	4.0359	-0.6487

view 2

№:	1	2	3	4	5
lab	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$
$a$	1.4156	-1.6030	0.5697	-0.1948	0.5694
$b$	2.2608	-1.6031	1.4157	-0.1940	1.4155
$c$	3.1077	-1.6033	2.2610	-0.1949	2.2611
$d$	3.9548	-1.6041	3.1074	-0.1949	3.1079
$e$	-0.6474	-0.1913	-0.6474	-0.1916	-0.6475
	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$
	0.5697	-0.1948	0.5694	1.2129	0.5693
	1.4157	-0.1940	1.4155	1.2131	1.4155
	2.2610	-0.1949	2.2611	1.2132	2.2614
	3.1074	-0.1949	3.1079	1.2141	3.1082
	-0.6474	-0.1913	-0.6475	1.2139	-0.6475
	$\hat{z}$	$\hat{z}$	$\hat{z}$	$\hat{z}$	$\hat{z}$
	0.5699	4.0303	1.4160	4.0311	2.2620
	1.4160	4.0311	2.2620	4.0321	3.1088
	2.2620	4.0321	3.1088	4.0329	3.9557
	3.9557	4.0345	3.9557	4.0345	3.9557

view 3

№:	1	2	3	4	5
lab	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$
<i>a</i>	-1.7171	-1.7171	-1.7158	-1.7159	-1.7159
<i>b</i>	-0.8718	-0.8718	-0.8713	-0.8712	-0.8712
<i>c</i>	-0.0275	-0.0268	-0.0266	-0.0268	-0.0268
<i>d</i>	0.8183	0.8188	0.8185	0.8179	0.8179
<i>e</i>	1.6651	1.6651	1.6644	1.6633	1.6633
	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$
	-4.1418	-2.7291	-1.3169	0.0939	0.0939
	-4.1420	-2.7288	-1.3170	0.0944	0.0944
	-4.1421	-2.7290	-1.3168	0.0942	0.0942
	-4.1419	-2.7289	-1.3171	0.0943	0.0943
	-4.1418	-2.7295	-1.3170	0.0941	0.0941

view 4

№:	1	2	3	4	5
lab	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$
<i>a</i>	-1.6896	-1.6896	-1.6903	-1.6904	-1.6904
<i>b</i>	-0.8464	-0.8464	-0.8467	-0.8464	-0.8472
<i>c</i>	0.0043	0.0043	-0.0040	-0.0037	-0.0037
<i>d</i>	0.8391	0.8391	0.8387	0.8392	0.8396
<i>e</i>	1.6821	1.6821	1.6826	1.6825	1.6828
	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$
	-0.0617	-0.0617	1.3456	2.7539	4.1626
	-0.0624	-0.0624	1.3445	2.7531	4.1622
	-0.0630	-0.0630	1.3437	2.7524	4.1622
	-0.0631	-0.0631	1.3435	2.7523	4.1619
	-0.0632	-0.0632	1.3429	2.7517	4.1613

view 5

№:	1	2	3	4	5
lab	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$
<i>a</i>	-3.9891	-3.9867	-3.9855	-3.9845	-3.9832
<i>b</i>	-3.1411	-3.1400	-3.1388	-3.1377	-3.1369
<i>c</i>	-2.2963	-2.2944	-2.2936	-2.2928	-2.2926
<i>d</i>	-1.4505	-1.4495	-1.4487	-1.4486	-1.4479
<i>e</i>	-0.6059	-0.6045	-0.6041	-0.6043	-0.6037
	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$
	-3.9880	-2.5788	-1.1703	0.2370	1.6437
	-3.9868	-2.5774	-1.1697	0.2375	1.6443
	-3.9845	-2.5755	-1.1691	0.2375	1.6440
	-3.9829	-2.5753	-1.1685	0.2378	1.6436
	-3.9812	-2.5740	-1.1681	0.2377	1.6436

view 6

№:	1	2	3	4	5
lab	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$	$\hat{x}$
<i>a</i>	0.5898	0.5898	0.5898	0.5901	0.5901
<i>b</i>	1.4358	1.4353	1.4348	1.4346	1.4345
<i>c</i>	2.2814	2.2804	2.2797	2.2786	2.2786
<i>d</i>	3.1262	3.1253	3.1244	3.1234	3.1226
<i>e</i>	-3.9991	-3.9717	-3.9698	-3.9676	-3.9676
	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$	$\hat{y}$
	-3.9960	-2.5876	-1.1806	0.2252	1.6307
	-3.9968	-2.5888	-1.1814	0.2249	1.6507
	-3.9978	-2.5895	-1.1823	0.2244	1.6301
	-3.9991	-2.5905	-1.1829	0.2238	1.6301
	-3.9991	-2.5899	-1.1842	0.2226	1.6301

### Водородная камера. Заливка 50 по состоянию на 28.01.2020.

Оптические константы:

view	X (см)	Y (см)	K	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$K_1$	$\beta_1$	$\beta_2$
1	88.0460	45.4137	10.35792	-0.000091	0.000002061	0.061448	-0.00027427	-0.0000003886
2	87.8291	-5.8267	10.37344	-0.000084	0.000001808	0.061542	-0.00028778	-0.0000002072
3	56.2831	45.5390	10.34757	-0.000017	0.000000678	0.061464	-0.00028991	-0.0000001074

Реперные кресты (в оптических системах, см):

№	$\hat{x}$	$\hat{y}$
view 1		
f1	-3.5801	-1.4486
f2	-1.5857	-1.4284
f3	-6.0312	-1.4201
f4	2.3708	-1.8785
f5	1.4107	-3.3716
f6	-0.5798	-3.3932
f7	-1.5650	-3.4017
f8	-3.5574	-3.4220
view 2		
f1	-3.5536	3.4968
f2	-1.5620	3.5170
f3	-0.5811	3.5255
f4	2.3881	3.0676
f5	1.4296	1.5768
f6	-0.5579	1.5552
f7	-1.5416	1.5467
f8	-3.5310	1.5262
view 3		
f1	-0.5104	-1.4614
f2	1.4841	-1.4411
f3	2.4664	-1.4327
f4	5.4402	-1.8913
f5	4.4801	-3.3843
f6	2.4896	-3.4058
f7	1.5039	-3.4143
f8	-0.4878	-3.4348

## Водородная камера. Заливка 52 по состоянию на 28.01.2020.

Оптические константы:

view	X (cm)	Y (cm)	K	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$K_1$	$\beta_1$	$\beta_2$
1	88.3944	44.8229	10.35734	-0.000094	0.000002177	0.060868	-0.00028659	-0.0000001712
2	88.6147	-6.4150	10.37388	-0.000083	0.000001728	0.060850	-0.00028646	-0.0000001583
2	56.6291	44.6764	10.34807	-0.000020	0.000000770	0.060863	-0.00028655	-0.0000001683

«Малые» реперные кресты (в оптических системах, см):

№	$\hat{x}$	$\hat{y}$
view 1		
f1	-3.5657	-1.4593
f2	-1.5711	-1.4390
f3	-0.5885	-1.4307
f4	2.3856	-1.8893
f5	1.4255	-3.3824
f6	-0.5653	-3.4040
f7	-1.5504	-3.4125
f8	-3.5430	-3.4328
view 2		
f1	-3.5810	3.4859
f2	-1.5894	3.5061
f3	-0.6086	3.5145
f4	2.3604	3.0566
f5	1.4020	1.5659
f6	-0.5854	1.5444
f7	-1.5691	1.5359
f8	-3.5584	1.5154
view 3		
f1	-0.4956	-1.4456
f2	1.4988	-1.4252
f3	2.4811	-1.4169
f4	5.4548	-1.8755
f5	4.4948	-3.3685
f6	2.5043	-3.3900
f7	1.5192	-3.3984
f8	-0.4730	-3.4190

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Belonogov A. V. et al.* A Liquid Hydrogen Bubble Chamber of Volume  $950 \times 350 \times 300 \text{ mm}^3$  // Nucl. Instr. Meth. 1963. V. 20. P. 114–115.
2. *Balandin M. P. et al.* // Ibid. P. 110.
3. *Беляев А. В., Краснослободцев В. И., Мороз В. И., Нивицки Я., Рихвицкий В. С., Хоффман Э., Ажмуханбетова Д. Ж., Стельмах А. П., Семенов В. Н.* Полуавтоматическая измерительная система ПАИС. Общее описание. Сообщ. ОИЯИ Р10-87-693. Дубна, 1987.
4. *Краснослободцев В. И., Мороз В. И., Рихвицкий В. С.* Организация связи персональных ЭВМ типа IBM XT/AT с ЕС ЭВМ через устройство группового управления ЕС-7922. Сообщ. ОИЯИ Р10-89-852. Дубна, 1989.
5. *Краснослободцев В. И., Мороз В. И., Рихвицкий В. С.* Реализация системы управления полуавтоматическим измерительным прибором ПУОС на основе персональной ЭВМ типа IBM XT/AT. Сообщ. ОИЯИ Р10-95-367. Дубна, 1995.
6. *Балдин А. А., Беляев А. В., Белобородов А. В., Рихвицкий В. С., Троян А. Ю.* Восстановление программно-аппаратного комплекса обработки फिल्मовой информации (ОФИ) для пузырьковых камер. Сообщ. ОИЯИ Р10-2023-18. Дубна, 2023.
7. *Неуен Дин Ты, Пенев В. Н. и др.* Определение констант оптической системы двухметровой пропановой камеры. Сообщ. ОИЯИ 13-5942. Дубна, 1971.
8. *Беляков В. А. и др.* Распределение индукции магнитного поля и оптические константы двухметровой пропановой камеры. Сообщ. ОИЯИ Р13-11045. Дубна, 1977.
9. *Козубский Э. В., Нго Куанг Зуи.* Способ определения поправок к координатам главных точек многокамерной стереофотограмметрической установки. Сообщ. ОИЯИ 13-4201. Дубна, 1968.
10. *Алмазов В. Н., Герасимова Н. Л., Глаголев В. В., Глущенко В. Н., Гулюгин А. А., Козубский Э. В., Лебедев Р. М., Лившиц Э. М., Румянцев Д. М., Русинов М. М., Саитов И. С., Сергеев В. П.* Оптические системы 100-сантиметровой водородной камеры. Сообщ. ОИЯИ Р13-85-265. Дубна, 1985.
11. *Иерусалимов А. П., Которобай Ф., Мороз В. И.* Определение оптических констант 1-м водородной пузырьковой камеры ОИЯИ. Сообщ. ОИЯИ Р10-9502. Дубна, 1976.

Получено 11 мая 2023 г.

Редактор *Е. В. Григорьева*

Подписано в печать 25.07.2023.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 1,5. Уч.-изд. л. 1,29. Тираж 110 экз. Заказ № 60704.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)